

Studies on mechanism of rolling contact fatigue under low lambda condition and life data analysis in rolling contact fatigue testing

| | |
|-------|---|
| メタデータ | 言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-05 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属: |
| URL | http://hdl.handle.net/2297/45405 |

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



博 士 論 文

低ラムダ条件での転動疲労のメカニズムと
転動疲労試験の寿命データの解析に関する研究

金沢大学大学院自然科学研究科
システム創成科学専攻

学籍番号：1323122012

氏 名：藤田 工

主任指導教官：佐々木敏彦

提出年月：2016年4月22日

目 次

| | | |
|---------|--|-----|
| 1 章 | 緒論 | 1 |
| 1.1 | はじめに | 1 |
| 1.2 | 転がり軸受の転動疲労寿命に関する従来の研究 | 4 |
| 1.2.1 | 転がり軸受の寿命計算式の変遷 | 4 |
| 1.2.2 | 低ラムダ条件での転動疲労寿命に関する従来の研究 | 18 |
| 1.2.3 | X線分析を用いた転動疲労の評価に関する従来の研究 | 29 |
| 1.2.4 | 転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈に関する従来の研究 | 36 |
| 1.3 | 本論文の目的と構成 | 38 |
| | 1章の参考文献 | 39 |
| 2 章 | 低ラムダ条件でのスラスト玉軸受の転動疲労寿命 | 58 |
| 2.1 | はじめに | 58 |
| 2.2 | 実験方法 | 60 |
| 2.3 | 実験結果 | 63 |
| 2.3.1 | 寿命試験結果 | 63 |
| 2.3.1.1 | 鋼球の R_q が $0.22 \mu\text{m}$ の条件での寿命試験 | 63 |
| 2.3.1.2 | 鋼球の R_q が $0.54 \mu\text{m}$ の条件での寿命試験 | 68 |
| 2.3.2 | 試験前後の内外輪と鋼球の表面粗さ | 73 |
| 2.3.3 | 2.3.1 項及び 2.3.2 項の試験結果のまとめ | 79 |
| 2.3.3.1 | 試験条件と損傷形態の関係について | 79 |
| 2.3.3.2 | 試験前後の内外輪と鋼球の表面粗さ | 79 |
| 2.4 | 考察 | 80 |
| 2.4.1 | 転がり疲れの進行に及ぼす R_q , R_{dq} となじみの影響 | 80 |
| 2.4.2 | 損傷形態に及ぼす R_q , R_{dq} と接線力の影響 | 84 |
| 2.4.3 | 低ラムダ条件での寿命予測と今後の課題 | 87 |
| 2.5 | おわりに | 88 |
| | 2章の参考文献 | 89 |
| 3 章 | X線残留応力測定法を用いた転動疲労メカニズムの研究 | 92 |
| 3.1 | はじめに | 92 |
| 3.2 | 実験方法 | 94 |
| 3.2.1 | X線分析 | 94 |
| 3.2.2 | 2円筒試験 | 96 |
| 3.3 | 実験結果と考察 | 98 |
| 3.3.1 | ラムダの影響 | 98 |
| 3.3.2 | 荷重の影響 | 103 |
| 3.3.3 | 低負荷回数での転動疲労について | 105 |
| 3.4 | おわりに | 107 |

| | |
|---|-----|
| 3章の参考文献 | 108 |
| 4章 転動疲労寿命試験の設計とデータの解釈に関する研究 | 112 |
| 4.1 はじめに | 112 |
| 4.2 打切り試験の設計とデータの解釈について | 114 |
| 4.2.1 打切り試験の手順 | 114 |
| 4.2.2 打切り試験に必要な計算 | 116 |
| 4.2.2.1 打切り寿命と試験個数の関係の計算 | 116 |
| 4.2.2.2 試験継続の判断のための計算 | 120 |
| 4.2.2.3 破損発生時の打切り寿命の計算 | 121 |
| 4.2.2.4 順序統計量を用いた計算値との比較 | 122 |
| 4.2.3 ケーススタディ | 125 |
| 4.3 加速試験の設計とデータの解釈について | 126 |
| 4.3.1 加速試験の手順 | 126 |
| 4.3.2 ワイブル乱数を使った試験個数と有意寿命比の関係の計算 | 127 |
| 4.3.3 有意寿命比の近似式の導出 | 131 |
| 4.3.4 有意差検定結果の解釈 | 137 |
| 4.3.5 ケーススタディ | 142 |
| 4.3.5.1 図 4.14 (b)のケース | 142 |
| 4.3.5.2 図 4.14(c)のケース | 145 |
| 4.3.5.3 図 4.14 (e)のケース | 147 |
| 4.3.5.4 図 4.14(f)のケース | 148 |
| 4.4 乱数シミュレーションを用いた転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈の 有用性, 妥当性及び留意点についての考察 | 150 |
| 4.5 おわりに | 153 |
| 4章の参考文献 | 157 |
| 5章 総括 | 159 |
| 謝 辞 | 162 |
| 研究業績 | 163 |
| 付録 1 ワイブル乱数の発生方法 | 167 |
| 付録 2 打切り試験の試験個数の目安について | 171 |
| 付録 3 順序統計量による打切り寿命及び試験中止基準寿命の計算 | 174 |
| 付録 4 破損試験片の寿命を考慮して保守的に打切り寿命を計算する方法 | 182 |
| 付録 5 最尤推定法による寿命推定と信頼限界の計算 | 185 |
| 付録 6 加速試験の試験個数の目安について | 191 |
| 付録 7 寿命の有意差を判断しやすいパーセント点について | 197 |
| 付録 8 佐々木-廣瀬法 | 200 |

1 章 緒論

1.1 はじめに

転がり軸受の機能は「荷重を支持しながら滑らかに（高剛性，低振動で）回転すること」であるが，その機能は表 1.1 に示す様々な損傷によって失われる．寿命は「製品に要求される機能が失われるまでの使用時間あるいは負荷回数」と考えると，転がり軸受の寿命は表 1.1 のすべての損傷に対してそれぞれ存在することになる．しかし，転がり軸受（以下，軸受）では，転動疲労によるはく離（以下，はく離）に対する寿命を「寿命」と呼ぶことが多い．これは，はく離が軸受の内部諸元（形式，形状，表面粗さ等）や使用条件（荷重条件，潤滑条件等）の変更では対策しきれない，不可避的な損傷と考えられてきたためと推測される．2007 年に発行された軸受の動定格荷重と定格寿命に関する ISO（International Organization for Standardization）規格¹⁾では，一定以下の荷重で使用される軸受は，はく離が発生しないという疲労限荷重の考え方が導入されたが，軸受到疲労限応力は存在しないとする説は現在でも根強くある²⁻⁷⁾．転動疲労の研究の第一人者であった岡本も，はく離以外の損傷は適切な処置を講ずれば防ぐことができる故障で，転がり接触による表面の疲労である「はく離」だけが材質の本質的な破壊であり，これだけを軸受の寿命と定義して特別に取り扱っているという主旨の記述を残している⁸⁾．

表 1.1 転がり軸受の損傷（参考文献 9）から抜粋）

| 軸受の損傷 | 現象 |
|--------|---|
| フレーキング | 軌道面がうろこ状に剥がれる．はく離ともいう |
| ピーリング | 微小はく離（大きさ10 μ m程度）の密集した部分をいう．微小はく離に至っていないき裂も無数に存在する |
| かじり | ・組込みきず，アキシャル方向に付く． ・ころ端面と案内つばのきず，サイクロイド状のきずが付く．焼付きをともなうことがある |
| スミアリング | 焼付きをともない軌道面がある |
| 摩耗 | 軌道面・しゅう動面で見られる摩擦による減量現象 |
| なし地 | 軌道面に微小な圧痕の集合が形成され，光沢がなくなる現象． |
| 圧こん | 固形異物のかみ込みや衝撃による軌道面の凹み |
| 割れ | 内外輪や転動体の割れ |
| さび | 内外輪や転動体の腐食．転動体ピッチ状に生じることがある |
| フレッチング | ・軌道面の場合，転動体ピッチ状に生じる，さびをともなう摩耗． ・はめ合い部の場合，はめあいさびともいう． |
| 電食 | 軌道面での放電によるなし地状あるいは波板状の損傷 |
| 保持器破損 | 保持器の破断，転動体案内部の摩耗，保持器接合部の破断等 |
| クリープ | はめ合い面の寸法変化が原因で起こるはめ合い面の鏡面化 |

転動疲労によるはく離に対する寿命（以下，寿命）は，軸受形式によって決まる基本動定格荷重と，荷重条件によって決まる動等価荷重から，(1.1)式の寿命計算式を用いて推定される¹⁰⁾．

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \quad (1.1)$$

L_{10} ：10%寿命， C ：基本動定格荷重， P ：動等価荷重，

p ：玉軸受で3，ころ軸受で10/3

寿命計算式は軸受がどのくらいの期間使用できるか，あるいは要求寿命を満足する運転条件を見積もるために利用されている．通常，軸受は寿命計算式に基づいて運転条件を決めているため，材料と熱処理の品質に異常がなければ，寿命に問題は発生しないはずである．しかし，実際には，寿命が問題視される場合がある．これは軸受の普遍的な寿命推定理論の確立が道半ばであり，現状の理論に基づいた寿命推定式の精度が十分でないことに一因がある．寿命推定式の高精度化は，1947年と1952年にLundberg-Palmgrenが基礎となる理論^{11,12)}（以下，LP理論）を発表した後も取り組まれ，転動疲労のメカニズ

ムの解明，転動疲労のメカニズムに基づいた寿命推定式の改良，改良された寿命推定式の精度検証が進められてきた．1.2.1 項では，転がり軸受の転動疲労寿命の研究の中核をなす，軸受の寿命計算式の変遷について説明する．

現時点で最新の寿命推定式は 2007 年に発行された ISO 281:2007¹⁾の寿命推定式である．この推定式は，過去の軸受寿命の研究成果が集約されており，疲労限度力，汚染係数及び潤滑状態を表す粘度比の概念を取り入れたシステムアプローチに基づく寿命修正係数を採用している．しかし，その寿命推定式も万能ではない．特に，軌道輪と転動体の表面粗さ，あるいは圧こん周辺の盛り上がり高さが油膜厚さよりも大きいとき（以下，低ラムダ条件と略す．ここで，ラムダは膜厚比で油膜と 2 物体の 2 乗平均平方根粗さとの比）に起こる表面起点型はく離については，転動疲労のメカニズムに関して不明点があり，寿命推定方法は確立されたとはいいがたい．1.2.2 項では，本論文 2 章の研究内容と関連する，低ラムダでの寿命の従来の研究について主要な文献を引用しながら説明する．

転動疲労は軌道面（軌道輪の転動部の表面）と転動面（転動体の転動部の表面）の接触が繰返され，残留応力の生成，加工硬化，金属組織の変化をとまなないながら進行する．そのため，残留応力，加工硬化，金属組織の状態から転動疲労のメカニズムを解明しようとする多くの研究がなされてきた．1.2.3 項では，本論文の 3 章の研究内容に関連する，転動疲労による残留応力の生成，加工硬化，金属組織の変化に関する従来の研究と，それらの変化に基づく軸受の疲労度及び余寿命の推定に関する従来の研究について主要な文献を引用しながら説明する．

軸受寿命の研究を進める上で，転動疲労寿命試験（以下，寿命試験）は不可欠であり，その試験計画とデータの解釈に関する知識も当然必要である．寿命試験で得られるデータはワイブル分布に従うと言われており，その試験計画とデータの解釈では，一般的な統計的手法（正規分布に従うデータに対して用いられる方法）を使うことができない．そのため，寿命試験の計画とデータの解釈の方法は，軸受寿命の研究に携わる者にとって研究課題であった．1.2.4 項では，本論文の 4 章の研究内容に関連する，寿命試験の計画とデータの解釈に関する従来の研究について主要な文献を引用しながら説明する．

1.2 転がり軸受の転動疲労寿命に関する従来の研究

1.2.1 転がり軸受の寿命計算式の変遷

軸受には当初寿命という概念はなく，軌道面の転動体直径に対する塑性変形量が一定以下になる荷重（以下，許容荷重）であれば，機能を満足するという考え方が適用されていた．Stribeck は軸受の許容荷重 Q と転動体直径 D の間には以下の関係があることを示した¹³⁾．

$$Q = kD^2 \quad (1.2)$$

k : 実験で求める定数

また，Stribeck はラジアル軸受がラジアル荷重 F を受けるときの最大転動体荷重 Q_{\max} は，転動体の数 Z を用いると(1.3)式で表されるとし，その関係を使ってラジアル軸受の許容荷重 P を(1.4)式で表した¹⁴⁾．なお，参考文献 13,14) の日本語訳は参考文献 15)の中にある．軸受には許容できる塑性変形量があるという上記の考え方は，現在でも静定格荷重という形で残っている．

$$Q_{\max} = \frac{5F_r}{Z} \quad (1.3)$$

$$P = \frac{1}{5} kZD \quad (1.4)$$

軸受が応力の繰返しによって破損するという疲労の概念が出てきたのは，1913 年の Goodman¹⁶⁾，1924 年の Palmgren の論文¹⁷⁾以降であり，(1.1)式で示した現在の寿命計算式 の原形が出てきたのは 1928 年の Stellrecht の論文¹⁸⁾以降である．なお，基本動定格荷重 の原形が出てきたのは 1945 年の Palmgren の論文¹⁹⁾以降である．1952 年には LP 理論が 確立されるが，それ以降も軸受の許容荷重についての議論は継続されている．1958 年に Palmgren^{20,21)}の研究をベースとして，許容荷重に関する推奨規格 ISO recommendation R76

が制定された²²⁾。この規格では、許容荷重を静定格荷重と呼び、静定格荷重は転動体直径の 1/10000 の永久変形量が軌道面に生じる荷重という基準が定められた。1987 年に制定された ISO 76:1987²³⁾では、静定格荷重の基準は「転動体直径の 1/10000 の永久変形量が軌道面に生じる荷重」から「転動体直径の 1/10000 の永久変形量が軌道面に生じる最大接触応力」という基準に改められた。なお、ISO 76:1987 の内容については参考文献 24) に解説がある。その後、2006 年の ISO 76:2006 では静定格荷重に対する安全率とその考え方が示されている²⁵⁾。

LP 理論では、転動体と軌道輪の接触下に作用する応力の範囲（以下、負荷体積）が小さいほど寿命が長くなるという実験事実^{26,27)}と、負荷体積の影響は体積中の材料強度のばらつきによるという Weibull の理論^{28,29)}を考慮している。以下に LP 理論における寿命の基礎式を示す。

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) \propto \frac{N^e \cdot \tau_0^c \cdot V}{z_0^h} \quad (1.5)$$

S : 負荷体積 V における残存確率, N : 負荷回数, e : ワイブルスロープ,

τ_0 : 最大交番せん断応力振幅, z_0 : τ_0 が作用する深さ, c, h : 指数

この式は、軸受の残存確率（あるいは破損確率）が、軌道輪と転動体の接触部直下に作用する τ_0 、負荷体積 V 、負荷回数 N 、 τ_0 が作用する深さ z_0 と関係があることを示している。LP 理論は(1.5)式から出発し、(1.1)式の形の寿命計算式を導いており、実験結果をよく説明できることから広く受け入れられるようになった。なお、(1.5)式から(1.1)式への式の導出は参考文献11,12)にあり、その日本語訳は参考文献30)にある。この理論で得られた寿命計算式は1962年にISO/R281³¹⁾で示され、JIS (Japanese Industrial Standards : 日本工業規格), DIN (Deutsche Industrie Normen : ドイツ工業規格), ABMA (American Bearing Manufacturers Association : アメリカベアリング工業会規格)などの規格で採用されるようになった。このように、LP理論に基づいた寿命計算式は各国で規格化されたが、この寿命計算式には軸受

の使用条件や材料特性（材料・熱処理による寿命の違い）を考慮できないという欠点があった。1977年のISO 281/I-1977³²⁾の改正では、軸受の使用条件や材料特性を考慮できる、以下の寿命推定式が示された。

$$L_{na} = a_1 a_2 a_3 \left(\frac{C}{P} \right)^p \quad (1.6)$$

L_{na} : 補正定格寿命, C : 基本動定格荷重, P : 動等価荷重,

p : 玉軸受で 3, ころ軸受で 10/3,

a_1 : 信頼度係数, a_2 : 軸受特性係数 (1977 時点では材料係数), a_3 : 使用条件係数

信頼度係数 a_1 は, 90%以外の信頼度 (10%以外の累積破損確率) に対する寿命を計算する際の係数であり, (1.7)式で示すワイブル分布の累積分布関数 $F(x)$ から得られる。

$$F(x) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{x - \gamma}{\alpha} \right)^e \right\} \quad (1.7)$$

$F(x)$: ワイブル分布の累積分布関数, x : 寿命, α : 尺度因子,

e : ワイブルスロープ, γ : 最小寿命

最小寿命は 0 と仮定し, 累積破損確率(%)を n とおき, (1.7)式に代入すれば, (1.8)式が得られる。

$$0.01n = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{L_n - 0}{\alpha} \right)^e \right\} \quad (1.8)$$

L_n : n %寿命

累積破損確率が 10% の場合, (1.9) 式が得られる.

$$0.1 = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{L_{10} - 0}{\alpha} \right)^e \right\} \quad (1.9)$$

(1.8) 式と (1.9) 式を用いて α を消すと, 90% 以外の信頼度 (10% 以外の累積破損確率) に対して寿命を計算するための信頼度係数 a_1 が得られる

$$L_n = \left(\frac{\ln(1 - 0.01n)}{\ln 0.9} \right)^{1/e} L_{10} = a_1 L_{10} \quad (1.10)$$

$$a_1 = \left(\frac{\ln(1 - 0.01n)}{\ln 0.9} \right)^{1/e} \quad (1.11)$$

ただし, この信頼度係数 a_1 は, 90% 以上の信頼度 (10% 以下の累積破損確率) において, 実際の実験データとの誤差が大きかったため³³⁻³⁶⁾ (図 1.1 参照), 1977 年の ISO 281/I-1977³²⁾ では 10% 以下の累積破損確率に対して (1.12) 式の補正式が使われた. この補正式は式 (1.11) のワイブルスロープの値を 1.5 としたものである. なお, 表 1.2 は ISO 281/I-1977³²⁾ に示されている信頼度 90~99% の信頼度係数の値である.

$$a_1 = \left(\frac{\ln(1 - 0.01n)}{\ln 0.9} \right)^{1/1.5} \quad (1.12)$$

表 1.2 90%以上の信頼度（10%以下の累積破損確率）に対する信頼度係数³²⁾

| 信頼度(%) | L_n | a_1 |
|--------|----------|-------|
| 90 | L_{10} | 1 |
| 95 | L_5 | 0.62 |
| 96 | L_4 | 0.53 |
| 97 | L_3 | 0.44 |
| 98 | L_2 | 0.33 |
| 99 | L_1 | 0.21 |

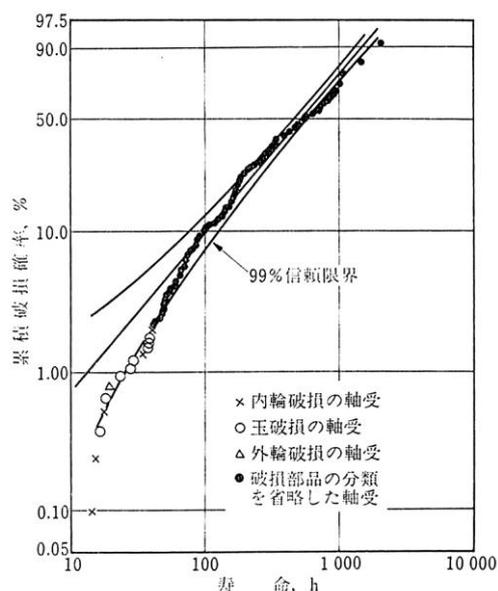


図 1.1 岡本らの寿命試験結果 [出典：参考文献 36)]

一方、軸受特性係数 a_2 は特殊な材料特性を有する軸受に対する寿命の補正係数で通常 1 を採るが、高温焼戻（寸法安定化処理）によって硬度が標準品よりも低い軸受やその他特殊な熱処理が施された軸受では 1 以外を採る場合がある¹⁰⁾。1977 年の ISO 281/I³²⁾ では、この係数は材料係数と呼ばれており、材料特性に対する補正係数であったが、1990 年の改正⁷⁵⁾で軸受特性全般に対する特性とされた。材料係数は軸受メーカー各社で異なる数値を用いることができるため、同じ仕様の軸受でも異なる計算寿命になるという問題を生じさせる。

使用条件係数 a_3 も通常 1 を採るが、潤滑条件（潤滑油に異物が混入する条件、潤滑油の動粘度が低い条件、回転速度が低い条件等）や使用温度等によって 1 以外を採ること

がある¹⁰⁾。1960年以降、トライボロジー分野で弾性流体潤滑理論（以下、EHL理論）の発展があり、この理論で計算した油膜厚さと軸受寿命との関係が Tallian³⁷⁾ と Skurka³⁸⁾ によって研究され、その成果が寿命計算の補正に適用されるようになった^{39,40)}。Skurka と Tallian の両研究で得られたラムダと寿命との関係⁴⁰⁾（図 1.2 参照。以下、ASME の推奨曲線）は、軸受の表面粗さと油膜厚さから使用条件係数 a_3 を決定できる線図として有名である。この係数も軸受特性係数 a_2 と同様に軸受メーカー各社の知見に基づいて異なる数値を用いることができる。1977 年の ISO 改定以来、軸受特性係数 a_2 と使用条件係数 a_3 の値の取り方によって、同じ仕様の軸受でも軸受メーカーごとに異なる計算寿命になるという状況は現在でも続いている。

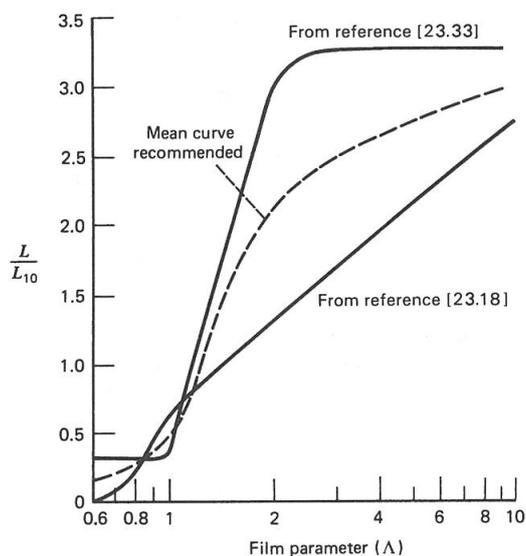


図 1.2 ASME の推奨曲線 [出典：参考文献 41)]

1980年になって、転がり軸受には疲労限の存在が示唆される実験結果がLorösch⁴²⁾と Zwirlein-Schlicht⁴³⁾によって報告され、疲労限を考慮した寿命の基礎式がIoannides-Harris⁴⁴⁾、Lösche⁴⁵⁾、Tallian⁴⁶⁾によって提案された。Ioannides-Harrisは疲労限だけでなく、微小体積要素ごとのき裂の発生確率を考慮する寿命の基礎式を提案した。Löscheの寿命の基礎式は、微小体積要素ごとにき裂の発生確率を考慮する点でIoannides-Harrisと同じ考え方であるが、応力の生成深さを考慮していない点、き裂の発生を支配する応力（以下、基準応力）を相

当応力と特定している点で、Ioannides-Harrisのそれと異なる。Löscheが応力の生成深さを考慮しなかったのはき裂の進展期間がその発生期間と比較して短いとする考え方からであり、相当応力を基準応力としたのは残留応力と摩擦力の寿命に対する影響を考慮できるという理由からである。Tallianは内部起点型はく離と表面起点型はく離に対する寿命を確率乗法定理によって結び付け、寿命が両方の損傷モードの競合で決まる³⁷⁾という寿命計算式⁴⁷⁾を提案し、1986年に疲労限の影響を考慮した補正を加えている⁴⁶⁾。1970年から1980年代には、上記と関連する文献として、基準応力⁴⁸⁾、転動疲労によるき裂の発生⁴⁹⁻⁵¹⁾と進展⁵²⁻⁶³⁾について述べたものがある。また、その他転動疲労に関連する文献としては、ワイブルスロープを変数としたときの寿命⁶²⁾、残留応力やフープ応力が寿命に及ぼす影響^{64,65)}、軸受の寿命分布における最小寿命の存在⁶⁶⁾、潤滑油に混入した固形異物が寿命に及ぼす影響(1.2.2項参照)、低ラムダ条件での寿命(1.2.2項参照)、転動疲労による残留応力や金属組織の変化(1.2.3項参照)に関する研究成果も報告されている。さらに、5,6年に1度定期的に開催されるASTM (American Society for testing and Materials) 主催の国際会議では、1982年に転動疲労寿命の試験法⁶⁷⁾、1988年に軸受鋼の製造工程と品質⁶⁸⁾をテーマにした研究成果が報告され、ASTMのSTP (Specail Technical Papers : 会議で発表された内容の論文を掲載した書籍) が発行されている。1982年に発行されたSTPでは、Zaretskyらは20年間の5球式疲労試験で得られた軌道輪と転動体の硬度の最適組合せ等について報告し⁶⁹⁾、Itoら⁷⁰⁾、Sugiuraら⁷¹⁾、Tokudaら⁷²⁾は試験片による転動疲労の評価方法について報告している。1988年に発行されたSTPでは、Tsushimaら⁷³⁾は製鋼工程の改善によって寿命が年度ごとに向上しているデータを示し、Monnotら⁷⁴⁾は鋼中非金属介在物の種類が寿命に及ぼす影響について報告している。このような状況の中、これまでの軸受寿命の研究成果を取り入れた新しい寿命修正係数について審議するワーキンググループ(以下、WG1)が1995年に発足した。

一方、1990年に制定されたISO 281:1990⁷⁵⁾では、当時最新の研究内容は反映されていないが、近年の軸受寿命が軸受形式によっては製造技術の進歩により長寿命化しているという経験的事実を考慮し、基本動定格荷重が定格係数 b_m と呼ばれる補正係数により引き上げられた。なお、定格係数 b_m は軸受形式によって変わる係数であり、軸受特性係数 a_2 のよう

に材料の種類や熱処理条件の変更によって変わるものではない。2013年に発行されたJIS B1518⁷⁶⁾では、定格係数 b_m は「通常使用する材料及び製品品質による定格係数（軸受の形式で変わる。）」と定義されている。

1995年に発足したISOのWG1では、より高精度で適用範囲の広い寿命修正係数について審議が重ねられ、2000年に追補ISO 281-1990:Amd.2-2000⁷⁷⁾で新しい寿命修正係数 a_{xyz} が導入され、以下の修正定格寿命 L_{nm} が示された。

$$L_{nm} = a_1 a_{xyz} L_{10} \quad (1.13)$$

a_1 : 信頼度係数, a_{xyz} : 寿命修正係数, L_{10} : 10%寿命

寿命修正係数 a_{xyz} は、材料特性係数 a_2 と使用条件係数 a_3 が1つになったものであるが、具体的な計算方法については最終的に合意に至らず、WG1は解散することになった。そのため、この時点でも、材料、熱処理、軸受形状、使用条件による寿命補正は軸受メーカー各社の知見に基づいて異なる数値を用いるという、1977年からの状況は変わらなかった。なお、材料、熱処理、軸受形状、使用条件の影響を独立した係数で与える従来方式の寿命補正の提案としては、1990年代ではTakata⁷⁸⁻⁸⁰⁾やZaretsky⁸¹⁾の論文がある。

WG1 解散後、2003年にASMEのデザインガイド⁸²⁾が、スウェーデンからは1999年にIoannidesらの論文⁸³⁾がそれぞれ発表された。ASMEのデザインガイドはISOの追補ISO 281-1990:Amd.2-2000⁷⁷⁾の内容に対して具体的な計算方法を示したものである。その寿命計算は、疲労限と微小体積要素ごとのき裂の発生確率を考慮するIoannides-Harrisの論文⁴⁴⁾（以下、IH理論）が基になっており、基準応力に相当応力を用いることで異物噛みこみによる圧こん周辺部や表面粗さの突起部に発生する応力、残留応力、フープ応力の影響等を考慮できるようになっている。以下にIH理論における寿命の基礎式を示す。

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) \propto N^e \int_{V_R} \frac{(\sigma - \sigma_u)^c}{z^h} dV \quad (1.14)$$

S : 負荷を受けている領域全体 V_R の残存確率, N : 負荷回数, e : ワイブルスロープ,

σ : 基準応力, σ_u : 疲労限応力, z : 応力で重み付けした平均深さ, c, h : 指数

ASMEのデザインガイドの寿命の基礎式は、この式の基準応力を相当応力としたのものである。ASMEのデザインガイドの計算では、接触部周辺の応力を微小体積要素ごとに求めて、その体積ごとに損傷の発生確率を計算するため、パソコンによる数値計算が不可欠である。この方法は、潤滑条件、表面粗さ、圧こん、ミスアライメント等を考慮した厳密な応力場に基づいて寿命予測ができるという利点がある。

一方、Ioannidesらの論文⁸³⁾では、図表と電卓があれば寿命を計算できる軸受ユーザにとって使いやすい寿命計算式を提案している。Ioannidesらは、一般的な軸受ユーザにとって軸受の詳細な使用条件を入力して厳密な寿命予測を行うことよりも、寿命に及ぼす影響が大きい使用条件だけを入力して適度に精度の高い寿命予測を簡便に行えるほうが有用であると述べている。また、軸受の使用条件の詳細を入力する厳密な計算は、特殊な事例に対する研究ツールとして有用であるが、一般の軸受ユーザが使用条件の詳細を把握することは難しく、その使用条件の不確かさによって寿命推定の精度低下を引き起こすことが想定される。そのため、数値計算を必要とする寿命計算は、一般軸受のユーザにとって、さほどメリットがないと述べている。なお、上記の論文では、数値計算を使う方法としてWebsterら⁸⁴⁾、Ioannidesら⁸⁵⁾、Trip-Ioannides⁸⁶⁾、Lubrechtら⁸⁷⁾、Harris-Barnsby⁸⁸⁾の方法を引用し、上記の議論を展開している。最終的に、2007年のISO 281:2007¹⁾では、Ioannidesらの論文⁸³⁾の寿命計算の方法が採用された。

2003年に新たに組織されたISOのワーキンググループ（以下、WG4）では、Ioannidesらの論文⁸³⁾をベースに作業原案が作成され、新しい寿命計算式の議論が開始された。Ioannidesらの論文⁸³⁾の寿命の基礎式は、LP理論の式の τ_0 に疲労限応力 τ_u とヘルツ応力以外の付加的な応力 $\delta\tau$ を加えたものになっており、(1.15)式で表される。この付加的な応力 $\delta\tau$ は、熱処理時

の残留応力やはめ合い時のフープ応力、低ラムダ条件で表面粗さの突起同士が直接接触するときの応力集中と摩擦力（接線力）に起因した応力を表している。

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) \propto \frac{(\tau_0 - \tau_u + \delta\tau)^c \cdot V \cdot N^e}{z_0^h} \quad (1.15)$$

S : 負荷を受けている領域 V の残存確率, N : 負荷回数, e : ワイブルスロープ,

τ_0 : 接触面に平行なせん断応力の振幅, τ_u : 疲労限応力, z_0 : τ_0 が作用する深さ, c , h : 指数

さらに、この論文では、(1.16)式で表される修正応力係数 η (0以上1以下の係数) を導入し、寿命を低下させる付加的な応力 $\delta\tau$ によって疲労限が見掛け上低下すると表現し、(1.17)式の寿命の基礎式から最終的に寿命計算式(1.18)を導出している。

$$\eta = 1 - \left(\frac{\delta\tau}{\tau_u}\right) \quad (1.16)$$

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) \propto \frac{(\tau_0 - \eta\tau_u)^c \cdot V \cdot N^e}{z_0^h} \quad (1.17)$$

$$L = \frac{A}{\{1 - (\eta P_u / P)^w\}^{c/e}} \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (1.18)$$

C : 基本動定格荷重, P : 動等価荷重, P_u : 疲労限荷重,

p : 玉軸受で 3, ころ軸受で 10/3, w : 玉軸受で 1/3, ころ軸受で 1/2.5,

c/e : 玉軸受で 9.3, ころ軸受で 9.2, A : 定数

また、応力寿命係数 a_{SLF} を(1.19)式と定義し、信頼度係数を追加することで、寿命計算式を(1.20)式とした。

$$a_{SLF} = \frac{A}{\{1 - (\eta P_u / P)^w\}^{c/e}} \quad (1.19)$$

$$L = a_1 \cdot a_{SLF} \cdot L_{10} \quad (1.20)$$

(1.16)式の修正応力係数 η は、付加的な応力による寿命の補正に相当するパラメータであるが、Ioannidesらはその付加的な応力の要因を(1.21)式のように3種類に分けて表現した。

$$\eta = \eta_a \eta_b \eta_c \quad (1.21)$$

η_a は熱処理によって生成される残留応力やはめ合い時のフープ応力などの影響を考慮する係数である。なお、 η_a についてはIoannidesらの論文⁸³⁾の付録Aの中で考え方とBeswickらの計算例⁸⁹⁾が示されているが、通常の使用では1とできる。 η_b は油膜形成状態を表わす係数で、軸受の回転数と軸受内径から求める基準動粘度（参考文献1)のFigure 2参照）と潤滑剤の温度から求める運転時の動粘度（参考文献76)の図11.5参照）との比 κ （粘度比）の関数で与えられる（図1.3）。なお、粘度比 κ は近似的にラムダと(1.22)式の関係がある¹⁾。

$$\kappa = \Lambda^{1.3} \quad (1.22)$$

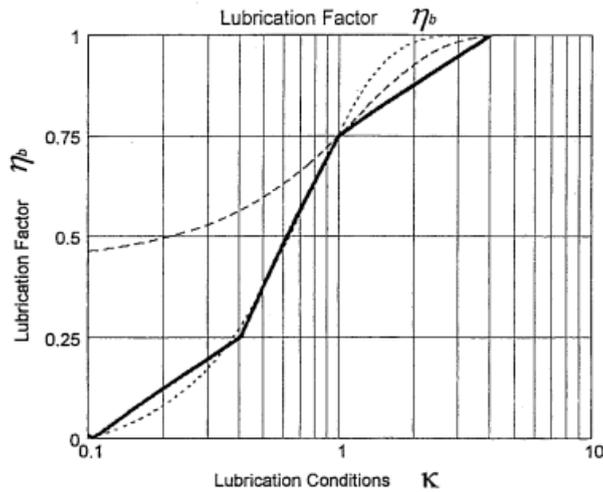


図1.3 粘度比 κ と η_b の関係 [出典：参考文献36]

η_c は固形異物の潤滑油への混入の程度を表す係数で、フィルタ条件等の潤滑油の清浄度ごとに定められた経験的な線図（図1.4）から得ることができる。

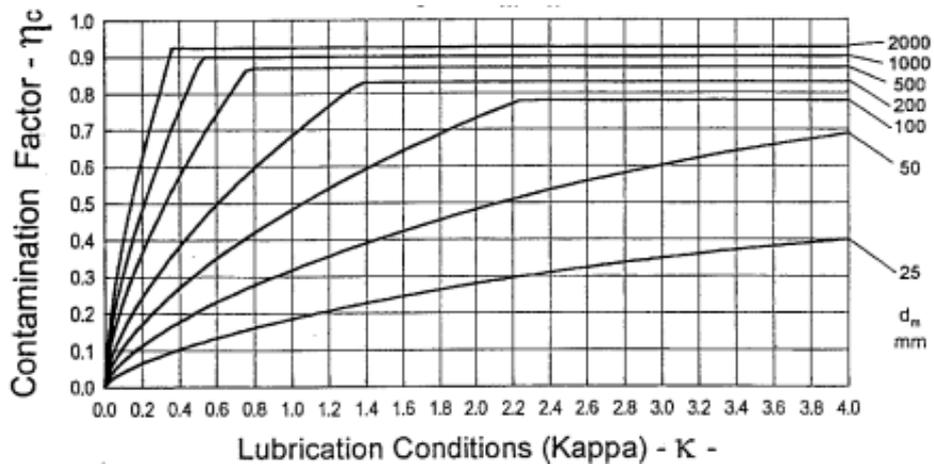


図1.4 粘度比 κ と η_c の関係の1例 [出典：参考文献36]

信頼度係数 a_1 は 1977 年以降 10% 以下の累積破損確率に対して(1.12)式の補正式が使われてきたが、1977 年以前のデータ³³⁻³⁶⁾とその後のデータ^{66,90)}から軸受の寿命分布に最小寿命が存在することを示唆する解析結果⁹¹⁾が得られ、2007 年の ISO 281:2007 では 3 母数ワイブル分布を適用した新しい信頼度係数 a_1 が定義された。(1.23)式は 2007 年の ISO 281:2007¹⁾で定義された信頼度 90% 以上の寿命を計算できる信頼度係数 a_1 であり、軸受

の最小寿命が10%寿命の0.05倍の付近にあるという過去の膨大な実験データ³³⁻³⁶⁾に基づいている。表1.3は(1.23)式で計算した信頼度90%以上での a_1 の値である。

$$a_1 = 0.95 \left(\frac{\ln(1-0.01n)}{\ln 0.9} \right)^{1/1.5} + 0.05 \quad (1.23)$$

表 1.2 90%以上の信頼度（10%以下の累積破損確率）に対する信頼度係数¹⁾

| 信頼度(%) | L_{nm} | a_1 |
|--------|-------------|-------|
| 90 | L_{10m} | 1 |
| 95 | L_{5m} | 0.64 |
| 96 | L_{4m} | 0.55 |
| 97 | L_{3m} | 0.47 |
| 98 | L_{2m} | 0.37 |
| 99 | L_{1m} | 0.25 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 99.9 | $L_{0.1m}$ | 0.093 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 99.95 | $L_{0.05m}$ | 0.077 |

1990年からISO 281:2007が制定される2007年までには、上記以外にも軸受寿命に関する多くの報告がある。例えば、ASMEのデザインガイドやIoannidesの論文とは考え方の異なる寿命の基礎式の提案⁹²⁻⁹⁶⁾、軌道輪だけでなく転動体の寿命を考慮した寿命計算⁹⁶⁻⁹⁸⁾、軸受のき裂の発生と進展に関する研究⁹⁹⁻¹⁰⁹⁾、軸受のき裂発生とその進展の基準応力とされている面内せん断（モードⅡ）のき裂進展特性の評価に関する研究^{115,116)}、転動寿命に及ぼす残留応力の影響¹¹⁷⁾、潤滑油に混入した固形異物が寿命に及ぼす影響（1.2.2項参照）、低ラムダ条件での寿命（1.2.2項参照）、転動疲労における残留応力と金属組織の変化（1.2.3項参照）に関する研究成果がある。き裂進展に関する研究については、この時期多数の報告があるため、代表的なものだけを引用した。この分野の他の文献に関しては参考文献110-114)の解説記事に網羅されている。一方、1990年以降もASTM主催の国際会議は、2007年までに1992年、1998年、2002年の計3回開催され、それぞれSTP¹¹⁸⁻¹²⁰⁾が発行された。また、日

本では、1993年に転がり疲れシンポジウムが開催され、予稿集¹²¹⁾が発行された。1990年以降の軸受寿命に関する研究動向はこれらの文献からも知ることができる。

ISO281-2007が制定されて以降、新しい寿命計算式の提案は少なくなったが、軸受寿命に関する報告は多数ある。ASTM主催の国際会議は2007年、2009年、2012年に開催され、それぞれSTP¹²²⁻¹²⁴⁾が発行された。2007年のSTP¹²²⁾では、鋼材の清浄度の評価に関する報告が多くあり、その他には水素が軸受鋼の疲労特性に及ぼす影響や転動疲労時に非金属介在物周辺に形成する白色組織（バタフライ）の発生メカニズムについて、計25件の報告があった。2009年のSTP¹²³⁾では、発表件数が12件と例年よりも少ないが、ベイナイト処理や高周波表面焼入等の熱処理が疲労特性や静定格荷重に及ぼす影響、転動による組織変化、寿命に及ぼす水素の影響等について報告があった。2012年のSTP¹²⁴⁾では、転動疲労寿命の評価方法とその関連技術の報告があり、せん断疲労特性を迅速に評価できる新しい評価方法（超音波ねじり疲労試験法）とそれを使って得られた軸受の疲労限面圧に対する考察をはじめとして、計22件の報告があった。2007年以降、上記以外にも、転動疲労時の非金属介在物周辺の組織変化（バタフライ）とその周辺で起きるき裂の発生メカニズムの研究¹²⁵⁻¹²⁷⁾、1990年以降に自動車の電装補機用軸受で見られた特異白色組織をともなう短寿命はく離の発生メカニズムの研究^{128, 143-146)}、転動体（鋼球）の残留応力を考慮したはく離発生メカニズムの研究¹²⁹⁾、振り疲労試験結果と3パラメータワイブル分布に基づく軸受寿命理論の修正に関する研究¹³⁰⁾、軸受のき裂進展のシミュレーション^{131,132)}について報告がある。

以上の転がり軸受の寿命推定式の変遷については、柴田らの解説記事¹³³⁾、佐田の解説記事^{134,135)}、転がり軸受寿命研究会の研究会報告¹³⁶⁻¹³⁸⁾、長谷の学位論文¹³⁹⁾、Tallianの過去の軸受寿命の研究がレビューされた論文^{140,141)}を参考にした。軸受のき裂の発生と進展の研究に関しては、市丸、村上、栄、木田、松田、松永の解説記事^{110-114,142)}とNéliasらの論文¹⁰⁸⁾の導入部を参考にした。

1.2.2 低ラムダ条件での転動疲労寿命に関する従来の研究

軸受のはく離は内部起点型はく離と表面起点型はく離に分けることができる。内部起点型はく離は、潤滑が良好な条件（軸受の軌道輪と転動体の表面粗さが油膜よりも十分に小さい条件）で使われた場合に起こる損傷である。潤滑が良好な条件では、軸受の油膜を介して作用する圧力は図1.5の実線で示す状態になっており、この圧力分布は、だ円接触の場合はHertzの接触理論で得られる分布に、線接触の場合はLundbergの接触理論で得られる分布にそれぞれ近似する。HertzとLundbergの接触理論については笹田の解説がある¹⁴⁷⁾。また、Hertzの論文の岡本による翻訳¹⁴⁸⁾や接触応力の計算方法についての解説^{149,150)}がある。

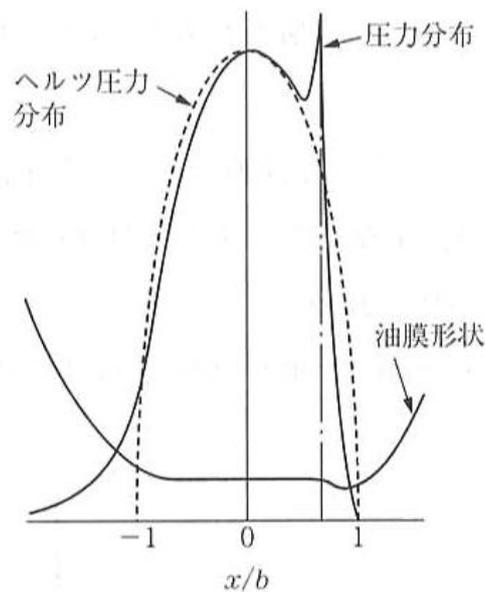


図1.5 軌道輪と転動体の接触部の潤滑油の圧力分布 [出典：参考文献151)]

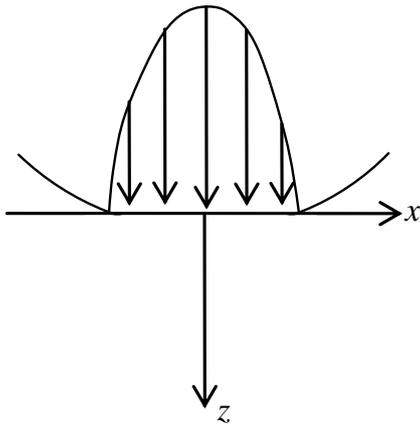
図1.6は線接触を仮定して（平面歪み応力状態を仮定して）計算した接触部直下の内部応力¹⁵²⁾である。自動調心玉軸受以外のほとんどの軸受では、接触だ円の短軸と長軸の比が0.1以下であり、図1.6の線接触を仮定した応力分布に近い応力が軌道面に繰返し作用する。図1.6から分かるように、接触部直下の垂直応力の成分はすべて圧縮応力であり、この状況は座標系を変えても変わらない。したがって、転動疲労によるき裂の発生と進展を引起こす基準応力としては、まず最初に、せん断応力、あるいは相当応力を考えるのが自然である。

平面歪み応力状態での最大せん断応力と相当応力は以下の式で計算できる¹⁵³⁾.

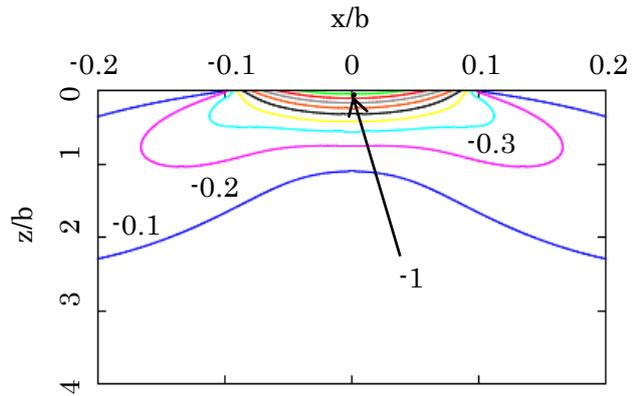
$$\tau_{45} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 / 4 + \tau_{zx}^2} \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} S_e &= \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \} + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \} + 3\tau_{zx}^2} \quad (1.25) \end{aligned}$$

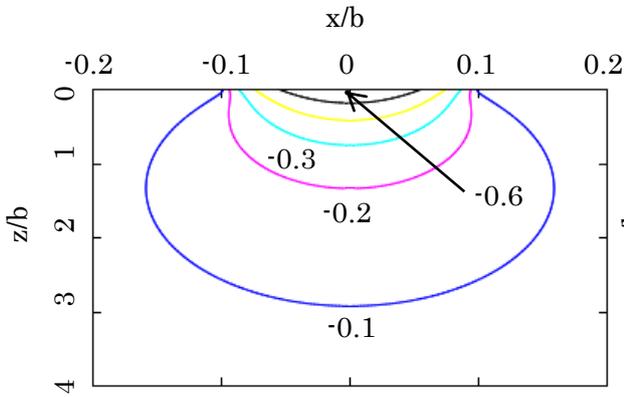
図1.7は、図1.6の応力分布から(1.24)式と(1.25)式を用いて計算した最大せん断応力 τ_{45} と相当応力 S_e の分布である。また、図1.7には接触面に平行なせん断応力 τ_{zx} の分布も示した。曾田の書籍「軸受」¹⁵⁴⁾では、ころ及び玉軸受のはく離の深さと τ_{45} の最大位置が一致するという実験結果(図1.8参照)が引用されており、当初、はく離は最大せん断応力の分布と関係しているという考え方があったという記述がある。しかし、その後の実験で、転動部の断面には転動方向に平行なき裂が主として観察されること、応力振幅としては最大せん断応力よりも接触面に平行な正負のせん断応力振幅のほうが大きくなるという計算結果(図1.9参照)を鑑み、LP理論では基準応力を τ_{zx} として理論を展開したと記述されている。最近の研究では、転動疲労によるき裂は鋼中非金属介在物の周辺に発生する最大の垂直応力(主応力)により発生し、その後のき裂の進展がせん断応力によって進むという見解が示されている¹⁵⁵⁻¹⁵⁷⁾。いずれにしても、軸受の内部起点型はく離は、表面より内部にある繰返し応力が原因で起こる損傷であり、材料内部の非金属介在物等の欠陥の存在によって加速される。



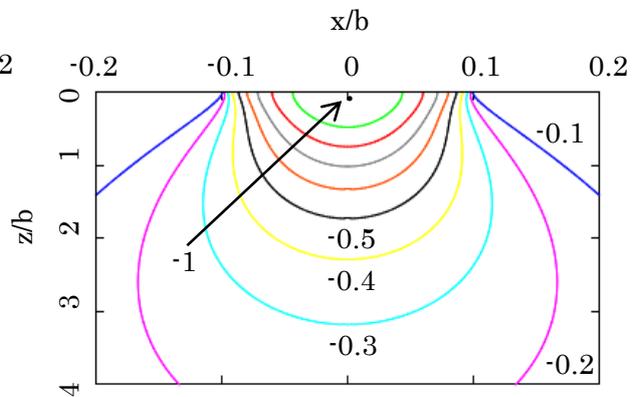
(a)座標系(y方向は紙面の奥行方向)



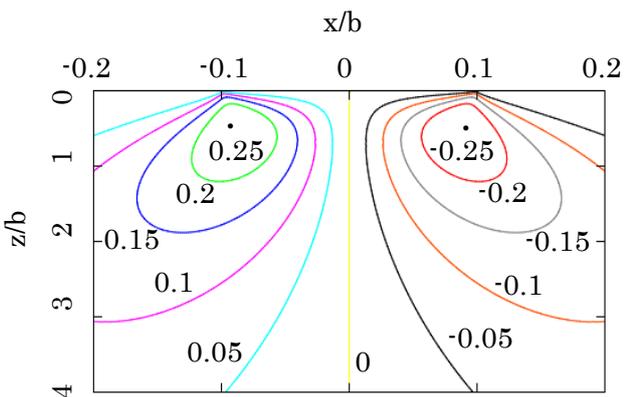
(b) σ_x/P_{\max}



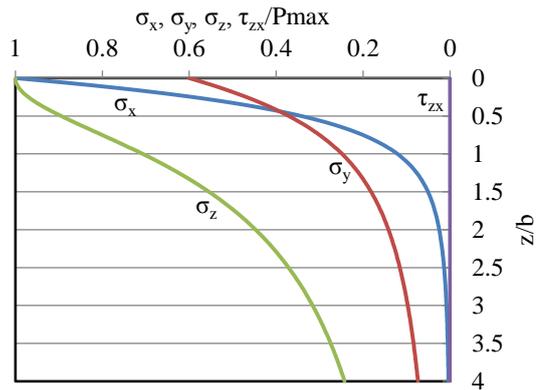
(c) σ_y/P_{\max}



(d) σ_z/P_{\max}



(e) τ_{zx}/P_{\max}



(f) $x=0$ における σ_x , σ_y , σ_z , τ_{zx}

図1.6 線接触を仮定して計算した接触部直下の内部応力

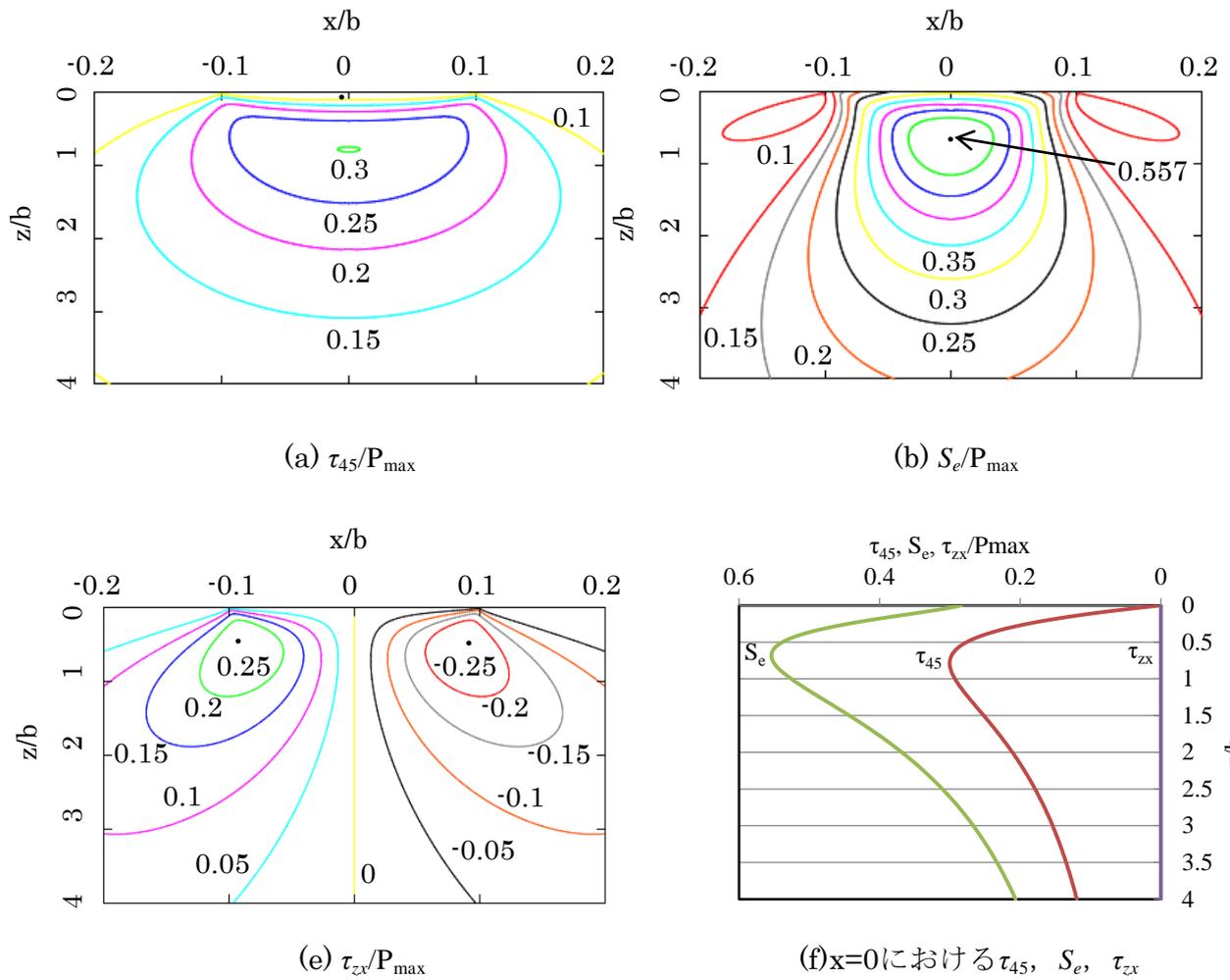


図1.7 最大せん断応力 τ_{45} 、相当応力 S_e 、接触面に平行なせん断応力 τ_{zx} の分布

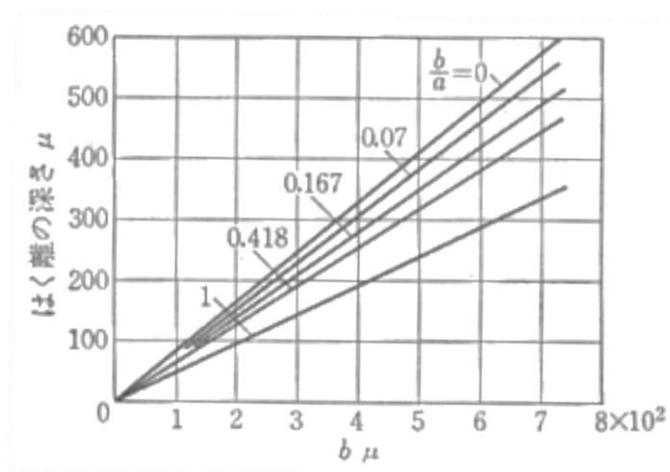


図1.8 はく離の深さと最大せん断応力 τ_{45} の最大位置の関係 [出典：参考文献158]

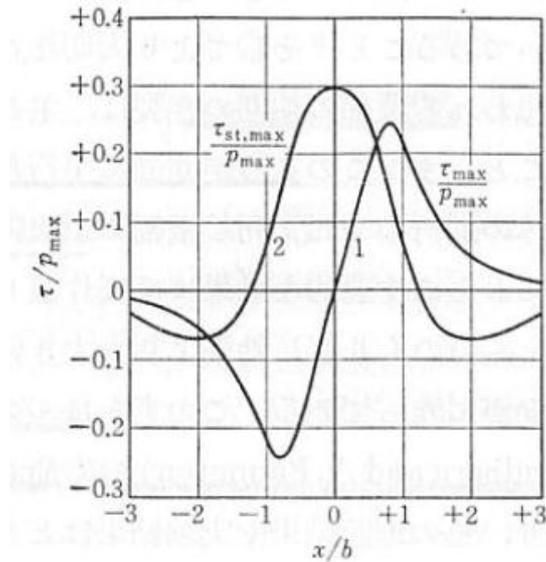


図1.9 最大せん断応力 τ_{45} が最大となる深さ（ $0.786 \times$ 接触だ円短軸半径）での τ_{45} の分布と
 接触面に平行なせん断応力 τ_{zx} が最大となる深さ（ $0.5 \times$ 接触だ円短軸半径）での τ_{zx}
 の分布 [出典：参考文献159]

仮に、接触面直下に非金属介在物（図1.10）等の応力集中源が存在した場合、接触面直下の内部応力が弾性限度以下であっても、介在物周辺の応力集中部からき裂が発生することがある。また、介在物周辺に発生した初期き裂は、非金属介在物の寸法が大きいほど、き裂周辺での応力拡大係数が大きくなるため、き裂進展のリスクが高くなり、はく離にいたることがある。近年の軸受材料の清浄度はほぼ限界まで向上（図1.11）しており、内部起点型はく離の寿命は飽和する傾向がある（図1.12）。そのため、内部起点型はく離への対策としては、非金属介在物の分布を管理し寿命のばらつきをなくす取り組み¹⁶¹⁾や非金属介在物周辺の応力集中を軽減する試み^{156,162)}が進められている。



(a)MnS

(b)Al₂O₃

(c)TiN

図1.10 鋼中非金属介在物の例

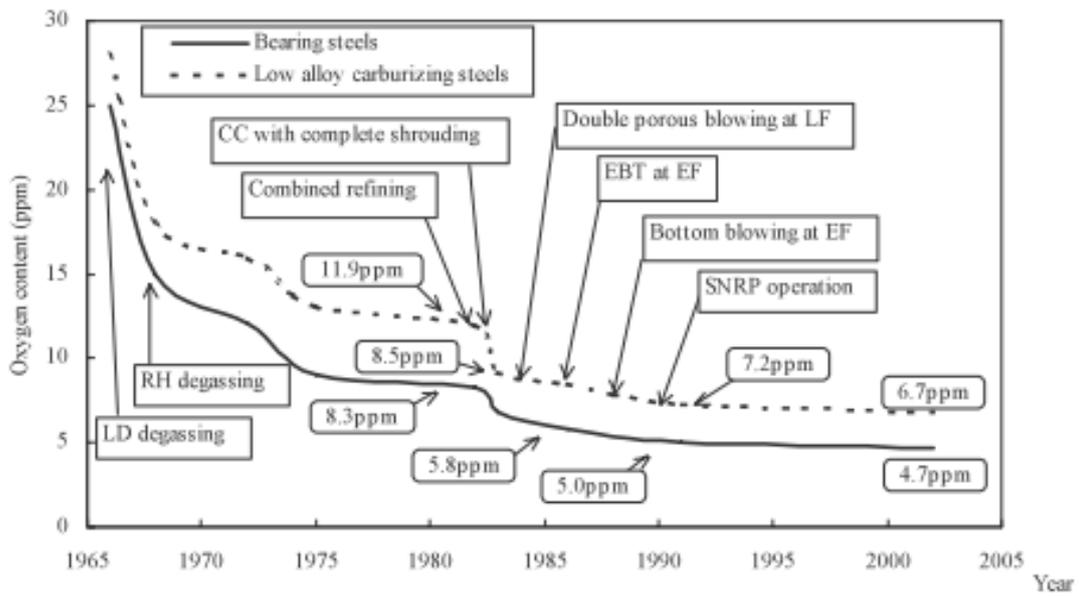


図1.11 軸受材料の清浄度の推移 [出典：参考文献160]

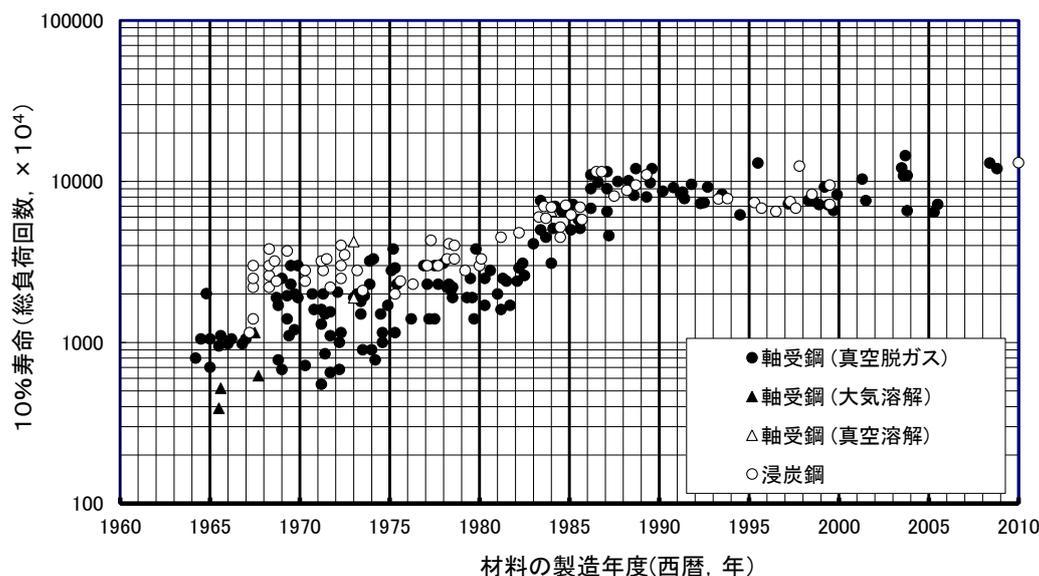


図1.12 軸受材料の寿命の推移

材料の清浄度の改善によって内部起点型はく離の寿命が向上している中、問題視されるのが表面起点型はく離である。表面起点型はく離は、潤滑油中に混入した固形異物が原因で形成した圧こん周辺の盛り上がり高さが油膜厚さよりも大きい場合（以下、異物混入条件）、あるいは軌道面と転動面の表面粗さの突起高さが油膜厚さよりも大きい場合（以下、低ラムダ条件）に起こる。異物混入条件での表面起点型はく離の損傷の形態としては、数10～数100 μm の微小き裂と微小はく離の集合（図1.13参照。以下、ピーリング）と圧こん周辺を起点に進行するはく離（図1.14参照。以下、圧こん起点型はく離）の2種類がある。ピーリングは、軌道面と転動面の表面粗さの突起が直接接触することによって起こる損傷で、表面粗さが大きい転動部品を転動させたときや、異物の噛みや摩耗による軌道面と転動面の面荒れが起こる条件で発生する。一方、圧こん起点型はく離は、比較的大きな圧こんが形成されたときに起こるはく離形態であり、圧こん周辺の盛り上がり部で高い応力が繰返し作用することで発生するはく離である。

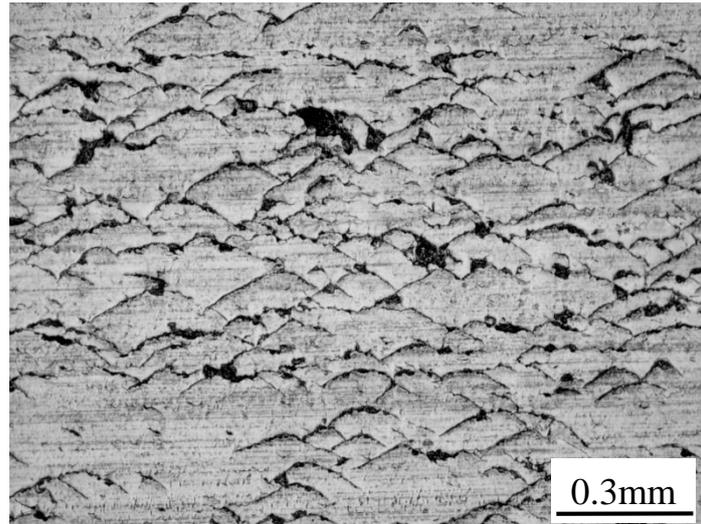


図1.13 ピーリングの例

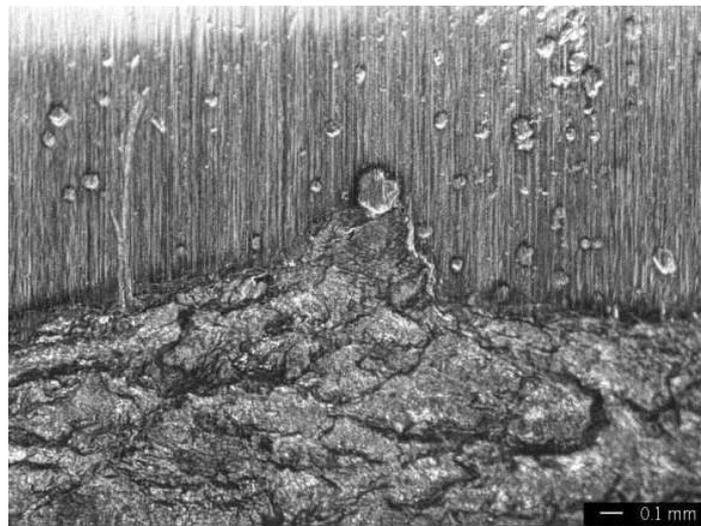


図1.14 圧こん起点型はく離の例

異物混入条件での表面起点型はく離の実験的な研究としては、古くは、岡本ら¹⁶³⁾、Loewenthalら¹⁶⁴⁾、Saylesら¹⁶⁵⁾、Lorösch¹⁶⁶⁾の報告がある。岡本ら¹⁶³⁾は、アルミナのような硬質異物が混入する場合、寿命は1/10にまで低下するものがあること、運転初期に異物が混入するとその後異物を除去しても寿命は大きく変化しないことを報告している。Loewenthal¹⁶⁴⁾ら、Saylesら¹⁶⁵⁾は潤滑油のフィルタと寿命との関係について報告し、Saylesらの報告では岡本らの報告¹⁶⁵⁾と同じように、試験途中でフィルタの条件を変えても初期の

異物混入条件で寿命が決まることを報告している。Lorösch¹⁶⁶⁾は異物による圧こんの深さが大きいほど寿命が低下すること、同じ圧こん寸法でも軸受サイズが小さいほど寿命低下が著しいことを報告している。1990年以降では、異物の性質（大きさ、材質、硬度）や荷重条件が圧こん起点型はく離寿命に及ぼす影響¹⁶⁷⁻¹⁷⁰⁾、固形異物による圧こんの形成過程やその形成過程が圧こん起点型はく離寿命に及ぼす影響¹⁷¹⁻¹⁷³⁾、接線力が圧こん起点型はく離寿命に及ぼす影響^{174,175)}、油膜厚さが圧こん起点型はく離寿命に及ぼす影響¹⁷⁶⁻¹⁷⁸⁾についての報告がある。

圧こん周辺に作用する応力の計算に関しては、Chiu¹⁷⁹⁾、Lubrecht¹⁸⁰⁾らの報告がある。Chiu¹⁷⁹⁾は圧こん形状を単純なモデル（線きず）にして、その周辺に作用する応力集中を計算できるようにした。Lubrecht¹⁸⁰⁾は、圧こんの大きさ、圧こんの深さ、接触圧力条件に対して圧こん周辺の応力を計算し、寿命の低下を予測している。Ai¹⁸¹⁾は、高速フーリエ変換（FFT）を用いて真実接触部の接触応力分布を計算し、圧こんがついた表面に対して接触応力の分布の計算例を示している。2007年に制定されたISO 281:2007¹⁾では、これまでの圧こん起点型はく離寿命の研究成果を考慮し、油膜形成の程度を表す粘度比、フィルタの能力、軸受内径寸法から異物混入条件での寿命低下を推定できる線図（図1.4）が用意されている。軸受の用途によっては、メッシュフィルタやマグネットで固形異物が除去できないことがあり、その場合、材料や熱処理による対策が必要になる。材料や熱処理による圧こん起点型はく離対策の研究は海外での報告例は少ないが、日本では軸受メーカー各社から報告がある¹⁸²⁻¹⁸⁶⁾。なお、異物混入条件での表面起点型はく離に関する解説記事としては田中¹⁸⁷⁾の記事がある。

一方、低ラムダ条件での表面起点型はく離の研究としては、Way¹⁸⁸⁾の先駆的な研究がある。Wayは1935年の論文で表面粗さが粗い場合、あるいは油膜に対して表面粗さが大きい場合にはく離が発生しやすくなることを実験で示した。なお、Wayの実験事実のまとめは参考文献189)にある。前項でも述べたように、1960年以降、EHL理論が確立され、この理論で計算した油膜厚さと軸受寿命との関係が研究されるようになった。Tallianは油膜厚さと軸受寿命の関係を初めて報告したが、その論文の中でラムダが1前後で寿命曲線が変化し、

ラムダが1以下では表面起点型はく離が発生する可能性がある³⁷⁾。また，Andersonら¹⁹⁰⁾はラムダが1以下で表面起点型はく離，ラムダが1以上5以下で表面と内部起点の両方のはく離，ラムダが5以上で内部起点型はく離だけが起こると述べている。また，Vassenら¹⁹¹⁾はラムダが1以下で表面起点型はく離，ラムダが1以上で内部起点型はく離が起こると述べている。Dannerら¹⁹²⁾は，ASMEの線図では示されていない0.5以下の小さなラムダでの寿命を研究している。図1.15はころ軸受におけるラムダと寿命の関係の実験結果である。寿命はラムダが大きくなるほど長くなる傾向があるものの，ラムダに対する寿命のばらつきは大きい。これは寿命がラムダだけでは一義的に決まらず，その他の影響も考慮する必要があることを示唆している。

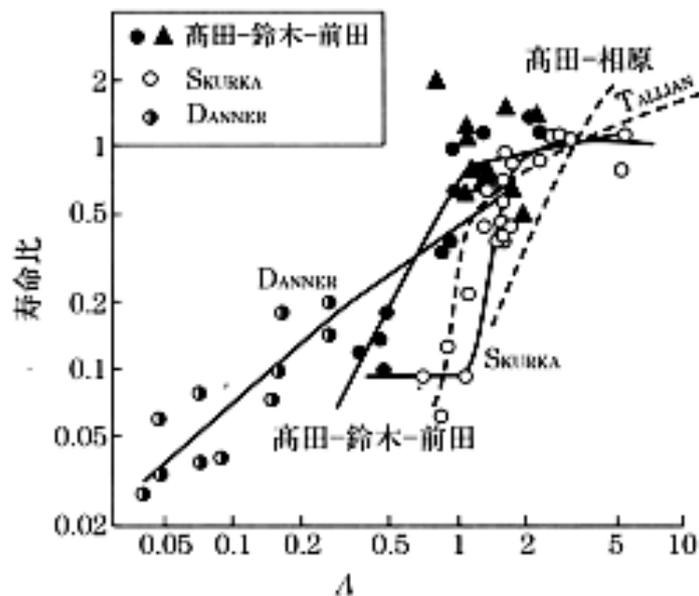


図1.15 ころ軸受のラムダと寿命の関係 [出典：参考文献193]

Tallianら¹⁹⁴⁾やLiuら¹⁹⁵⁾は，表面粗さの二乗平均平方根粗さだけでなく，二乗平均平方根傾斜も寿命と関係しているという実験結果と解析結果を示している。Liら¹⁹⁶⁾は表面粗さの突起接触の過酷度をマイクロ形状指数（二乗平均平方根粗さと相関距離と呼ばれる粗さの周期との比）というパラメータで表し，寿命がラムダだけでなく，表面粗さの突起接触の過酷度にも影響を受けることを報告している。1980年以降，McCool^{197,198)}は表面粗さの突起接触の過酷度を表面粗さの測定結果から評価するため，表面粗さの突起接触の過酷度を評

価できるGreenwood-Williamsonのモデル¹⁹⁹⁾の3変数(突起密度, 突起高さの分散, 突起曲率)を, 表面粗さのパワースペクトルから求める方法を提案した. 一方, 表面粗さの突起接触の状態を数値計算により評価する方法としては, Websterら⁸⁴⁾, Ioannidesら⁸⁵⁾, Trip-Ioannides⁸⁶⁾, Lubrechtら⁸⁷⁾, Harris-Barnsby⁸⁸⁾, Aiら¹⁸¹⁾の報告がある. また, 表面粗さの各種パラメータが低ラムダ条件の寿命に及ぼす影響については, 赤松らによる実験的な研究がある²⁰⁰⁻²⁰⁶⁾.

上述のように, 低ラムダ条件での転動疲労は, ラムダだけでなく, 表面粗さの突起接触の条件にも影響を受ける現象である. また, 軌道面と転動面では塑性変形と摩耗が転動中に進行するため, ラムダや表面粗さの突起接触の条件が転動中にリアルタイムに変化する複雑な現象である. 現時点で最新のISO 281:2007¹⁾の寿命計算式でも, 転動中のラムダや表面粗さの突起接触の条件を詳細に考慮した寿命推定はできない. 低ラムダ条件での転動疲労のメカニズムの解明と寿命推定方法の確立は, 軸受メーカーにとって永遠の課題ともいえるべき研究テーマである.

1.2.3 X線分析を用いた転動疲労の評価に関する従来の研究

軸受の軌道面と転動面では、数GPaの高い接触応力が繰返し作用する。また、潤滑が良好でない場合、軌道面と転動面の表面粗さの接触部（以下、真実接触部）ではさらに高い接触応力が作用する（図1.16）。転がり軸受の軌道面下では、接触応力の繰返しによって、組織変化、硬度変化、残留応力の生成をともなう疲労が進行する。

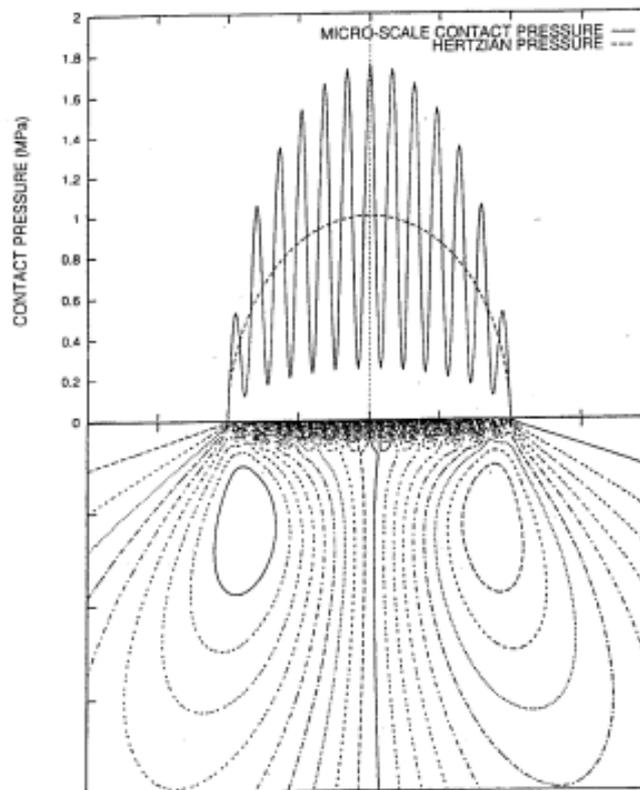


図1.16 表面粗さの突起が接触するときの接触部直下の内部応力 [出典：参考文献83]

転動疲労による組織変化は1946年のJones²⁰⁷⁾によってはじめて観察された。Jonesは接触下に黒く腐食されやすい組織（Dark Etching Region : DER）が分布していることを示し、その領域の硬度が組織変化を起こしてない領域よりも低硬度であったと報告している。1960年、黒田²⁰⁸⁾は電子顕微鏡を使ってDERを観察し、炭化物の分散状態からDERが下ベイナイトに近い組織であると報告している。また、その硬度は組織変化を起こしてない領域よりも高硬度であったというJonesと異なる実験結果を報告している。1960年～1990年まで

の間、転動疲労による組織変化、硬度変化、残留応力の変化に関する研究が数多くなされている²⁰⁸⁻²¹⁹。1996年、Voskampは転動疲労による組織変化と残留応力の変化を、従来よりも詳細かつ系統的に調査し、学位論文²²⁰)にまとめた。その学位論文によると、潤滑が良好な条件では（内部起点型はく離が起こる条件では）、3段階の過程を経てはく離に至るとされている（図1.17）。また、転がり接触下では、第3段階に入ると、負荷回数が増えるにつれて、DER、30度に傾いて分布する白く腐食されにくい層（White Etching Band:WEB、論文中では30度のWEBはLABsと定義されている）、80度に傾いて分布するWEB（論文中では80度のWEBはHABsと定義されている）の順に組織変化が起こることが示されている（図1.18）。第1段階は、 10^3 回程度の回転回数で、加工硬化と残留圧縮応力の生成が進行し、しだいに軌道面下の塑性変形が圧縮残留応力によって妨げられるため、塑性変形が進行しなくなる（以下、この状況をシェイクダウンと呼ぶ）。第2段階は、シェイクダウン後に弾性範囲内の応力の負荷が繰り返される安定状態であり、組織変化、硬度変化、残留応力の変化がほとんど起こらない状態である。第3段階は、荷重条件にも依存するが 10^5 回以降であり、加工軟化をともなう組織変化（DERの生成と拡大、LABsの生成、HABsの生成が順次見られる）と残留応力の変化が生じ、はく離の発生確率が上昇する。なお、第1段階のシェイクダウンに至る回転回数は 10^3 回程度で接触面圧にはほとんど依存しないが、第2段階の安定段階の回転回数と第3段階のはく離にいたるまでの回転回数は接触面圧が大きいほど短くなる（図1.19）。

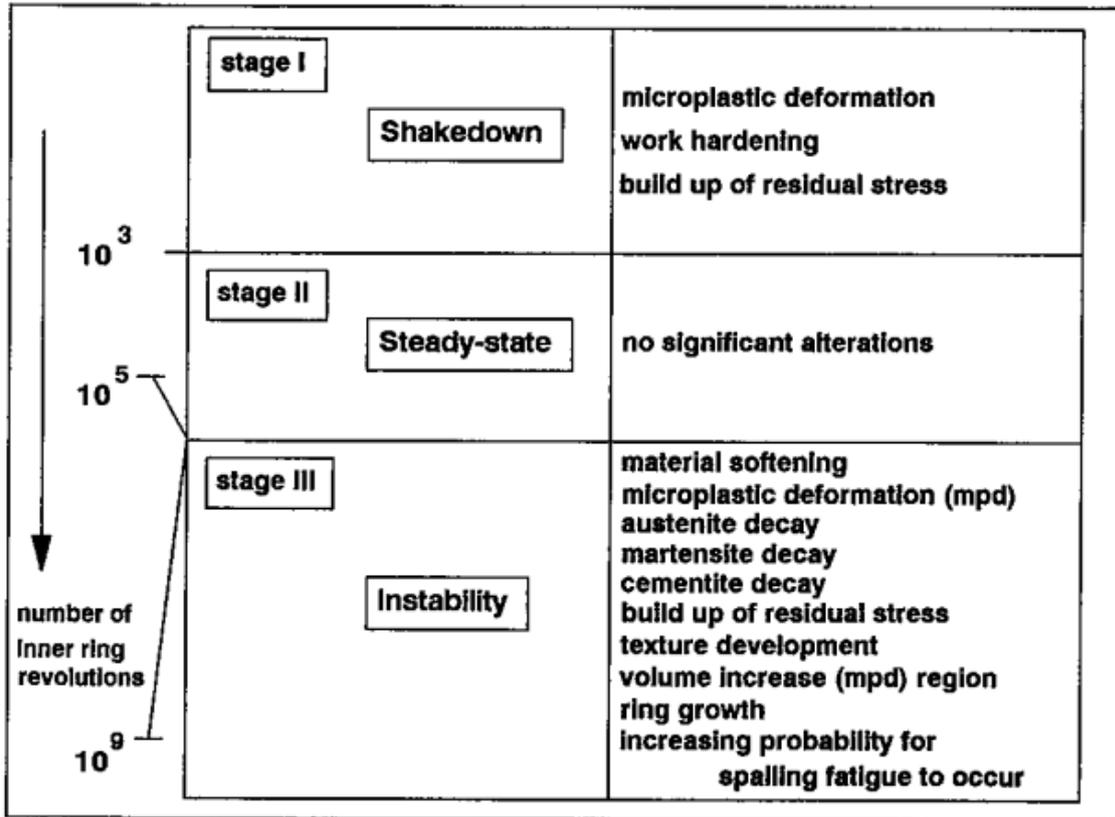
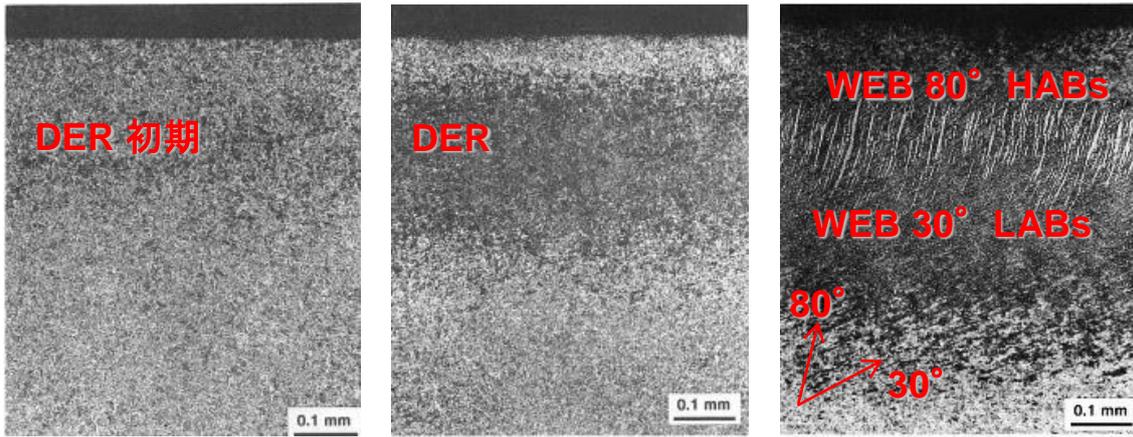


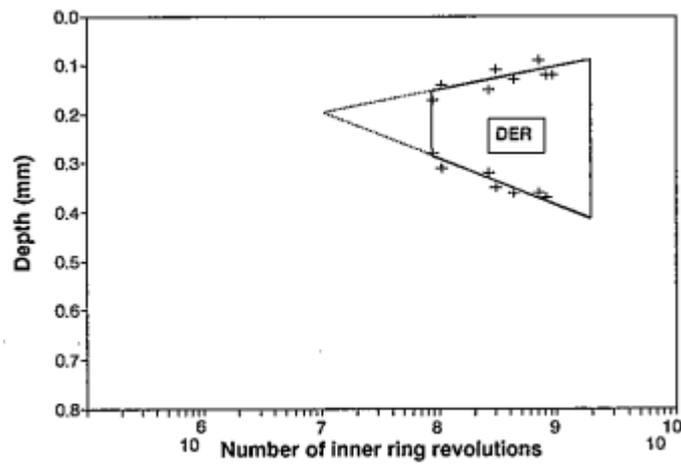
図1.17 はく離に至るまでの3段階の過程 [出典：参考文献220]



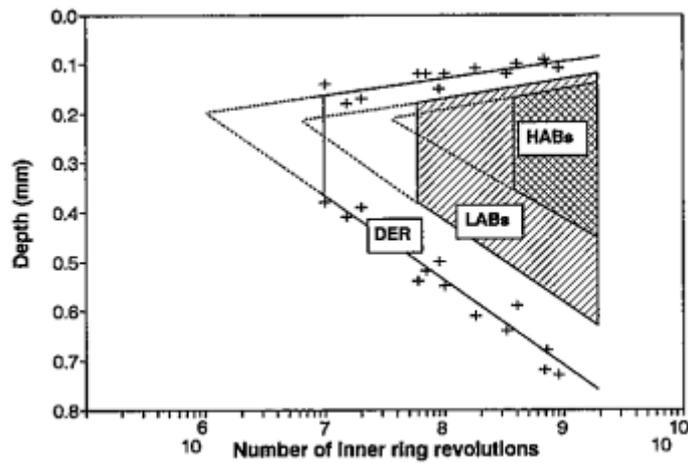
(a) 転動初期

(b) 転動中期

(c) 転動後期



(d) 最大接触応力3.2GPaでの表面からの深さ，回転回数，組織変化の関係



(e) 最大接触応力3.7GPaでの表面からの深さ，回転回数，組織変化の関係

図1.18 転動中の組織変化の過程 [出典：参考文献220)]

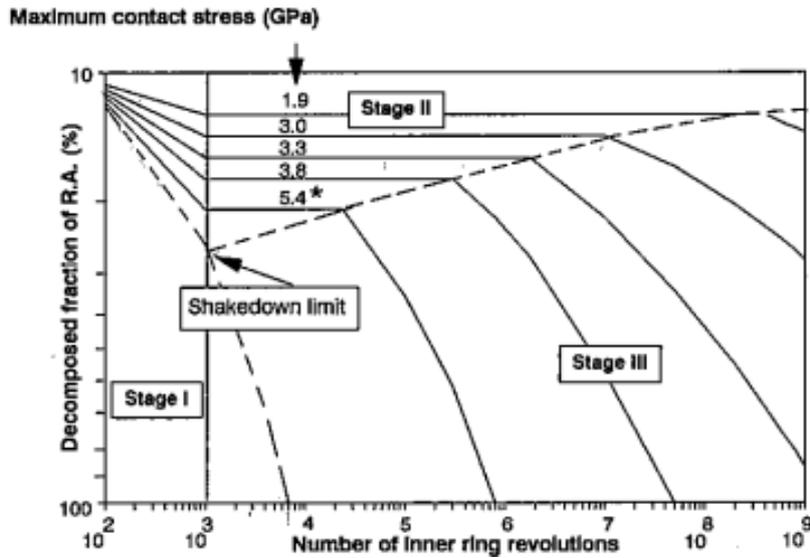


図 1.19 接触応力ごとの回転回数と残留オーステナイト量の変化

[出典：参考文献 220)]

上述のように、内部起点型はく離における転動疲労のメカニズムを組織変化、硬度変化、残留応力の変化から明らかにする研究は、古くから多くの研究者によって行われてきた。一方、1980年以降に、表面起点型はく離が起こる低ラムダ条件での転動疲労の進行度（以下、疲労度）を、X線応力測定装置で得られる分析値から推定する研究が行われている²²¹⁻²²⁵。低ラムダ条件での疲労度推定の研究では、X線応力測定装置を使った分析（以下、X線分析）が用いられることが多いが、これは低ラムダ条件での転動疲労が表面粗さ形状の周期と同程度の深さ（数10 μ mの深さ）で起こる現象のため、断面組織観察や断面硬度測定による評価が難しいことに一因がある。X線分析による軸受の疲労度推定は、はく離の発生を待つことなく転動疲労の進行状況を定量的に推定できる可能性がある技術であり、転動疲労の評価のスピードアップへの貢献が期待できる。また、表面の疲労度が大きい軸受は潤滑条件が悪い条件で使用されていたことを逆説的に推定できることから、X線分析による軸受の疲労度推定は軸受の破損解析にも応用できる技術である。さらに、近年ではポータブルタイプのX線分析装置も開発されていることから^{226,227}、軸受の定期点検時にX線分析が可能であれば、使用中の軸受の使用可否や交換時期の判断にも利用できるであろう。

一方、X線分析値から推定した疲労度から軸受の余寿命を推定する試みがある²²⁸。これ

は、現在の軸受の疲労度から、その後の軸受の破損時間を定量的に推定するという内容である。疲労度と余寿命は混同されやすいが、その違いは線形累積損傷則²²⁹⁾ (パルムグレン・マイナー則) を表す(1.26)式を見ると理解しやすい。

$$\frac{N_1}{L_1} + \frac{N_2}{L_2} + \dots + \frac{N_i}{L_i} + \dots + \frac{N_n}{L_n} = 1 \quad (1.26)$$

(1.26)式は、応力振幅での寿命を $L_1, L_2 \cdots L_i \cdots L_n$ としたときに、それぞれの応力振幅で $N_1, N_2, \dots, N_i \cdots N_n$ 回の負荷を受けた際、それぞれの寿命に対する負荷の比の線形和が1に達した時に寿命を迎えるとする経験式である。なお、この経験式はLP理論の中でも採用されている。この式では、左辺の破線内がある使用条件でどの程度の時間使用されたかを表す疲労度であり、左辺の最後の項の N_n がその後どのくらいの時間使用できるかを表す余寿命になる。この式から明らかなように、余寿命は疲労度((1.26)式中の破線内)とその後の使用条件によって決まる寿命 L_n が既知でなければ推定できない。したがって、疲労度推定では、(1.26)式の破線内の疲労度をX線分析値から正確に推定する方法を考案することが課題であり、余寿命推定では、X線分析値による正確な疲労度推定に加えて、使用条件からこの先の寿命を予測する方法を考案することが課題になる。

X線分析を使った疲労度推定では、転動方向の垂直応力、残留オーステナイト量(以下、残留 γ 量)、X線回折ピークの半価幅(以下、半価幅)の転動疲労による変化を利用した研究例が多い。転動疲労は、図1.6に示す3軸応力が繰返されて進行するため、3軸の残留応力から疲労の進行を考察すべき現象であると考えられる。しかし、3軸の残留応力から疲労度について考察した研究は少ない。Maedaらは表面起点型損傷が発生する2円筒試験の試験片の転動面の $2\theta - \sin^2\psi$ の関係図において、3軸応力の存在を示す ψ スプリットが現れることを報告しているが²³⁰⁾、3軸残留応力と疲労度の関係については述べていない。一方、X線分析を使った余寿命推定²²⁸⁾は、既に寿命が推定されている特定の条件(ピーリングが発生する表面粗さの組合せや固形異物が潤滑油に混入する条件)で転動試験を行い、一定時間ごと

にX線分析を行うことで、疲労度、X線分析値、寿命の関係をデータベース化した結果（図1.20）に基づいている。この種の余寿命推定は、ある特定の試験条件でのデータベースに基づいているため、他の条件には適用できないという問題がある。どのような条件にも使用できる普遍的な余寿命推定方法の確立が望まれている。

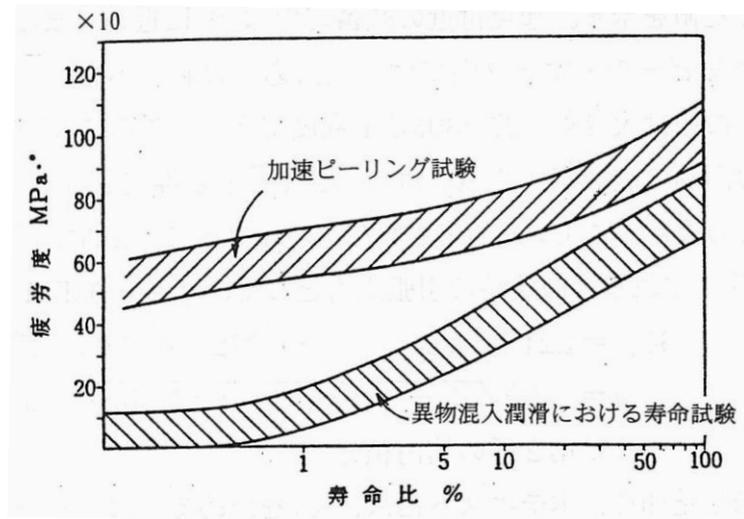


図 1.20 ピーリング発生条件と固形異物が潤滑油に混入する条件で得られた疲労度と寿命比の関係 [出典：参考文献 228)]

1.2.4 転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈に関する従来の研究

軸受の寿命はワイブル分布に従うとされており^{11,12)}、そのばらつきは極めて大きく、ばらつきを示すワイブルスロープ（ワイブル分布の母数の1つ）は1.1~1.5と推定されている^{11,12,231)}。図1.21はワイブルスロープに対して90%寿命と10%寿命の比を計算した図である。この図から、ワイブルスロープが1.1と1.5では、90%寿命と10%寿命の比はそれぞれ16.5倍と7.8倍になる。これは、軸受の寿命試験では10個の寿命データの中にそれぞれ16.5倍と7.8倍の差があるデータが含まれることを示している。この事実から推測されるように、軸受の寿命試験では、データのばらつきが大きいため、試験の計画とデータの解釈を統計的根拠に基づいて合理的に進めなければ、間違った結論を導いてしまうリスクが他の試験よりも高い。

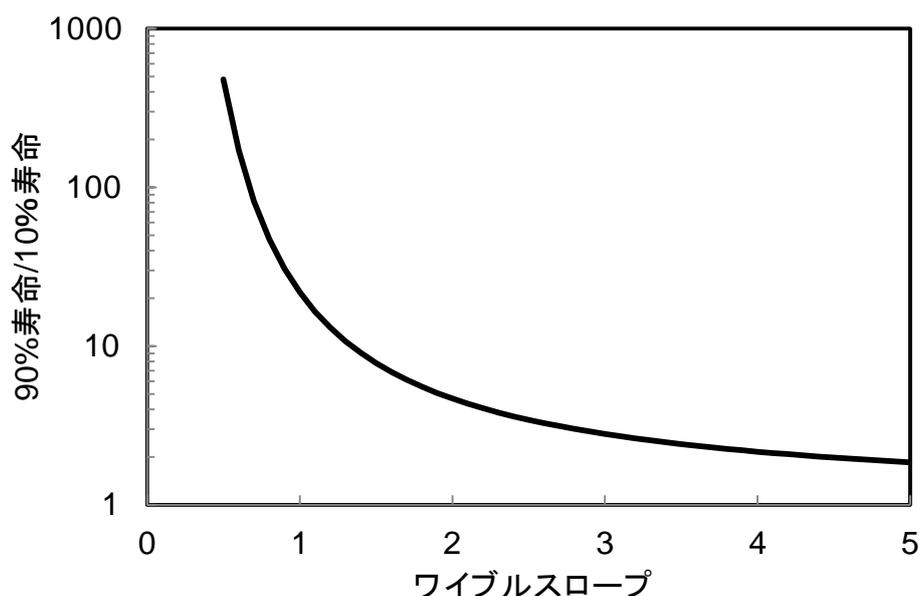


図 1.21 ワイブルスロープと 90%寿命/10%寿命の関係

Johnson は、ワイブル分布に従う寿命のデータ（以下、個々の試験片の寿命を寿命データと呼ぶ）をワイブル確率紙上にプロット（以下、ワイブルプロット）し、累積破損確率ごとの寿命を推定する方法について研究した。Johnson の著書²³²⁾では、Johnson 法と呼ばれる寿命データと試験を途中で打切ったときのデータが混在した場合のメディアンラ

ンクの計算方法，推定寿命の有意差検定，信頼幅の計算方法，試験を短縮するサドンテストの方法，それらの方法に対する数学的基礎がまとめられている．軸受の寿命データの処理や推定寿命の有意差検定は，Johnson の書籍の方法に基づいて行われることが多い．しかし，この書籍では各種計算を特定の条件で作成した線図と表を用いて行うため，すべての条件での計算を行うことができないという問題があった．なお，Johnson の著書は岡本-吉岡によって日本語に訳されている²³³⁾．また，ワイブルプロットの手順については多くの解説記事がある²³⁴⁻²⁴¹⁾．

寿命試験では有限時間で破損が生じないことがあり，ワイブルプロットによる寿命データの処理ができないことがある．この場合の寿命データの処理としては，破損数が 0 の場合は付録 3 に示す方法があり，破損数が 3 個より少ない場合は最尤法やベイズ法を用いる方法^{236,242-245)}がある．しかし，これらの方法は，その使用に数理統計学の知識が必要であるため，一部の専門家にしか用いられていない．以上のように，寿命データの解析では，ワイブルプロットで推定した寿命の有意差検定をすべての条件で実施できる方法と，ワイブルプロットによる寿命推定ができないときの寿命データの解釈を，初心者でも合理的に進めることができる方法が望まれている．

一方，寿命試験の計画に関しては，試験時間を短縮する方法に関する研究^{246,247)}，試験個数の設定に関する研究^{248,249)}があるものの，それらの知見を使った寿命試験の計画は行われていない．この原因は，研究内容の理解に数理統計学の知識が必要であり，初心者が十分に理解して使用することが難しいこと，文献に具体的な問題に対する適用事例が少ないことが一因と考えられる．転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈を専門的な知識がなくとも，統計的根拠に基づいて進めることができる具体的な方法論が求められている．

1.3 本論文の目的と構成

本論文の目的は、以下の3つの研究を通じて得られた転動疲労寿命に関する重要な知見を整理し、転がり軸受の寿命研究の発展ならびに転がり軸受の性能向上につなげることである。

2章 低ラムダ条件での転動疲労寿命の研究

3章 X線残留応力測定法を用いた転動疲労メカニズムの研究

4章 転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈に関する研究

1章では上記の研究の背景を明確にするため、関連の研究の歴史を概説した。

2章では低ラムダ条件でのスラスト玉軸受の転動疲労寿命試験について説明する。荷重、表面粗さの組合せ、回転数、負荷速度等を変更した転動疲労寿命試験を系統的に行い、低ラムダ条件での転動疲労寿命に影響を及ぼす各種要因について考察する。

3章では近年開発された新しい原理のX線残留応力測定装置を用いて転動疲労の評価を行った結果について説明する。近年開発されたX線残留応力測定装置は、X線回折環全体の分析が可能になったことで、3軸応力や結晶配向等新しい視点からの転動疲労の評価が可能になった。本章では、この新しいX線残留応力測定装置を使って、低ラムダ条件で転動させた円筒を分析した結果を示す。また、その分析結果に基づいて転動疲労の進行について考察する。

4章では、転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈を専門的な知識がなくても統計的根拠に基づいて進めることができる方法について研究する。本研究では、ワイブル乱数を利用して疑似的な寿命試験を行い、その結果に基づいて試験の計画とデータの解釈を進める。

5章は、本論文の総括であり、2~4章の研究成果をまとめる。

1 章の参考文献

- 1) ISO281-2007: Rolling bearings –Dynamic load ratings and rating life, (2007).
- 2) E. Zaretsky, J. Poplawski, & S. Peters: Comparison of life theories for rolling-element bearings, *Tribology Transactions*, 39, 2 (1996) 237.
- 3) S. Shimizu: Fatigue limit concept and life prediction model for rolling contact machine elements, *Tribology Transactions*, 45, 1 (2002) 39.
- 4) K. Tosha, D. Ueda, H. Shimode, & S. Shimizu: A study on P-S-N curve for rotating bending fatigue test for bearing steel, *Tribology Transactions*, 51, 2 (2008) 166.
- 5) J. Poplawski, S. Peters, & E. Zaretsky: Effect of roller profile on cylindrical roller bearing life prediction - part II comparison of roller profiles, *Tribology Transactions*, 44, 3 (2001) 417.
- 6) A. Palmgren: *Ball and roller bearing engineering* 1st ed., SKF Industries, Philadelphia (1945).
- 7) 清水茂夫: 転がり機械要素－寿命分布と信頼性 39 年, 月刊トライボロジー, 1 (2009) 15.
- 8) 岡本純三: 転がり軸受の寿命研究の歴史, 転がり疲れシンポジウム予稿集－日本の転がり疲れの研究はここまできている－, 日本トライボロジー学会, (1993) 11.
- 9) NTNカタログ: ベアリングの健康管理, CAT. No3017/J.
- 10) 例えば, NTNカタログ: 転がり軸受 総合カタログ, CAT.No.2202-X/J.
- 11) G. Lundberg, & A. Palmgren: Dynamic capacity of rolling bearing, *Acta Polytechnica* 7, *Mechanical Engineering Series*, 1, 3 (1947).
- 12) G. Lundberg, & A. Palmgren: Dynamic capacity of roller bearing, *Acta Polytechnica* 96, *Mechanical Engineering Series*, 2, 4 (1952).
- 13) R. Stribeck: Kugellager für beliebige belastungen, *VDI Zeitschrift*, 45 (1901) 73.
- 14) R. Stribeck: Die wesentlichen eigenschaften der gleit-und rollenlager, *VDI Zeitschrift*, 46 (1902) 1341.
- 15) 吉武立雄 編訳: 現在軸受の誕生 Stribeck 曲線はいかにして築かれたか, 新樹社, (2003).

- 16) J. Goodman: Proc. Inst. Auto., Eng., 8 (1913) 107.
- 17) A. Palmgren: Die lebensdauer von kugellagern (The durability of ball bearings) , VDI Zeitschrift, 68 (1924) 339.
- 18) H. Stellrecht: Die belastbarkeit der wälzlager (The load carrying capacity of roller bearings), Springer, (1928).
- 19) A. Palmgren: Ball & Roller Brg. Eng., 2nd Ed.. Burbank, (1945) 68.
- 20) G. Lundberg, A. Palmgren, & E. Bratt: Statische Tragfähigkeit von Wälzlagern, Die Kugellager Zeitschrift (SKF), Heft3 (1943).
- 21) A. Palmgren, G. Lundberg, & B. Anderson: Die abhängigkeit der statischen tragzahl von der halte, Die Kugellager Zeitschrift (SKF), (1945).
- 22) ISO recommendation R76-1958: Ball and rollere bearing-methods of evaluating static load ratings, (1958).
- 23) ISO76-1987: Rolling bearings –Static load ratings, (1987).
- 24) 石井章夫: ISO76(転がり軸受の静定格荷重)に関する技術報告書ISO/TR10657(草案), NTN Technical Review, 59 (1991) 65.
- 25) ISO76-2006: Rolling bearings –Static load ratings, (2006).
- 26) H. Neuber, Kerbspannungslehre (Theory of stress inFillets), Springer, Berlin, (1937).
- 27) L. Föppl, & K. Huber: Der gültigkeitsbereich der elasticitätstheorie, (Range of validity of the theory of elasticity), Forschung, 16, 12 (1941).
- 28) W. Weibull: A statistical theory of strength of materials, IVA Handlingar (Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, Proceedings), 151 (1939).
- 29) W. Weibull: A phenomenon of rupture in solids, IVA Handlingar (Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, Proceedings), 153 (1939).
- 30) 岡本純三: ころがり軸受・ころ軸受の動的負荷容量 Lundberg-Palmgren理論の詳解, 千葉大学工学部機械工学科機械要素講座, (1988).

- 31) ISO/R281-1962, Rolling bearings –Methods of evaluating dynamic load ratings, (1962).
- 32) ISO281/I-1977: Rolling bearings - Dynamic load ratings and rating life- Part 1 : Calculation methods, (1977).
- 33) T. Tallian: Weibull distribution of rolling contact fatigue life and deviations therefrom, ASLE Trans., 5, 1(1962) 183.
- 34) B. Snare: How reliable are bearings, The ball bearing journal, 162(1970) 3.
- 35) 黒田: 転がり軸受の定格荷重と寿命, 潤滑, 17 (1972) 569.
- 36) 岡本純三, 吉岡武雄, 藤原孝誌, 藤田清志, 北原時雄, 小泉鎮男: ころがり軸受の最短寿命に関する実験的研究, 潤滑, 22 (1977) 307.
- 37) T. Tallian: On competing failure modes in rolling contact, ASLE Trans., 10, 4 (1967) 418.
- 38) J. Skurka: Elastohydrodynamic lubrication of roller bearings, ASME J. Lubrication Technology, 92 (1970) 281.
- 39) E. Bamberger, T. Harris, W. Kacmarsky, C. Moyer, R. Parker, J. Sherlock, & E. Zaretsky: Life adjustment factors for ball and roller bearings, ASME (1971).
- 40) Rolling-element committee lubrication division of ASME: Catalog card number 170-179492 (1971).
- 41) T. A. Harris: Rolling bearing analysis 4th ed., Wiley & Sons Inc., (2001) 893.
- 42) K. Lorösch: Influence of load on the magnitude of the life exponent for rolling bearings, Rolling contact fatigue testing of bearing steels, ASTM STP 771 (1982) 358.
- 43) O. Zwirlein, & H. Schlicht: Rolling contact fatigue mechanisms-accelerated testing versus field performance, Rolling contact fatigue testing of bearing steels, ASTM STP 771 (1982) 358.
- 44) E. Ioannides & T. Harris: A new fatigue life model for rolling bearings, *Transaction of the ASME, Journal of Tribology*, 107 (1985) 367.
- 45) T. Lösche : New aspects in the realistic prediction of the fatigue life of rolling bearings, *Wear* 134 (1989) 357.
- 46) T. Tallian: Unified rolling contact life model with fatigue limit, *Wear*, 5, 107 (1986) 13.

- 47) T. Tallian: A unified model for rolling contact life prediction, ASME J. Lubrication Technology, 104 (1982) 336.
- 48) E. Broszeit & O Zwirlein: Internal stresses and their influence on material stresses in Hertzian contacts-calculations with different stress hypotheses, ASME Journal of Tribology 108 (1986) 387.
- 49) T. Mura & K. Tanaka: Dislocation dipole models for fatigue crack initiation, Mechanics of fatigue, T Mura ed., ASME AMD, 47 (1981) 111.
- 50) K. Tanaka & T. Mura: A theory of fatigue crack initiation at inclusions, Metallurgical Trans. A, 13 (1982) 117.
- 51) R. Zhou, H. Cheng & T. Mura: Micropitting in rolling and sliding contact under mixed lubrication, ASME Journal of Tribology 111 (1989) 605.
- 52) L. Keer, M. Bryant & G Haritos: Subsurface and surface cracking due to Hertzian contact, ASME J. Lubrication Technology, 104 (1982) 347.
- 53) L. Keer & M. Bryant: A pitting model for rolling contact fatigue, ASME J. Lubrication Technology, 104 (1982) 347.
- 54) A Bower: The influence of crack face friction and trapped fluid on surface initiated rolling contact fatigue cracks, ASME Journal of Tribology 110 (1988) 704.
- 55) 村上敬宜, 兼田禎宏, 八塚裕彦: ころがり接触下における表面き裂の伝ば解析, 日本機械学会論文集C編, 51 (1985) 1603.
- 56) 兼田禎宏, 末次稔, 村上敬宜: 潤滑された転がり一すべり点接触下における表面き裂の伝ば解析, 日本機械学会論文集C編, 51 (1985) 2167.
- 57) 兼田禎宏, 八塚裕彦, 村上敬宜: ころがり接触下における表面き裂の伝ば解析 : き裂伝ばモードおよび接線力の作用, 日本機械学会論文集C編, 51 (1985) 2618.
- 58) 兼田禎宏, 村上敬宜, 八塚裕彦: 接触疲れき裂伝ばに関するWAYの説の破壊力学的考察, 潤滑, 30 (1985) 736.
- 59) 兼田禎宏, 村上敬宜, 岡崎利治: ころがりすべり接触下における内部き裂の伝ば解析,

- 潤滑, 31 (1986) 239.
- 60) 兼田禎宏, 末次稔, 村上敬宜: ころがりすべり接触下における表面き裂の伝ば解析—線接触と点接触との比較—, 潤滑, 31 (1986) 322.
- 61) 兼田禎宏, 村上敬宜, 岡崎利治: ころがりすべり接触下における内部き裂の伝ば解析—き裂開閉口に関する理論的・実験的検討—, 潤滑, 31 (1986) 429.
- 62) 岡本純三: ころがり軸受の寿命に関する研究—とくに寿命式の拡張について—, 機械技術研究所報告, 92 (1977).
- 63) H. Muro, T. Tsushima, & M. Nagafuchi: Initiation and propagation of surface cracks in rolling fatigue of high hardness steel, *Wear*, 35 (1975) 261.
- 64) T. Czyzewski: Influence of a tension stress field introduced in the elastohydrodynamic contact zone on rolling-contact fatigue, *Wear*, 34 (1975) 201.
- 65) H. Coe & E. Zaretsky: Effect of interference fits on roller bearing fatigue life, *ASLE Trans.*, 30 (1986) 131.
- 66) 清水茂夫, 井沢実: 転動疲れ寿命の分布に関する一考察, 潤滑, 26 (1981) 254.
- 67) ASTM STP771: Rolling contact fatigue testing of bearing steels, J. Hoo, editor (1982).
- 68) ASTM STP987: Effect of steel manufacturing processes on the quality of bearing steels, J. Hoo, editor (1988).
- 69) E. Zaretsky, R. Parker, & W. Anderson: Five-ball fatigue tester –over 20 years research–, ASTM STP 771 (1982) 5.
- 70) S. Ito, N. Tsushima, & H. Muro: Accelerated rolling contact fatigue test by cylinder to ball rig, ASTM STP 771 (1982) 125.
- 71) I. Sugiura, S. Ito, N. Tsushima, & H. Muro: Investigation of optimum crownig in a line contact cylinder-to-cylinder rolling contact fatigue test rig, ASTM STP 771 (1982) 137.
- 72) M. Tokuda, M. Nagafuchi, N. Tsushima, & H. Muro: Observations of the peeling mode of failure and surface-originated flaking from a ring-to-ring rolling contact fatigue test rig, ASTM STP 771 (1982) 150.

- 73) N. Tsushima, K.Maeda, & H. Nakashima: Rolling contact fatigue life of various kinds of high-hardness steels and influence of material factors on rolling contact fatigue life, ASTM STP 987 (1988) 132.
- 74) J. Monnot, B. Heritier, & Y. Cogne: Relationship of melting practice, Inclusion type and size with fatigue resistance of bearing steels, ASTM STP 987 (1988) 149.
- 75) ISO281-1990: Rolling bearings –Dynamic load ratings and rating life, (1990).
- 76) JIS B1518-2007: Rolling bearings –Dynamic load ratings and rating life, (2013).
- 77) ISO281-1990/Amd.2-2000: Rolling bearings –Dynamic load ratings and rating life, AMENDMENT 2: Life modification factor a_{xyz} , (2000).
- 78) 高田浩年: ころがり軸受の新しい寿命計算法の可能性の検討, トライボロジスト, 37 (1992) 1055.
- 79) 高田浩年, 古村恭三郎, 村上保夫: ころがり軸受の新しい寿命計算法の開発, NSK technical Journal , 661 (1995) 1.
- 80) H.Takata, K.Furumura & Y.Murakami : Development of a New Method for Estimating the Fatigue Life of Rolling Bearings, Proc. 1995 STLE/ASME Tribology Conference in Orlando, ASME 95=TRIB-58, (1995) 11.
- 81) E. Zaretsky: Life factor for rolling bearings, STLE SP-34, STLE (1992).
- 82) R. Barnsby, J. Duchowski, T. Haris, S. Ioannides, T. Loesche, H. Nixon & M. Webster: Life rating for modern rolling bearings –A design guide for the application of international standard ISO281/2, ASME TRIB-Vol. 14, ASME (2003).
- 83) E. Ioannides, G. Bergling & A. Gabelli, An Analytical Formulation for the Life of Rolling Bearings, Acta Polytechnica Scandinavia, Mechanical Engineering Series, 137 (1999).
- 84) M. Webster, E. Ioannides, & R. Sayles: The effect of topographical defects on the contact stress and fatigue life in rolling element bearings, Proceeding of 12th Leeds-Lyon symposium on tribology, (1985).

- 85) E. Ioannides, & B Jacobson: Dirty lubricants –Reduced bearing life, Ball bearing journal special edition '89, (1989).
- 86) J. Tripp, & E. Ioannides: Effect of surface roughness on rolling bearing life, Proceeding of Japan international conference, Nagoya, (1990).
- 87) A. Lubrecht R. DWYER-JOYCE, & E. Ioannides: Analysis of the influence of indepentaions on contact life, Proceeding of 18th Leeds-Lyon symposium on tribology, (1991).
- 88) T. Haris & R. Barnsby: Tribological performance prediction of aircraft gas turbine mainshaft ball bearings, Tribol. Trans., 41 (1998) 60.
- 89) J. Beswick, A. Gabelli, E. Ioannides J. Tripp, & A. Voskamp: Rolling bearing life model and steel internal cleanliness, ASTM STP 1361 (1999) 12.
- 90) H.Takata, S. Suzuki & E. Maeda : Experimantal study of the life adjustment factor for reliability of rolling element bearings, Proc. JSLE International tribology conference Tokyo, (1985) 603.
- 91) 清水茂夫, 井沢実: 転がり軸受機械要素の寿命分布とS-Nカーブ, 潤滑, 44 (1999) 693.
- 92) H. Takemura, Y. Matsumoyo & Y. Murakami : Development of a new life equation for ball and roller bearings, SAE Paper 2000-01-2601 (2000) 1.
- 93) W. K. Yu & T. A. Harris : A New Stress-Based Fatigue Life Model for Ball Bearings, Tribology Trans. ,44 (2001) 11.
- 94) H. Tanaka & N. Tsushima : Estimation of rolling bearing life under contaminated lubrication, ASTM STP 1419 (2002) 218.
- 95) E. Zaretsky, J. Poplawski, & S. Peters: Comparison of Life Theories for Rolling-Element Bearings, Tribology Transactions, 39 (1996) 237.
- 96) E. Zaretsky, & E. Branzai: Effect of rolling bearing refurbishment and restoration on bearing life and reliability, Tribology Transactions, 48 (2005) 32.

- 97) 高田浩年: 転動体寿命を考慮したころがり軸受の寿命理論, トライボロジスト, 37 (1992) 55.
- 98) 佐田隆, 柴田正道, 桜木正明: 転動体の寿命に対するLundberg-Palmgren 理論の拡張, トライボロジー会議予稿集 大阪 1997-11, (1997) 463.
- 99) 平成5年度文部科学省研究費補助金 総合研究(A) 研究成果報告書: トライボロジー問題の破壊力学的研究, (1994).
- 100) 平成7~8年度科学研究費補助金 基盤研究(A)(1) 研究成果報告書: ミクロおよびトライボロジー問題の破壊力学による解明, (1997).
- 101) 室博, 山本隆司: フレーキング, エッジフレーキング, ピッチング, スポーリングなど転がり接触の各種疲れ破損に対する統一仮説としての引張ひずみ説, トライボロジー会議予稿集 北九州 1996-10, (1996) 25.
- 102) 対馬全之: 軸受鋼の転がり疲れに関する最近の研究と引張ひずみ理論について, トライボロジスト, 53, 10 (2014) 647-652.
- 103) Y. Fujii & K. Maeda: Flaking failure in rolling contact fatigue caused by indentations on mating surface, Wear, 252 (2002) 787.
- 104) 村上敬宜, 栄中, 市丸和徳, 森田健敬: ピッチングの機構に関する実験的および破壊力学的研究 (回転方向の逆方向および駆動側円筒と従動側円筒の交換の影響), 日本機械学会論文集 (C編), 594 (1996) 267.
- 105) 村上敬宜, 栄中, 市丸和徳: トライボロジー問題への破壊力学の応用 (第1報, 転がり接触荷重下の三次元曲面き裂の伝ば解析), 日本機械学会論文集 (A編), 556 (1992) 2313.
- 106) 木田勝之, 小倉敬二, 柴田正道, 麻生博行, 斉藤誠: 日本材料学会第25回疲労シンポジウム講演論文集, (2000) 300.
- 107) 野田尚昭, 柳下誠: き裂面接触問題における自由表面に対する傾斜角度の小さい表面き裂の解析と摩擦係数の影響, 日本機械学会論文集 A編, 639 (1999) 2303.

- 108) I. Kudish & S. Peters: A new statistical model of contact fatigue, Tribology Transactions, 43 (2000) 711.
- 109) D. Nélias, M. Dumont, F. Champiot, A. Vincent, D. Girodin, R. Fougères, & L. Flamand,: Role of inclusion, surface Roughness and operating conditions on rolling contact fatigue, ASME J. Lubrication Technology, 121 (1999) 240.
- 110) 市丸和徳: 転がり疲れに関する接触理論および破壊力学的研究, トライボロジスト, 39 (1994) 600.
- 111) 村上敬宜: トライボロジー問題への破壊力学の応用, 日本機械学会論文集 A編, 558 (1993) 283.
- 112) 栄中, 村上敬宜: 接触界面の破壊力学, 材料, 49 (2000) 356.
- 113) 木田勝之: 転がり疲労とき裂進展機構, 材料, 51(2002) 867.
- 114) 松田健次, 栄中: トライボロジーにおける破壊力学, トライボロジスト, 47, 8 (2002) 636.
- 115) 村上敬宜, 福原健人, 濱田繁: ModeII疲労き裂進展下限界値 ΔK_{Ith} の測定, 材料, 51(2002) 918.
- 116) 藤井幸生, 前田喜久男, 大塚昭夫: 高硬度材料のモードII疲労き裂進展特性を求めめるための新試験法, 材料, 50(2001) 1108.
- 117) M. Kotzalas: A theoretical study of residual stress effects on fatigue life prediction, Tribology Transactions, 44 (2001) 609.
- 118) J. Hoo editor: Creative use of bearing steels, ASTM STP 1195 (1993).
- 119) J. Hoo, & W. Green editor: Bearing steels into the 21th century, ASTM STP 1327 (1998).
- 120) J. Beswick editor: Bearing steel technology, ASTM STP 1419 (2002).
- 121) 日本トライボロジー学会 転がり疲れシンポジウム予稿集—日本の転がり疲れの研究はここまできている—, (1993).
- 122) J. Beswick editor: Bearing steel technology –Advances and state of the art in bearing steel quality assurance, ASTM STP 1465 (2007).

- 123) J. Beswick editor: Bearing steel technology –Developments on rolling bearing steels and testing 8th volume, ASTM STP 1524 (2009).
- 124) J. Beswick editor: Bearing steel technology –Advances in rolling contact fatigue strength testing and related substitute technologies 9th volume, ASTM STP 1548 (2012).
- 125) 平岡和彦 学位論文: 軸受鋼の内部起点型転がり疲れに関する研究, (2008).
- 126) 藤松威史, 平岡和彦, 山本厚之: 高炭素クロム軸受鋼の転がり疲れにおける内部欠陥からのき裂発生挙動, 鉄と鋼, 94 (2008) 13.
- 127) S. Moghaddam, F. Sedeghi, N. Weinzapfel, & A. Liebel: A damage mechanics approach to simulate butterfly wing formation around nonmetallic inclusions, ASME J. Lubrication Technology, 137 (2015) 011404-1.
- 128) H. Uyama, H. Yamada, H. Hidaka, & N. Mitamura: The effect of hydrogen on microstructural change and surface originated flaking in rolling contact fatigue, Tribology online, 6 (2015) 123.
- 129) 阿野亮介, 藤井正浩, 大崎浩志: 鋼球の転がり疲労に及ぼす熱処理と残留応力の影響, トライボロジスト, 60, 2 (2015) 136.
- 130) 清水茂夫: 転がり軸受の新寿命理論, トライボロジスト, 57, 3 (2012) 191.
- 131) D. Hannes & B. Alfredsson: Rolling contact fatigue crack path prediction by the asperity point load mechanism, 78 (2011) 2848.
- 132) D. Hannes & B. Alfredsson: A fracture mechanism life prediction method for rolling contact fatigue based on asperity point load mechanism, 83 (2012) 62.
- 133) 柴田正道, 吉田彰, 相原了, 似内昭夫, 対馬全之: 転がり疲れに及ぼす各種要因の影響, トライボロジスト, 39, 8 (2015) 698.
- 134) 佐田隆: 転がり軸受の寿命計算に関する国際規格の動向, トライボロジスト, 52, 3 (2007) 210.
- 135) 佐田隆: 転がり軸受の寿命予測とその研究動向, トライボロジスト, 53, 10 (2008) 659.

- 136) 転がり軸受寿命研究会: 転がり軸受寿命計算式の変遷(1), トライボロジスト, 58, 3 (2013) 151.
- 137) 転がり軸受寿命研究会: 転がり軸受寿命計算式の変遷(2), トライボロジスト, 58, 3 (2013) 157.
- 138) 転がり軸受寿命研究会: 転がり軸受寿命計算式の変遷(3), トライボロジスト, 58, 3 (2013) 162.
- 139) 長谷陽夫: エッジロード発生時の表面下せん断応力分布計算手法とこれを用いた転がり軸受の寿命予測手法
- 140) T. Tallian: Simplified contact fatigue life prediction model – Part 2: Review of published models, 114 (1992) 207.
- 141) T. Tallian: Simplified contact fatigue life prediction model – Part 2: New model, ASME Journal of Tribology 114 (1992) 214.
- 142) 松永久生: 破壊力学に基づく転がり疲労評価, トライボロジスト, 55, 10 (2010) 695.
- 143) K. Tamada, H. Tanaka, & N. Tsushima: A new type of flaking failure in bearings for electrical instruments of automotive engine, ASTM STP 1327 (1998) 167.
- 144) 玉田健治, 前田喜久男, 対馬全之: 電装・補機用軸受にみられる新しいタイプのマイクロ組織変化, NTN Technical Review, 61 (1992) 29.
- 145) 村上保夫, 武村浩道, 中道治, 小川隆司, 桃野達信, 岩原章, 石原滋: オルタネータ用軸受疲労メカニズムの解明, NSK Technical Journal, 656 (1993) 1.
- 146) M. Shibata, M. Gotoh, N. Oguma, & T. Mikami: A New type of micro-structural change due to rolling contact fatigue on bearings for the engine auxiliary devices, Proceedings of the international tribology conference, (1995) 1351.
- 147) 笹田直: 古典弾性接触理論について, 千葉工業大学研究報告理工編, 47 (2000) 213.
- 148) 岡本純三: ヘルツ弾性接触理論の解説, (2012).
- 149) 足立幸志: ヘルツ接触, トライボロジスト, 49 2 (2004) 161.
- 150) 藤田工: 接触応力の計算に関する基礎知識, トライボロジスト, 58 10 (2013) 750.

- 151) 山本雄二, 兼田禎宏: トライボロジー, 理工学社, (1999) 119.
- 152) K. Johnson: Contact mechanics, Cambridge press, (2003) 102.
- 153) 例えば, 参考文献151)の31ページ.
- 154) 曾田範宗: 軸受, 岩波全書, (1968).
- 155) 藤松威史, 平岡和彦, 山本厚之: 高炭素クロム鋼の転がり疲れにおける内部欠陥からのき裂発生挙動, 鉄と鋼, 94 (2008) 13.
- 156) 平岡和彦: 軸受鋼の内部起点型転がり疲れに関する研究動向, ふえらむ, 15 (2010) 264.
- 157) 藤松威史: 高炭素クロム軸受鋼 (SUJ) , ふえらむ, 20 (2015) 195.
- 158) 参考文献154)の148ページ.
- 159) 参考文献154)の150ページ.
- 160) 川上潔: 高纯净度鋼における介在物の生成起源, Sanyo technical report, 14 (1999) 22.
- 161) Sanyo technical report 製品紹介: 高信頼性長寿命軸受鋼PremiumJ2, Sanyo technical report, 20 (2013) 70.
- 162) T. Sada, Y. Nonaka, T. Mikami & K. Kizawa: Improvement of Rolling Bearing Life by Removing Cavities around Non-metallic Inclusions, International Tribology Conference TOKYO 2015, (2015) 353.
- 163) 岡本純三, 藤田清志, 吉岡武雄: 転がり軸受の寿命に及ぼす油中の固形異物の影響, 17 5 (1972) 279.
- 164) S. Loewenthal & D. Moyer: Filtration Effects on Ball Bearing Life and Condition in a Contaminated Lubricant, ASME J. Lubrication Technology, 101 (1979) 171.
- 165) R. Sayles & P. Macpherson: Influence of wear debris on rolling contact fatigue, ASTM STP 771, (1982) 255.
- 166) H. Lorösch: Research on longer life for rolling-element bearings, ASLE Trans., 41 (1985) 37.
- 167) 村上保夫, 武村浩道, 藤井章雄, 古村恭三郎, : 異物混入条件と転がり疲れ寿命, NSK Technical Journal, 655 (1993) 17.

- 168) 戸田一寿, 三上剛, 柴田正道, 星野照男: 破壊力学に基づく転がり疲労評価, トライボロジスト, 41, 3 (1996) 232.
- 169) H. Takemura, Y. Matsumoto, & Y. Murakami: Development of a new equation for ball and roller bearings, SAE Paper, (2000) 2000-01-2601.
- 170) H. Tanaka, & N. Tsushima: Estimation of rolling bearing life under contaminated lubrication, ASTM STP 1419, (2002) 213.
- 171) G. Nikas, E. Ioannides & S. Sayles: Thermal modeling and effects from debris particles in sliding/rolling EHD line contacts –A possible local scuffing mode, ASME Journal of Tribology 121 (1999) 272.
- 172) G. Nikas: An experimentally validated numerical model of indentation and abrasion by debris particles in machine-element contacts considering micro-hardness effects, J Engineering Tribology, 226 5 (2012) 406.
- 173) F. Ville & D. Nelias: An Experimental Study on the Concentration and Shape of Dents Caused by Spherical Metallic Particles in EHL Contacts, Tribology Transactions, 42 (1999) 231.
- 173) F. Ville & D. Nelias: An Experimental Study on the Concentration and Shape of Dents Caused by Spherical Metallic Particles in EHL Contacts, Tribology Transactions, 42 (1999) 231.
- 174) T. Ueda & N. Mitamura: Mechanism of dent initiated flaking and bearing life enhancement technology under contaminated lubrication condition Part 1: Effect of tangential force on dent initiated flaking, Tribology International, 41 (2008) 965.
- 175) T. Ueda & N. Mitamura: Mechanism of dent initiated flaking and bearing life enhancement technology under contaminated lubrication condition Part 2: Effect of rolling element surface roughness on flaking resulting from dents, and life enhancement technology of rolling bearings under contaminated lubrication condition, Tribology International, 42 (2009) 1832.

- 176) 佐田隆, 三上剛: 異物混入潤滑下の玉軸受の寿命に及ぼす油膜厚さの影響(第1報), トライボロジスト, 49 12 (2004) 948.
- 177) 佐田隆, 三上剛: 異物混入潤滑下の玉軸受の寿命に及ぼす油膜厚さの影響(第2報), トライボロジスト, 50 1 (2005) 62.
- 178) 佐田隆, 三上剛: 異物混入潤滑下の玉軸受の寿命に及ぼす油膜厚さの影響(第3報), トライボロジスト, 50 1 (2005) 68.
- 179) Y. Chiu & J. Liu: An analytical study of the stress concentration around a furrow-shaped surface defect in rolling contact, ASME J. Lubrication Technology, 92 (1970) 258.
- 180) A. Lubrecht, C. Venner, S. Lane, B. Jacobson & E. Ioannides: Surface damage – Comparison of theoretical and experimental endurance lives of rolling bearings, Proceedings of the Japan international tribology conference, (1990) 185.
- 181) X. Ai & K. Sawamiphakdi: Solving elastic contact between rough surface as an unconstrained strain energy minimization by using CGM and FFT techniques, ASME Journal of Tribology, 121 (1999) 639.
- 182) 対馬全之: TMB玉軸受の成立ち, ベアリングエンジニア, 47 (1980) 33.
- 183) 前田喜久男, 中島顕一, 柏村博: 長寿命軸受(TAB,ETA)の開発と自動車への適用, NTN Technical Review, 65 (1996) 17.
- 184) 大木力, 前田喜久男, 中島顕一: 結晶粒微細化による軸受鋼の長寿命化, NTN Technical Review, 71 (2003) 2.
- 185) 村上保夫, 三田村宣晶, 古村恭三郎: 過酷潤滑環境下での長寿命スーパーTF,Hi-TF軸受, NSK Technical Journal, 652 (1992) 9.
- 186) 戸田一寿, 星野照男: 高濃度浸炭鋼の転動疲労寿命, トライボロジスト, 43, 6 (1998) 522.
- 187) 田中広政: 異物混入による表面起点型損傷のメカニズムと寿命推定, トライボロジスト, 48 10 (2003) 782.
- 188) S. Way: Pitting due to rolling contact, J. Appl. Mech., 2, 2 (1935) A49.

- 189) 参考文献151)の211ページ.
- 190) S. Anderson & T. Lund: Ball bearing endurance testing considering elastohydrodynamic lubrication, EHL symp. IME C36 (1972) 138.
- 191) G. Vaessen & A. de Gee: Rolling contact fatigue of maraging steels of different production history: Influence of film thickness/roughness ratio, EHL symp. IME C7 (1972) 40.
- 192) C. Danner: Fatigue life of tapered roller bearings under minimal lubrication films, ASLE Trans., 13, 4 (1970) 241.
- 193) 高田浩年, 相原了: 転がり軸受の寿命と信頼性, 日刊工業新聞社, (2005) 115.
- 194) T. E. Tallian & J. I. McCool: An engineering model of spalling fatigue failure in rolling Contact, II: The surface model, Wear, 17 (1971) 447.
- 195) J. Liu, T. Tallian & J. McCool: Dependence of bearing fatigue life on film thickness to surface roughness ratio, ASLE Trans., 18, 2 (1975) 144.
- 196) D. Li, J. Kauzlarich & W. Jamison: Surface roughness effects on fatigue in partial EHD Lubrication, J. Lubr. Technol. Trans. ASME, 98, 4 (1976) 530.
- 197) J. McCool: Comparison of models for the contact of rough surface, Wear, 1077 (1986) 37.
- 198) J. McCool: Relating profile instrument measurement to the functional performance of rough surface, ASME Journal of Tribology, 109 (1987) 264.
- 199) J. Greenwood & J. Williamson: Contact of normally flat surface, Proceedings of the Royal Society of London A. 295 (1966) 300.
- 200) Y. Akamatsu: Peeling damage due to rolling contact fatigue, SAE technical paper series 891909 (1989).
- 201) Y. Akamatsu, N. Tsusima, T. Goto, K. Hibi & K. Ito: Improvement of roller bearing fatigue life by surface modification, SAE technical paper series 910958 (1991).
- 202) Y. Akamatsu, N. Tsusima, T. Goto & K. Hibi: Influence of surface roughness skewness on rolling contact fatigue life, Trib. Trans., 35, 4 (1992) 745.
- 203) 赤松良信: 表面粗さの改質によるころがり軸受寿命の向上, 潤滑, 37, 7 (1992) 533.

- 204) 伊藤冬木・赤松良信: 転動疲労寿命に及ぼす相手面あらさの影響, トライボロジー会議1995春 予稿集, (1995) 535.
- 205) J. R. Miller & Y. Akamatsu: Effect of low speed on roller bearing fatigue life, Trib. Trans., 40, 1 (1997) 129.
- 206) 赤松良信: 低速条件下の転がり軸受寿命, NTN technical review, 67 (1998) 59.
- 207) A. Jones: Metallographic observations of ball bearing fatigue phenomena, Symposium on testing of bearings, Forty-ninth Annual Meeting, American Society for Testing Materials, Buffalo, N.Y., ASTM International, (1946) pp. 35-52
- 208) 黒田昌夫: 軸受鋼の転動疲れはく離の機構, 日本機械学会論文集, 26, 169 (1960) 1258.
- 209) J. Bush, L. Grube, and G. Robinson: Microstructural and residual stress changes in hardened steel due to rolling contact, Transaction of the ASM, 54 (1961) 390.
- 210) J. Almen: Effect of residual stress on rolling bodies, Rolling contact phenomena, J. Bidwell editor, Elsevier, (1962) 400.
- 211) E. Zaretsky, R. Parker, W. Anderson, and S. Miller: Effect of Component differential hardness on residual stress and rolling-contact fatigue, NASA Technical note, (1965) NASA TN D2664.
- 212) J. Martin, S. Borgese, and A. Eberhardt: Microstructural alterations of rolling bearing steel undergoing cyclic stressing, Journal of Basic Engineering, 88, 3 (1966) 555.
- 213) E. Zaretsky, R. Parker, and W. Anderson: Component hardness differences and their effect on bearing fatigue, Journal of lubrication technology, 89, 1 (1967) 47.
- 214) H. Muro, and N. Tsushima: Microstructural microhardness and residual stress changes due to rolling contact, wear, 15 (1970) 309.
- 215) H. Muro, N. Tsushima, and K. Nunome: Failure analysis of rolling bearings by X-ray measurement of residual stress, wear, 25 (1973) 345.

- 216) J. Beswick: Measurement of carbon levels in structurally transformed SAE 52100 ball bearing steel by microprobe analysis, *Practical Metallography*, 12 (1975) 200.
- 217) H. Swahn, P. Becker and O. Vingsbo: Martensite decay during rolling contact fatigue in ball bearings, *Metallurgical and Materials Transactions A*, 7 (1976) 1099.
- 218) O. Zwirlein and O. Schlicht: Rolling contact fatigue mechanisms: Accelerated testing versus field performance, *Rolling contact fatigue testing of bearing steel*, J. Hoo editor, ASTM special technical publication 771 (1982) 358.
- 219) H. Schlicht, E. Schreiber, and O. Zwirlein: Effects of material properties on bearing steel fatigue strength, *Effect of steel manufacturing processes on the quality of bearing steels*, J. Hoo editor, ASTM special technical publication 987 (1988) 81.
- 220) A. Voskamp: Microstructural changes during rolling contact fatigue: Metal fatigue in the subsurface region of deep groove ball bearing inner ring, (1996).
- 221) H. Nakashima, K. Maeda, N. Tsushima, and H. Muro: Application of X-ray measurement to bearing failure analysis, *SAE technical paper series*, (1983) No.830825.
- 222) N. Tsushima, H. Yamada and K. Maeda: Change in X-ray parameters with loading cycles in rolling contact in various through-hardened bearing steel, *ASLE transactions*, 30, 4 (1987) 465.
- 223) 古村恭三郎, 城田伸一, 藤井章雄: 転がり軸受の疲労解析 (第 1 報) -表面疲労損傷の解析(1)-, *NSK bearing journal* 643 (1983) 1.
- 224) 古村恭三郎, 城田伸一, 藤井章雄: 転がり軸受の疲労解析 (第 2 報) -表面疲労損傷の解析(2)-, *NSK bearing journal* 644 (1984) 1.
- 225) 広田忠雄, 清水健一: X 線回折法による転がり軸受の疲労の計測について, 第 24 回 X 線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (1987) 82.
- 226) 株式会社リガク カタログ: Smartsite RS field X-ray instrument.
- 227) パルステック工業株式会社 カタログ: ポータブル型 X 線残留応力測定装置 μ -X360 full 2D.

- 228) 対馬全之, 中島顕一, 前田喜久男: X線応力測定 of 軸受破損解析への応用, ベアリングエンジニア, 49 (1984) 25.
- 229) 例えば, 清水茂夫: 機械系のための信頼性工学入門, 数理工学社, (2006)111.
- 230) K. Maeda, N. Tsushima, and H. Muro: The inclination of cracking in the peeling failure of a ball bearing steel and its relation to the inclination of the principal residual stress, *Wear*, 65 (1980) 175.
- 231) 参考文献 229) の 36 ページ.
- 232) L. Johnson: *The Statistical Treatment of Fatigue Experiments*, Elsevier (1964) 37.
- 233) 岡本純三, 吉岡武雄 訳: 疲れ試験の統計処理, 工業技術院 機械技術研究所, (1974)
- 234) 転がり疲れ研究会報告: 転がり軸受寿命試験マニュアル(2), *トライボロジスト*, 53 4 (2008) 260.
- 235) 佐藤昌夫: 寿命データはどのように処理するか, *トライボロジスト*, 39 8 (1994) 691.
- 236) 立石佳男: 寿命データの統計処理, *KOYO Engineering journal*, 130 (1986) 47.
- 237) 星出敏彦, 酒井達雄, 境田彰芳, 材料強度の確率モデル (5), *機械の研究*, 48 (1989) 1190.
- 238) 参考文献193) の23ページ.
- 239) 参考文献229) の57ページ.
- 240) 岡本純三: ボールベアリング設計計算入門, 日刊工業新聞社, (2011) 222.
- 241) B. Vlsek & E. Zaretsky: Rolling-Element fatigue testing and data analysis- A tutorial, *Tribology Transactions*, 54 (2011) 523.
- 242) R. Abernethy: *The New Weibull Handbook* 5th edition, (2006) Appendix C.
- 243) W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社, (1988) 315.
- 244) W. Nelson: Weibull analysis of reliability data with few or no failure, *Journal of Quality Technology*, 17 (1985) 140.
- 245) S. Luko: A review of the Weibull distribution and selected engineering application, SAE technical paper series, (1999) 1999-01-2859.

- 246) 岡本純三, 大森達夫: ころがり軸受の寿命試験における試験時間の節減 (第1報), トライボロジスト, 37 10 (1992) 846.
- 247) 岡本純三, 大森達夫: ころがり軸受の寿命試験における試験時間の節減 (第2報), トライボロジスト, 40 10 (1995) 1021.
- 248) J. McCool: Life test sample size selection under Weibull failure mode, SAE technical paper series, (1999) 1999-01-2860.
- 249) L. Houpert: A Engineering approach to confidence intervals and endurance test strategies, Tribology Transactions, 46 (2003) 248.

2章 低ラムダ条件でのスラスト玉軸受の転動疲労寿命

2.1 はじめに

自動車や産業機械の省エネを目的とした摩擦低減の取組みの中で、潤滑油の低粘度化の動向がある。それにともない、転がり軸受は希薄潤滑条件（以下、低ラムダ条件と略す。ここで、ラムダは膜厚比で油膜厚さと2物体の2乗平均平方根粗さの平方和との比）で使用される機会が増えるため、低ラムダ条件での転動疲労寿命（以下、寿命）の予測技術と寿命向上技術は今後ますます重要になると考えられる。

低ラムダ条件での寿命に関する研究は、1960年後半からのEHL（Elastohydrodynamic lubrication: 弾性流体潤滑）理論の発展と同時期に国内外¹⁻¹⁹⁾で盛んになった。Tallian¹⁾とSkurka²⁾らの研究成果に基づいたラムダと寿命比の関係はASME（American Society of Mechanical Engineers: アメリカ機械学会）の推奨線図³⁾と呼ばれ、その分野の研究成果として有名である。1980年後半以降、赤松らは表面粗さの各種パラメータと寿命の関係²⁰⁻²⁴⁾、転動速度と寿命²⁵⁻²⁷⁾の関係について研究し、低ラムダ条件での寿命はラムダだけでなく、表面粗さの各種パラメータや使用条件に影響を受けることを指摘している。

現時点で最新かつ一般に認知されている低ラムダ条件での寿命予測方法としては、Ioannidesらの研究成果²⁸⁾を基礎としたISO（International Organization for Standardization: 国際標準化機構）281²⁹⁾とJIS（Japanese Industrial Standards: 日本工業規格）B1518³⁰⁾の寿命計算式を使う方法がある。これらの寿命計算式では、粘度比 κ と呼ばれる潤滑条件から予測寿命を補正する係数があり、粘度比 κ を使えば低ラムダ条件での寿命が予測できる。しかし、粘度比 κ では、表面粗さの突起接触の過酷度が厳しい条件（二乗平均傾斜Rdqが4°以上）は考慮されておらず、ISOとJISの寿命計算式では苛酷な接触条件での寿命予測はできない。また、赤松らが指摘しているように、低ラムダ条件での寿命は使用条件や表面粗さの各種パラメータによっても影響を受けるが、ISOとJISの寿命計算式ではそれらの影響を考慮した寿命予測はできない。ISOとJISでは、表面粗さが大きい条件、特殊な運転条件、特殊な表面性状を考慮できる寿命計算式は一般には不要という立場と解釈される。しかし、転がり軸受では、生産現場での加工方法の制約、あるいは

生産性向上や製造原価低減への取組みの中で、表面粗さの規格をどこまで緩和できるかという限界設計の技術が求められること、転がり軸受の使用条件はユーザによって多種多様であること、特殊な表面性状のものも実用化されている³¹⁾ことを考えると、それらの影響を考慮できる普遍的な寿命予測方法の確立が望まれる。

低ラムダ条件での寿命予測方法の確立には、様々な低ラムダ条件での寿命試験とその結果をトライボロジーの知見に基づいて考察する取組みが不可欠であるが、低ラムダ条件での系統的な寿命試験の報告は少ない。特にスラスト玉軸受の低ラムダ条件での寿命試験についての報告は見られない。そこで、第2章では、スラスト玉軸受の低ラムダ条件での寿命試験結果について報告する。また、得られた試験結果に基づいて低ラムダ条件の寿命を決めている要因と寿命予測について考察する。

2.2 実験方法

図 2.1 にスラスト玉軸受の寿命試験機の外観と試験軸受周辺の概略を示す。試験機は 51105 スラスト玉軸受を油浴潤滑で回転させる構造になっている。潤滑油の温度（以下、油温）は熱電対の測温結果に基づいてハウジングにまかれたバンドヒータで制御する。外輪（固定輪）はハウジングの試験片固定部にはめ込んだ後ピンを使って固定し、内輪（回転輪）は上部軸の試験片固定部にはめ込んだ後外径をねじで固定する。なお、荷重はハウジングを下部から押し上げるように負荷する。通常、スラストタイプの回転試験では、軸芯のずれの影響が出ないようにするため、内外輪のどちらかに平板を使用する。今回の試験では、上下の内外輪に溝付きの試験片を使用したため、試験機の軸芯のずれは $20\mu\text{m}$ 以内になるように試験機の軸芯を調整した。

表 2.1 に寿命試験条件を示す。試験は呼び番号 51105 スラスト玉軸受（内輪と外輪の形状：外径 $\phi 42 \times$ 内径 $\phi 25$ ，厚さ 3 mm，鋼球直径： $\phi 6.35$ ）の内外輪と鋼球の表面粗さ，油種，油温，回転体個数，試験荷重，回転数を変更して行った。試験軸受の内外輪と鋼球はいずれも軸受鋼 2 種（以下，SUJ2）製であり，標準的な焼入焼戻が施されている。内外輪と鋼球の硬度はそれぞれ HRC62 と HRC64.5 であった。潤滑は油浴中で行い，Hamrock-Dawson の膜厚計算式³²⁾で求めたラムダはいずれの条件でも 0.1 以下である。なお，試験 No.1~14 で使用した潤滑油はいずれも JX 日鉱日石エネルギー製の無添加タービン油である。試験 No.1~9 では，2 乗平均平方根粗さ（以下， Rq ）が $0.22\mu\text{m}$ の表面粗さの鋼球を，試験 No.10~14 では Rq が $0.54\mu\text{m}$ の表面粗さの鋼球をそれぞれ使用した。試験 No.1~9 の中では，試験 No.1~6 で軸受内外輪の表面粗さと荷重の影響を，試験 No.1 と No.7 で回転速度の影響を，試験 No.7 と No.8 で油温の影響を，試験 No.3 と No.9 で負荷周期の影響をそれぞれ調べることができる。試験 No.10~14 では，鋼球の表面粗さを粗くして軸受内外輪に意図的に微小はく離の集合体（以下，ピーリング）を発生させた。ここで，ピーリングは数 10~100 μm 程度の長さのき裂の集合体，フレーキングはそれよりも大きい 1 個のはく離と定義する。ピーリング発生に及ぼす荷重の影響と潤滑油粘度の影響は，それぞれ試験 No.10~12 と No.11,13,14 で調査することができる。

表 2.1 には，一般的な玉軸受の寿命計算に用いられている方法³³⁾で計算した計算寿命と ASME の線図から読み取った使用条件係数（以下， a_3 ）の値を示した．ASME の線図ではラムダが 0.6 以下での a_3 の値は示されていないため，表の a_3 の値 0.164 は ASME の線図から読み取った最小値である．

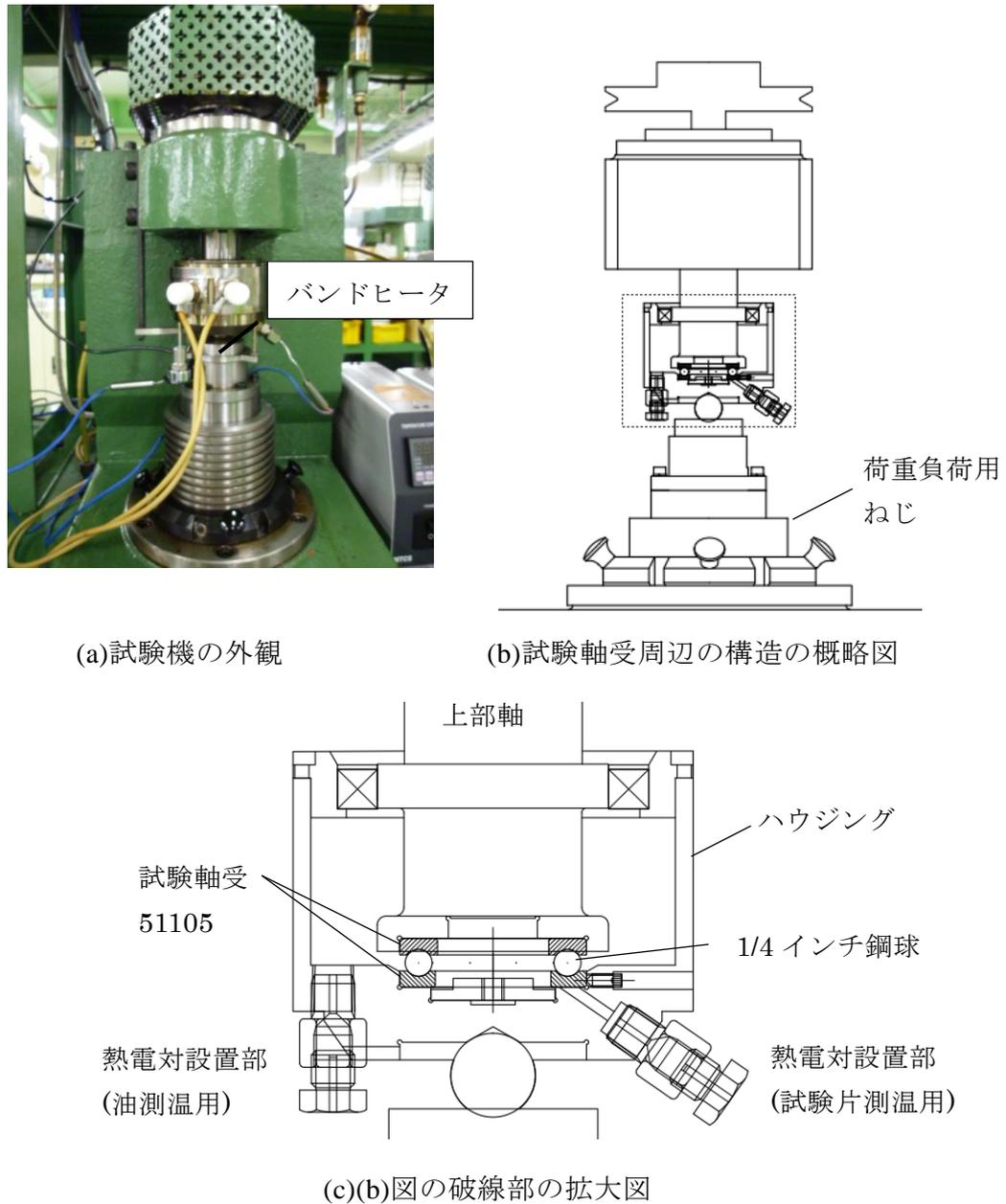


図 2.1 スラスト寿命試験機の外観と試験軸受周辺の概略

表 2.1 寿命試験条件

| 試験 No | 軸受内外輪表面粗さRq μ m | 転動体表面粗さRq μ m | 転動体個数 | 荷重 kN | 面圧 GPa | 回転数 min ⁻¹ | 潤滑油粘度 油温 | 油膜パラメータ Λ | 計算寿命 L _{10h} | 使用条件係数a ₃ | 試験個数 | 備考 |
|-------|--------------------|------------------|-------|-------|--------|-----------------------|----------------|--------------|-----------------------|----------------------|------|--|
| 1 | 0.25 | 0.22 | 3 | 5.88 | 3.9 | 1500 | VG32 110°C | 0.071 | 14 | 0.164 | 10 | ・No.1～3の中で荷重変更 |
| 2 | 0.25 | 0.22 | 3 | 4.26 | 3.5 | 1500 | VG32 110°C | 0.073 | 37 | 0.164 | 10 | |
| 3 | 0.25 | 0.22 | 3 | 2.70 | 3.0 | 1500 | VG32 110°C | 0.076 | 145 | 0.164 | 13 | |
| 4 | 0.65 | 0.22 | 3 | 5.88 | 3.9 | 1500 | VG100 110°C | 0.058 | 14 | 0.164 | 10 | ・No.1～3から軸受レース面表面粗さを変更 ・No.4～6の中で荷重変更 |
| 5 | 0.65 | 0.22 | 3 | 4.26 | 3.5 | 1500 | VG100 110°C | 0.059 | 37 | 0.164 | 14 | |
| 6 | 0.65 | 0.22 | 3 | 2.70 | 3.0 | 1500 | VG100 110°C | 0.061 | 145 | 0.164 | 11 | |
| 7 | 0.25 | 0.22 | 3 | 5.88 | 3.9 | 500 | VG150 110°C | 0.069 | 42 | 0.164 | 10 | ・No.1から回転数を変更 |
| 8 | 0.25 | 0.22 | 3 | 5.88 | 3.9 | 500 | VG32 70°C | 0.072 | 42 | 0.164 | 11 | ・No.7から油温を変更 |
| 9 | 0.25 | 0.22 | 6 | 5.39 | 3.0 | 1500 | VG32 110°C | 0.076 | 73 | 0.164 | 11 | ・No.3から転動体個数を変更(負荷速度変更) |
| 10 | 0.25 | 0.54 | 3 | 5.88 | 3.9 | 1500 | VG150 110°C | 0.081 | 14 | 0.164 | 10 | ・No.1から転動体表面粗さを変更 |
| 11 | 0.25 | 0.54 | 3 | 2.70 | 3.0 | 1500 | VG150 110°C | 0.086 | 145 | 0.164 | 8 | ・No.10から荷重変更 ・No.3から転動体表面粗さを変更 |
| 12 | 0.25 | 0.54 | 3 | 0.98 | 2.1 | 1500 | VG150 110°C | 0.092 | 3031 | 0.164 | 8 | ・No.10,11から荷重変更 |
| 13 | 0.25 | 0.54 | 3 | 2.70 | 3.0 | 1500 | VG68 110°C | 0.060 | 145 | 0.164 | 7 | ・No.11から潤滑油粘度を変更 |
| 14 | 0.25 | 0.54 | 3 | 2.70 | 3.0 | 1500 | VG32 110°C | 0.042 | 145 | 0.164 | 4 | ・No.11,13から潤滑油粘度を変更 |

2.3 実験結果

2.3.1 寿命試験結果

2.3.1.1 鋼球の Rq が $0.22\mu\text{m}$ の条件での寿命試験

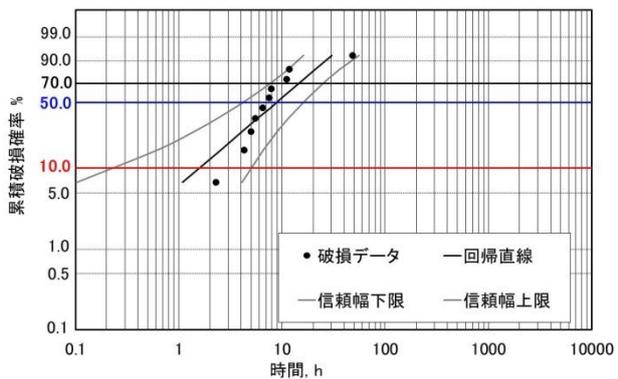
表 2.2 と図 2.2 に試験 No.1~9 の寿命のデータとワイブルプロットをそれぞれ示す。ワイブルプロットによる寿命推定では、メディアンランクの計算に Johnson 法³⁴⁾を用い、ワイブルスロープは 1.1 に固定して解析した。ワイブルスロープを固定した理由はワイブルスロープを 1.1^{35,36)} (正確には点接触で 10/9, 線接触で 9/8) として計算される計算寿命との比較を行うためである。なお、図中の信頼幅は信頼水準 90% に対するものである。

図 2.3 に試験 No.1~9 の代表的な損傷形態を示す。ほとんどの試験軸受で内外輪に損傷が発生し、その形態はフレーキングであった。初期の内外輪の表面粗さが大きく、荷重が比較的小さかった条件 (試験 No.5,6) では、一部の試験軸受で鋼球の損傷が見られた。

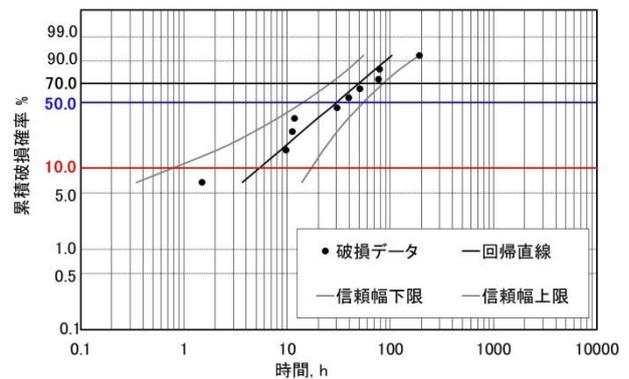
図 2.4 に推定寿命と計算寿命の相関図を示す。図中の各プロットの近くの数値は試験 No.を表している。なお、横軸の計算寿命は a_3 を考慮した値である。試験 No.1~9 では、推定寿命と計算寿命の比は 0.6~2.6 倍の範囲であり、いずれの条件でも推定寿命と計算寿命の間に桁違いの差はなかった。以下に、試験 No.1~9 の試験で得られた試験結果を箇条書きでまとめる。

- 1) 試験 No.1~3 と試験 No.4~6 では、試験前の内外輪の表面粗さが異なるが、推定寿命と計算寿命の比 ($L_{10}/a_3 \times L_{10h}$) はそれぞれ 0.7~0.94 と 0.6~1.1 であり、両水準間に顕著な寿命差は見られなかった。
- 2) 試験 No.1~3 と No.4~6 では、それぞれ寿命に及ぼす荷重の影響を見ることができ、寿命が荷重の 3 乗に逆比例する関係が見られた。

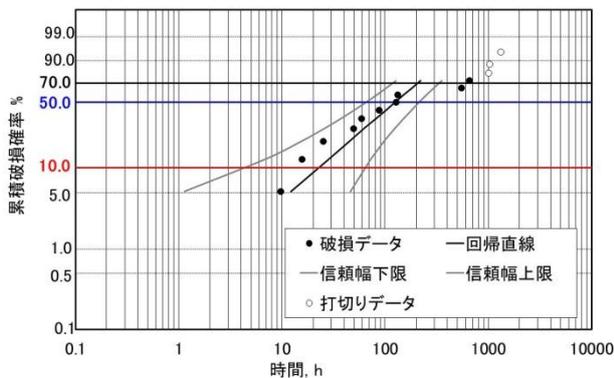
- 3) 試験 No.1 と No.7 では、回転速度の影響を見ることができるが、回転数が遅い試験 No.7 の推定寿命と計算寿命の比は試験 No.1 よりも 2.1 倍ほど大きかった。
- 4) 試験 No.7 と No.8 では、油温の影響を見ることができるが、油温が低い試験 No.8 の推定寿命と計算寿命の比は試験 No.7 よりも 1.7 倍ほど大きかった。
- 5) 試験 No.3 と No.9 では、負荷速度の影響を見ることができるが、負荷速度が速い試験 No.9 の推定寿命と計算寿命の比は試験 No.3 のそれと大差なかった。



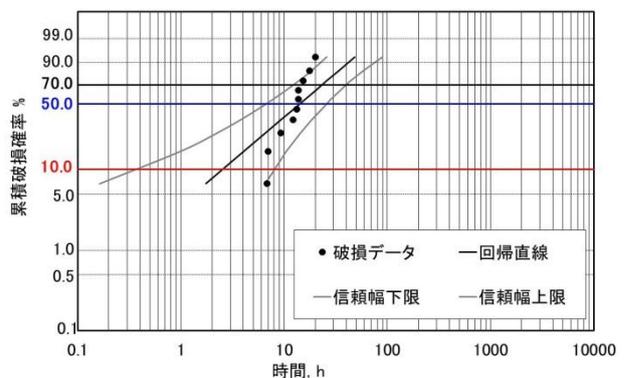
(a) 試験 No.1



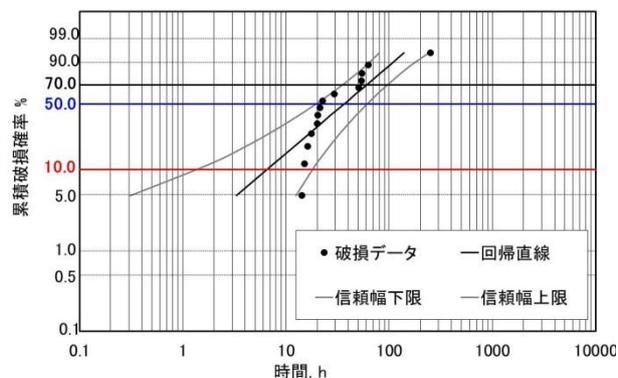
(b) 試験 No.2



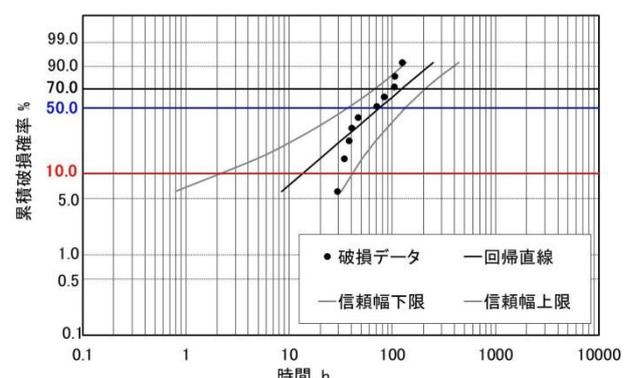
(c) 試験 No.3



(d) 試験 No.4

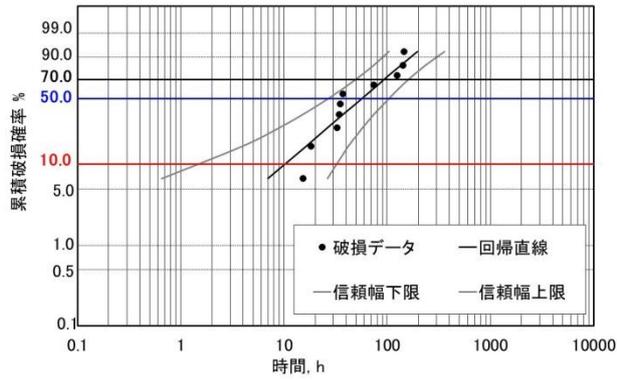


(e) 試験 No.5

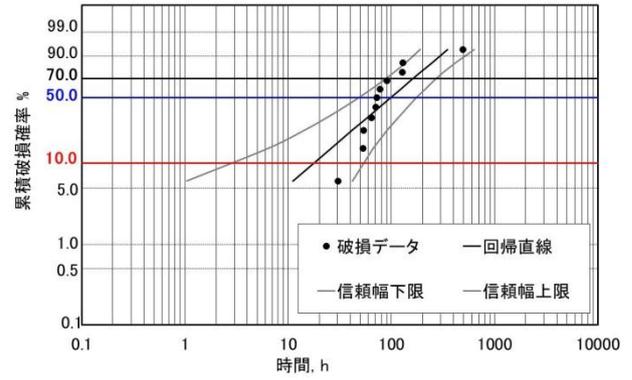


(f) 試験 No.6

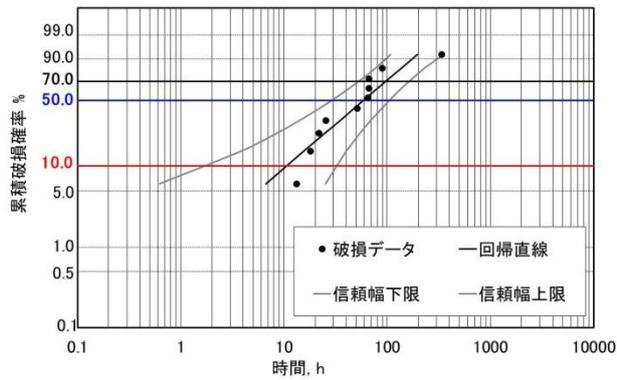
図 2.2 試験 No.1~9 のワイブルプロット-1



(g) 試験 No.7



(h) 試験 No.8



(i) 試験 No.9

図 2.2 試験 No.1~9 のワイブルプロット-2

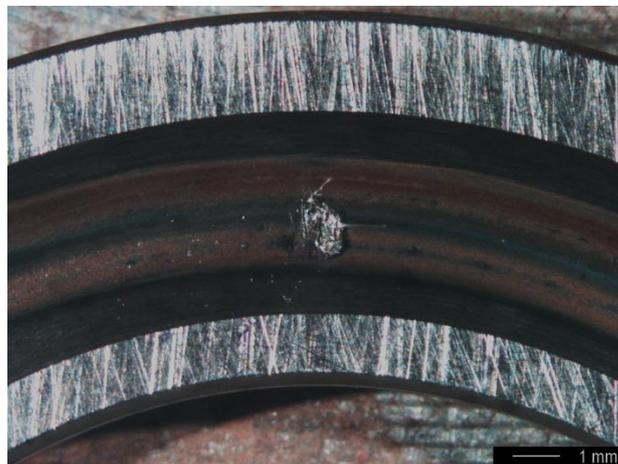


図 2.3 試験 No.1~9 の代表的な損傷形態

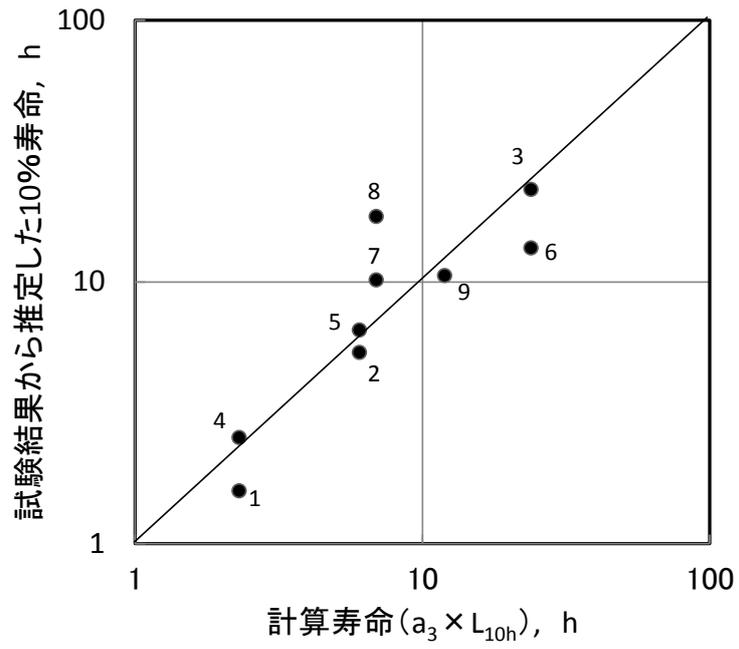


図 2.4 計算寿命と実験結果から推定した寿命との関係

表 2.2 試験 No.1～9 の寿命のデータ

| | 試験No.1 | | 試験No.2 | | 試験No.3 | | 試験No.4 | | 試験No.5 | | 試験No.6 | | 試験No.7 | | 試験No.8 | | 試験No.9 | |
|---|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|
| | 寿命 h | 破損 部位 |
| 1 | 11.7 | 外 | 30.5 | 内 | 15.7 | 外* | 9.3 | 外 | 54.3 | 内 | 29.4 | 外 | 124.5 | 外 | 490.4 | 内 | 21.8 | 内 |
| 2 | 7.5 | 内 | 1.5 | 外 | 25.0 | 外 | 13.2 | 内 | 15.0 | 鋼球 | 40.2 | 内外 | 34.3 | 内 | 71.8 | 内 | 51.4 | 内 |
| 3 | 5.0 | 外 | 50.5 | 内 | 548.5 | 外 | 7.0 | 外 | 20.4 | 鋼球 | 125.3 | 鋼球 | 146.2 | 外 | 53.0 | 外 | 66.4 | 外 |
| 4 | 48.4 | 外 | 39.4 | 外 | 658.7 | 内 | 20.0 | 内 | 22.5 | 鋼球 | 34.3 | 外 | 141.4 | 内 | 77.6 | 内 | >25.7 | - |
| 5 | 5.5 | 外 | 9.7 | 内 | >1312.8 | - | 17.5 | 外 | 53.5 | 内 | >47.1 | - | 15.2 | 外 | 127.3 | 内 | 13.3 | 外* |
| 6 | 6.5 | 外 | 190.0 | 鋼球 | 87.1 | 外 | 13.8 | 外 | 20.1 | 鋼球 | 38.2 | 外 | 32.7 | 外 | 30.4 | 外 | 66.7 | 外 |
| 7 | 4.3 | 外 | 76.8 | 内 | 9.7 | 外* | 6.8 | 内* | 29.2 | 内 | 105.9 | 外 | 18.3 | 内 | 90.3 | 外 | 65.1 | 外 |
| 8 | 2.3 | 外 | 11.2 | 外 | 49.4 | 内 | 15.2 | 内 | 17.5 | 内* | 104.0 | 内外 | 37.2 | 内 | 53.8 | 外 | 18.0 | 外 |
| 9 | 11.1 | 外 | 78.3 | 内 | >1024.0 | - | 12.2 | 外 | 62.6 | 内 | 83.1 | 鋼球 | 74.2 | 内 | 129.6 | 内 | 89.0 | 内 |
| 10 | 7.9 | 内 | 11.8 | 内 | 127.8 | 外 | 13.8 | 内 | 16.2 | 内 | 70.5 | 内* | 35.2 | 内 | 64.5 | 内 | 25.4 | 外 |
| 11 | | | | | >1000.0 | - | | | 21.4 | 内* | 46.8 | 鋼球 | | | 70.9 | 内 | 339.3 | 外 |
| 12 | | | | | 59.3 | 外 | | | 249.8 | 外 | | | | | | | | |
| 13 | | | | | 132.2 | 内 | | | 50.3 | 内 | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | 14.2 | 内外* | | | | | | | | |
| e | 1.1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| L ₁₀ | 1.6 | | 5.4 | | 22.5 | | 2.5 | | 6.6 | | 13.5 | | 10.2 | | 17.8 | | 10.6 | |
| L ₅₀ | 8.8 | | 29.8 | | 124.9 | | 14.1 | | 36.3 | | 74.7 | | 56.4 | | 98.1 | | 58.7 | |
| L _{10h} | 14 | | 37 | | 146 | | 14 | | 37 | | 146 | | 42 | | 42 | | 73 | |
| a ₃ × L _{10h} | 2.3 | | 6.0 | | 23.9 | | 2.3 | | 6.0 | | 23.9 | | 6.9 | | 6.9 | | 11.9 | |
| L ₁₀ /(a ₃ × L _{10h}) | 0.69 | | 0.89 | | 0.94 | | 1.10 | | 1.09 | | 0.56 | | 1.47 | | 2.57 | | 0.89 | |

注：内，外，鋼球はそれぞれの部位にフレーキングが見られたもの

*は内外輪にピーリングが見られたもの

外*は外輪にフレーキングと内外輪にピーリングが見られたもの

内*は内輪にフレーキングと内外輪にピーリングが見られたもの

内外*は内外輪にフレーキングと内外輪にピーリングが見られたもの

2.3.1.2 鋼球の Rq が $0.54\mu\text{m}$ の条件での寿命試験

表 2.3 と図 2.5 に試験 No.10~14 の寿命のデータとワイブルプロットをそれぞれ示す。ワイブルプロットによる寿命推定は 2.3.1.1 と同じ方法を用いた。試験 No.10~14 では、すべての条件で図 2.6 に示すようなピーリングが観察された。損傷形態がピーリングの試験 No.10~14 では、1つ1つのはく離が微小であるため、ピーリング発生初期の振動が小さく、ピーリング発生初期で試験を停止することが難しかった。そのため、表 2.3 の寿命のデータは、振動で感知できるまでピーリングが成長したときのものである。

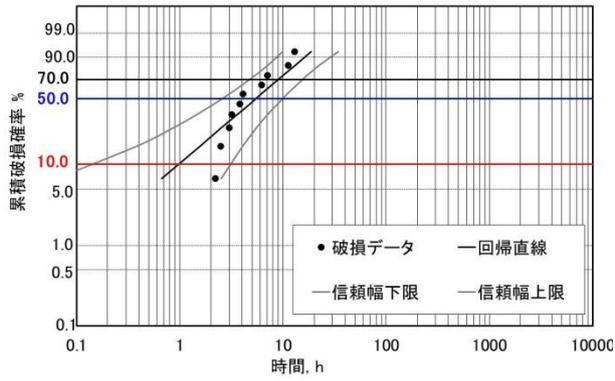
ピーリング発生に及ぼす荷重の影響と潤滑油粘度の影響は、それぞれ試験 No.10~12 と No.11,13,14 で見るができる。試験 No.10~14 では、荷重の低下による顕著な寿命増加は見られず、荷重によらずほぼ一定の寿命であった。また、潤滑油が変化しても推定寿命に大きな変化は見られなかった。これらの推定寿命を図 2.4 の相関図に加えてプロットすると図 2.7 に示す結果になった。試験 No.10~14 のいずれの条件でも、推定寿命は使用条件係数 a_3 を乗じた計算寿命より短く、そのかい離は荷重が小さい条件でより顕著になった。仮に、ピーリング発生初期の寿命のデータが得られたとすると、推定寿命はより短くなるため、推定寿命と使用条件係数 a_3 を乗じた計算寿命のかい離はさらに大きくなる。荷重が 0.98kN の条件 No.12 では、推定寿命は使用条件係数 a_3 を乗じた計算寿命の 0.004 倍となり、著しく短かった。

図2.8に荷重条件が異なる試験片（試験No.10~12）の損傷形態を示す。これらの試験片に作用している荷重は、転走跡の幅から(a),(c),(e)の順に小さくなっていることが分かるが、ピーリングは荷重条件によらずほぼ同じ時間で発生していた。荷重が大きい試験No.10では、すべての試験でピーリングとフレーキング両方の損傷形態が見られた。なお、いずれの条件でもピーリングの発生位置には特徴があり、転走跡の内径側でより多くのピーリングが見られた。

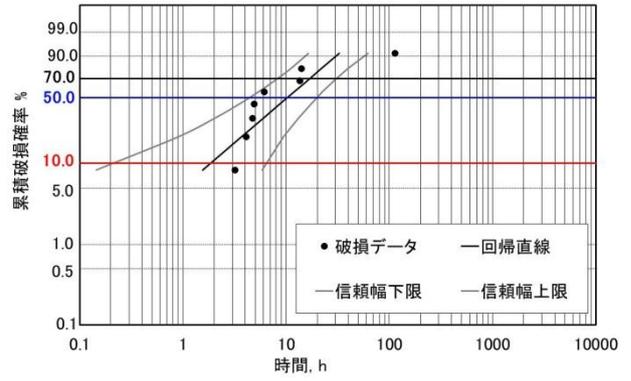
表 2.3 試験 No.10~14 の寿命のデータ

| | 試験No.10 | | 試験No.11 | | 試験No.12 | | 試験No.13 | | 試験No.14 | |
|-------------------------------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|
| | 寿命 h | 破損 部位 |
| 1 | 11.2 | 外* | 13.6 | * | 16.6 | * | 6.4 | * | 16.3 | * |
| 2 | 12.9 | 内外* | 14.1 | * | 3.2 | * | 8.0 | * | 9.5 | * |
| 3 | 7.1 | 内* | 4.9 | * | 32.1 | * | 9.2 | * | 11.6 | * |
| 4 | 3.2 | 外* | 113.3 | * | 6.2 | * | 9.9 | * | 38.6 | * |
| 5 | 4.1 | 外* | 4.7 | * | 44.4 | * | 10.6 | * | | |
| 6 | 3.0 | 内* | 3.2 | * | 4.6 | * | 14.4 | * | | |
| 7 | 2.5 | 外* | 4.1 | * | 4.8 | * | 20.3 | * | | |
| 8 | 2.2 | 外* | 6.1 | * | 6.9 | * | | | | |
| 9 | 3.8 | 外* | | | | | | | | |
| 10 | 6.2 | 外* | | | | | | | | |
| ワイブルスロープ | 1.1 | | | | | | | | | |
| L_{10} | 1.0 | | 1.8 | | 2.0 | | 2.2 | | 3.2 | |
| L_{50} | 5.4 | | 10.2 | | 11.0 | | 12.0 | | 18.0 | |
| L_{10h} | 14 | | 146 | | 3031 | | 146 | | 146 | |
| $a_3 \times L_{10h}$ | 2.3 | | 23.9 | | 497.1 | | 23.9 | | 23.9 | |
| $L_{10}/(a_3 \times L_{10h})$ | 0.43 | | 0.077 | | 0.0040 | | 0.090 | | 0.14 | |

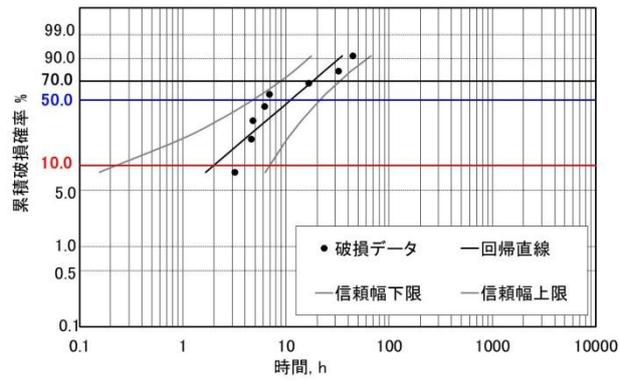
注: 内, 外, 鋼球はそれぞれの部位にフレーキングが見られたもの
 *は内外輪にピーリングが見られたもの
 外*は外輪にフレーキングと内外輪にピーリングが見られたもの
 内*は内輪にフレーキングと内外輪にピーリングが見られたもの
 内外*は内外輪にフレーキングと内外輪にピーリングが見られたもの



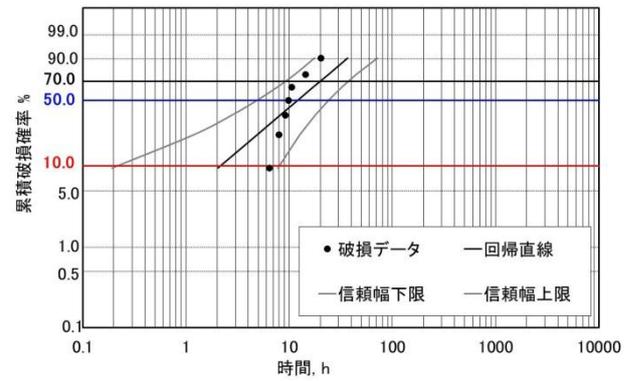
(a) 試験 No.10



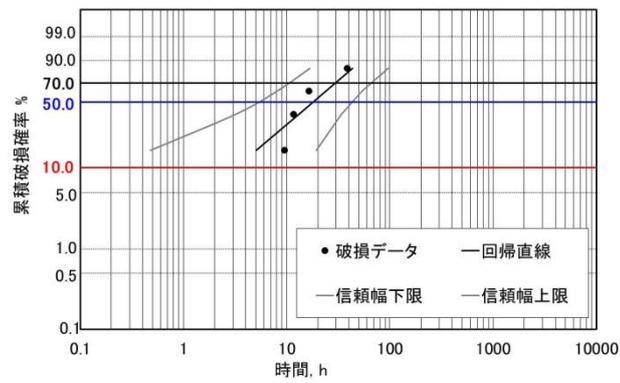
(b) 試験 No.11



(c) 試験 No.12

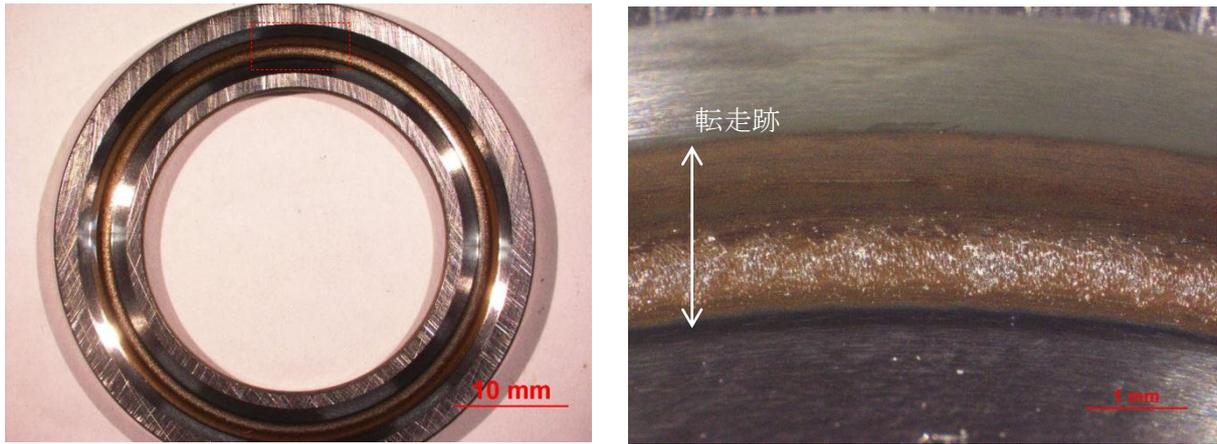


(d) 試験 No.13



(e) 試験 No.14

図 2.5 試験 No.10~14 のワイブルプロット



(a)試験片全体

(b) (a)赤破線部拡大

図 2.6 試験 No.10~14 の代表的な損傷形態

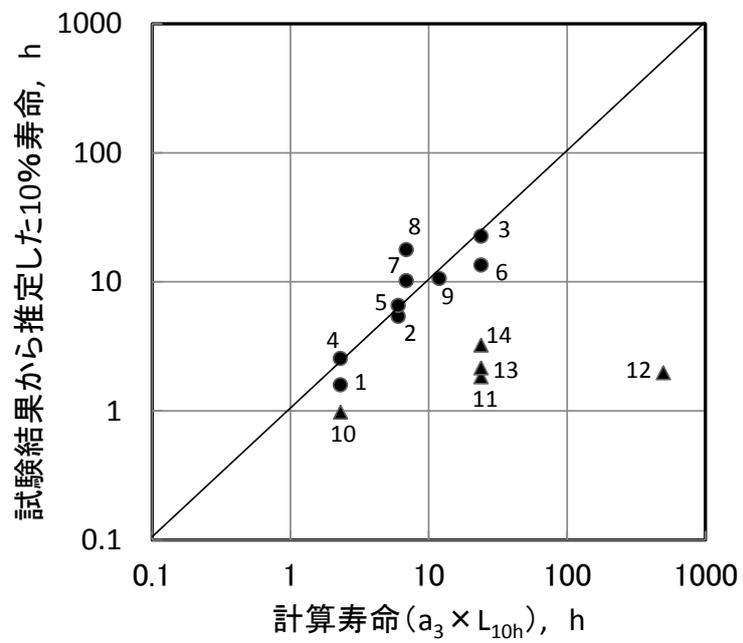
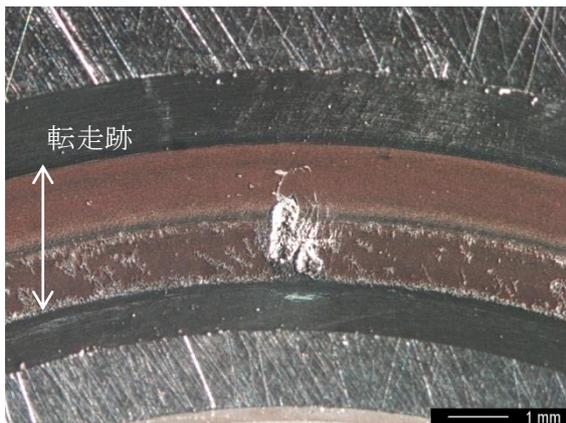
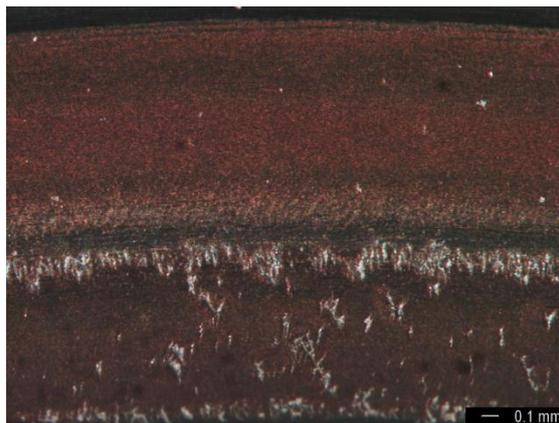


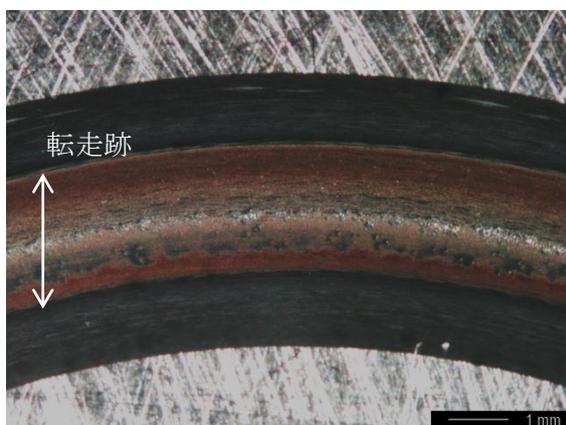
図 2.7 計算寿命と実験結果から推定した寿命との関係



(a) 5.88kN (試験 No.10, 寿命 3.2h)



(b) 左写真のピーリング部の拡大



(c) 2.70kN (試験 No.11, 寿命 3.2h)



(d) 左写真ピーリング部の拡大



(e) 0.98kN (試験 No.12, 寿命 3.2h)



(f) 左写真ピーリング部の拡大

図 2.8 試験 No.10~12 の内外輪で生じた損傷の形態

2.3.2 試験前後の内外輪と鋼球の表面粗さ

低ラムダ条件の寿命は内外輪と鋼球の表面粗さに影響を受けると考えられる。以下では、表面粗さ突起の接触状態が寿命に及ぼす影響を調査する目的で収集した、試験 No. ごときの試験前後の内外輪と鋼球の表面粗さを示す。

表 2.4 に試験前後の内外輪と鋼球の表面粗さの各種パラメータ (Ra , Rq , Rku , Rsk , Rsm , Rdq) の平均値 (表に示した試験個数分の測定データの平均値) を示す。以下では、上記のパラメータの中で軌道面の表面粗さの凹凸の程度と表面粗さの突起の傾斜の程度をそれぞれ表している Rq と Rdq に着目する。なお、 Rq と Rdq は Ioannides らの論文²⁸⁾の中で表面粗さの突起接触の過酷度を表す指標として用いられている。これらの測定結果は、内外輪については転走跡に垂直な方向に、鋼球については任意の方向に、接触式の表面粗さ・形状測定機を用いて得られた値である。なお、測定条件は日本工業規格 JIS の方法³⁸⁾に準拠した。

表 2.4 から試験前に内外輪の表面粗さの条件が異なっていた水準 (試験 No.1~3 と試験 No.4~6) の各部位の Rq と Rdq を抽出し、それらを比較した。その結果を図 2.9 に示す。試験後の内外輪の Rq と Rdq はいずれの条件でも試験前より小さくなっており、試験後の内外輪の表面はなじんでいることが分かった (以下、試験中に Rq と Rdq が低下することをなじみと呼ぶ)。初期に内外輪の表面粗さのレベルが異なっていた試験 No.1~3 と試験 No.4~6 では、試験後の内外輪の Rq と Rdq に差が見られ、試験 No.4~6 の Rq と Rdq は試験開始時とはく離発生後で試験 No.1~3 より大きかった。試験後の No.1~3 の内外輪の Ra と Rdq はそれぞれ $0.07\sim 0.15\mu\text{m}$ と $0.54\sim 1.60^\circ$ で、試験後の No.4~6 の内外輪の Ra と Rdq はそれぞれ $0.26\sim 0.43\mu\text{m}$ と $1.03\sim 3.48^\circ$ であった。一方、鋼球に関しては、いずれの条件でも内外輪よりもなじみにくく、試験後の Rq はすべての条件でほとんど低下しなかった。また、試験後の Rdq でも内外輪で見られたような顕著な低下は起こらなかった。

表 2.4 から試験 No.1~9 の試験後の Rq と Rdq を抽出した結果を図 2.10 に示す。試験後の内外輪の Rq と Rdq は、最大接触応力 P_{max} が大きい条件ほど、試験前の値からの低

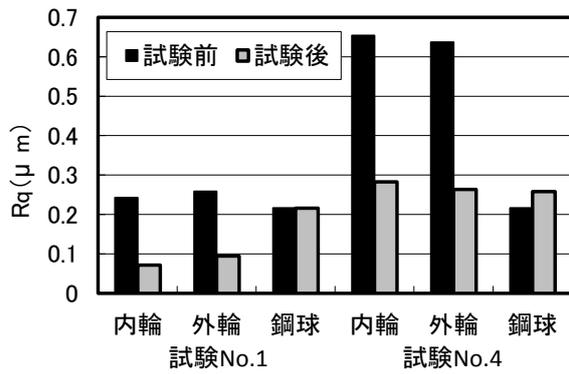
下が著しくなる傾向があった。試験後の鋼球では、 Rq については試験条件による差はほとんど見られなかったが、 Rdq については回転数が小さい試験 No.7,8 の条件のほうが小さかった。

表 2.4 から試験 No.1~12 の試験後の鋼球の Rq と Rdq を抽出した結果を図 2.11 に示す。初期に鋼球の表面粗さが異なっていた試験 No.1~9 と試験 No.10~12 では、試験後の鋼球の Rq と Rdq に差が見られ、試験 No.10~12 の Rq と Rdq は試験開始時とはく離発生後で、試験 No.1~9 より大きかった。試験 No.1~9 の鋼球では、 Rq は試験前後でほとんど変化しなかったが、 Rdq は試験 No.間で多少ばらつきがあるものの、試験初期の 3.78° から $1.23\sim 3.04^\circ$ へ低下していた。試験 No.10~12 の鋼球では、 Rq は試験初期の $0.54\mu\text{m}$ から $0.34\sim 0.39\mu\text{m}$ へ低下し、 Rdq は試験初期の 9.52° から $3.79\sim 5.85^\circ$ に低下した。なお、鋼球の表面は、いずれの試験 No.でも試験前後の Rq と Rdq の低下が内外輪と比べて小さく、なじみにくかった。

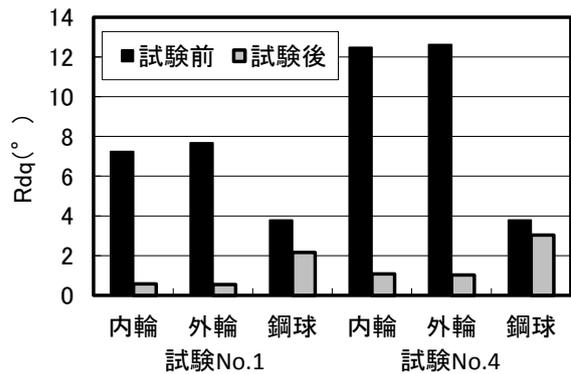
表 2.4 試験前後の内外輪と鋼球の表面粗さの各種パラメータ

Ra , Rq , Rku , Rsk , Rsm , Rdq の平均値

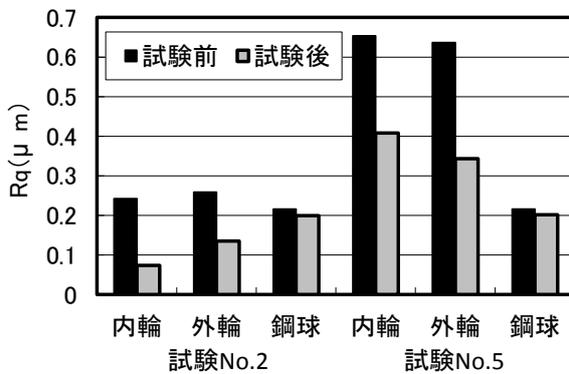
| 試験No | 部区 | 試験前後 | 測定個数 | $Ra, \mu m$ | $Rq, \mu m$ | Rku | Rsk | $Rsm, \mu m$ | $Rdq, ^\circ$ |
|-------------|-------|------|-------|-------------|-------------|-------|-------|--------------|---------------|
| 1~3 7~14 | 内輪 | 試験前 | 10 | 0.19 | 0.24 | 4.00 | -0.45 | 45 | 7.24 |
| | 外輪 | | 10 | 0.20 | 0.26 | 3.69 | -0.50 | 45 | 7.68 |
| 4~6 | 内輪 | | 10 | 0.52 | 0.65 | 3.06 | -0.18 | 64 | 12.48 |
| | 外輪 | | 10 | 0.51 | 0.64 | 2.96 | -0.16 | 64 | 12.63 |
| 1~9 | 鋼球 | | 5 | 0.14 | 0.22 | 11.55 | -2.22 | 113 | 3.78 |
| 10~14 | 鋼球 | | 6 | 0.42 | 0.54 | 4.30 | -0.82 | 53 | 9.52 |
| 1 | 内輪 | 試験後 | 7 | 0.06 | 0.07 | 4.29 | -1.17 | 156 | 0.58 |
| | 外輪 | | 7 | 0.08 | 0.09 | 2.49 | -0.36 | 283 | 0.54 |
| | 鋼球 | | 21 | 0.15 | 0.22 | 8.03 | -1.54 | 164 | 2.16 |
| 2 | 内輪 | 試験後 | 7 | 0.06 | 0.07 | 3.13 | -0.96 | 179 | 0.86 |
| | 外輪 | | 7 | 0.11 | 0.14 | 2.91 | -0.14 | 137 | 0.96 |
| | 鋼球 | | 21 | 0.14 | 0.20 | 11.13 | -2.00 | 126 | 2.89 |
| 3 | 内輪 | 試験後 | 10 | 0.08 | 0.11 | 6.15 | -1.20 | 126 | 1.60 |
| | 外輪 | | 10 | 0.10 | 0.15 | 4.68 | -1.07 | 233 | 1.56 |
| | 鋼球 | | 30 | 0.13 | 0.19 | 13.01 | -1.97 | 207 | 2.10 |
| 4 | 内輪 | 試験後 | 10 | 0.22 | 0.28 | 3.11 | -1.25 | 413 | 1.08 |
| | 外輪 | | 10 | 0.20 | 0.26 | 3.12 | -1.10 | 330 | 1.03 |
| | 鋼球 | | 10 | 0.18 | 0.26 | 10.17 | -1.97 | 150 | 3.04 |
| 5 | 内輪 | 試験後 | 14 | 0.34 | 0.41 | 3.34 | -0.82 | 379 | 1.85 |
| | 外輪 | | 14 | 0.28 | 0.34 | 3.08 | -0.63 | 379 | 1.82 |
| | 鋼球 | | 14 | 0.14 | 0.20 | 10.29 | -4.65 | 196 | 2.23 |
| 6 | 内輪 | 試験後 | 11 | 0.30 | 0.38 | 3.67 | -1.22 | 300 | 2.52 |
| | 外輪 | | 11 | 0.33 | 0.43 | 4.03 | -1.28 | 287 | 3.49 |
| | 鋼球 | | 11 | 0.15 | 0.22 | 9.57 | -1.84 | 167 | 2.11 |
| 7 | 内輪 | 試験後 | 10 | 0.14 | 0.17 | 3.01 | -0.99 | 207 | 0.63 |
| | 外輪 | | 10 | 0.11 | 0.13 | 2.98 | -0.65 | 257 | 0.88 |
| | 鋼球 | | 30 | 0.12 | 0.17 | 7.79 | -0.99 | 165 | 1.86 |
| 8 | 内輪 | 試験後 | 11 | 0.08 | 0.11 | 4.59 | -0.89 | 230 | 0.67 |
| | 外輪 | | 11 | 0.10 | 0.13 | 3.46 | -0.72 | 293 | 0.62 |
| | 鋼球 | | 32 | 0.15 | 0.21 | 5.61 | -0.82 | 254 | 1.23 |
| 9 | 内輪 | 試験後 | 11 | 0.10 | 0.14 | 6.00 | -0.97 | 168 | 1.28 |
| | 外輪 | | 11 | 0.14 | 0.18 | 3.29 | -0.66 | 193 | 1.44 |
| | 鋼球 | | 66 | 0.16 | 0.23 | 11.36 | -2.10 | 133 | 2.94 |
| 10 | 内輪 | 試験後 | ピーリング | | | | | | |
| | 外輪 | | 10 | 0.24 | 0.34 | 7.64 | -1.73 | 118 | 3.79 |
| 鋼球 | ピーリング | | | | | | | | |
| 11 | 内輪 | 試験後 | ピーリング | | | | | | |
| | 外輪 | | 7 | 0.27 | 0.36 | 5.26 | -1.16 | 78 | 5.30 |
| | 鋼球 | | ピーリング | | | | | | |
| 12 | 内輪 | 試験後 | ピーリング | | | | | | |
| | 外輪 | | 7 | 0.29 | 0.39 | 5.87 | -1.19 | 92 | 5.85 |



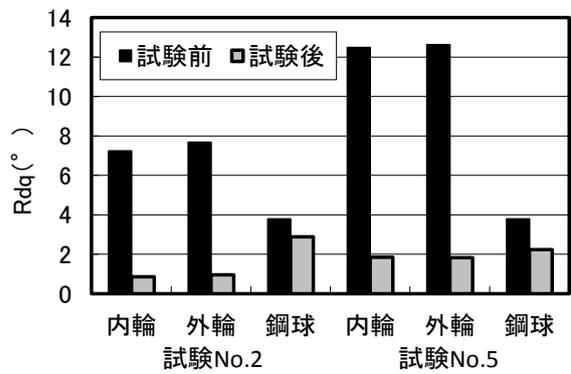
(a)試験 No1,4(Pmax=3.9GPa)の Rq



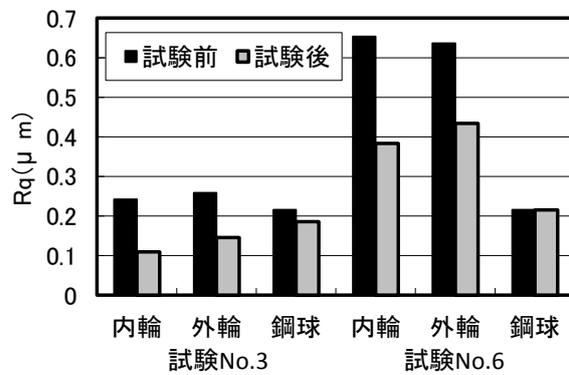
(b)試験 No1,4(Pmax=3.9GPa)の Rdq



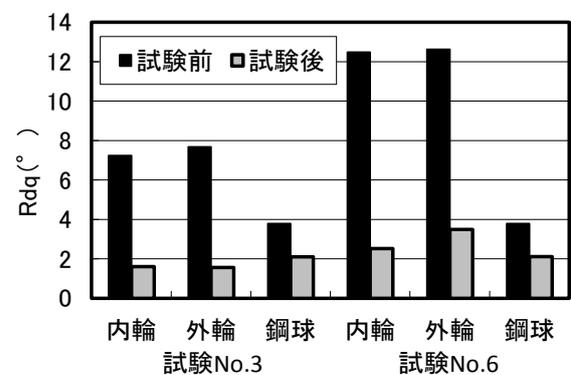
(c)試験 No2,5(Pmax=3.5GPa)の Rq



(d)試験 No2,5(Pmax=3.5GPa)の Rdq

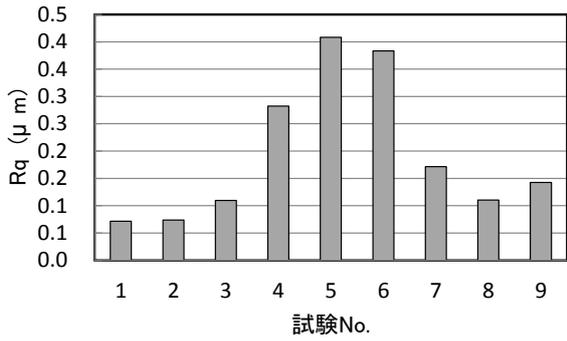


(e)試験 No3,6(Pmax=3.0GPa)の Rq

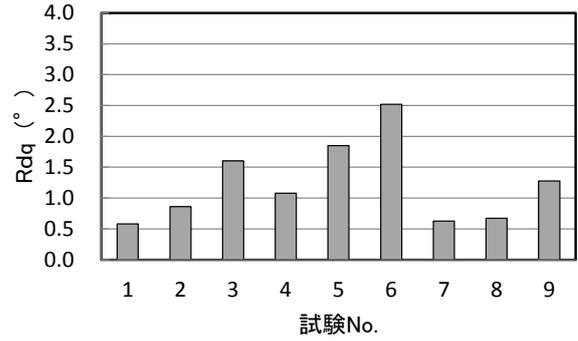


(f)試験 No3,6(Pmax=3.0GPa)の Rdq

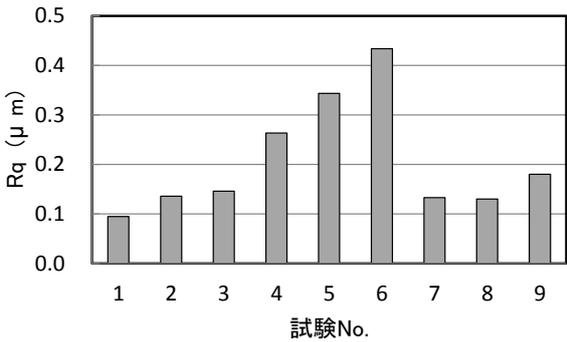
図 2.9 試験前後の各部位の Rq と Rdq の比較 (試験 No.1~6)



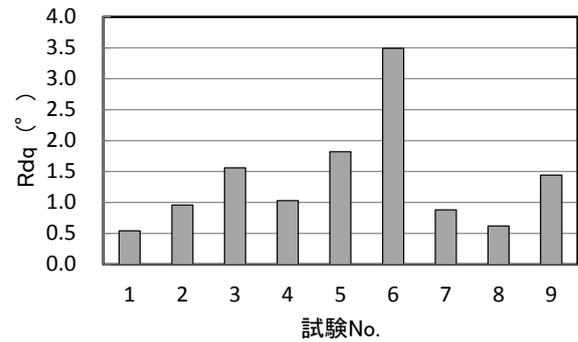
(a)内輪の Rq



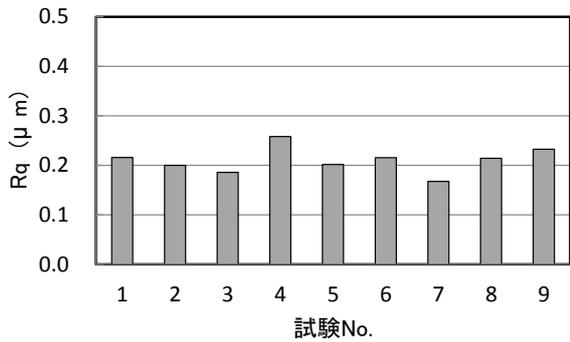
(b)内輪の Rdq



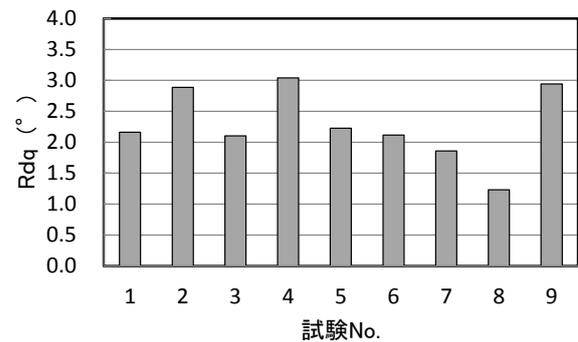
(c)外輪の Rq



(d)外輪の Rdq

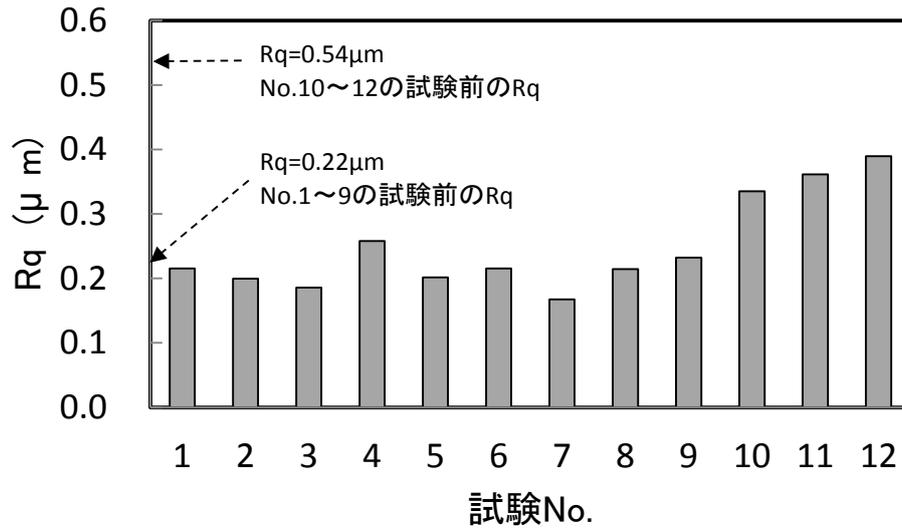


(e)鋼球の Rq

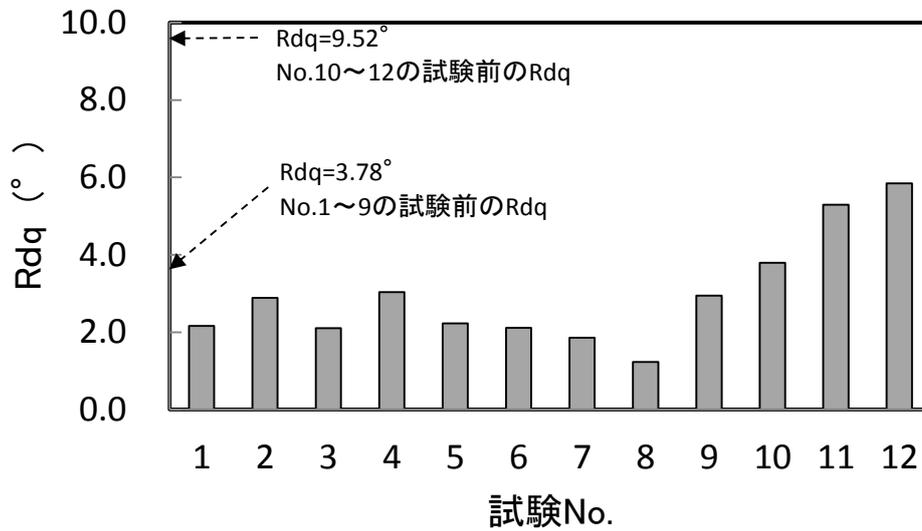


(f)鋼球の Rdq

図 2.10 試験後の各部位の Rq と Rdq (試験 No.1~9)



(a) 鋼球の Rq



(b) 鋼球の Rdq

図 2.11 試験後の鋼球の Rq と Rdq (試験 No.1~12)

2.3.3 2.3.1 項及び 2.3.2 項の試験結果のまとめ

2.3.3.1 試験条件と損傷形態の関係について

試験 No.1~12 では、ほとんどの試験片の内外輪が損傷した（表 2.2 参照）。初期の内外輪の Rq と Rdq が大きく、荷重が比較的小さかった試験 No.5,6 では、一部の試験片で鋼球に損傷が見られた（表 2.2 参照）。

初期の鋼球の Rq と Rdq が比較的小さかった試験 No.1~9 の損傷形態はフレーキング、 Rq と Rdq が大きかった試験 No.10~14 の損傷形態はピーリングであった（表 2.3, 図 2.3, 図 2.6 参照）。試験 No.10 ではフレーキングとピーリング両方の損傷が見られた（表 2.3 と 図 2.8 参照）。なお、ピーリングは転走跡の内径側でより多く観察された（図 2.8 参照）。

2.3.3.2 試験前後の内外輪と鋼球の表面粗さ

試験前に内外輪の Rq と Rdq に違いがあった試験 No.1~3 と試験 No.4~6 では、試験後も Rq と Rdq に差があったものの、寿命差はほとんど見られなかった（表 2.2, 表 2.4 参照）。

回転数が小さい試験 No.7,8 では、試験後の鋼球の Rdq が他の条件よりも小さく、寿命が計算寿命よりも長くなる傾向があった（表 2.2, 表 2.4 参照）。

初期の鋼球の Rq と Rdq が比較的小さかった試験 No.1~9 では、推定寿命と計算寿命の間に桁違いの差はなく、寿命が荷重の 3 乗に逆比例する関係が得られた（図 2.4 参照）。一方、初期の鋼球の Rq と Rdq が比較的大きかった試験 No.10~12 では、荷重によらずほぼ一定の寿命であり、荷重の小さい条件ほど計算寿命からのかい離が著しかった（図 2.7 参照）。

2.4 考察

2.4.1 転がり疲れの進行に及ぼす Rq , Rdq となじみの影響

本試験では、ほとんどの試験片で鋼球よりも先に内外輪が損傷したが、これは鋼球が内外輪と比べてなじみにくいため、鋼球の転動面の表面粗さが試験中に内外輪よりも相対的に大きくなり、結果的に鋼球の転動面が内外輪の軌道面を攻撃したことによると考えられる（以下では、 Rq と Rdq が大きい部位が相手軌道面の疲労の進行を早める性質を攻撃性と呼ぶ）。スラスト玉軸受では、内外輪は常に同じ軌道面で疲労を受けるのに対して、鋼球は軸受内にスピンによる摩擦力が働くため、転動面を変えながら球面全体で疲労が進む。また、鋼球は硬度が内外輪よりも高いため、疲労強度の面で内外輪よりも有利と考えられる。しかし、内外輪の Rq と Rdq が試験中に大きかった試験条件（試験 No.5,6）では、鋼球が内外輪よりも先に損傷する事例が散見されたことから、損傷を起こす部位の相手側の転動面の攻撃性が寿命を決める最も大きな要因になっていたと考えられる。また、試験前に内外輪の表面粗さに違いがあった条件間（試験 No.1～3 と No.4～6）では、大きな寿命差が見られなかったが、これも試験 No.1～6 の試験前後の鋼球の Rq と Rdq にほとんど差がなく、鋼球の転動面の攻撃性に差がなかったことに起因していると考えられる。さらに、回転数が小さい水準の寿命が他の水準と比べて計算寿命よりも長くなったことについても、回転数が小さい条件で転動した鋼球はなじみやすく、鋼球の内外輪への攻撃性が抑えられたためと考えられる。 Rq と Rdq どちらの表面粗さのパラメータが相手への攻撃性を示す指標として適切かについては明確ではないが、回転数が小さい試験条件では Rq に差はなく、 Rdq に差があるだけで寿命差が見られたこと、Ioannides らの論文²⁸⁾の付録 A では真実接触部での接触応力の増加は Rdq で求めることができるという議論を鑑みると、 Rdq が相手側の軌道面の攻撃性を示す指標として適切であると推測している。図 12 は Rq が同じで Rdq だけが異なる 2 つの面を上下で示したものである。 Rdq が大きいほうが相手の軌道面を攻撃しやすい理由については、 Rdq が大きい突起は Rdq が小さい面に埋まり込みやすいため、静水圧応力状態になりやすく、疲労にとっては有利な状況になっている可能性がある。いずれにしても、今回の試験のよ

うな境界潤滑条件での寿命は、はく離が発生する部位の相手側の軌道面の攻撃性に大きな影響をうけると考えられる。

上記では、回転数が小さいほうが鋼球の軌道面がなじみやすいことについて述べたが、回転数が小さい水準は比較的長寿命なため、負荷回数が増えたことが鋼球の表面粗さの低下につながったと考えることもできる。そこで、負荷回数を一定にしたときの回転速度と試験後の鋼球の Rq と Rdq の関係を調べた。表 2.5 にその試験条件を、図 2.13 にその結果をそれぞれ示す。図から明らかのように、 Rq と Rdq は、回転数が小さくなるほど低下しやすいことが分かる。この結果を利用して、低回転によって転動面がなじむと寿命が長くなる現象を、より明確にする実験を行った。表 2.6 にその試験条件を、図 2.14 にその試験結果を示す。通常の 1500min^{-1} での試験を行う前に表 6 に示すなじみ運転をさせた軸受とさせなかった軸受で寿命を比較した。なじみ運転を行った試験片は 3 個すべてが 4000h 以上の寿命であったが、なじみ運転を行っていない試験片は 4 個すべてが 40h 以下の寿命になった。この結果は低速回転によるなじみが寿命に大きな影響を及ぼす例である。

赤松と Miller らは、接触だ円を通り過ぎる時間（この値が小さいほど転動速度が速いことを表しており、以下では接触時間と呼ぶ）が $0.05\sim 16.4\text{msec}$ の範囲の転動速度では、寿命は接触時間の 0.4 乗に比例して長くなると報告している²⁶⁾。TestNo.1~9 では、接触時間は $0.25\sim 0.96\text{ msec}$ 。（それぞれ No.3 と No.7 での値）の範囲であり、最大 4 倍程度の差があるため、この差による寿命向上は最大 1.7 倍と予測されるが、この寿命向上は今回の寿命試験の結果（例えば、試験 No.3 と No.7 の比 1.56）とおおむね一致している。赤松と Miller らの報告では転動速度が遅くなると寿命が長くなる原因については述べていないが、これは転動速度の低下によって軌道面がなじみやすくなることで、寿命が長くなることによると考えられる。なお、回転数が小さくなるとなじみやすくなるメカニズムについては不明であり、今後の研究課題である。

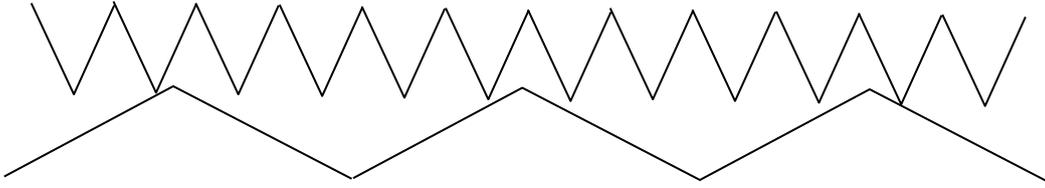


図 2.12 Rq が同じで Rdq だけが異なる 2 つの面(上面 $Rdq >$ 下面 Rdq)

表 2.5 試験条件

| | |
|---------------|--|
| 試験軸受の型番 | 51105 |
| 初期の軸受レースの表面粗さ | $Rq=0.25\mu\text{ m}$ 、 $Rdq=7.45^\circ$ |
| 初期の鋼球の表面粗さ | $Rq=0.54\mu\text{ m}$ 、 $Rdq=9.52^\circ$ |
| 転動体数 | 3 |
| 荷重 | 2.7kN |
| 最大面圧 | 3.0GPa |
| 潤滑油 | JX日鉱日石エネルギー 無添加タービン油 VG32 |
| 油温 | 110°C |
| 回転数 | 100~1500 min^{-1} |
| Λ | 0.008~0.048 |
| 負荷回数 | 261000 |

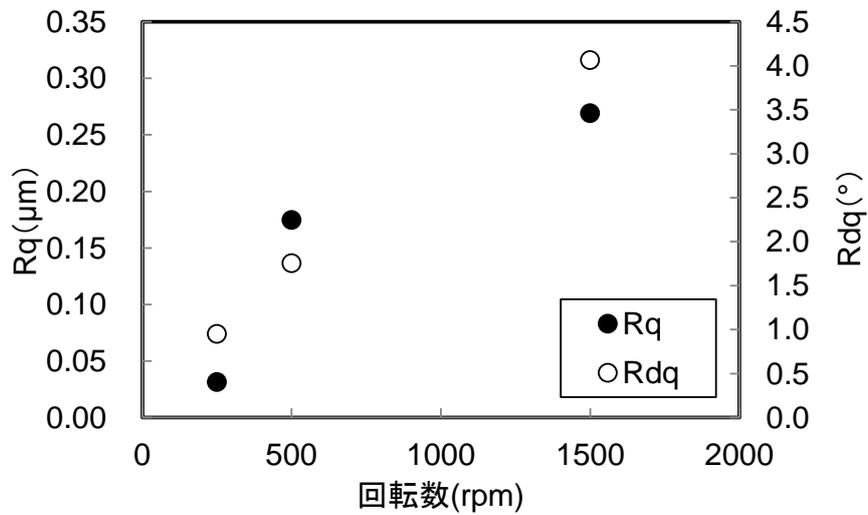


図 2.13 負荷回数を一定にしたときの回転速度と鋼球の Rq と Rdq の関係

表 2.6 試験条件

| | | |
|---------|-----------------|------------------------------|
| 試験片 | 試験軸受の型番 | 51105 |
| | 初期の軸受レースの表面粗さ | Rq=0.25 μ m、Rdq=7.45° |
| | 初期の鋼球の表面粗さ | Rq=0.54 μ m、Rdq=9.52° |
| | 転動体数 | 3 |
| なじみ運転条件 | 荷重 | 2.7kN |
| | 最大面圧 | 3.0GPa |
| | 潤滑油 | JX日鉱日石エネルギー 無添加タービン油 VG32 |
| | 油温 | 110°C |
| | 回転数 | 250min ⁻¹ |
| | Δ | 0.012 |
| | 負荷回数 | 261000 |
| | なじみ後の軸受レースの表面粗さ | Rq=0.23 μ m、Rdq=1.15° |
| 試験条件 | 初期の鋼球の表面粗さ | Rq=0.03 μ m、Rdq=0.95° |
| | 荷重 | 2.7kN |
| | 最大面圧 | 3.0GPa |
| | 潤滑油 | JX日鉱日石エネルギー 無添加タービン油 VG32 |
| | 油温 | 110°C |
| | 回転数 | 1500min ⁻¹ |
| | Δ | 0.076(初期表面粗さでの計算値) |

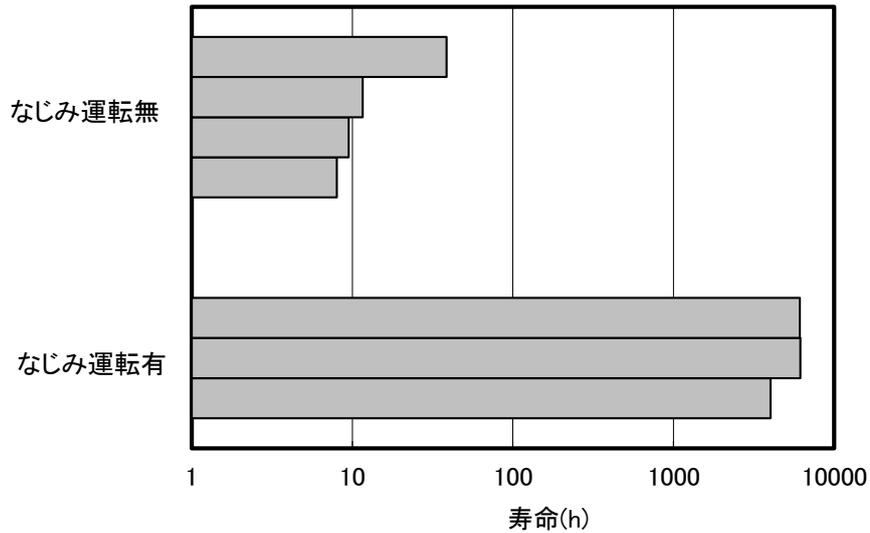


図 2.14 なじみ運転の有無による寿命の違い

2.4.2 損傷形態に及ぼす Rq , Rdq と接線力の影響

2007年に発行された ISO 281:2007 の基になった Ioannides らの論文²⁸⁾の付録 A では、寿命計算式の補正係数 a_{ISO} の考え方についての解説がある。その解説では、転がり軸受の残存確率 S は式(1)で表されるとしている。

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) = \ln\left(\frac{1}{S_{\text{hertzian-scale_stress}}}\right) + \ln\left(\frac{1}{S_{\text{surface_stress}}}\right) + \ln\left(\frac{1}{S_{\text{subsurface_stress}}}\right) \quad (1)$$

式(1)は転がり軸受の残存確率が以下の3種類の応力によって発生する損傷のモードごとの残存確率によって決まることを表している。

- ①第1項の **Hertzian-scale_stress** : 見かけの接触（ヘルツ接触）面下に発生する応力で、
良好な潤滑条件下において通常の内部起点型のフレーキングを発生させる応力
- ②第2項の **Surface_stress** : 希薄潤滑条件下において、比較的緩やかな傾斜($Rdq \leq 4^\circ$)を持つ表面粗さの突起同士の接触によって誘発される摩擦力により、表面からの損傷を発生させる応力
- ③第3項の **Subsurface_stress** : 希薄潤滑条件下において、比較的大きな傾斜($Rdq > 4^\circ$)を持つ表面粗さの突起同士の接触部の高面圧部直下に作用する局所的に大きな交番せん断応力により、ごく表層からの損傷を発生させる応力

以下では、転がり軸受の寿命を決めている応力を上記のように分類できるとして、今回の実験結果を考察する。

初期の鋼球の Rq と Rdq が比較的小さかった条件(試験 No.1~9)の損傷形態はフレーキング、 Rq と Rdq が大きかった条件(試験 No.10~12)の損傷形態はピーリングであった。試験 No.1~9 では、ラムダは試験終了時(なじみ後)でも 0.11 以下であったこと、 Rdq は内外輪で試験前に 4° 以上であったものの、試験後はすべての部位で 4° より小さくなっていたことを勘案すると、寿命を決定している応力は②の **Surface_stress** であると考えられる。この②の **Surface_stress** による損傷の形態は、ほとんどの試験片でフレーキングで

あった。一方、試験 No.10~12 では、ラムダは試験 No.1~9 よりも小さかったこと、鋼球の Rdq は試験中ほぼ 4° 以上であったと考えられることから、寿命を決定している応力は③の **Subsurface_stress** であると考えられる。試験 No.10~12 で見られたピーリングを発生させる応力が表面粗さの突起接触部直下に作用する交番せん断応力であるかどうかについては議論の余地があるが、 Rdq が大きい場合は表面粗さの突起同士の接触が苛酷になることで損傷形態が変化し、②の **Surface_stress** で生じるフレーキングよりも早期にピーリングが生じたと考えることができる。一部の試験（試験 No.10）ではフレーキングとピーリング両方の損傷が見られたが、これは②の **Surface_stress** によるフレーキングと Rdq が大きい軌道面が接触することによって生じるピーリングとの2つの損傷モードが競合した結果であろう。試験 No.1~9 では、②の **Surface_stress** によるフレーキングの寿命は荷重の3乗に逆比例するが、試験 No.10~12 ではピーリングの寿命は荷重に対してほぼ一定である。そのため、荷重が大きい試験 No.10 では、両方の破損モードの寿命差がなくなり、フレーキングとピーリング両方の損傷が見られたと考えられる。

②の **Surface_stress** によるフレーキングの寿命が荷重の3乗にほぼ逆比例する理由については不明であるが、この関係は②の **Surface_stress** によるフレーキングであれば、従来の寿命計算式に ASME の線図から得られる寿命補正係数を乗じるだけで寿命を予測できることを示している。それに対して、ピーリングの寿命は荷重の3乗には逆比例せず、荷重に対してほぼ一定であることから、従来の寿命計算式に ASME の線図から得られる係数を乗じて補正ができない。ピーリングは Rdq が大きな突起が相手軌道面に高い応力を発生させることで生じると考えられるが、ピーリングが発生するときの突起接触部の面圧は、軸受鋼が加工硬化や残留応力生成を引き起こしながら最終的に支えることができる限界面圧（以下、シェイクダウンリミット³⁹⁾）以上になっていると考え、今回の実験結果を説明しやすい。Ioannides らの論文²⁸⁾にあるように、 Rdq が突起接触部の応力を示すものであるならば、その値が一定値を超えると、突起接触部の応力は荷重条件によらずシェイクダウンリミットに達しており、荷重の変化は接触面積にのみ影響を与えたと考えられる。したがって、その突起接触部の応力はいずれの条件でも同じになっ

ているので、ピーリングはほぼ同じ負荷回数で発生する。これがピーリングの寿命が荷重に対して鈍感になる理由と考えられる。このメカニズムから考えて、ピーリングは各部位での最大の Rdq がある負荷回数（今回の実験では $10^5 \sim 10^6$ ）までに一定以下（今回の実験では 4° 以下）になれば発生しなくなると考えられる。すなわち、ピーリングが軸受で発生するかどうかは、試験中のラムダが 3 以上かどうか、各部位の Rdq が $10^5 \sim 10^6$ の負荷回数までに 4° 以下に低下するかどうかを目安として、実験的に確認できる。

ピーリングが転走跡の内径側でより多く観察された理由に関しては、スラスト軸受の内外輪では内径側が 2 円筒試験でいう従動側に、外径側が駆動側になるためと考えられる。ここで、従動側と駆動側はそれぞれ低速側と高速側とも言われ、接線力の作用方向が転がり方向と一致する軌道面とその逆方向の接線力が作用している軌道面のことをそれぞれ指している。低速側で寿命が低下するという実験事実は Way の研究⁴⁰⁾でも示されており、その寿命低下の原因は応力状態の違いやき裂進展挙動の違いであるとする議論があるが^{41,42)}、いずれにしてもピーリングによる損傷が転走跡の内径側で著しかった原因は内外輪の内径側の周速が鋼球の周速よりも遅く、内外輪の内径側で接線力の作用方向と転がり方向が一致したためと考えられる。

2.4.3 低ラムダ条件での寿命予測と今後の課題

上記の寿命試験の結果とその考察から、低ラムダ条件での寿命予測では以下の結論が得られた。

- 1) 低ラムダ条件での寿命は、はく離が発生する相手側の表面粗さに影響を受ける。
- 2) 転がり軸受の各部位の表面粗さは使用中に変化するが、その変化は荷重、回転速度等の使用条件に影響を受ける。
- 3) 低ラムダ条件ではフレーキングとピーリングの2つの損傷モードがあり、それぞれの損傷を発生させる応力には違いがある。
- 4) フレーキングは表面粗さの突起同士の接触によって誘発される摩擦力による表面応力が原因で発生し、その寿命は Rdq に影響を受ける。
- 5) ピーリングは Rdq が一定以上の軌道面と転動面同士が接触することで発生し、その寿命は接線力の方向と転がり方向の関係に影響を受ける。

以上から、低ラムダ条件の寿命予測では、なじみによって刻一刻と変化するラムダ、表面粗さ、摩擦力の条件を考慮に入れて、表層の応力状態を推定できる技術が必要と考えられる。また、使用条件ごとの表面粗さの変化の挙動の実験的なデータベースが必要と考えられる。使用中に変化するラムダと表面粗さの挙動から軌道面に繰返し作用する応力状態を求めることができれば、疲労度は SN 線図、グッドマン線図、マイナー則等を用いて時系列に計算でき、より普遍的な寿命推定が可能になると考える。ここで、もう1つ考慮すべきは、転動面下に分布している残留応力分布やはめ合いによるフープ応力である。本報では残留応力やフープ応力については議論しなかったが、これらの応力は軌道面の相当応力や応力比に影響を及ぼす。より普遍的な低ラムダ条件での寿命予測方法の確立には、なじみによって刻一刻と変化するラムダ、表面粗さ、残留応力、フープ応力を考慮した真実接触部の応力状態の推定技術と運転条件によるなじみの挙動のデータベースが必要であると考えられる。

2.5 おわりに

本報では、スラスト玉軸受の低ラムダ条件での寿命試験結果を示した。また、試験結果に基づいて低ラムダ条件の寿命を決めている要因と寿命予測の方法について考察した。

- 1) 本報の試験条件では、ほとんどの条件で軸受の内外輪に損傷が発生したが、これは試験中の鋼球の表面粗さが内外輪よりも低下しにくく、鋼球の転動面が内外輪の軌道面を攻撃したことによる。
- 2) 試験前に内外輪の表面粗さに違いがあった条件間では寿命差が見られなかったが、これは鋼球の表面粗さに差がなかったことに起因している。
- 3) 回転数が小さい条件では、寿命が計算寿命よりも長くなる傾向があったが、これは回転数が小さい条件のほうが試験中の鋼球の表面粗さの低下が大きいことに起因している。
- 4) 本報の試験条件ではフレーキングとピーリングの2つの損傷形態が見られたが、どちらの損傷形態になるかは、鋼球の表面粗さが試験中にどこまで低下するかで決まる。
- 5) 損傷形態がピーリングの場合、寿命は荷重に対して鈍感になるが、これは表面粗さ同士の接触が苛酷な条件では真実接触部の面圧がシェイクダウンリミットをこえていたためである。
- 6) ピーリングは転走跡の内径側でより多く観察されたが、これは内外輪の内径側が接線力の作用方向と転がり方向と一致することに起因している。
- 7) より普遍的な低ラムダ条件での寿命予測方法の確立には、なじみによって刻一刻と変化するラムダ、表面粗さ、残留応力、フープ応力を考慮した真実接触部の応力状態の推定技術と運転条件によるなじみの挙動のデータベースが必要である。

2 章の参考文献

- 1) T. E. Tallian: On competing failure modes in rolling contact, ASLE Trans., 10, 4 (1967) 418.
- 2) J. C. Skurka: Elastohydrodynamic lubrication of roller bearings, J. Lubr. Technol. Trans. ASME, 92, 2 (1970) 281.
- 3) Rolling-Element committee lubrication division of ASME, Catalog Card Number 170-179492 (1971).
- 4) C. H. Danner: Fatigue life of tapered roller bearings under minimal lubrication films, ASLE Trans., 13, 4 (1970) 241.
- 5) Y. P. Chiu, T. E. Tallian & J.I. McCool: An engineering model of spalling fatigue in rolling Contact, I.: The subsurface model, Wear, 17 (1971) 433.
- 6) T. E. Tallian & J. I. McCool: An engineering model of spalling fatigue failure in rolling Contact, II.: The surface model, Wear, 17 (1971) 447.
- 7) T. E. Tallian: An engineering model of spalling fatigue failure in rolling contact, III.: Engineering discussion and illustrative examples, Wear, 17 (1971) 463.
- 8) R. A. Hobbs: Fatigue lives of ball bearings lubricated with oils and fire-resistant fluids, EHL symp. IME C1 (1972) 1.
- 9) C. A. Moyer: Relating lubrication parameters and rolling contact fatigue life in mixed EHL regime, EHL symp. IME C1 (1972) 95.
- 10) G. H. G. Vaessen & A. W. J. de Gee: Rolling contact fatigue of maraging steels of different production history: Influence of film thickness/roughness ratio, EHL symp. IME C7 (1972) 40.
- 11) S. Anderson & T. Lund: Ball bearing endurance testing considering elastohydrodynamic lubrication, EHL symp. IME C36 (1972) 138.
- 12) I. M. Felsen, R. W. McQuard & J. A. Marzani: Effect of sea water on the fatigue life and failure distribution of flood-lubricated angular contact bearing, ASLE Trans., 15, 1 (1972) 8.

- 13) J. Y. Liu, T. E. Tallian & J. I. McCool: Dependence of bearing fatigue life on film thickness to surface roughness ratio, ASLE Trans., 18, 2 (1975) 144.
- 14) D. F. Li, J. J. Kauzlarich & W. E. Jamison: Surface roughness effects on fatigue in partial EHD Lubrication, J. Lubr. Technol. Trans. ASME, 98, 4 (1976) 530.
- 15) N. G. Popinceanu, M.D. Gafitanu, S.S. Cretu, E.N. Diaconescu & L. T. Hostiu: Rolling contact fatigue life and EHL theory, Wear, 45 1 (1977) 17.
- 16) 徳田昌敏・永渕光敏・伊藤重男: 軸受転走面のピーリング損傷について, ベアリングエンジニア, 45 (1977) 8.
- 17) 古村恭三郎・城田伸一・平川清: 表面起点および内部起点の転がり疲れについて, NSK bearing journal 636 (1977) 1.
- 18) 高田浩年・鈴木進・前田悦生: ころ軸受の疲れ寿命に及ぼす潤滑の影響, 潤滑, 26, 9 (1981) 645.
- 19) 高田浩年: ころがり軸受の寿命と表面あらさ, 潤滑, 27, 2 (1982) 105.
- 20) Y. Akamatsu: Peeling damage due to rolling contact fatigue, SAE technical paper series 891909 (1989).
- 21) Y. Akamatsu, N. Tsusima, T. Goto, K. Hibi & K.Ito: Improvement of roller bearing fatigue life by surface modification, SAE technical paper series 910958 (1991).
- 22) Y. Akamatsu, N. Tsusima, T. Goto & K. Hibi: Influence of surface roughness skewness on rolling contact fatigue life, Trib. Trans., 35, 4 (1992) 745.
- 23) 赤松良信: 表面粗さの改質によるころがり軸受寿命の向上, 潤滑, 37, 7 (1992) 533.
- 24) 伊藤冬木・赤松良信: 転動疲労寿命に及ぼす相手面あらさの影響, トライボロジー会議 1995 春 予稿集, (1995) 535.
- 25) J. R. Miller: Roller bearing life estimation at low speed and high stress, Proceeding of international tribology conference in Yokohama, (1995) 1381.
- 26) J. R. Miller & Y. Akamatsu: Effect of low speed on roller bearing fatigue life, Trib. Trans., 40, 1 (1997) 129.

- 27) 赤松良信: 低速条件下の転がり軸受寿命, NTN technical review, 67 (1998) 59.
- 28) E. Ioannides, G. Bergling & A. Gabelli: An Analytical formulation for the life of rolling bearings, Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series, 137(1999).
- 29) ISO281:2007: Rolling bearings –Dynamic load ratings and rating life, (2007).
- 30) JIS B 1518: 転がり軸受-動定格荷重及び定格寿命, (2013).
- 31) NTN カタログ: HL 軸受, CAT.No3020/J.
- 32) B. Hamrock & D. Dowson: Ball bearing lubrication, John Wiley & sons, Inc., (1981) 218.
- 33) 例えば, 岡本純三: 玉軸受の計算, (1991) 65.
- 34) L. Johnson: The Statistical Treatment of Fatigue Experiments, Elsevier (1964) 37.
- 35) G. Lundberg & A. Palmgren: Dynamic Capacity of Rolling Bearing, Acta Polytechnica 7, Mechanical Engineering Series, 1, 3 (1947).
- 36) G. Lundberg & A. Palmgren: Dynamic Capacity of Roller Bearing, Acta Polytechnica 96, Mechanical Engineering Series, 2, 4 (1952).
- 37) JIS B 0601: 製品の幾何特性仕様(GPS)-表面性状:輪郭曲線方式-用語, 定義及び表面性状パラメータ, (2001).
- 38) NTN カタログ:転がり軸受 総合カタログ, CAT.No.2202-X/J.
- 39) T. A. Harris: Rolling bearing analysis 4th ed., Wiley & Sons Inc., (2001) 853.
- 40) S. Way: Pitting due to rolling contact, J. Appl. Mech., 2, 2 (1935) A49.
- 41) 曾田範宗: 軸受, 岩波新書, (1964) 176.
- 42) 兼田楨宏・村上敬宜・八塚裕彦 : 接触疲れき裂伝ぱに関する破壊力学的考察, 潤滑, 30, 10 (1984) 739.

3章 X線残留応力測定法を用いた転動疲労メカニズムの研究

3.1 はじめに

転がり軸受の軌道面下では、接触応力の繰返しによって、組織変化、硬度変化、残留応力の生成をともなう疲労が進行することが知られている。転動疲労による組織変化は1946年のJones¹⁾によってはじめて報告され、それ以降、内部起点型はく離に対する転動疲労による組織変化、硬度変化、残留応力の変化の研究が数多くなされてきた¹⁻¹⁷⁾。この中で残留応力は、 $\sin^2\psi$ 法と呼ばれる原理を使ったX線応力測定装置を用いて評価され、低ラムダ条件での転動疲労のメカニズムの解明に対しても利用されてきた¹⁸⁻²²⁾。これは、低ラムダ条件での転動疲労が表面粗さの突起接触によって起こる極表層（数 μm から数十 μm ）での疲労であり、その評価としては、極表層（数 μm ）の情報が得られるX線応力測定が組織観察や硬度測定より適していたためと考えられる。

X線応力測定装置を用いた低ラムダ条件での転動疲労の研究では、一般的なX線応力測定装置で得られる3つの分析結果（平面応力条件における垂直応力の1成分、X線回折ピークの半価幅、残留オーステナイト量）が用いられてきた。しかし、1.2.2項で述べたように、転動疲労は3軸応力の繰返しによって進行し、その進行は荷重、表面粗さの組合せ、すべり率、潤滑等の条件によって複雑に変化するため、3つの分析結果から転動疲労の進行の詳細を議論するには情報量が少なかった。転動疲労の進行を詳細に解明するためには、従来のX線応力測定装置よりも転動疲労に関するより多くの情報を得ることができる手段が必要である。

転動面に一定方向の接線力が作用する場合、軸受鋼のように弾性定数が異なる複数の相（マルテンサイト、オーステナイト、炭化物）が存在する材料では、 $\sin^2\psi$ 法で得られるデータに対して3軸応力と応力勾配の影響が現れるはずである²³⁻²⁵⁾。実際、ピーリングが発生する条件で転動させた軸受鋼製円筒の転動面では、 $2\theta\text{-}\sin^2\psi$ の関係図において3軸応力と応力勾配の存在を示す ψ スプリットと放物線状プロットが見られる²³⁾。転動疲労に関するより多くの情報を得る手段として、3軸応力や応力勾配の影響を評価できるDölle-Hauk法²⁶⁾や積分法²⁷⁾が転動疲労の分析に対して有用と考えられる。しかし、これらの測定が転動疲労

の評価に適用された例は少ない。これは、Dölle-Hauk法²⁶⁾や積分法²⁷⁾が3軸応力を測定するのに多くの時間と手間を要するためと考えられる。

最近、2次元検出器を使ったX線応力測定に注目が集まっている²⁸⁻³²⁾。この2次元検出器を使ったX線応力測定では、平ら³³⁾によって考案された $\cos\alpha$ 法や佐々木-広瀬法^{34,35)}等が適用される。これらの方法は、一般的なX線応力測定法である $\sin^2\psi$ 法と比べて以下の利点がある。

- 1)測定中に入射角を変える必要がないため測定装置を小型化でき、小型X線分析装置による現場での測定が可能になる。
- 2) X線回折環（以下、デバイリング）のデータをすべて用いるため、短い測定時間で高精度な応力測定が可能になる。
- 3)佐々木-広瀬法を用いれば、迅速な3軸応力の解析が可能である^{34,35)}。
- 4)結晶粒の配向に関する情報をデバイリングの強度分布から評価できる。

このように、2次元検出器を使ったX線応力測定は、応力や結晶状態に対するより詳細なデータが短時間で得られるという利点がある。この利点は転動疲労のメカニズムの解明への応用が期待できる。また、ポータブル測定が可能になれば、転動疲労の進行をその場で評価できることになるため、転動部品のリユース・リサイクルの判断にも利用できる可能性がある。第3章では、転動疲労させた円筒試験片の疲労の進行を、2次元検出器を有するX線応力測定装置を用いて評価した。2次元検出器で得られるマルテンサイトの結晶配向と佐々木-広瀬法（付録8参照）で得られる3軸の残留応力の値から、低ラムダ条件での転動疲労のメカニズムを考察した。

3.2 実験方法

3.2.1 X線分析

X線応力測定は、2次元検出器を有するパルステック工業株式会社製 μ X-360 を用いて行った。本装置は、デバイリング全体を2次元検出器（以下、IP：イメージングプレート）で検出するので、デバイリングすべての情報を使った応力解析が可能である。IP上に露光されたデバイリングは光学センサーで読み取られ、デバイリングから垂直応力成分とせん断応力成分が解析できる。X線応力測定の条件を表3.1に示す。測定は図3.1に示す座標系をとり、3軸応力解析には付録8に記した佐々木－廣瀬法を用いた。X線の照射範囲は $\phi 2$ であり、試験条件から計算される転動面の範囲（接触だ円の長軸直径）より小さいので、測定結果は転動疲労している面から得られている。

X線が材料の内部に入り込む深さ(X線侵入深さ)は次式で与えられる¹²⁾。

$$T_{\alpha} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\cos 2\eta \cos^2 \psi_0 + \cos \psi_0 \sin 2\eta \sin \psi_0 \cos \alpha}{(1 + \cos 2\eta) \cos \psi_0 + \sin 2\eta \sin \psi_0 \cos \alpha} \quad (3.1)$$

T_{α} ：回折環中心角 α における回折線の侵入深さ

μ ：鉄のCr-K α 線に対する線吸収係数¹³⁾ (889.76 cm^{-1})

式(3.1)を用いると、入射角 ψ_0 と平均侵入深さの関係は図3.2になる。本稿ではX線の入射角を 0° と 30° としたため、X線の平均侵入深さはそれぞれ $5.4 \mu\text{m}$ 、 $4.6 \mu\text{m}$ となる。したがって、後述するX線測定結果は試験片表面から $5 \mu\text{m}$ 程度の組織や応力変化の情報を示すものである。

表 3.1 X線応力測定条件

| 特性 X 線 | Cr-K α 線 |
|---------------------|------------------|
| 回折面, hkl | α -Fe 211 |
| X線管球出力 | 30kV-1mA |
| X線照射範囲(mm) | $\phi 2$ |
| X線入射角($^{\circ}$) | 0, 30 |
| X線照射時間(秒) | 72 |

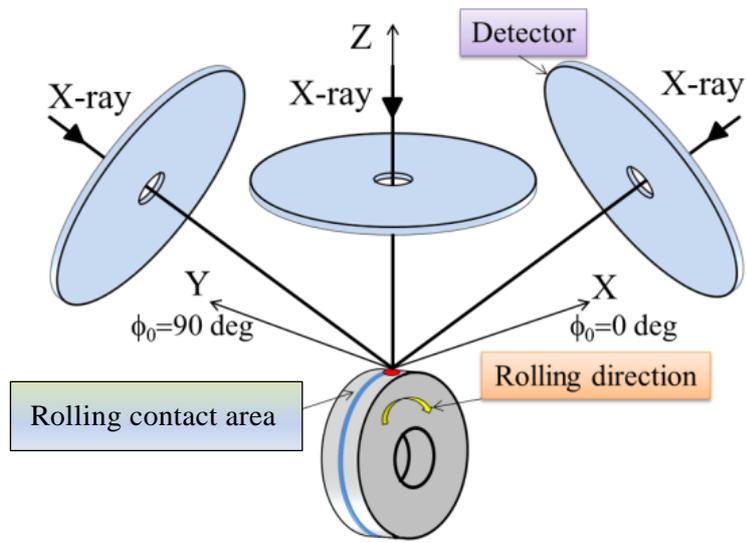


図 3.1 測定時の試験片に対する座標系と IP との位置関係

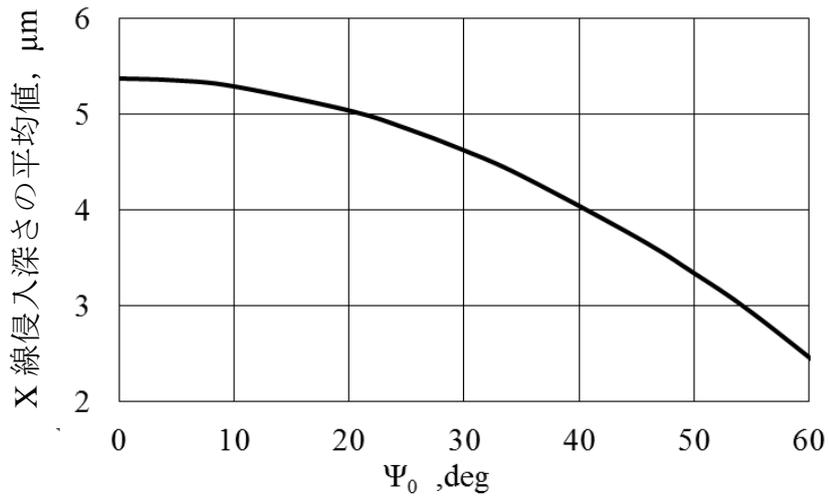


図 3.2 X 線入射角と平均侵入深さの関係

3.2.2 2円筒試験

図3.3と表3.2に2円筒試験の構造の概略と条件をそれぞれ示す。2円筒試験は、駆動側と従動側の円筒試験片を所定の荷重で接触させ、両試験片間に発生する摩擦力により転動させる純転がり条件で行った。潤滑油はISO粘度グレード32のタービン油をしみこませたフェルト状のパッドから供給した。駆動側と従動側の試験片はSUJ2製で作られた $\phi 40 \times t12$ の円筒形状で、標準的な焼入焼戻が施されている。軸方向の曲率半径は、駆動側と従動側の試験片でそれぞれ ∞ と60mmである。駆動側と従動側試験片の表面粗さは、ラムダを調整するため適切な値に調整した。No.1では、ラムダは0.3であり、駆動側と従動側の表面粗さが直接接触する境界潤滑条件である。No.2では、ラムダは10であり、弾性流体潤滑条件（以下、EHL条件、EHL：Elastrohydrodynamic lubrication）である。No.3は、No.1よりも荷重を下げた条件である。なお、No.1とNo.3の接触だ円の長軸直径はそれぞれ2.96、2.35mmであり、X線照射範囲より大きい。

X線応力測定は駆動側の試験片を負荷回数ごとに取り外して行った。転動疲労の進行は3軸応力と結晶配向の負荷回数ごとの変化に基づいて評価した。転動表面の結晶配向の程度はデバイリングの不均一性によって評価し、それを S/S_0 で定義した。ここで、 S は図3.4に示すように中心角 α に対するデバイリングの強度の標準偏差であり、 S_0 は転動前の試験片で得られた標準偏差である。

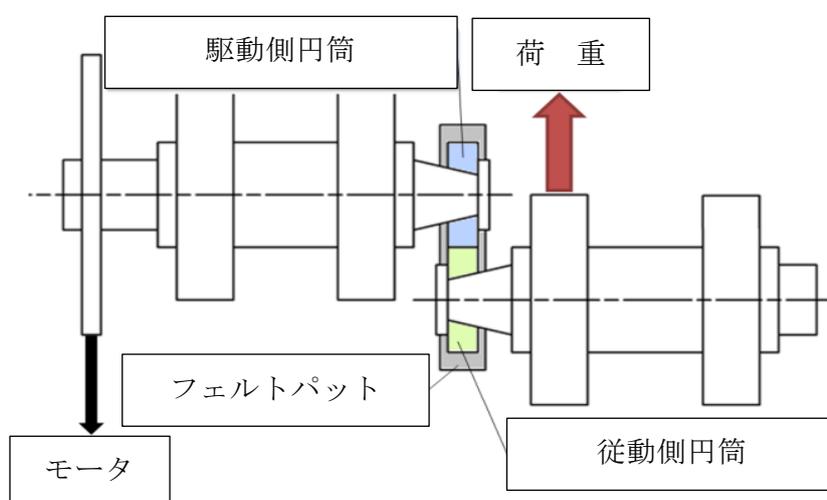


図 3.3 2円筒試験機の概略図

表 3.2 2円筒試験の条件

| No. | 荷重 kN | 最大面圧 GPa | 回転速度 min ⁻¹ | 二乗平均平方根粗さ <i>Rq</i> , μm | | 油膜パラメータ Λ |
|-----|----------|-------------|---------------------------|-----------------------------|-------|-------------------|
| | | | | 駆動側 | 従動側 | |
| 1 | 3.92 | 2.77 | 500 | 0.022 | 0.987 | 0.3 |
| 2 | ↑ | ↑ | ↑ | 0.025 | 0.010 | 10 |
| 3 | 1.96 | 2.20 | ↑ | 0.030 | 0.945 | 0.3 |

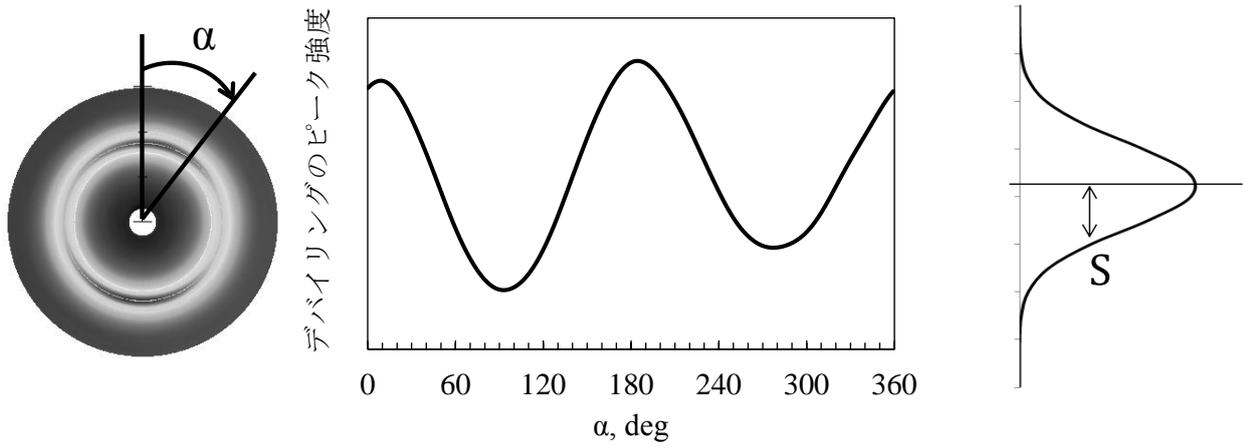


図3.4 デバイリングの不均一性 S の定義

3.3 実験結果と考察

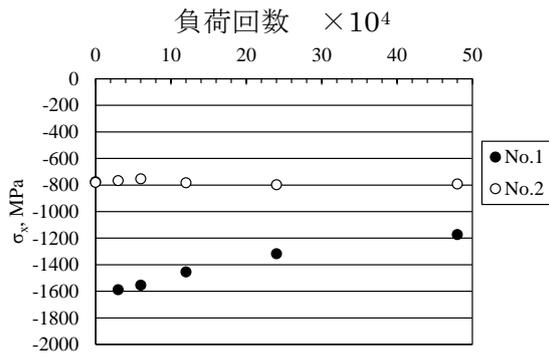
3.3.1 ラムダの影響

図3.5にNo.1とNo.2の駆動側試験片の残留応力と負荷回数との関係を示す。EHL条件のNo.2の残留応力は負荷回数が大きくなってもほとんど変化しないが、境界潤滑条件のNo.1の残留応力は転動初期から大きく変化した。この結果から、境界潤滑条件では2円筒の表面粗さの直接接触によって転動面で塑性変形が生じていることが分かる。この転動による塑性変形の挙動は、各応力成分よりも相当応力で整理するほうが考察しやすい。そこで、図3.5の各応力成分の値から、相当応力 σ_{eq} を以下の式で計算した。

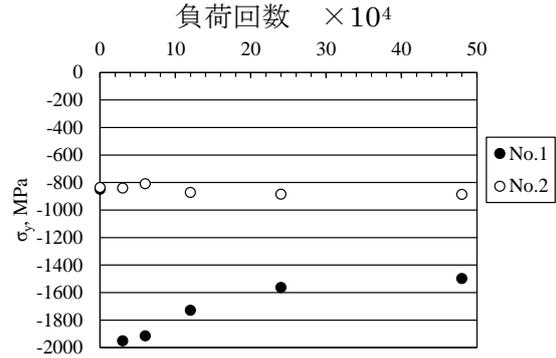
$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)\}} \quad (3.2)$$

図 3.6 に No.1 と No.2 の駆動側試験片の相当応力 σ_{eq} と負荷回数との関係を示す。境界潤滑条件の No.1 の相当応力は転動初期の段階で最大であり、SUJ2 の降伏応力に近い 1134 MPa であった。その後、相当応力はピーリングの発生を伴いながら徐々に減少した。図 3.7 は試験終了時（負荷回数 48×10^4 回）の転動面の様子である。転動面にはピーリングが観察された。なお、ピーリングは試験終了よりも前の段階（負荷回数 12×10^4 回）からすでに観察されており、その発生は相当応力の減少と対応していた。

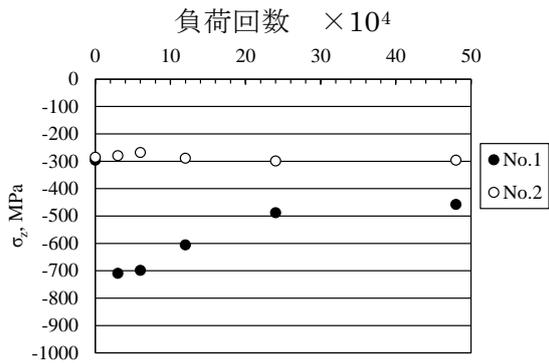
図 3.8 に試験前後の駆動側試験片のデバイリングを示す。No.1 のデバイリングでは中心角 α に対する不均一な強度が観察された。図 3.9 は No.1 と No.2 の駆動側試験片の S/S_0 と負荷回数との関係である。No.2 の S/S_0 は試験終了まで変化しなかったが、No.1 の S/S_0 は負荷回数の増加にともなって増加した。これは境界潤滑条件の転動疲労がマルテンサイト結晶粒の配向をともなう現象であることを示している。



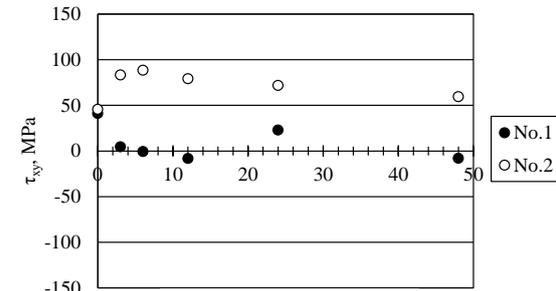
(a) σ_x



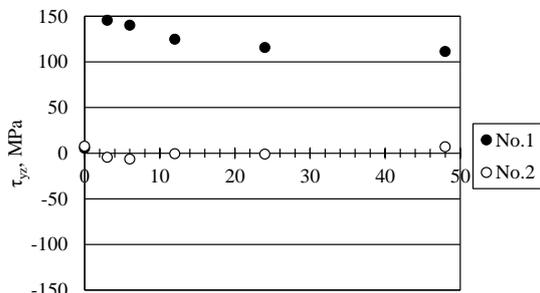
(b) σ_y



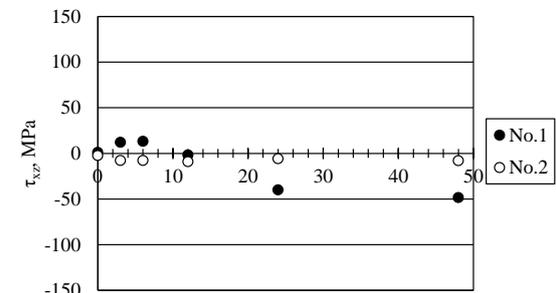
(c) σ_z



(d) τ_{xy}



(e) τ_{yz}



(f) τ_{xz}

図3.5 No.1とNo.2の駆動側試験片の残留応力と負荷回数の関係

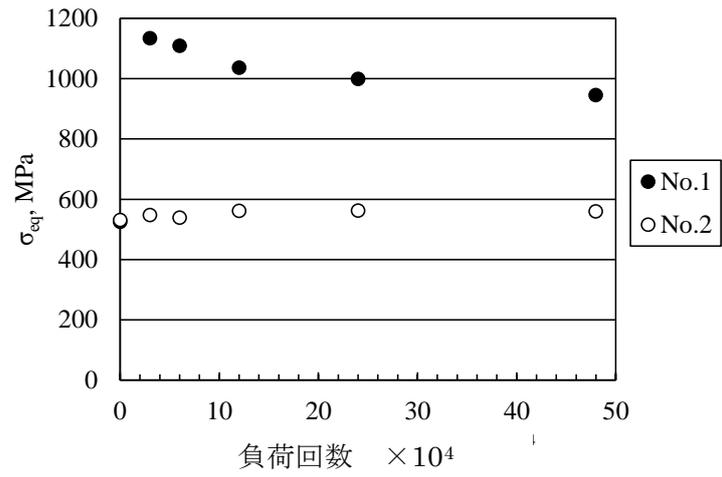


図3.6 No.1とNo.2の駆動側試験片の相当応力 σ_{eq} と負荷回数との関係



図 3.7 試験終了時（負荷回数 48×10^4 回）の転動面

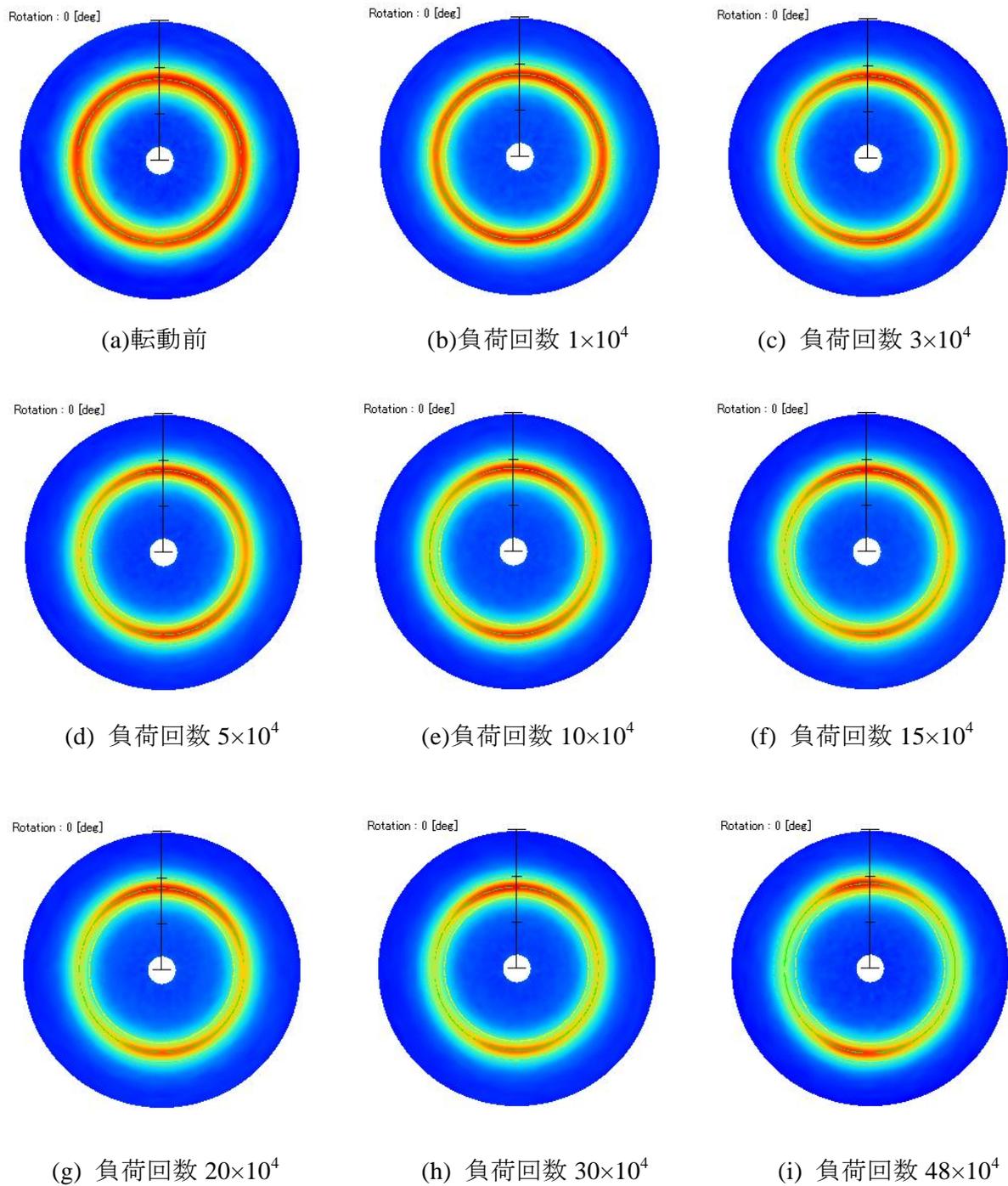


図 3.8 試験前後の駆動側試験片のデバイリングー1 (No.1)

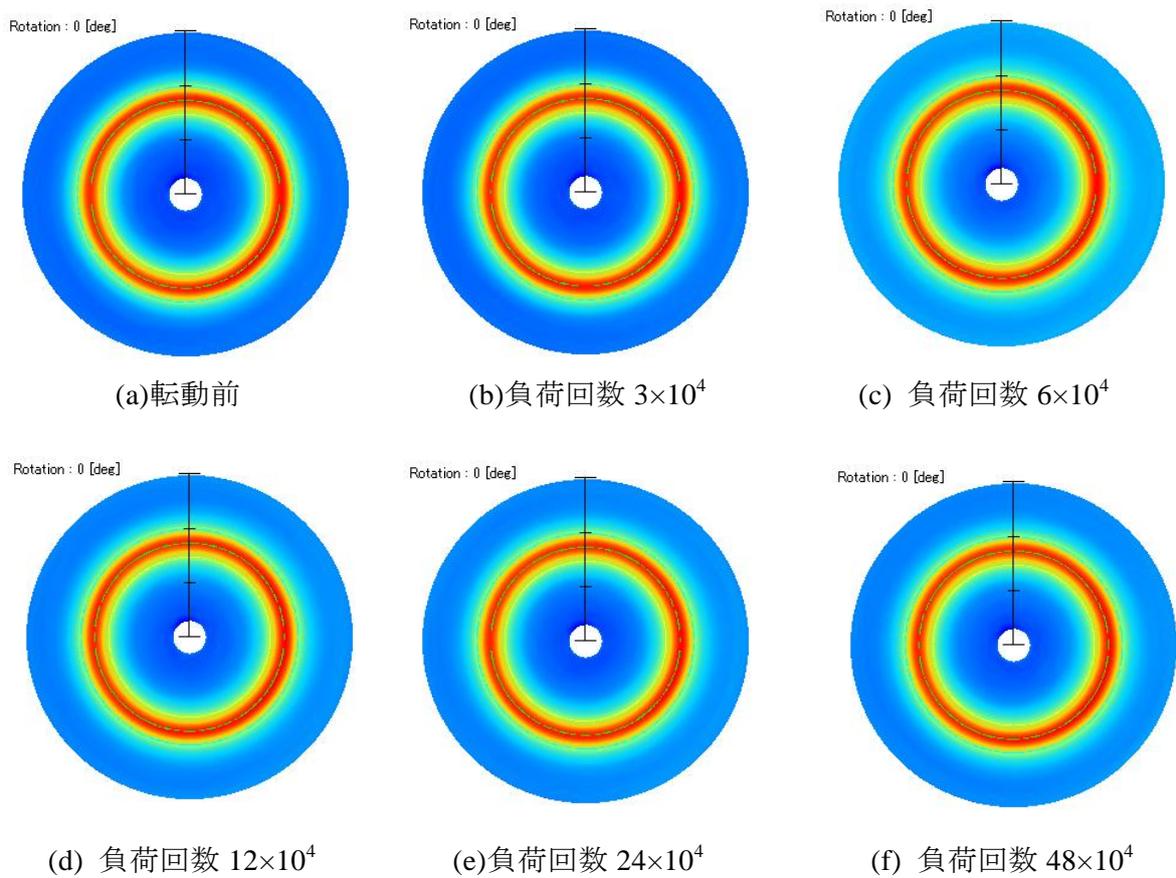


図 3.8 試験前後の駆動側試験片のデバイリングー2 (No.2)

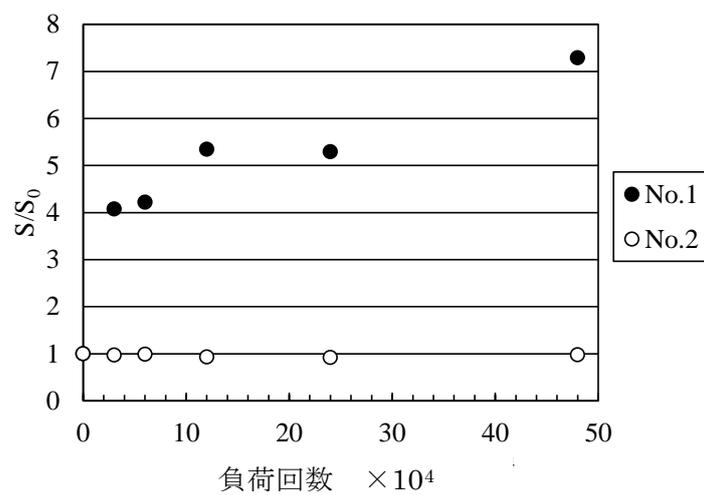
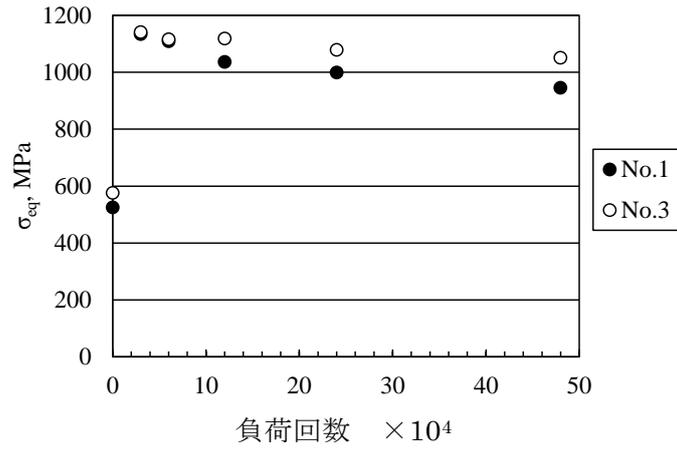


図 3.9 No.1 と No.2 の駆動側試験片の S/S_0 と負荷回数の関係

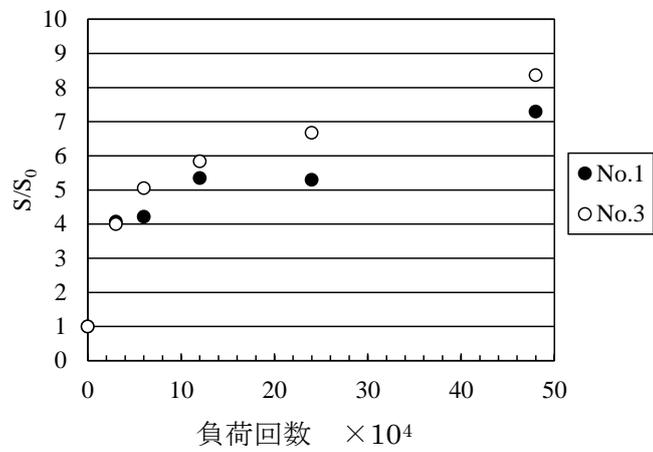
3.3.2 荷重の影響

図 3.10 に No.1 と No.3 の駆動側円筒の負荷回数に対する相当応力と S/S_0 を示す。相当応力と S/S_0 の負荷回数に対する挙動は No.1 と No.3 とで大差なく、ピーリングもほぼ同時期に発生した。

荷重が異なるにも関わらず、相当応力と S/S_0 の挙動、およびピーリングの発生時期に差がなかった原因は、両方の試験の突起接触部の接触応力がシェイクダウンリミット³⁶⁾ を超え SUJ2 材が支えることができる最大の面圧に達していたためと考えられる。表面粗さの突起接触の過酷度を示すとされる Rdq ³⁷⁾ は No.1 と No.3 の従動側円筒で試験前に 0.175 rad.(10°) を超えている。これは通常の軸受の Rdq (0.017~0.070 rad.) よりはるかに大きい数値である。 Rdq の大きい表面の突起接触部に生じる接触圧力は、いずれの荷重条件でも SUJ2 材が支えられる最大面圧を超えると推測される。したがって、荷重の増加は局所的な接触圧力には影響を与えず、真実接触面積の増加にのみ影響を与えられとされる。真実接触面積の増加は、負荷体積を増加させるため確率的に転動疲労に影響を与える可能性はあるが、局所的な接触圧力の影響に比べると軽微である。これが、相当応力と結晶配向の挙動、ピーリング発生時の負荷回数に大きな影響を与えなかった理由と考えられる。



(a) σ_{eq}



(b) S/S_0

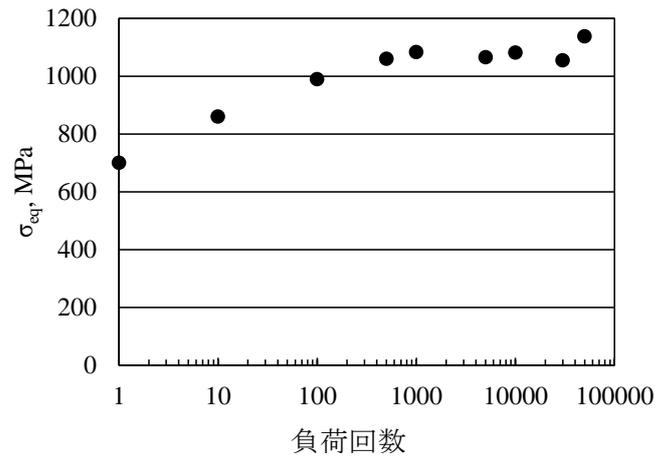
図 3.10 No.1 と No.3 の駆動側円筒の負荷回数による相当応力と S/S_0 の変化

3.3.3 低負荷回数での転動疲労について

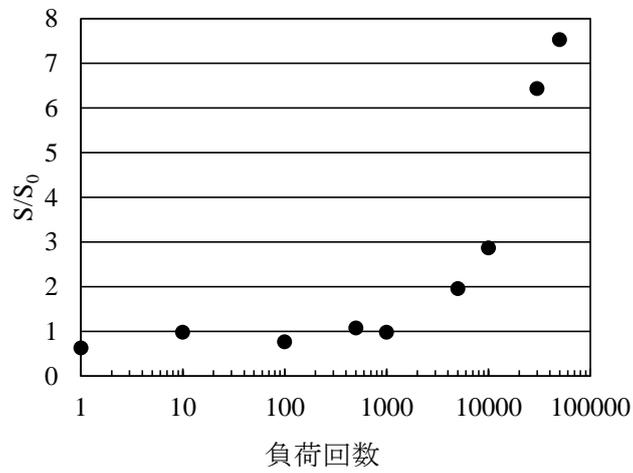
前項までの実験結果では、相当応力と結晶配向の挙動は転動初期（負荷回数 10^5 回以下）において急激に変化した。以下では、転動初期（ 10^5 回以下の負荷回数）での相当応力と S/S_0 の変化について述べる。

図 3.11 に No.1 の条件で転動させた駆動側円筒の 5×10^4 回以下の負荷回数での、負荷回数による相当応力と S/S_0 の変化を示す。相当応力は負荷回数 10^3 回の時点で試験前の 533 MPa から 1084 MPa まで増加し、その後 5×10^4 回まで 1080~1200 MPa の間でほぼ一定に推移した。一方、 S/S_0 は負荷回数 10^3 回までほとんど変化せず、 10^3 回以降増加した。

これらのことから、ピーリングが早期に発生する条件では、材料の降伏点に近い大きな相当応力が転動疲労の初期（負荷回数 10^3 回）に形成され、その後、加工硬化により σ_{eq} はゆるやかに増加しながら、マルテンサイト結晶粒の配向が起これり、最終的にピーリングにいたることが分かった。残留応力が最大まで高くなった後もマルテンサイト結晶粒の配向が継続する状況は、前進塑性流動、いわゆるラチェットイングが継続していることを示している。したがって、No.1 のピーリングは、ラチェットイングによる早期き裂の発生が原因で生じたと考えられる。



(a) σ_{eq}



(b) S/S_0

図 3.11 No.1 の条件で転動させた駆動側円筒の 5×10^4 回以下の負荷回数における，負荷回数による相当応力と S/S_0 の変化

3.4 おわりに

転動疲労させた 2 円筒試験片の転動面に対してデバイリングの測定を行った。表面粗さ突起の直接接触部の応力集中によってピーリングが発生する条件下の転動疲労の進行を、佐々木-廣瀬法で求めた 3 軸応力とデバイリングから得られるマルテンサイトの結晶配向の程度から評価した。

- 1) 転動面の相当応力は 10^3 回程度の早い段階で SUJ2 の降伏点に近い値まで上昇した。
- 2) 相当応力は 10^3 回まで著しく増加した後、ゆるやかに増加し、その後転動面ではマルテンサイト結晶粒の配向が始まる。
- 3) その後もマルテンサイト結晶粒の結晶配向は進行し続けるが、相当応力はピーリングが成長するにつれて徐々に低下した。

3 章の参考文献

- 1) A. Jones: Metallographic observations of ball bearing fatigue phenomena, Symposium on testing of bearings, Forty-ninth Annual Meeting, American Society for Testing Materials, Buffalo, N.Y., ASTM International, (1946) pp. 35-52
- 2) 黒田昌夫: 軸受鋼の転動疲れはく離の機構, 日本機械学会論文集, 26, 169 (1960) 1258.
- 3) J. Bush, L. Grube, and G. Robinson: Microstructural and residual stress changes in hardened steel due to rolling contact, Transaction of the ASM, 54 (1961) 390.
- 4) J. Almen: Effect of residual stress on rolling bodies, Rolling contact phenomena, J. Bidwell editor, Elsevier, (1962) 400.
- 5) E. Zaretsky, R. Parker, W. Anderson, and S. Miller: Effect of Component differential hardness on residual stress and rolling-contact fatigue, NASA Technical note, (1965) NASA TN D2664.
- 6) J. Martin, S. Borgese, and A. Eberhardt: Microstructural alterations of rolling bearing steel undergoing cyclic stressing, Journal of Basic Engineering, 88, 3 (1966) 555.
- 7) E. Zaretsky, R. Parker, and W. Anderson: Component hardness differences and their effect on bearing fatigue, Journal of lubrication technology, 89, 1 (1967) 47.
- 8) H. Muro, and N. Tsushima: Microstructural microhardness and residual stress changes due to rolling contact, wear, 15 (1970) 309.
- 9) H. Muro, N. Tsushima, and K. Nunome: Failure analysis of rolling bearings by X-ray measurement of residual stress, wear, 25 (1973) 345.
- 10) J. Beswick: Measurement of carbon levels in structurally transformed SAE 52100 ball bearing steel by microprobe analysis, Practical Metallography, 12 (1975) 200.
- 11) H. Swahn, P. Becker and O. Vingsbo: Martensite decay during rolling contact fatigue in ball bearings, Metallurgical and Materials Transactions A, 7 (1976) 1099.

- 12) O. Zwirlein and O. Schlicht: Rolling contact fatigue mechanisms: Accelerated testing versus field performance, Rolling contact fatigue testing of bearing steel, J. Hoo editor, ASTM special technical publication 771 (1982) 358.
- 13) H. Schlicht, E. Schreiber, and O. Zwirlein: Effects of material properties on bearing steel fatigue strength, Effect of steel manufacturing processes on the quality of bearing steels, J. Hoo editor, ASTM special technical publication 987 (1988) 81.
- 14) 藤本茂樹:位置敏感形検出器による玉軸受の残留応力測定, 第 25 回 X 線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (1988) 128.
- 15) A. Voskamp: Microstructural changes during rolling contact fatigue: Metal fatigue in the subsurface region of deep groove ball bearing inner ring, (1996).
- 16) A. Grabulov, U. Ziese, and H. Zandbergen: TEM/SEM investigation of microstructural changes within the white etching area under rolling contact fatigue and 3-D crack reconstruction by focused ion beam, Scripta Materialia, 57, 7 (2007) 635.
- 17) A. Grabulov, R. Petrov, and H. Zandbergen: EBSD investigation of the crack initiation and TEM/FIB analyses of the microstructural changes around the cracks formed under rolling contact fatigue, International Journal of Fatigue, 32, 2 (2010) 576.
- 18) H. Nakashima, K. Maeda, N. Tsushima, and H. Muro: Application of X-ray measurement to bearing failure analysis, SAE technical paper series, (1983) No.830825.
- 19) N. Tsushima, H. Yamada and K. Maeda: Change in X-ray parameters with loading cycles in rolling contact in various through-hardened bearing steel, ASLE transactions, 30, 4 (1987) 465.
- 20) 古村恭三郎, 城田伸一, 藤井章雄: 転がり軸受の疲労解析 (第 1 報) -表面疲労損傷の解析(1)-, NSK bearing journal 643 (1983) 1.
- 21) 古村恭三郎, 城田伸一, 藤井章雄: 転がり軸受の疲労解析 (第 2 報) -表面疲労損傷の解析(2)-, NSK bearing journal 644 (1984) 1.

- 22) 広田忠雄, 清水健一: X線回折法による転がり軸受の疲労の計測について, 第24回X線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (1987) 82.
- 23) K. Maeda, N. Tsushima, and H. Muro: The inclination of cracking in the peeling failure of a ball bearing steel and its relation to the inclination of the principal residual stress, *Wear*, 65 (1980) 175.
- 24) 英崇夫, 藤原晴夫: 有向性加工層のX線的応力測定法における ϕ スプリットと微視的残留応力について, *材料*, 31 (1982) 227.
- 25) 長嶋晋一, 田中方孝, 大坪稔典, 秋元勝司: 転がり接触に伴う炭素鋼の塑性流動と残留応力に関する研究, *材料*, 32 (1983) 1314.
- 26) H. Dölle, and V. Hauk: The Influence of multiaxial stress states, stress gradients and elastic anisotropy on the evaluation of (residual) stresses by X-rays, *Journal of applied crystallography*, 12 (1979) 489.
- 27) W. Lode, and H. Peiter: Numerik röntgenographischer Eigenspannunggraphischen Ermittlung von Schleifenspannungen, *Härtereitech. Mitt.* 31 (1977) 308.
- 28) 宮崎利行, 佐藤光, 佐々木敏彦: フーリエ解析によるX線応力測定, 第48回X線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (2014) 1.
- 29) 清水俊之, 坂井田喜久, 早川邦夫, 矢代茂樹: 炭素鋼の $\cos\alpha$ 法によるX線の弾性定数の評価, 第48回X線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (2014) 10.
- 30) 郡亜美, 中代雅士, 高久泰弘, 鈴木健次: 4点曲げ応力下における弾性変形領域内でのX線応力計測 ($\sin^2\phi$ 法と $\cos\alpha$ 法) による測定結果の関係, 第48回X線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (2014) 22.
- 31) 伊藤覇臣, 佐藤光, 宮崎利行, 佐々木敏彦: $\cos\alpha$ 法によるニッケル基合金のX線残留応力測定, 第48回X線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (2014) 73.
- 32) 藤本洋平, 佐藤光, 宮崎利行, 佐々木敏彦: $\cos\alpha$ 法によるオーステナイト系ステンレスのX線残留応力測定, 第48回X線材料強度に関するシンポジウム予稿集, (2014) 77.

- 33) 平修二, 田中啓介, 山崎利春: 最速 X 線応力測定の一方法よそのき裂伝ば問題への応用, 材料, 27 (1978) 251.
- 34) 佐々木敏彦, 広瀬幸雄: イメージングプレートによる二次元検出回折像を用いた X 線 3 軸応力解析, 日本機械学会論文集 A, 61 (1995) 2288.
- 35) 佐々木敏彦, 高橋俊一, 佐々木勝成, 小林裕一: エリアディテクタ方式の X 線三軸応力測定法の改良に関する研究, 日本機械学会論文集 A, 75 (2009) 219.
- 36) Harris A. T., Rolling bearing analysis 4th ed., Wiley & Sons Inc., (2001) 853.
- 37) E. Ioannides, G. Bergling, and A. Gabelli: An Analytical Formulation for the Life of Rolling Bearings, Acta Polytechnica Scandinavica, Mechanical Engineering Series, 137 (1999).

4 章 転動疲労寿命試験の設計とデータの解釈に関する研究

4.1 はじめに

転動疲労寿命試験は、転がり軸受の性能を評価するうえで欠かせない試験の 1 つである。転動疲労寿命試験には、大きく分けて実機の使用環境に近い条件での試験と比較的過酷な条件での試験がある。前者は打切り試験と呼ばれ、有限時間内に試験片が破損することが稀なため、所定の時間あるいは負荷回数まで破損が発生しなければ、寿命は問題ないと判断する試験である。一方、後者は加速試験と呼ばれ、比較的短時間で破損が発生するので、ワイブルプロットで寿命が推定でき、その推定寿命から性能の優劣を比較する試験である。

一般に、転動疲労寿命はワイブル分布に従うとされており^{1,2)}、そのばらつきは他の強度試験と比べて大きい。そのため、転動疲労寿命試験では、試験の計画とデータの解釈を統計的根拠に基づいて進めなければ、間違った結論を導いてしまうリスクが他の試験よりも高い。従来より、転動疲労寿命試験の計画やデータの解釈は、試験の熟練者の知識と経験に委ねていた。これは、表 4.1 に示す内容に関する正確な回答に対して、難解な数理統計学の知識と転動疲労寿命試験に対する経験が必要で、一部の専門家しかその知識と経験を有していなかったことが一因である。

4 章では、転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈を、専門家でなくとも統計的根拠に基づいて定量的に進めることができる方法について説明する。この方法はワイブル分布に従う乱数を用いて疑似的な寿命試験を行い、その結果に基づいて試験の計画とデータの解釈を進める手法である（以下、一様乱数は「乱数」、ワイブル分布に従う乱数は「ワイブル乱数」、乱数及びワイブル乱数を用いた計算は「乱数シミュレーション」と呼ぶ）。乱数シミュレーションは各種理論式の妥当性を検証する目的でしばしば用いられるが、それを積極的に転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈に用いる事例は少ない。

4.2 節では、打切り試験の計画とデータの解釈を、ワイブル乱数を使って得られた計算結果に基づいて進める方法について説明する。4.2.1 項では、打切り試験を進めるにあたって必要になる計算内容について説明する。4.2.2 項では、4.2.1 項の計算内容について、

ワイブル乱数を用いて求めた計算結果が順序統計量を使って求めた理論値と一致することを示す。4.2.3 項では 4.2.2 項の計算方法を使って、実際の打切り試験の計画とデータの解釈を進める例をケーススタディで説明する。

4.3 節では、加速試験の計画とデータの解釈を、ワイブル乱数を使って得られた計算結果に基づいて進める方法について説明する。4.3.1 項では、加速試験を進めるにあたって必要になる計算内容について説明する。4.3.2 項では、4.3.1 項の計算内容を、ワイブル乱数を用いて計算する方法について説明し、4.3.3 項ではその計算結果を近似式で求める方法について示す。4.3.4 項では 4.3.2 項と 4.3.3 項の計算方法を使って、実際の加速試験の計画とデータの解釈を進める例をケーススタディで説明する。

4.4 節では、ワイブル乱数を用いた転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈の妥当性、有用性、留意点について考察する。

表 4.1 転動寿命試験の計画とデータの解釈に関する諸問題

| 試験の種類 | 分類 | 内容 |
|-------|-----|---|
| 打切り試験 | 計画① | 目標寿命を保証するための試験個数と打切り寿命をどのようにして設定するのか |
| | 計画② | 設定した打切り寿命よりも短い寿命で破損が発生したとき、その後、どのように対応すればよいのか |
| | 解釈① | 打切りのデータのみ、あるいは破損個数が2個以下でワイブルプロットが適用できない状況では、どのような方法で寿命を推定すればよいのか |
| 加速試験 | 計画① | 試験個数をどれくらい用意すれば、どの程度の信頼性の寿命が得られるのか、あるいは、試験個数が決まっているとき、水準間にどのくらい寿命差があれば、有意差有りとは判断できるのか |
| | 解釈① | 推定した2水準の寿命に有意差があるといえるのか |
| | 解釈② | 2つの寿命に有意差がある場合、少なくとも何倍の寿命差があるといえるのか |

4.2 打切り試験の設計とデータの解釈について^{3,4)}

4.2.1 打切り試験の手順

図 4.1 に打切り試験の手順を示す。打切り試験では、最初に試験条件と目標寿命(保証したい 10%寿命あるいは 50%寿命)を決定する。その後、試験個数と打切り寿命を設定するが、目標寿命を満足する試験個数と打切り寿命の関係は 4.2.2.1 の方法で計算する。試験個数と打切り寿命は、計算した試験個数と打切り寿命の関係、試験の期日、使用できる試験機台数を勘案して決定する。試験を開始し、所定の打切り寿命まで未破損で試験が終了した場合は、その試験片の寿命は合格と判定するが、打切り寿命までに破損が発生した場合は、試験の継続の必要性について検討する。試験を継続するかどうかは、このまま試験を継続して目標寿命を満たす確率がどのくらい残っているか、試験の期日に余裕があるかどうかで判断するが、目標寿命を満たす確率については 4.2.2.2 の方法で計算する。目標寿命を満たす可能性があり、試験の期日に余裕がある場合、破損していない試験片の試験を継続するが、破損していない試験片の打切り寿命は 4.2.2.3 の方法で設定する。

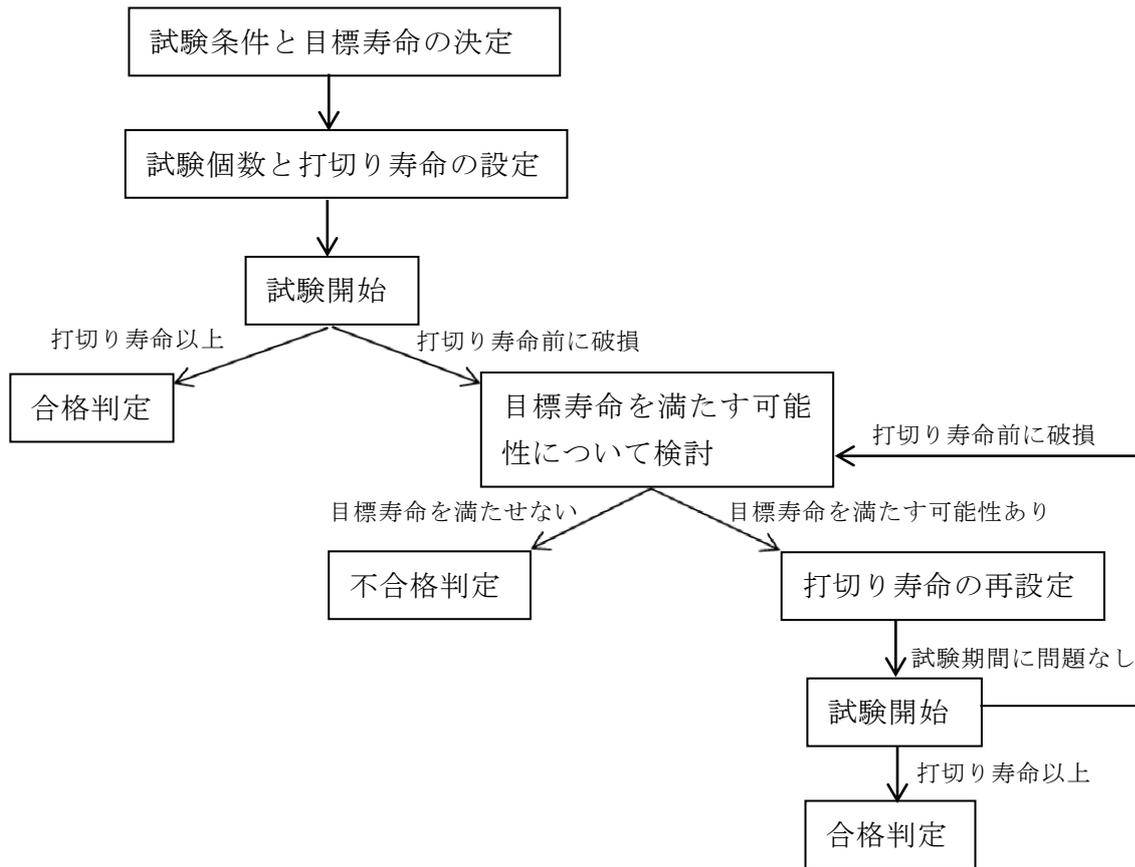


図 4.1 打切り試験の手順

4.2.2 打切り試験で必要な計算

4.2.2.1 打切り寿命と試験個数の関係の計算

打切り試験では、より多くの試験片がより長時間破損することがないほど、保証できる寿命（目標寿命）は長くなる。見方を変えると、用意できる試験片や試験機の台数が少ない場合でも、試験片が長時間破損しなければ、その水準の寿命は長いと判断できる。ただし、この場合、試験時間は長くなるため、目標寿命を満足するかどうかの判断は遅くなる。逆に、試験の期間を長くとれない場合、試験個数は増やす対応が必要になる。このように、打切り試験では、用意できる試験個数、試験の納期、目標寿命を鑑みて、打切り寿命と試験個数を決定する必要がある。以下では、目標寿命に対する打切り寿命と試験個数の関係を、ワイブル乱数を用いて計算する方法について説明する。

目標寿命をパーセント点での寿命 L_n とする ($n=10$ のとき、 L_n は 10% 寿命を表す)。次に、その試験での寿命のばらつきを示すワイブルスロープ e を仮定する。ここで、 e は 10 個以上望ましくは 20 個以上の試験個数で得られた実績値か、実績値がない場合、転がり軸受の寿命分布でよく用いられる値 $1.1^{1,2,5)}$ を仮定することを推奨する⁴⁾。 L_n と e が決定できれば、(4.1)式を使ってワイブル分布の尺度母数 α が決定できるので、目標とする寿命を計算するために必要なワイブル分布の母数をすべて決定できる。なお、(4.1)式はワイブル分布の累積分布関数を変形した式である。

$$\alpha = \frac{L_n - \gamma}{\left[\ln \left\{ \frac{1}{1 - 0.01n} \right\} \right]^{1/e}} \quad (4.1)$$

ここで、位置母数 γ は 0 と仮定するか、あるいは、過去の膨大な実験結果⁶⁻⁹⁾から得られた L_{10} と位置母数との関係式¹⁰⁾である(4.2)式で決定する。

$$\gamma = 0.05 \cdot L_{10} \quad (4.2)$$

仮に、目標とする寿命の分布の各パラメータを $L_{10h}=100h$, $e=10/9$, $\gamma=0$ とすると, α は $758h$ と計算できる. 以下では, 保証したい寿命を $L_{10h}=100h$ ($e=10/9$, $\alpha=758$, $\gamma=0$) として, 試験個数と打切り寿命の関係の計算例について説明する. 図 4.2 に $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ のワイブル分布の確率分布を示す. まず, 図 4.2 の分布に従う 1 個のワイブル乱数を発生する. ここで, ワイブル乱数はメルセンヌツイスター法¹¹⁾で生成させた一様乱数に, 逆関数法¹²⁾を適用することで得られる(ワイブル乱数の発生方法については付録 1 参照). これは $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ の寿命分布に従う寿命の製品から 1 個の試験片を取り出し, 寿命データ(以下, 1 つ 1 つの寿命のデータは寿命データ, パーセント点での寿命は寿命と呼ぶ)を得ることに対応している. 次に, その乱数が何時間以上になるかを 10000 回程度調査し, 図 4.3 に示す累積分布を作図する. 累積確率 0.9 の位置の値は $1615h$ である. これは $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ の寿命分布に従う寿命水準の製品から 1 個の試験片を取り出した場合, その試験片の寿命が 90%の確率で $1615h$ 以下になることを表す. 見方を変えると, $1615h$ 以上の寿命データが得られた場合, その試験片の L_{10h} は 90%の信頼水準で $100h$ 以上であるといえるので, 目標寿命を $L_{10h}=100h$ としたときの打切り寿命は試験個数 N が 1 個のとき $1615h$ になる. ここで, 信頼水準の基準として 90%を採用した理由は一般的な信頼性工学の書籍¹³⁻¹⁵⁾では信頼水準 90%以上の χ , F, t 分布表が用意されていないため, 90%以上の信頼水準の設定が一般常識と考えたためである. 以下では, 信頼水準は 90%を標準として議論を進める.

次に, $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ の寿命分布から 2 個の乱数を発生させ, 2 つの乱数が何時間以上になるかを上述と同様の手順で調査し, 図 4.4 に示す累積分布を作図する. 累積確率 0.9 の位置の値は $862h$ になり, 打切り寿命は N が増えるほど短くなることが分かる. ワイブル乱数を増やしながらか同様の計算を行い, 打切り寿命と試験個数の関係を計算した結果を図 4.5 に示す. 図 4.5 から, $L_{10h}=100h$ を保証するための試験個数と打切り寿命は, 試験の期日, 用意できる試験個数と試験機台数を勘案して決定することができる. なお, 特に制約がなければ, 打切り試験における試験個数は 5~9 個用意する(この根拠については付録 2 参照).

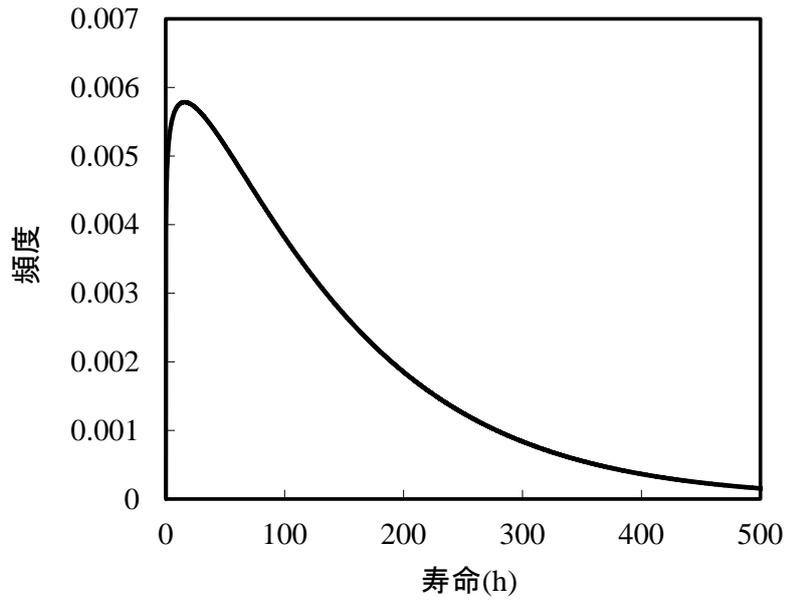


図 4.2 $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ のワイブル分布の確率分布

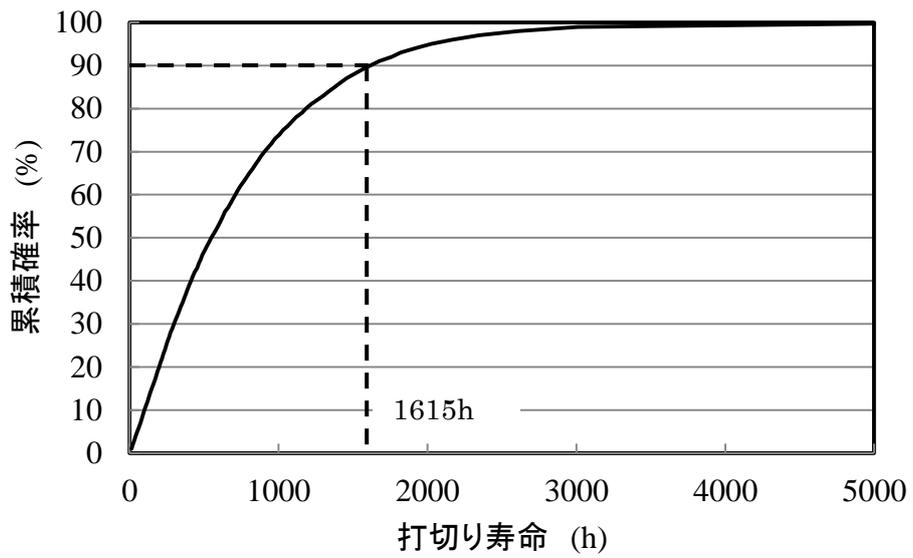


図 4.3 $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ のワイブル分布から 1 個の乱数を発生させ、その値が何時間以上になるかを 10000 回調査して得た累積分布

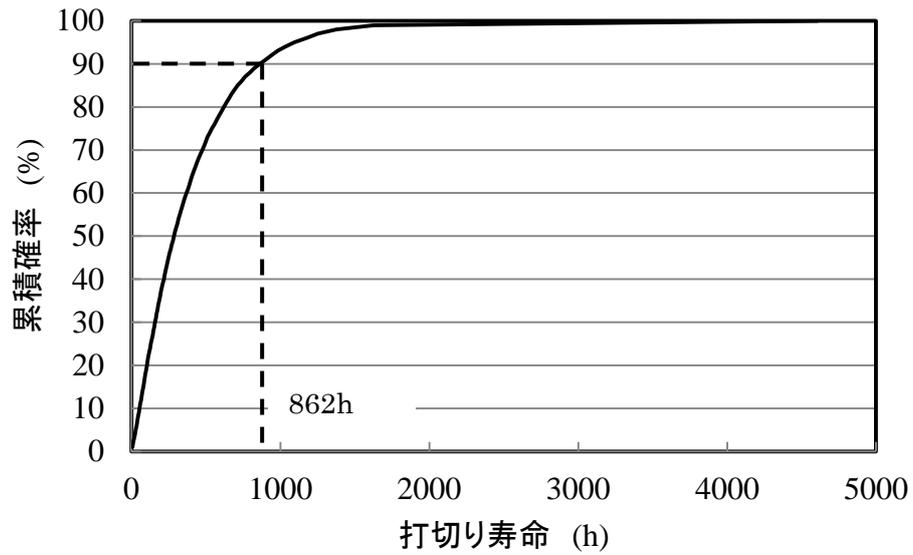


図 4.4 $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ のワイブル分布から 2 個の乱数を発生させ, 2 個すべての値が何時間以上になるかを 10000 回調査して得た累積分布

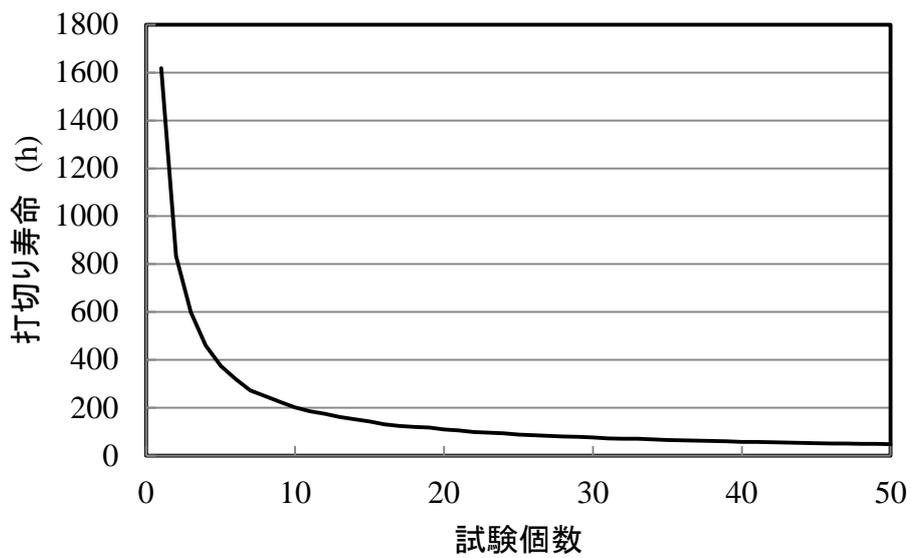


図 4.5 目標寿命 $L_{10h}=100h$ ($e=10/9$) のときの打切り寿命と試験個数の関係

4.2.2.2 試験継続の判断のための計算

打ち切り試験では、事前に設定した打ち切り寿命までに破損が発生することは珍しくない。打ち切り寿命までに破損が発生した場合、試験を継続するか否かを判断するために、現時点で目標寿命を満足する可能性（信頼水準）がどの程度あるかを確認できる手段が必要である。以下では、乱数を用いて目標寿命を満足する信頼水準を計算する方法について説明する。

目標寿命を満足する信頼水準は4.2.2.1の計算で得られる累積分布から求めることができる。図4.6は目標寿命 $L_{10h}=100h$ ($e=10/9$, $\gamma=0$), $N=6$ のときの累積分布である。4.2.2.1では累積確率0.9の位置に着目したが、目標寿命を満足する可能性についての検討では、0.9以下の累積確率に着目する。累積確率0.1では20hであるが、20hは $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ の寿命分布に従う寿命の製品から6個の試験片を取り出した場合、10%の稀な確率でしか得られない寿命データである。したがって、仮に20h以下で破損が生じた場合、90%の信頼水準で、その試験片は目標寿命を満たすことができないと判断できる。このように、目標寿命を満たす可能性があるかどうかは、この信頼水準の大きさから判断することができる。

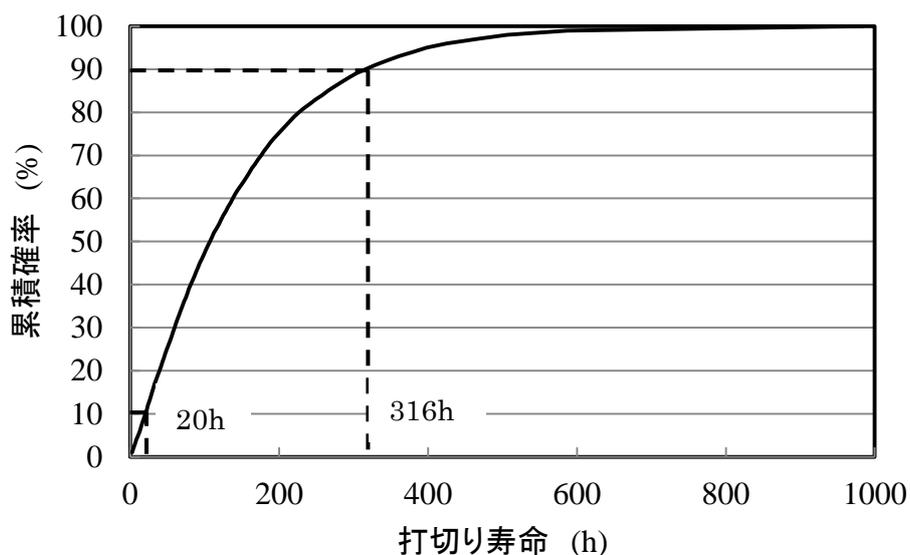


図 4.6 $L_{10h}=100h$, $e=10/9$ のワイブル分布から 6 個の乱数を発生させ、6 個すべての値が何時間以上になるかを 10000 回調査して得た累積分布

4.2.2.3 破損発生時の打切り寿命の計算

4.2.2.2 の信頼水準の計算結果から目標寿命を保証できる可能性が残っていると判断した場合、破損していない試験片で試験を継続して目標寿命を満足するかどうかを調べることになる。以下では、破損発生時の打切り寿命の計算方法について説明する。

破損発生時の打切り寿命は全試験片のうち 2 番目以降の寿命データに着目することで計算できる。図 4.7 は、 $L_{10h}=100h$ 、 $e=10/9$ の寿命分布に従う製品から 6 個の試験片を取り出した場合、2 番目の寿命データが何時間以上になるかを累積分布で示した図である。

4.2.2.1 のときと同様の考え方で、目標寿命 $L_{10h}=100h$ ($e=10/9$ 、 $\gamma=0$) を信頼水準 90% で保証するためには、6 個中 2 番目の打切り寿命は 549h 以上になる。この打切り寿命は全数未破損時の打切り寿命である 316h (図 4.6 参照) よりも長い。これは、全数未破損時の打切り寿命よりも早い段階で破損が発生すると、残りの試験片で同じ目標寿命を保証するための打切り寿命が長くなり、より試験時間を要することを示している。そのため、試験継続の判断は、信頼水準の計算結果、破損時の打切り寿命、試験の納期を鑑みて進める必要がある。

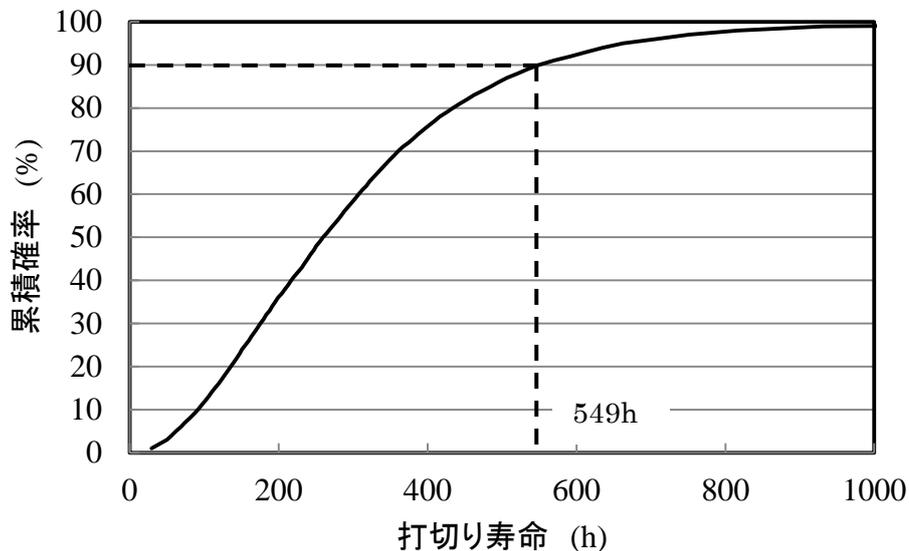


図 4.7 $L_{10h}=100h$ 、 $e=10/9$ のワイブル分布から 6 個の乱数を発生させ、2 番目に小さい乱数の値が何時間以上になるかを 10000 回調査して得た累積分布

4.2.2.4 順序統計量¹⁶⁾を用いた計算値との比較

4.2.2.1, 4.2.2.2, 4.2.2.3 の計算内容は、付録3に示す順序統計量を用いても計算可能である。以下では、乱数を用いた計算結果と順序統計量で得られる計算結果を比較する。

i 個破損時の打ち切り寿命と試験個数の関係は順序統計量を用いて(4.3)式で計算できる。

$$T_{i+1} = F^{-1}(B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)) = \gamma + \alpha \cdot \sqrt[e]{\ln \left[\frac{1}{1 - B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)} \right]} \quad (4.3)$$

T_{i+1} : 打ち切り寿命 ($i=0$: 未破損時の打ち切り寿命, $i=1, 2, \dots, N-1$: $1, 2, \dots, N-1$ 個破損時の打ち切り寿命),

$F^{-1}(x)$: ワイブル分布の累積分布関数の逆関数

$B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)$: ベータ分布の累積分布関数の逆関数

C : 信頼水準, N : 試験個数, e : ワイブルスロープ, α : 尺度母数, γ : 位置母数

通常、ベータ分布の累積分布関数の逆関数は解析的に計算できず、収束計算が必要であるが、 $i=1$ のときのみ解析的に計算できるので、未破損時の打ち切り寿命と試験個数の関係は(4.4)式³⁾で求めることができる。なお、ベータ分布の累積分布関数の逆関数は一般的な表計算ソフトで関数として用意されている (Microsoft Excel では `betainv()` という関数で与えられている)。

$$T_1 = (L_n - \gamma) \cdot \left(\frac{\ln(1-0.01C)}{N \ln(1-0.01n)} \right)^{1/e} + \gamma \quad (4.4)$$

また、目標寿命を満たすことができないと判断するための破損時間（以下、試験中止基準寿命）は(4.5)式で計算できる。

$$X_i = F^{-1}(B^{-1}(1 - 0.01C, i, N - i + 1)) = \gamma + \alpha \cdot \sqrt[e]{\ln \left[\frac{1}{1 - B^{-1}(1 - 0.01C, i, N - i + 1)} \right]} \quad (4.5)$$

X_i : 試験中止基準寿命 ($i=1,2,3\dots:1, 2, 3\dots$ 個破損時の試験中止基準寿命)

$F^{-1}(x)$: ワイブル分布の累積分布関数の逆関数

$B^{-1}(1-0.01C, i, N-i+1)$: ベータ分布の累積分布関数の逆関数

C : 信頼水準, N : 試験個数, e : ワイブルスロープ, α : 尺度母数, γ : 位置母数

この式は(4.3)式の信頼水準を $1 - 0.01C$ に変えたもので、信頼水準 C を 90% とした場合、信頼水準 90% で目標寿命を満足できないと判断するための i 個目に破損する寿命の下限を計算できる。

表 4.2 に打ち切り寿命及び試験中止基準寿命を(4.3), (4.4), (4.5)式で計算した結果と乱数シミュレーションで計算した結果を示す。この計算は、目標寿命 $L_{10h}=100h$ ($e=10/9, \gamma=0$), 試験個数 $N=10$, 信頼水準 C を 90% としたときの計算結果である。乱数シミュレーションでは、乱数を使った計算で不可避な確率的誤差が含まれるが、両者の計算結果は概ね一致していることが分かる。

表 4.2 打切り寿命及び試験中止基準寿命を(4.3), (4.4), (4.5)式で計算した結果と乱数シミュレーションで計算した結果

| | | (4.3)、(4.4)、(4.5)式の計算結果 (h) | 乱数シミュレーションの計算結果 (h) |
|----------|--------|-----------------------------|---------------------|
| 打切り寿命 | 全数打切り | 198 | 198 |
| | 1個破損時 | 332 | 327 |
| | 2個破損時 | 465 | 467 |
| | 3個破損時 | 607 | 604 |
| | 4個破損時 | 765 | 768 |
| | 5個破損時 | 950 | 947 |
| 試験中止基準寿命 | 1個目の破損 | 17 | 16 |
| | 2個目の破損 | 59 | 58 |
| | 3個目の破損 | 114 | 115 |
| | 4個目の破損 | 181 | 182 |
| | 5個目の破損 | 259 | 259 |

4.2.3 ケーススタディ

以下では、例題の状況を想定し、打切り寿命の計画から試験完了までの手順を示す。

○例題

軸受を 3 個用意して、その軸受が目標寿命 $L_{10h}=100h$ ($e=10/9$, $\gamma=0$) 以上であるかどうかを調べたい。試験の期日は 1 ヶ月(744h)である

表 4.3 に打切り寿命と試験中止基準寿命の計算結果を示す。表から、未破損時の打切り寿命は信頼水準 90%で 597h となり、試験の期日 (1 ヶ月=約 744h) 以内で試験が完了できることが分かる。試験を開始し、無事に打切り寿命まで未破損で試験が完了した場合、その軸受の転動疲労寿命は目標寿命と同等以上と判断する。もしも、597h までに破損が生じた場合は、破損時間が 40h 以下ならば信頼水準 90%で目標寿命を満たせないため、試験を中止する選択ができる。破損時間が 40h 以上で目標寿命を満足できる可能性が残っている場合は、1 個破損時の打切り寿命である 1177h まで試験を継続する選択も可能であるが、その場合は試験期間の延長が必要である。なお、試験時間の延長が難しい場合、その時点で見積もることができる寿命の信頼限界は、付録 4 あるいは付録 5 の方法で計算することができる。

表 4.3 打切り寿命と試験中止基準寿命の計算結果 ($N=3$)

| 信頼水準 | 未破損の打切り寿命 | 1個破損時の打切り寿命 | 2個破損時の打切り寿命 | 1個破損時の試験中止基準寿命 |
|------|-----------|-------------|-------------|----------------|
| 50 | 203 | 545 | 1143 | |
| 60 | 261 | 646 | 1321 | 157 |
| 70 | 333 | 766 | 1534 | 114 |
| 80 | 433 | 925 | 1813 | 76 |
| 90 | 597 | 1177 | 2260 | 40 |
| 95 | 757 | 1414 | 2685 | 22 |
| 99 | 1115 | 1934 | 3630 | 7 |

4.3 加速試験の設計とデータの解釈について¹⁷⁾

4.3.1 加速試験の手順

図 4.8 に加速試験の手順を示す。加速試験では、最初に試験条件と試験個数を決定する。試験個数を決めるためには、どのくらいの試験個数を用意すれば十分なのか、その十分とする判断の基準は何かということを確認にする必要がある。例えば、「平均的な寿命を表すパーセント点 50 での寿命 L_{50} で 2 倍程度の推定寿命の差があったときに、信頼水準 90% で有意差があると判定できる程度の信頼性が確保できる試験個数を設定したい」という意向を明確にすれば、試験のばらつき（ワイブルスロープ）を仮定することで試験個数は計算できる。任意のパーセント点の寿命で有意差があると判断するための試験個数と寿命比（以下、有意寿命比）の関係は 4.3.2 項の方法で求めることができるが、試験個数は 7 個以上を推奨する（この根拠については付録 6 参照）。実際の状況では、用意できる試験個数や使用できる試験機台数に制約があるため、試験個数は種々の事情を勘案して決定する。寿命試験を開始し、複数の水準の寿命データが得られたら、ワイブルプロットによりそれぞれの寿命を推定する。2 水準の推定寿命に有意差があるかどうかの判断（有意差検定）は、4.3.2 項の方法あるいは 4.3.3 項の方法で求めた試験個数と有意寿命比の関係に基づいて行う。4.3.4 項では有意差検定の結果の解釈についてのルールを説明し、4.3.5 項では加速試験の進め方の実際についてケーススタディで説明する。

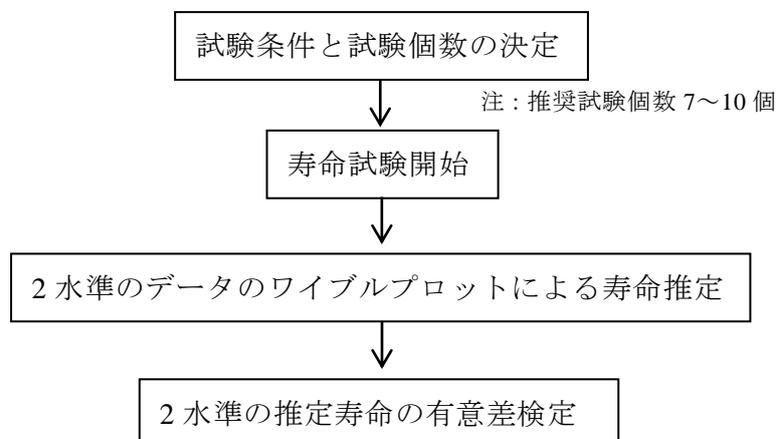


図 4.8 加速試験のフローチャート

4.3.2 ワイブル乱数を使った試験個数と有意寿命比の関係の計算

一般に、試験結果の解釈を統計的根拠に基づいて進める方法としては、母集団が正規分布に従う場合に標本平均の差に対して適用できる t 検定がある¹⁸⁾。しかし、寿命試験の場合、データはワイブル分布に従うので、 t 検定をそのまま適用することはできない。中心極限定理によると、標本平均は母集団の分布(母平均 μ , 母分散 σ^2)に関係なく、標本の試験個数(以下、 N 数)が多くなると正規分布(母平均 μ , 母分散 σ^2/N)に従うようになる¹⁹⁾。また、 σ^2 は N 数が十分に多ければ不偏分散で代用できることから、 N 数が多い場合は寿命試験のデータに対して中心極限定理に基づく有意差検定を適用できる。しかし、中心極限定理が適用できる N 数は、標本の分布形状によっても異なるため²⁰⁾、その適用可否の判断は難しい。さらに、一般的な有意差検定は、標本平均に対する方法であり、ワイブルプロットで得られるパーセント点での推定寿命に対して適用するには注意が必要である。パーセント点での推定寿命の有意差検定を行う方法としては、線形推定法で得られた推定寿命を用いて近似信頼限界を求める方法²¹⁾がある。また、最尤推定法で得られる推定寿命を用いて、正確な信頼限界を得る方法²²⁻²⁵⁾もある。しかし、これらの方法は、ワイブルプロットで得た推定寿命に対する方法ではないため、線形推定法や最尤推定法に馴染がない技術・研究者に用いられることは少なかった。ワイブルプロットで得たパーセント点での推定寿命に対して有意差検定を行う方法としては、有意差を判断するために必要な寿命比(以下、有意寿命比)、試験個数、信頼水準の関係を線図から読み取る方法がある²⁶⁾。しかし、この方法もすべての条件に対して、線図が用意されていないため、用いられる機会が少なかった。本項では、ワイブル乱数を用いて任意のパーセント点の寿命で有意差検定を行う方法について説明する。

乱数シミュレーションでは、同じ寿命の母集団から 2 組のデータを抜き取ったときに、2 水準のデータから得られる寿命比に、どの程度のばらつきが生じるかを明らかにできる。実際の試験で得られた寿命比が乱数シミュレーションで得られる寿命比のばらつきよりも大きい場合、2 水準の寿命には、ばらつき以上に大きな差があることになり、有意差があるといえる。この乱数シミュレーションで得られる寿命比のばらつきが有意寿命比である。以下では、ワイブル乱数を使った有意寿命比の計算手順を示す。

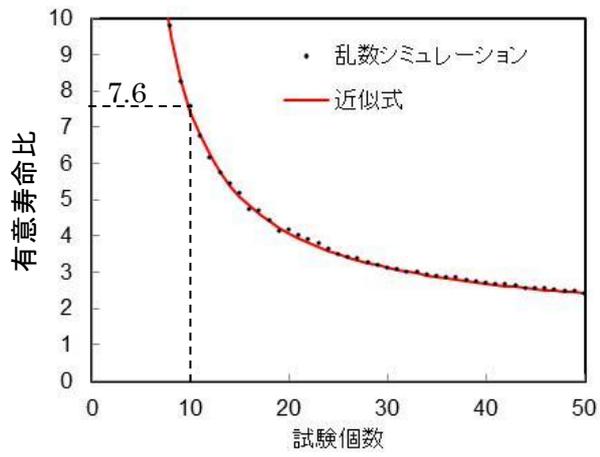
- ①試験個数 N_1, N_2 の寿命試験で得られた 2 水準のデータをワイブルプロットし、それぞれワイブルスロープ e_1, e_2 を求める。ここで、ワイブルプロットによる寿命推定では、Johnson の著書にある計算方法²⁷⁾を用いた。なお、最小寿命を考慮する解析（相関係数法^{28,29)} や清水らの方法³⁰⁾ は行っていない。
- ②寿命比のばらつきを計算したいパーセント点を定める。
- ③②で決めたパーセント点 n での 2 水準の寿命 $L_{n,1}, L_{n,2}$ は同じであるとし（値は 1 とする）、ワイブル分布の尺度母数 a_1, a_2 を求める。
- ④①～③で得られた 2 水準のワイブル分布に従うワイブル乱数を、それぞれの試験個数 N_1, N_2 個発生する。ここで、ワイブル乱数はメルセンヌツイスター法³¹⁾ で生成させた一様乱数に、逆関数法³²⁾ を適用することで得られる。
- ⑤④で発生した 2 組のワイブル乱数をワイブルプロットし、②で決めたパーセント点 n での寿命を推定し、寿命比を求める。
- ⑥④及び⑤の操作を 10000 回以上繰り返し、信頼水準 $C\%$ で寿命比の範囲を求める。

以上の手順で得られる寿命比の範囲は、パーセント点 n での寿命が同じでワイブルスロープ e_1, e_2 である 2 水準の母集団から N_1, N_2 個の試験片を抜き取り、寿命比較を行った時の寿命比が $C\%$ の確率でどの程度ばらつくかを示している。したがって、そのばらつき以上に 2 水準の寿命比が大きければ、2 水準の寿命には信頼水準 $C\%$ で有意差がある。ここで、信頼水準の設定値は打切り試験のときと同様に 90% を目安とする。信頼水準は高く設定するほど判定に対する信頼性が向上するが、過度に高い設定は有意寿命比が大きくなりすぎ、かなり大きな寿命差がない限り開発品の性能差を判定することができないため、開発スピードが低下する。一方、信頼水準を低く設定しすぎると、性能差のない開発品に性能差があると判定するリスクが高くなる。

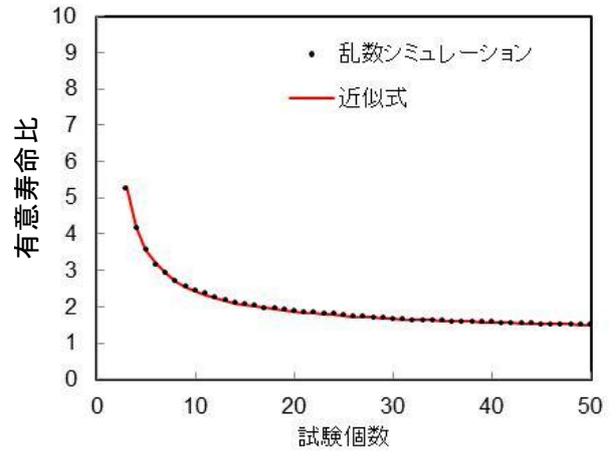
図 4.9 に①～⑥の手順で求めた試験個数と有意寿命比の関係を示す。有意寿命比は試験個数 N とワイブルスロープ e が大きいほど小さくなり、またパーセント点 n が 10% よりも 50% のほうが小さくなった。これは以下の理由のためである。

- 1)試験個数が多いほど，推定寿命の精度が向上するため，小さな寿命差で有意差が判定できる．
- 2)ワイブルスロープが大きいほど，データのばらつきが小さくなり，推定寿命のばらつきが小さくなる．その結果，小さな寿命差で有意差が判定できる．
- 3)ワイブルプロットによる寿命推定では，極端に短寿命なデータか，極端に長寿命なデータが出ると，ワイブルスロープが小さく推定される．このとき，50%寿命等の平均値に近いパーセント点では推定寿命の変化は小さいが，10%寿命や90%寿命等のパーセント点では推定寿命が大きく変化する．このため，推定寿命のばらつきはパーセント点50%のほう小さくなり，小さな寿命差で有意差が判定できる（どのパーセント点で有意寿命比が最小になるかについては付録7参照）．

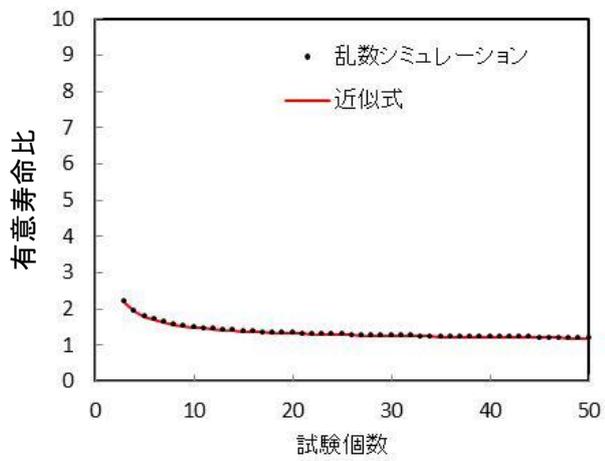
例として，試験片を10個用意して，10%寿命での寿命差が3倍，両者のワイブルスロープがおよそ1であった場合に，有意差を判定する方法を説明する．ワイブルスロープが1の場合，試験個数7個では有意寿命比は図4.9(a)から7.6倍と読み取れる．今，10%寿命での寿命差は3倍しかないので，判定は「有意差無し」になる．この有意寿命比の計算方法は，特定のワイブルスロープに対して用意された信頼水準と有意寿命比の関係図を用いる手法²⁶⁾や正規分布を仮定した有意差検定の近似的手法³³⁾と比べて，任意の条件での計算が可能で，計算の仮定が少ないという点で優れている．ただし，計算結果には，乱数を使った計算では不可避な誤差が含まれる．



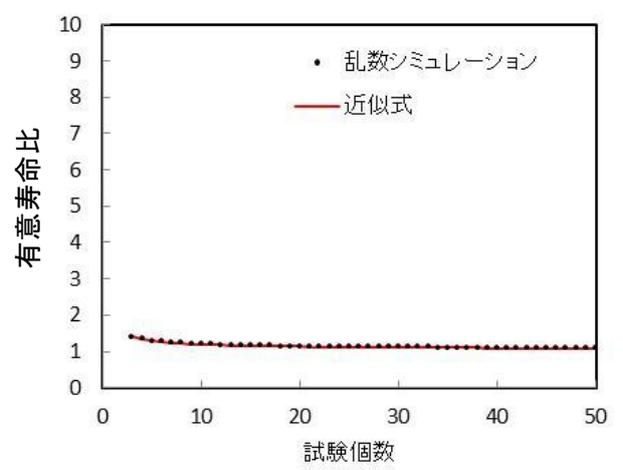
(a) $e=1, n=10$



(b) $e=1, n=50$



(c) $e=5, n=10$



(d) $e=5, n=50$

図 4.9 試験個数と有意寿命比の関係 (信頼水準 $C=90$)

4.3.3 有意寿命比の近似式の導出

有意寿命比は、各水準の試験個数 N_1, N_2 , ワイブルスロープ e_1, e_2 , 寿命差を比較したいパーセント点 n , 信頼水準 C によって変化する. 4.3.2 項では、これら 6 つのパラメータによって変化する有意寿命比を、ワイブル乱数を利用して計算する方法について述べたが、この方法は計算プログラムの作成が必要という欠点がある.

この計算では、試験のばらつきを示すワイブルスロープと試験個数は 2 水準間で異なるとして計算しているが、実際の試験では、ワイブルスロープは試験条件と鋼種が同じであれば大差ないことが多く、2 水準の試験個数も特別な理由がない限り、同じ個数を用意することが多い. また、寿命差を比較したいパーセント点は、ほとんどの場合 10, 50, 63.2% である. ここで、63.2% はワイブル分布の尺度母数に対応するパーセント点である. したがって、有意寿命比の近似式としては 2 水準の試験個数とワイブルスロープの値は同じとしたときに、パーセント点 10, 50, 63.2 での有意寿命比を信頼水準 $C\%$ で計算できるものであれば、多くの状況に対応できる式になる.

以下では、乱数シミュレーションによって求めた有意寿命比を回帰分析することで近似式を導出する. 回帰分析を行うためには、有意寿命比の性質を正確に表すことができる回帰式を用意する必要がある. そのため、本報では、まず最初に、乱数シミュレーションで求めた有意寿命比の性質を調べた. 次に、その調査結果に基づいて最適な回帰式を決定し、様々な条件で計算した有意寿命比に対する回帰分析を行った.

有意寿命比がワイブルスロープ e , 試験個数 N , 信頼水準 $C\%$, 寿命のパーセント点 n の関数 $L_{nR}(e, N, C)$ とすると、 $L_{nR}(e, N, C)$ には (4.6)~(4.8) 式に示す性質があると考えられる. データのばらつきが全くない場合 ($e \rightarrow \infty$ の極限), 推定寿命はばらつかないので、有意寿命比は 1 になるはずである. また、試験個数を無限に用意できたとしても ($N \rightarrow \infty$ の極限), 推定寿命はばらつかないので、有意寿命比は 1 になるはずである. さらに、信頼水準を 100% に設定すると、無限大の寿命差がなければ 2 水準の寿命に有意差があるといえなくなるので、有意寿命比は無限大になるはずである.

$$\lim_{e \rightarrow \infty} L_{nR}(e, N, C) = 1 \quad (4.6)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} L_{nR}(e, N, C) = 1 \quad (4.7)$$

$$\lim_{C \rightarrow 100} L_{nR}(e, N, C) = \infty \quad (4.8)$$

図 4.10 に試験個数 N 、信頼水準 C 、パーセント点 n の条件を変えたときのワイブルスロープ e と有意寿命比 L_{nR} の関係を乱数シミュレーションによって計算した結果を示す。図から、有意寿命比はワイブルスロープが大きくなると 1 に近づくという(4.6)式で表される性質があることが分かる。また、有意寿命比とワイブルスロープ e の関係は、試験個数 N 、信頼水準 C 、各パーセント点 n の値とは無関係に、 $1/e$ を指数として e が増加するにしたがって指数関数的に減少するという(4.9)式で表せることを見出した。なお、(4.9)式は (4.6)式の性質を満たしている。

$$L_{nR}(e, N, C) = [A(N, C, n)]^{1/e} \quad (4.9)$$

$A(N, C, n)$: 試験個数 N 、信頼水準 C 、各パーセント点 n の関数

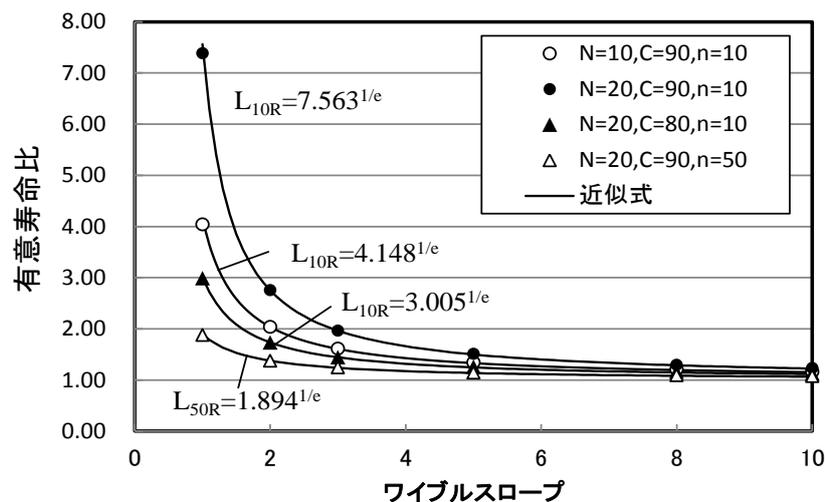


図 4.10 試験個数 N 、信頼水準 C 、各パーセント点 n の条件を変えたときのワイブルスロープ e と有意寿命比 L_{nR} の計算結果

図 4.11 に信頼水準 C , 各パーセント点 n の条件を変えたときの試験個数 N と有意寿命比 L_{nR} の関係を計算した結果を示す. 図から, 有意寿命比は試験個数が多くなると 1 に近づくといい(4.7)式で表される性質があることが分かる. また, 試験個数と有意寿命比の関係は, (4.10)式で近似できることを見出した. (4.10)式の a, b, c の定数は信頼水準 C と各パーセント点 n によって変化する定数である. なお (4.10)式は(4.7)式の性質を満たしている.

$$L_{nR}(e, N, C) = \left[1 + \frac{1}{a(b + \ln N)^c} \right]^{1/e} \quad (4.10)$$

a, b, c : 定数

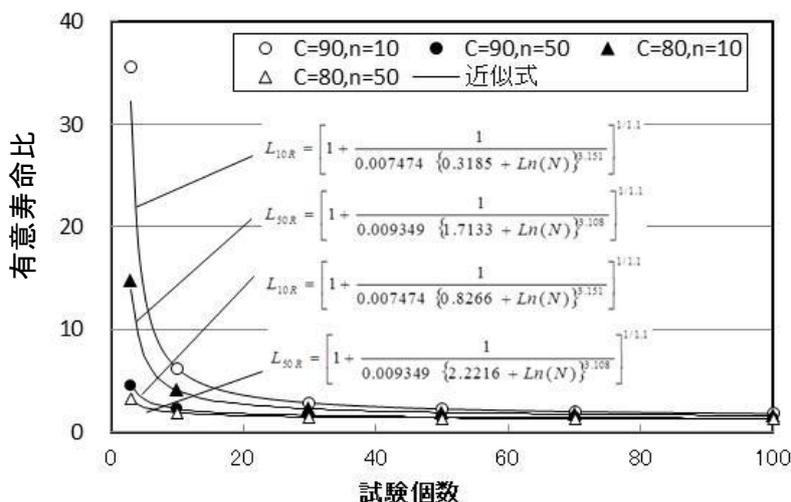


図 4.11 信頼水準 C , 各パーセント点 n の条件を変えたときの試験個数 N と有意寿命比 L_{nR} の関係($e=1.1$)

図 4.12 に試験個数 N , 各パーセント点 n の条件を変えたときの信頼水準 C と有意寿命比 L_{nR} の関係を計算した結果を示す. 図から, 有意寿命比は信頼水準 C が 100% に近づくといい指数関数的に大きくなることが分かる. また, 試験個数と有意寿命比の関係は以下の(4.11)式の関係で近似できることを見出した. なお, (4.11)式の g は 1 の場合, (4.8)

式の性質を満たすが、回帰分析では $g=1.051$ としたほうが計算結果をよくフィッティングできたため、 g の値は 1.051 を採用することにした。

$$L_{nR} = \left[1 + \frac{1}{d(f + Ln(g - 0.01C))^h} \right]^{1/e} \quad (4.11)$$

d, f, g, h : 定数

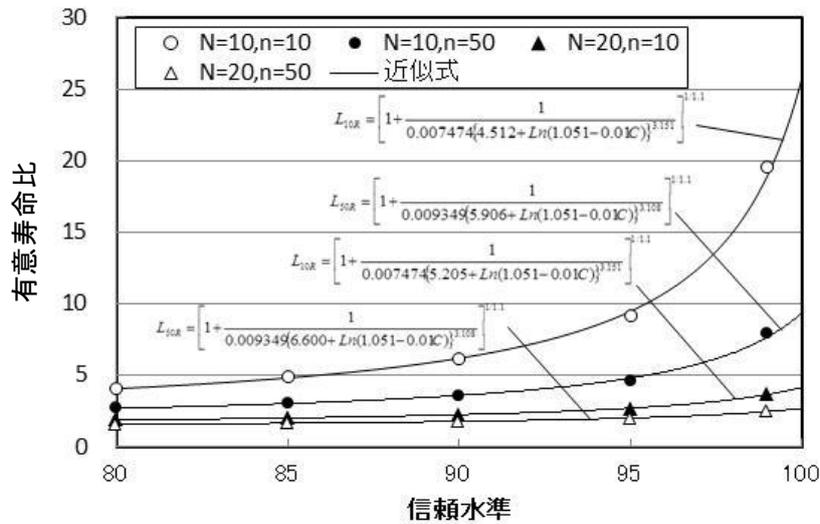


図 4.12 試験個数 N , 各パーセント点 n の条件を変えたときの信頼水準 C と有意寿命比 L_{nR} の関係

(4.9)~(4.11)式の関係を満たし、有意寿命比 L_{nR} , ワイブルスロープ e , 試験個数 N , 信頼水準 C を結びつける関係式を(4.12)式とにおいて、ワイブル乱数を用いて計算した有意寿命比を(4.12)式で回帰した。なお、回帰分析はワイブルスロープを 7 水準(0.5, 1, 2, 3, 5, 8, 10), 試験個数を 48 水準(3, 4...50), 信頼水準を 6 水準(80, 90, 92, 95, 98, 99), 計 2016 個の有意寿命比の計算結果に対して行った。

$$L_{nR} = \left[1 + \frac{1}{i \{ \ln j(k - 0.01C)N \}^m} \right]^{1/e} \quad (4.12)$$

i, j, k, m : 定数

回帰分析の結果、パーセント点 10, 50, 63.2 の有意寿命比に対して、以下の 3 つの回帰式が得られた。パーセント点 63.2% の推定寿命は、軸受の寿命推定では議論されることは少ないが、ワイブル分布の尺度母数の推定値であり、統計的な計算ではしばしば重要視されるため、その有意寿命比の近似式を示した。

・ 10% 寿命での必要寿命差 (倍率)

$$L_{10R} = \left[1 + \frac{1}{0.007474 \{ \ln(9.106) + \ln(1.051 - 0.01C) + \ln N \}^{3.151}} \right]^{1/e} \quad (4.13)$$

・ 50% 寿命での必要寿命差 (倍率)

$$L_{50R} = \left[1 + \frac{1}{0.009349 \{ \ln(36.74) + \ln(1.051 - 0.01C) + \ln N \}^{3.108}} \right]^{1/e} \quad (4.14)$$

・ 63.2% 寿命 (ワイブル分布の尺度母数に対応) での必要寿命差 (倍率)

$$L_{63.2R} = \left[1 + \frac{1}{0.01068 \{ \ln(41.48) + \ln(1.051 - 0.01C) + \ln N \}^{3.059}} \right]^{1/e} \quad (4.15)$$

N : 試験個数, e : ワイブルスロープ, C : 信頼水準

ただし、この式の適用可能範囲は $N \leq 50$, $0.5 \leq e \leq 10$, $80 \leq C \leq 99$ とする

表 4.4, 4.5, 4.6 にワイブル乱数を用いて計算した有意寿命比 (章末の p.154~156 参照) と(4.13)~(4.15)式で計算した有意寿命比の比較を示す。紙面の都合ですべての計算結果を示すことはできないが、ワイブル乱数を用いた計算結果と(4.13)~(4.15)式で得られた

計算結果は、ほとんどの条件でほぼ一致している。図 4.13 にワイブル乱数を用いた計算で得られた有意寿命比と(4.13)~(4.15)式で得られた有意寿命比との相関図を示す。相関図で見ても、両者の計算結果の差は極めて小さいことが分かる。

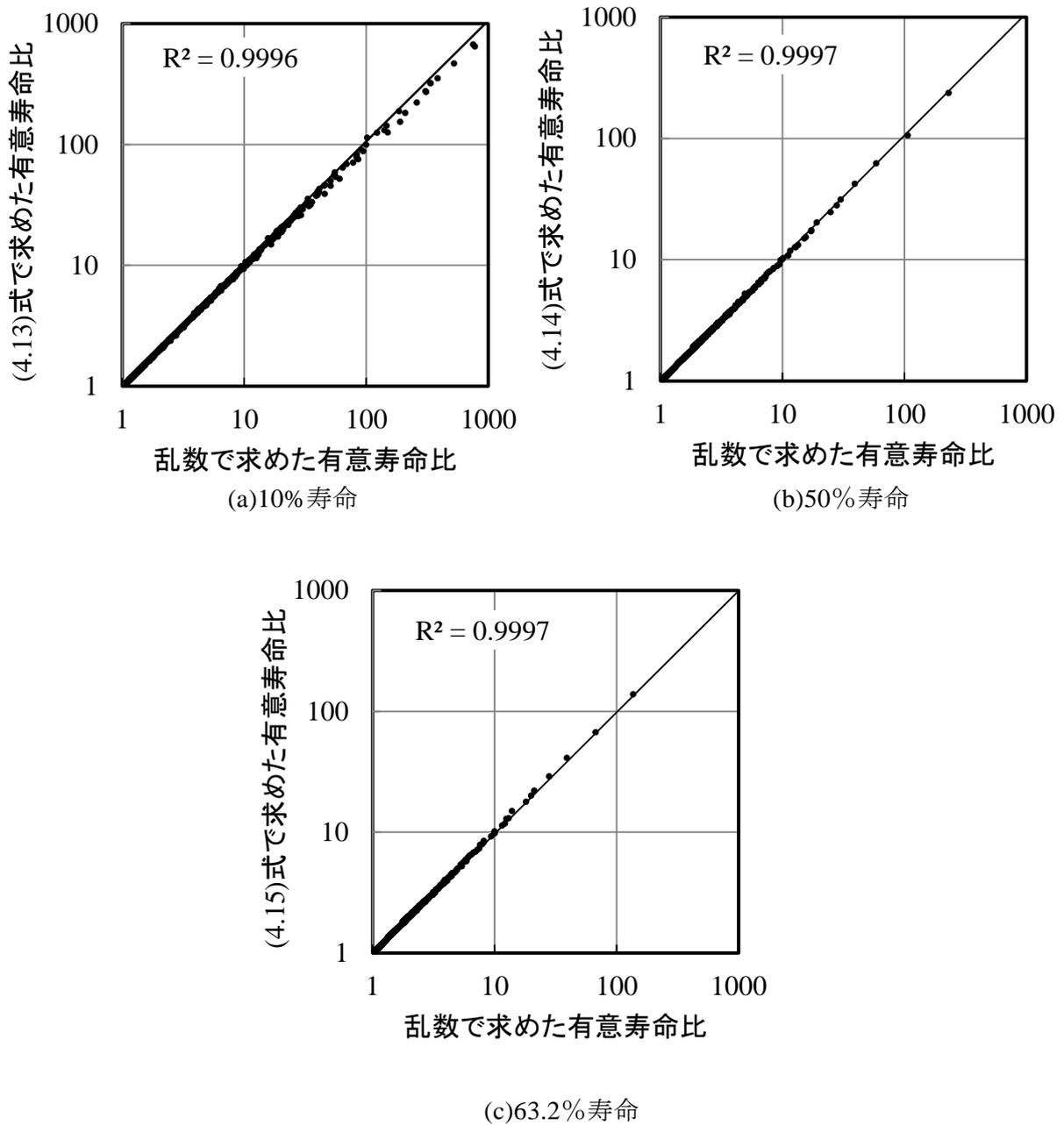


図 4.13 ワイブル乱数を用いて計算した有意寿命比と(4.13)~(4.15)式で計算した有意寿命比との相関図

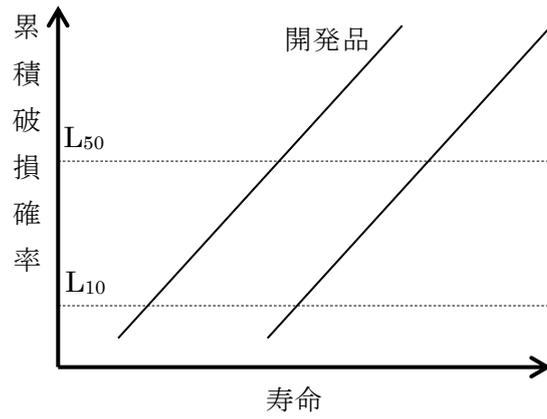
4.3.4 有意差検定結果の解釈

図 4.14 に有意差検定時に想定される 2 水準のワイブルプロットの状況を示す。以下では、図 4.14(a)~(g)それぞれの状況での有意差検定結果の解釈について、本論文でのルールを決める。これは 4.2.5 項のケーススタディでの判断に必要となる。

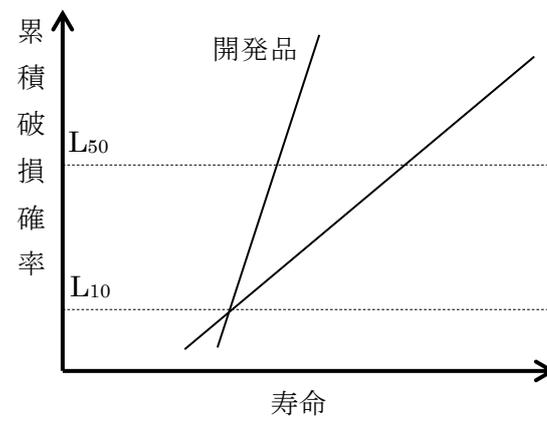
- (a) 両者の寿命のばらつきが同程度（両者のワイブルスロープが同じ）で、10%寿命と 50%寿命の両方で開発品が短寿命という有意差検定の結果である。この場合、開発品の寿命は現行品よりも「短寿命である」という解釈になる。
- (b) 開発品の寿命のばらつきが小さい(開発品のワイブルスロープが大きい)状況で、10%寿命で有意差無し、50%寿命で開発品が短寿命という有意差検定の結果である。2つのパーセント点で判定結果が異なるという結果は矛盾した結論ではない。この結論を言い換えると、両者には 10%の確率で稀に発生する短寿命に差はないが、平均的な寿命には差があるという解釈になる。開発品の寿命は 10%寿命で同等であっても、平均的な寿命である 50%寿命で短いため、現行品よりも「短寿命である」という解釈になる。
- (c) 開発品の寿命のばらつきが大きい(開発品のワイブルスロープが小さい)状況で、10%寿命で開発品が短寿命、50%寿命で有意差無しという有意差検定の結果である。開発品の寿命が平均的な寿命である 50%寿命で同等であっても、10%寿命で短寿命という状況では、開発品の寿命がばらついており、不安定な品質であることを示すため、開発品の寿命は現行品よりも「劣る」という解釈になる。
- (d) 両者の寿命のばらつきが同程度（両者のワイブルスロープが同じ）で、10%寿命、50%寿命どちらでも有意差がないという有意差検定の結果である。この場合、開発品の寿命は現行品と「同等」という解釈になる。

- (e) 開発品の寿命のばらつきが小さい(開発品のワイブルスロープが大きい)状況で, 10%寿命で開発品が長寿命, 50%寿命で有意差無しという有意差検定の結果である. 開発品の寿命は平均的な寿命である 50%寿命で同等で, ばらつきは少ないという状況を示すため, 現行品よりも「優れる」という解釈になる.
- (f) 開発品の寿命のばらつきが大きい(開発品のワイブルスロープが小さい)状況で, 10%寿命で有意差無し, 50%寿命で開発品が長寿命という有意差検定の結果である. 開発品の寿命はほとんどが長寿命であるが, 10%の確率で稀に発生する短寿命については同程度の寿命になることもあるという状況である. この場合, 開発品の寿命は現行品よりも「長寿命である」と解釈する.
- (g) 両者の寿命のばらつきが同程度(両者のワイブルスロープが同じ)で, 10%寿命, 50%寿命どちらでも開発品の寿命が長いという有意差検定の結果である. この場合, 開発品の寿命は現行品よりも「長寿命である」という解釈になる

ただし, 以上の解釈は試験個数が少ない場合, 信頼性が低いので, 決められた試験個数(本論文では7個以上)を用意できない場合は, 「ただし, この判定は試験個数〇個での結果である」というただし書きを追記しておくことが望ましい.

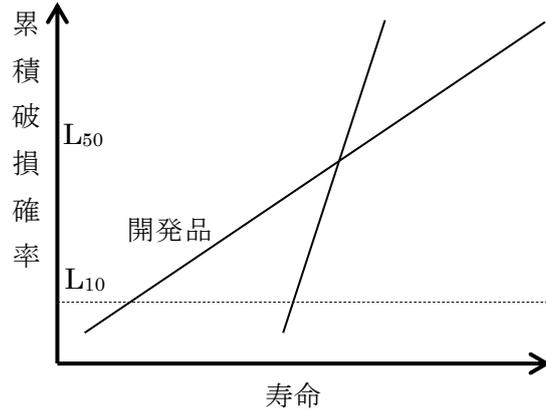


(a) 10%寿命で短寿命，50%寿命で短寿命

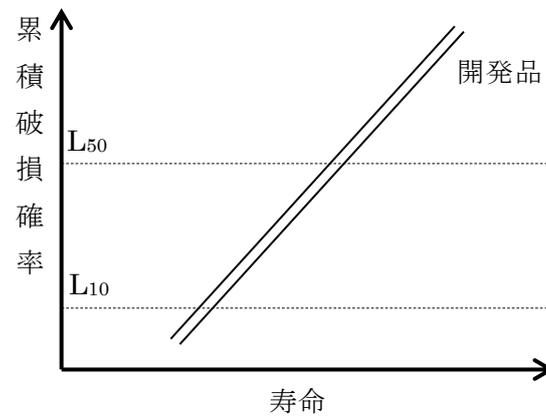


(b) 10%寿命で有意差無，50%寿命で短寿命

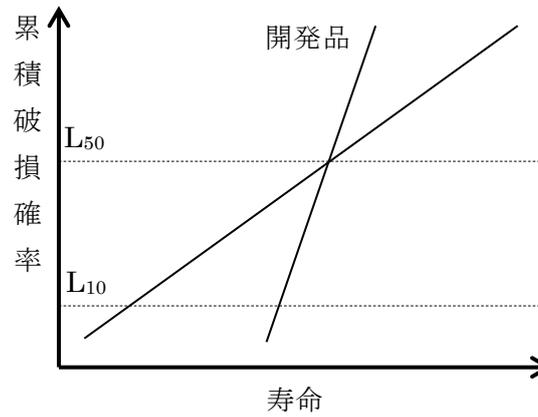
図 4.14-1 有意差検定時に想定される 2 水準のワイブルプロットの状況 1



(c) 10%寿命で短寿命，50%寿命で有意差無

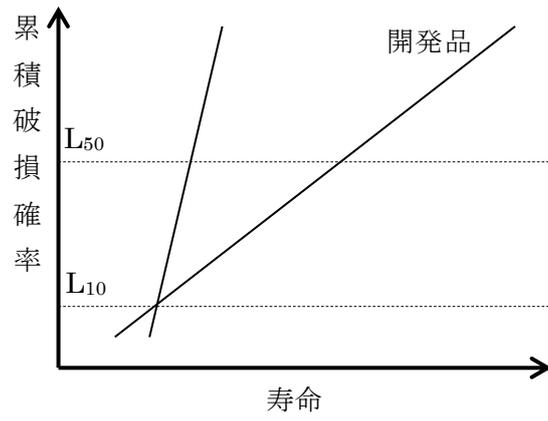


(d) 10%寿命で有意差無，50%寿命で有意差無

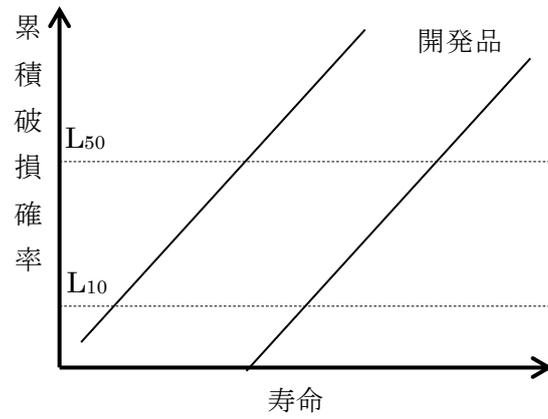


(e) 10%寿命で長寿命，50%寿命で有意差無

図 4.14-2 有意差検定時に想定される2水準のワイブルプロットの状況2



(f) 10%寿命で有意差無，50%寿命で長寿命



(g) 10%寿命で長寿命，50%寿命で長寿命

図 4.14-3 有意差検定時に想定される 2 水準のワイブルプロットの状況 3

4.3.5. ケーススタディ

4.3.5.1 図 4.14 (b)のケース

以下では，例題の状況を想定し，試験開始から試験結果の解釈までのケーススタディを示す．

○例題

現行材料と開発材料で製作した軸受を各 7 個用意して、両者の寿命を比較することになった。

表 4.7 に開発材料と現行材料のデータを示し，図 4.14 にそれらのワイブルプロットを示す．開発材料では，ワイブルスロープが現行材料よりも大きく，寿命データのばらつきが小さい．また，開発材料の寿命は現行材料と比較して 10%寿命で大差なく，50%寿命で短寿命であった．

表 4.7 開発材料と現行材料の寿命データ

| 寿命データ (h) | |
|-----------|------|
| 開発材料 | 現行材料 |
| 20 | 15 |
| 24 | 45 |
| 31 | 80 |
| 42 | 100 |
| 52 | 140 |
| 65 | 180 |
| 79 | 220 |

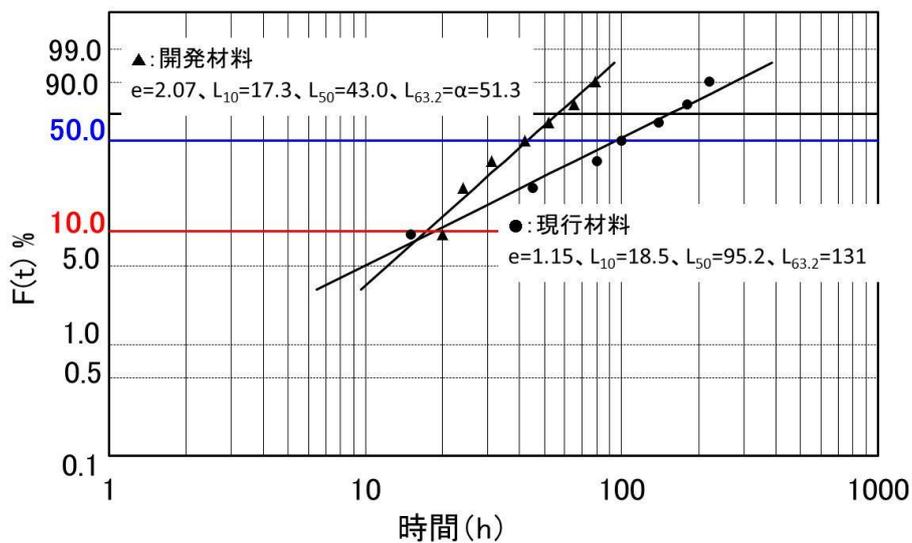


図 4.15 表 2.7 の寿命データのワイブルプロット

次に，得られた推定寿命の有意差検定を行う．図 4.16 に計算条件と計算結果を示す．計算に必要な条件は 2 水準のワイブルスロープ，10%寿命，試験個数，信頼水準である．図 4.16 では，10%寿命で「有意差無し」，50%及び 63.2%寿命で「有意差有り」という判定になっているが，この結果は矛盾した結論ではない．この結果を言い換えると，開発材料で製作した軸受の寿命は，現行材料と比べて 10%で稀に見られる短寿命のレベルに差はないが，平均的な寿命では現行材料よりも短寿命になるという結果である．この状況は図 4.14(b)の状況になるため，「開発材料の寿命は現行材料と比べて短寿命である」という判定になる．

(4.13)～(4.15)の近似式を用いて有意差検定を行う場合，2 水準のワイブルスロープの平均値である 1.61 を用いて計算する．(4.13)～(4.15)の近似式で求めた有意寿命比は，10%寿命で 4.48 倍，50%寿命で 1.94 倍，63.2%寿命で 1.81 倍になる．この有意寿命比から得られる判定は，10%寿命で「有意差有り」，50，63.2%寿命で「有意差無し」となり，上述の有意差検定ソフトを使った判定と同じになった．なお，2 水準のワイブルスロープを 1.61 と仮定したときの有意差検定ソフトの計算結果は，10%寿命で 4.58 倍，50%寿命で 1.95 倍，63.2%寿命で 1.82 倍であり，近似式と乱数シミュレーションの計算結果はほぼ一致する．

計算条件

| 水準1 | | 水準2 | |
|----------|------|----------|------|
| ワイブルスロープ | 2.07 | ワイブルスロープ | 1.15 |
| 10%寿命 | 17.3 | 10%寿命 | 18.5 |
| 試験個数 | 7 | 試験個数 | 7 |
| 信頼水準、% | | 90 | |

OK
キャンセル

(a)計算条件

| 計算結果: 必要寿命差(倍率) | | 有意差検定の結果 | |
|-----------------|------|----------|------|
| 10%寿命 | 5.39 | 有意差無し | |
| 50%寿命 | 2.12 | 有意差有り | |
| 63.2%寿命=尺度母数 | 1.97 | 有意差有り | |
| 計算条件 | | | |
| 入力項目 | 水準1 | 水準2 | 寿命比 |
| ワイブルスロープ | 2.07 | 1.15 | |
| 10%寿命 | 17.3 | 18.5 | 1.07 |
| 50%寿命 | 43.0 | 95.2 | 2.21 |
| 63.2%寿命=尺度母数 | 51.3 | 130.9 | 2.55 |
| 試験個数 | 7 | 7 | |
| 信頼水準 | 90 | | |

(b)計算結果

図 4.16 有意差検定の計算条件と計算結果

4.2.5.2 図 4.14(c)のケース

表 4.8 に開発材料と現行材料のデータを示し、図 4.17 にそれらのワイブルプロットを示す。開発材料では、ワイブルスロープが現行材料よりも小さく、データのばらつきが大きい状況で、開発材料の推定寿命は現行材料と比較して 10%寿命で短く、50%寿命で近い値となっている。図 4.18 に有意差検定ソフトの計算条件と計算結果を示す。図 4.18 では、10%寿命で「有意差有り」、50%及び 63.2%寿命で「有意差無し」という判定になっている。この状況は図 4.14(c)の状況で、開発材料の寿命は現行材料と比べて平均値としては大差ないが、ばらつきが大きく、不安定な品質であることを示すため、「開発材料の寿命は現行材料と比べて劣る」という判定になる。

表 4.8 開発材料と現行材料の寿命データ

| 寿命データ (h) | |
|-----------|------|
| 開発材料 | 現行材料 |
| 15 | 90 |
| 45 | 94 |
| 80 | 101 |
| 100 | 112 |
| 140 | 122 |
| 180 | 135 |
| 220 | 149 |

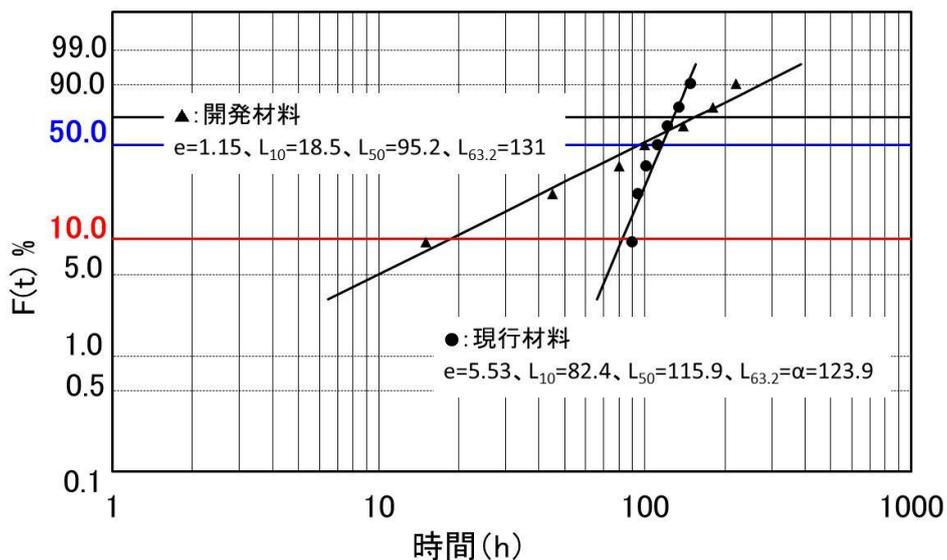


図 4.17 表 4.8 の寿命データのワイブルプロット

計算条件

| 水準1 | | 水準2 | |
|----------|------|----------|------|
| ワイブルスロープ | 1.15 | ワイブルスロープ | 5.53 |
| 10%寿命 | 18.5 | 10%寿命 | 82.4 |
| 試験個数 | 7 | 試験個数 | 7 |
| 信頼水準、% | | 90 | |

OK
キャンセル

(a)計算条件

| 計算結果: 必要寿命差(倍率) | | 有意差検定の結果 | |
|-----------------|-------|----------|------|
| 10%寿命 | 4.41 | 有意差有り | |
| 50%寿命 | 1.95 | 有意差無し | |
| 63.2%寿命=尺度母数 | 1.83 | 有意差無し | |
| 計算条件 | | | |
| 入力項目 | 水準1 | 水準2 | |
| ワイブルスロープ | 1.151 | 5.53 | 寿命比 |
| 10%寿命 | 18.53 | 82.4 | 4.45 |
| 50%寿命 | 95.2 | 115.8 | 1.22 |
| 63.2%寿命=尺度母数 | 130.9 | 123.8 | 1.06 |
| 試験個数 | 7 | 7 | |
| 信頼水準 | 90 | | |

(b)計算結果

図 4.18 有意差検定の計算条件と計算結果

4.3.5.3 図 4.14(e)のケース

表 4.9 に開発材料と現行材料のデータを示し、図 4.19 にそれらのワイブルプロットを示す。表 4.9 の寿命データは表 4.8 の開発材料と現行材料のデータを入れ替えたものである。開発材料では、ワイブルスロープが現行材料よりも大きく、データのばらつきが小さい状況で、開発材料の推定寿命は現行材料と比較して 10%寿命で長く、50%寿命で近い値となっている。有意差検定の結果は、表 4.8 の開発材料と現行材料のデータが入れ替わっているだけであるから、図 4.18 と同じ結果になる。図 4.18 では、10%寿命で「有意差有り」、50%及び 63.2%寿命で「有意差無し」という判定になっている。この状況は図 4.14(e)の状況で、開発材料の寿命は現行材料と比べて平均値としては大差ないが、ばらつきは少なく、品質は安定しているといえるため、「開発材料の寿命は現行材料と比べて優れる」という判定になる。

表 4.9 開発材料と現行材料のデータ

| 寿命データ (h) | |
|-----------|------|
| 開発材料 | 現行材料 |
| 90 | 15 |
| 94 | 45 |
| 101 | 80 |
| 112 | 100 |
| 122 | 140 |
| 135 | 180 |
| 149 | 220 |

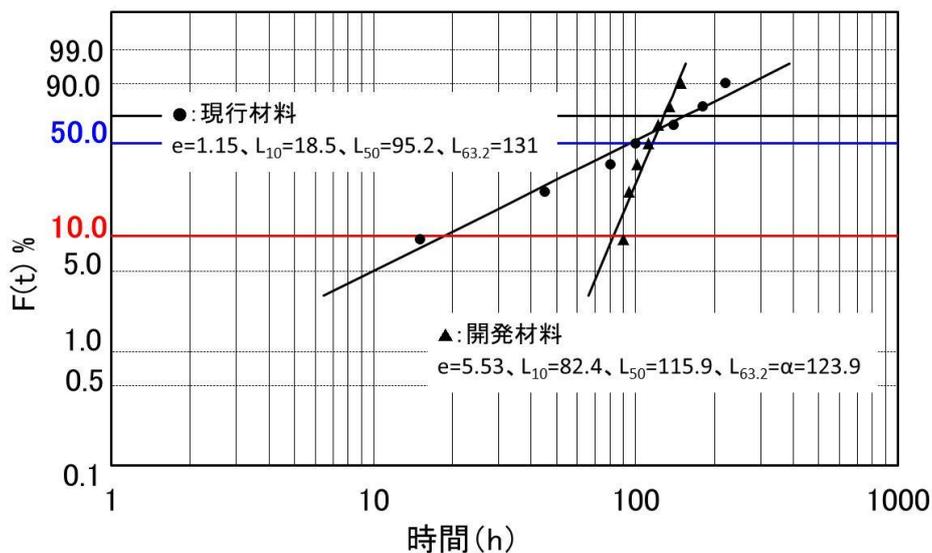


図 4.19 表 4.9 の寿命データのワイブルプロット

4.3.5.4 図 4.14(f)のケース

表 4.10 に開発材料と現行材料の寿命データを示し、図 4.20 にそれらのワイブルプロットを示す。表 4.10 の寿命データは表 4.7 の開発材料と現行材料の寿命データを入れ替えたものである。開発材料では、ワイブルスロープが現行材料よりも小さく、寿命データのばらつきが大きいため、開発材料の推定寿命は、現行材料と比較して 10%寿命で大差なく、50%寿命で長寿命となっている。有意差検定の結果は、表 4.7 の開発材料と現行材料のデータが入れ替わっているだけであるから、図 4.16 と同じ結果となる。図 4.16 では、10%寿命で「有意差無し」、50%及び 63.2%寿命で「有意差有り」という判定になっている。この状況は図 4.14(f)の状況で、開発材料の寿命は、現行材料と比べて 10%で稀に発生する短寿命のレベルに差はないが、高い確率で現行材料よりも長寿命になるという結果であるため、「開発材料の寿命は現行材料と比べて長寿命である」という判定になる。

表 4.10 現行材料と開発材料の寿命データ

| 寿命データ (h) | |
|-----------|------|
| 開発材料 | 現行材料 |
| 15 | 20 |
| 45 | 24 |
| 80 | 31 |
| 100 | 42 |
| 140 | 52 |
| 180 | 65 |
| 220 | 79 |

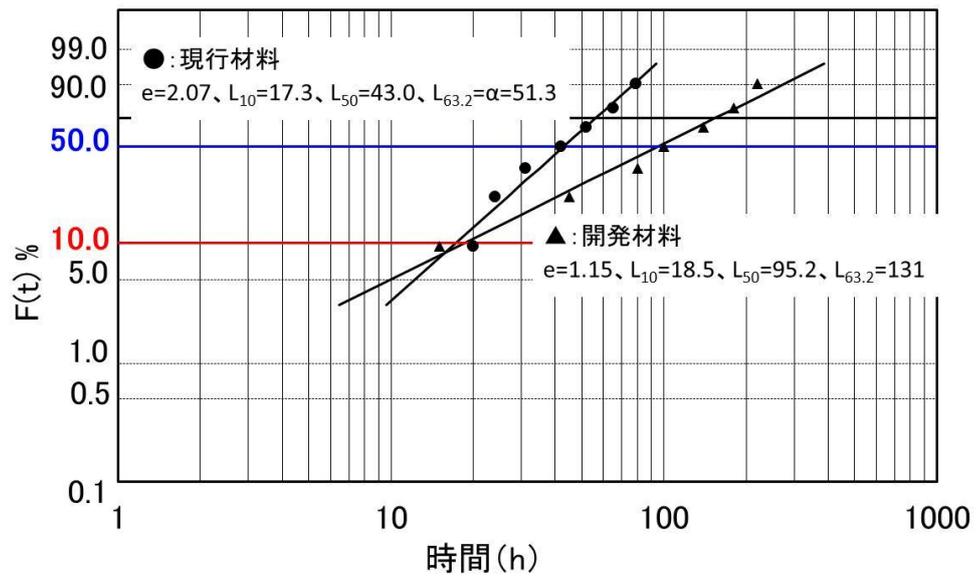


図 4.20 表 4.10 の寿命データのワイブルプロット

4.4 乱数シミュレーションを用いた転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈の有用性、妥当性及び留意点についての考察

4章では、乱数シミュレーションを使った転動疲労寿命の計画とデータの解釈について、打切り試験と加速試験に分けて説明した。この乱数シミュレーションを用いる手法は、疑似的な寿命試験の結果に基づいた判断を行っていることから、計算のプロセスが理解しやすいという特長がある。また、任意の条件で計算ができるという利点がある。しかし、この方法はプログラミングが必要であること、発生させる乱数の数が多くなると、計算コストがかかるという欠点がある。そこで、本論文では、乱数やプログラムの手間を省くため、表計算ソフトで簡単に計算できる方法について紹介した。打切り試験に対してはベータ分布関数を用いる方法を、加速試験に対しては近似式を用いる方法をそれぞれ示した。ここで、順序統計量を表すベータ分布関数を用いる打切り試験に対する計算手法は理論的に認知されている方法といってもよいが、近似式による方法は独自に開発したものであるため、その式を用いることの合理性について議論しておく必要がある。以下では、近似式を使う有意差検定の方法の合理性を従来の方法と比較することによって考察する。

一般に、母集団の分布を仮定するパラメトリックな仮説検定では、その母集団の標本から得られる各種推定量の分布がどのような分布に従うかが明確になっている必要がある。また、各種推定量の分布は、データの種類(完全データ、単一打切りデータ、多重打切りデータ)、データの解析手法(線形手法、最尤法、ワイブルプロット)あるいは各標本の試験回数 N によって変化するため、解析手法は目的に応じて使い分ける必要がある。このような仮説検定は、数学的に十分な検討がなされた合理的な方法であるが、状況に応じて妥当な対応ができるようになるために、専門知識と経験が必要になる。

一方、乱数シミュレーションによる有意差検定は、疑似的な寿命試験の結果に基づいて求めた有意寿命比を用いる手法であり、計算のプロセスが明確で理解しやすい。また、寿命推定法として最もよく用いられているワイブルプロットで得た推定寿命に対して適用でき、図表を使う方法でないため、任意の条件(任意のワイブルスロープ、試験個数、信頼水準)で計算が可能である。このように、乱数シミュレーションによる有意差検定は、一般的な仮説検定と比べて計算内容

の理解が容易で、適用範囲も広いという利点がある。しかし、以下の点については妥当性の検証が必要である。

①ワイブルプロットで推定したワイブルスロープの値を仮定して有意寿命比を計算すること

②打切りデータ(単一打切りデータ, 多重打切りデータ)がある状況に対して適用すること

一般的な仮説検定では、推定量の標本分布が明らかになっている必要があるが、乱数シミュレーションによる有意差検定では、ワイブルプロットで推定するワイブルスロープの標本分布が不明であるにもかかわらず、計算に①の仮定を入れている。この仮定の妥当性の検証については、今後の課題である。また、今回の乱数シミュレーションは、完全データ(打切りデータが含まれないデータ)に対して計算されており、単一打切りデータ(破損したデータより短い打切りデータが含まれないデータ)や多重打切りデータ(破損したデータの中に打切りデータが含まれるデータ)に対する適用可否の検証も今後の課題である。乱数シミュレーションには、以上の課題があるが、①の仮定は実験事実に基づいており全く根拠のない仮定ではないこと、有意差検定は完全データに対して行うことのほうが多いこと、一般的な仮説検定と比べて利点もあることを総合すると、その手法は概ね合理的で有用なものとする。なお、本計算式は、データがワイブル分布にしたがっていけば、寿命のデータだけでなく、引張強度等の強度のデータにも適用できる。ただし、競合故障モードがあるデータは、ワイブルプロット上で直線にはならず、ワイブル分布に従わない場合があるので、有意差検定ではデータをモードごとに分類するなど工夫が必要である。

次に、近似式を使った計算における留意点について考察する。一般に、回帰式には理論的根拠がないため、本報の近似式の適用範囲は、回帰分析を行った条件から逸脱することは望ましくない。したがって、その適用範囲は、 $N \leq 50$, $0.5 \leq e \leq 10$, $80 \leq C \leq 99$ とすることが望ましい。もしも、この適用範囲外で近似式を用いる場合、有意寿命比が 100 以下であれば、その値を用いても概ね問題ないとする。これは、図 4.13 の相関図で見

られるように、乱数シミュレーションと近似式による有意寿命比は、値が小さくなるほどよく一致する傾向があり、100 以下での差が比較的小さい傾向があったためである。回帰式の有意寿命比を真値と仮定して、乱数シミュレーションで得られた有意寿命比の誤差率の平均を計算すると、有意寿命比が 100 以下のもの(2016 個中 1959 個)と 100 以上のもの(2016 個中 57 個)でそれぞれ 1.3%と 10%であった。

本報では、ワイブルスロープの値は2水準の平均値としたが、この設定には2水準の試験のばらつきが同等であるという前提があることを留意すべきである。ワイブルスロープの平均値を設定して有意差検定を行う方法は、他の有意差検定でも見られるが²⁶⁾、 N 数が少ない場合、ワイブルスロープには大きな誤差が含まれている可能性があり、正確な有意差検定を行うために必ずしもよい方法ではない可能性がある。ワイブルスロープは試験条件と鋼種が同じであれば大差ないことが多い。そのため、鋼種や試験条件が変わらないときは、少ない N 数で得られたワイブルスロープよりも、過去の実績値を用いるほうが正確な有意差検定が可能になることもあろう。ワイブルスロープに過去の実績値を用いる場合、その値は 20 個以上の試験個数で得られた値を用いるほうがよい。これは、試験個数とワイブルスロープの推定精度の関係を乱数シミュレーションで計算した結果に基づいている³⁾。

4.5 おわりに

4章では、乱数シミュレーションを使った転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈の方法について説明した。本章のまとめを以下に示す。

- 1) 転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈は、乱数シミュレーションを用いれば、専門家でなくとも統計的根拠に基づいて進めることができる。
- 2) 打ち切り試験の計画とデータの解釈の方法としては、乱数シミュレーション以外に順序統計量の分布（ベータ分布）を用いる方法がある。ベータ分布を使って得られる、打ち切り寿命と試験個数の関係式を以下に示す。

$$T_{i+1} = F^{-1}(B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)) = \gamma + \alpha \cdot e \sqrt{\ln \left[\frac{1}{1 - B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)} \right]}$$

T_{i+1} : 打ち切り寿命 ($i=0$: 未破損時の打ち切り寿命, $i=1, 2 \dots N-1$: $1, 2 \dots N-1$ 個破損時の打ち切り寿命), $F^{-1}(x)$: ワイブル分布の累積分布関数の逆関数

$B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)$: ベータ分布の累積分布関数の逆関数

C : 信頼水準, N : 試験個数, e : ワイブルスロープ, α : 尺度母数, γ : 位置母数

- 3) 有意差有りとは判定するための必要な寿命比（有意寿命比）は以下の近似式で計算できる。

$$10\% \text{ 寿命 : } L_{10R} = \left[1 + \frac{1}{0.007474 \{ \ln(9.106) + \ln(1.051 - 0.01C) + \ln N \}^{3.151}} \right]^{1/e}$$

$$50\% \text{ 寿命 : } L_{50R} = \left[1 + \frac{1}{0.009349 \{ \ln(36.74) + \ln(1.051 - 0.01C) + \ln N \}^{3.108}} \right]^{1/e}$$

$$63.2\% \text{ 寿命 : } L_{63.2R} = \left[1 + \frac{1}{0.01068 \{ \ln(41.48) + \ln(1.051 - 0.01C) + \ln N \}^{3.059}} \right]^{1/e}$$

N : 試験個数, e : ワイブルスロープ, C : 信頼水準

ただし、この式の適用可能範囲は $N \leq 50$, $0.5 \leq e \leq 10$, $80 \leq C \leq 99$ とする。

表 4.4 ワイブル乱数を用いて計算した有意寿命比と(4.13)式で計算した有意寿命比の比較 (10%寿命に対する計算結果)

| 試験 個数 N | e=0.5 | | | | | | e=1 | | | | | | e=5 | | | | | | e=10 | | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | ワイブル乱数による計算結果 | | | (1)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (1)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (1)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (1)式による計算結果 | | |
| | 信頼 水準 80% | 信頼 水準 90% | 信頼 水準 99% |
| 3 | 335 | 2548 | 1164260 | 323 | 2080 | 1238808 | 19.00 | 50.83 | 1118.35 | 17.98 | 45.61 | 1113.02 | 1.81 | 2.21 | 4.09 | 1.78 | 2.15 | 4.07 | 1.35 | 1.50 | 2.06 | 1.34 | 1.47 | 2.02 |
| 4 | 146 | 752 | 92606 | 143 | 672 | 74554 | 12.11 | 27.18 | 308.90 | 11.95 | 25.92 | 273.05 | 1.65 | 1.96 | 3.19 | 1.64 | 1.92 | 3.07 | 1.29 | 1.40 | 1.79 | 1.28 | 1.38 | 1.75 |
| 5 | 83.33 | 335 | 19274 | 82.64 | 321 | 15908 | 9.09 | 18.25 | 149.77 | 9.09 | 17.91 | 126.13 | 1.56 | 1.81 | 2.76 | 1.55 | 1.78 | 2.63 | 1.26 | 1.35 | 1.67 | 1.25 | 1.33 | 1.62 |
| 6 | 54.21 | 186 | 7096 | 55.43 | 188 | 5712 | 7.36 | 13.85 | 85.67 | 7.44 | 13.72 | 75.58 | 1.50 | 1.71 | 2.48 | 1.49 | 1.69 | 2.38 | 1.24 | 1.32 | 1.56 | 1.22 | 1.30 | 1.54 |
| 7 | 39.95 | 122 | 3158 | 40.73 | 125 | 2706 | 6.42 | 11.42 | 60.46 | 6.38 | 11.19 | 52.02 | 1.46 | 1.63 | 2.25 | 1.45 | 1.62 | 2.20 | 1.22 | 1.29 | 1.53 | 1.20 | 1.27 | 1.48 |
| 8 | 32.01 | 90.42 | 1907 | 31.82 | 90.32 | 1518 | 5.75 | 9.77 | 45.52 | 5.64 | 9.50 | 38.96 | 1.42 | 1.58 | 2.17 | 1.41 | 1.57 | 2.08 | 1.20 | 1.27 | 1.46 | 1.19 | 1.25 | 1.44 |
| 9 | 25.73 | 69.10 | 1111 | 25.95 | 69.07 | 953 | 5.04 | 8.26 | 33.89 | 5.09 | 8.31 | 30.88 | 1.39 | 1.54 | 2.01 | 1.38 | 1.53 | 1.99 | 1.19 | 1.25 | 1.44 | 1.18 | 1.24 | 1.41 |
| 10 | 21.72 | 55.11 | 777 | 21.86 | 55.12 | 649 | 4.71 | 7.59 | 27.66 | 4.68 | 7.42 | 25.47 | 1.37 | 1.50 | 1.94 | 1.36 | 1.49 | 1.91 | 1.18 | 1.24 | 1.41 | 1.17 | 1.22 | 1.38 |
| 11 | 18.83 | 44.97 | 522 | 18.87 | 45.44 | 468 | 4.36 | 6.74 | 22.99 | 4.34 | 6.74 | 21.63 | 1.34 | 1.47 | 1.86 | 1.34 | 1.46 | 1.85 | 1.17 | 1.23 | 1.38 | 1.16 | 1.21 | 1.36 |
| 12 | 16.66 | 39.86 | 383 | 16.60 | 38.41 | 353 | 4.02 | 6.14 | 20.15 | 4.07 | 6.20 | 18.79 | 1.34 | 1.45 | 1.84 | 1.32 | 1.44 | 1.80 | 1.16 | 1.21 | 1.36 | 1.15 | 1.20 | 1.34 |
| 13 | 14.92 | 32.60 | 305 | 14.84 | 33.14 | 276 | 3.85 | 5.75 | 17.36 | 3.85 | 5.76 | 16.62 | 1.32 | 1.43 | 1.78 | 1.31 | 1.42 | 1.75 | 1.16 | 1.20 | 1.33 | 1.14 | 1.19 | 1.32 |
| 14 | 13.66 | 30.01 | 260 | 13.43 | 29.06 | 222 | 3.66 | 5.42 | 16.55 | 3.66 | 5.39 | 14.91 | 1.31 | 1.42 | 1.77 | 1.30 | 1.40 | 1.72 | 1.15 | 1.20 | 1.34 | 1.14 | 1.18 | 1.31 |
| 15 | 12.07 | 25.33 | 208 | 12.28 | 25.84 | 183 | 3.51 | 5.16 | 13.60 | 3.50 | 5.08 | 13.53 | 1.30 | 1.40 | 1.71 | 1.29 | 1.38 | 1.68 | 1.14 | 1.19 | 1.31 | 1.13 | 1.18 | 1.30 |
| 16 | 11.77 | 23.99 | 189 | 11.32 | 23.24 | 154 | 3.38 | 4.74 | 13.01 | 3.37 | 4.82 | 12.40 | 1.28 | 1.38 | 1.66 | 1.27 | 1.37 | 1.65 | 1.14 | 1.18 | 1.31 | 1.13 | 1.17 | 1.29 |
| 17 | 10.58 | 20.66 | 141 | 10.52 | 21.10 | 131 | 3.27 | 4.68 | 12.57 | 3.24 | 4.59 | 11.46 | 1.28 | 1.37 | 1.67 | 1.27 | 1.36 | 1.63 | 1.14 | 1.18 | 1.29 | 1.12 | 1.16 | 1.28 |
| 18 | 9.45 | 18.57 | 102 | 9.84 | 19.32 | 114 | 3.21 | 4.43 | 11.13 | 3.14 | 4.40 | 10.66 | 1.27 | 1.36 | 1.63 | 1.26 | 1.34 | 1.61 | 1.13 | 1.17 | 1.27 | 1.12 | 1.16 | 1.27 |
| 19 | 9.32 | 17.67 | 99.31 | 9.25 | 17.82 | 99.67 | 3.05 | 4.12 | 10.46 | 3.04 | 4.22 | 9.98 | 1.26 | 1.34 | 1.59 | 1.25 | 1.33 | 1.58 | 1.13 | 1.17 | 1.28 | 1.12 | 1.15 | 1.26 |
| 20 | 8.64 | 15.97 | 94.13 | 8.74 | 16.54 | 88.25 | 3.01 | 4.15 | 9.90 | 2.96 | 4.07 | 9.39 | 1.26 | 1.34 | 1.58 | 1.24 | 1.32 | 1.57 | 1.12 | 1.16 | 1.27 | 1.11 | 1.15 | 1.25 |
| 21 | 8.33 | 15.47 | 83.22 | 8.29 | 15.44 | 78.85 | 2.90 | 4.01 | 9.05 | 2.88 | 3.93 | 8.88 | 1.25 | 1.32 | 1.57 | 1.24 | 1.31 | 1.55 | 1.13 | 1.16 | 1.26 | 1.11 | 1.15 | 1.24 |
| 22 | 8.06 | 14.46 | 77.93 | 7.90 | 14.48 | 71.02 | 2.84 | 3.89 | 8.72 | 2.81 | 3.81 | 8.43 | 1.24 | 1.32 | 1.55 | 1.23 | 1.31 | 1.53 | 1.12 | 1.15 | 1.25 | 1.11 | 1.14 | 1.24 |
| 23 | 7.57 | 13.35 | 64.02 | 7.55 | 13.64 | 64.43 | 2.78 | 3.78 | 8.42 | 2.75 | 3.69 | 8.03 | 1.24 | 1.32 | 1.52 | 1.22 | 1.30 | 1.52 | 1.12 | 1.15 | 1.24 | 1.11 | 1.14 | 1.23 |
| 24 | 7.41 | 13.18 | 55.24 | 7.23 | 12.89 | 58.82 | 2.74 | 3.62 | 8.08 | 2.69 | 3.59 | 7.67 | 1.23 | 1.30 | 1.53 | 1.22 | 1.29 | 1.50 | 1.11 | 1.15 | 1.24 | 1.10 | 1.14 | 1.23 |
| 25 | 7.08 | 13.05 | 56.04 | 6.95 | 12.24 | 54.00 | 2.65 | 3.51 | 7.35 | 2.64 | 3.50 | 7.35 | 1.23 | 1.30 | 1.51 | 1.21 | 1.28 | 1.49 | 1.11 | 1.14 | 1.23 | 1.10 | 1.13 | 1.22 |
| 26 | 6.89 | 11.97 | 50.92 | 6.69 | 11.65 | 49.84 | 2.61 | 3.41 | 7.11 | 2.59 | 3.41 | 7.06 | 1.22 | 1.29 | 1.51 | 1.21 | 1.28 | 1.48 | 1.11 | 1.14 | 1.24 | 1.10 | 1.13 | 1.22 |
| 27 | 6.30 | 10.92 | 45.86 | 6.46 | 11.12 | 46.20 | 2.56 | 3.38 | 6.70 | 2.54 | 3.33 | 6.80 | 1.22 | 1.29 | 1.49 | 1.21 | 1.27 | 1.47 | 1.11 | 1.14 | 1.23 | 1.10 | 1.13 | 1.21 |
| 28 | 6.19 | 10.20 | 41.11 | 6.25 | 10.64 | 43.02 | 2.50 | 3.27 | 6.59 | 2.50 | 3.26 | 6.56 | 1.21 | 1.28 | 1.48 | 1.20 | 1.27 | 1.46 | 1.11 | 1.14 | 1.22 | 1.10 | 1.13 | 1.21 |
| 29 | 6.08 | 10.62 | 40.98 | 6.06 | 10.20 | 40.20 | 2.45 | 3.20 | 6.37 | 2.46 | 3.19 | 6.34 | 1.21 | 1.27 | 1.46 | 1.20 | 1.26 | 1.45 | 1.11 | 1.14 | 1.21 | 1.09 | 1.12 | 1.20 |
| 30 | 5.84 | 9.86 | 38.77 | 5.88 | 9.81 | 37.70 | 2.40 | 3.12 | 6.22 | 2.42 | 3.13 | 6.14 | 1.20 | 1.26 | 1.46 | 1.19 | 1.26 | 1.44 | 1.10 | 1.13 | 1.22 | 1.09 | 1.12 | 1.20 |
| 31 | 5.74 | 9.55 | 33.12 | 5.71 | 9.45 | 35.47 | 2.41 | 3.08 | 6.11 | 2.39 | 3.07 | 5.96 | 1.20 | 1.27 | 1.45 | 1.19 | 1.25 | 1.43 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.09 | 1.12 | 1.20 |
| 32 | 5.55 | 9.33 | 35.86 | 5.56 | 9.12 | 33.48 | 2.36 | 3.01 | 5.77 | 2.36 | 3.02 | 5.79 | 1.20 | 1.26 | 1.44 | 1.19 | 1.25 | 1.42 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.09 | 1.12 | 1.19 |
| 33 | 5.29 | 8.86 | 34.93 | 5.42 | 8.81 | 31.67 | 2.33 | 2.98 | 5.73 | 2.33 | 2.97 | 5.63 | 1.20 | 1.25 | 1.44 | 1.18 | 1.24 | 1.41 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.11 | 1.19 |
| 34 | 5.24 | 8.51 | 28.88 | 5.29 | 8.53 | 30.05 | 2.30 | 2.94 | 5.59 | 2.30 | 2.92 | 5.48 | 1.19 | 1.25 | 1.42 | 1.18 | 1.24 | 1.41 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.11 | 1.19 |
| 35 | 5.16 | 8.24 | 27.55 | 5.16 | 8.27 | 28.57 | 2.28 | 2.89 | 5.39 | 2.27 | 2.88 | 5.34 | 1.19 | 1.25 | 1.43 | 1.18 | 1.24 | 1.40 | 1.10 | 1.12 | 1.20 | 1.09 | 1.11 | 1.18 |
| 36 | 4.93 | 8.02 | 26.36 | 5.05 | 8.03 | 27.22 | 2.26 | 2.85 | 5.14 | 2.25 | 2.83 | 5.22 | 1.19 | 1.24 | 1.41 | 1.18 | 1.23 | 1.39 | 1.10 | 1.12 | 1.19 | 1.08 | 1.11 | 1.18 |
| 37 | 5.05 | 7.82 | 29.07 | 4.94 | 7.80 | 25.99 | 2.24 | 2.84 | 5.35 | 2.22 | 2.79 | 5.10 | 1.18 | 1.24 | 1.41 | 1.17 | 1.23 | 1.39 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.08 | 1.11 | 1.18 |
| 38 | 4.87 | 7.50 | 25.34 | 4.84 | 7.59 | 24.86 | 2.20 | 2.76 | 5.00 | 2.20 | 2.76 | 4.99 | 1.18 | 1.24 | 1.39 | 1.17 | 1.22 | 1.38 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.08 | 1.11 | 1.17 |
| 39 | 4.65 | 7.37 | 24.22 | 4.74 | 7.40 | 23.83 | 2.18 | 2.72 | 4.79 | 2.18 | 2.72 | 4.88 | 1.18 | 1.23 | 1.40 | 1.17 | 1.22 | 1.37 | 1.09 | 1.12 | 1.18 | 1.08 | 1.11 | 1.17 |
| 40 | 4.60 | 7.25 | 22.69 | 4.65 | 7.21 | 22.87 | 2.15 | 2.71 | 4.83 | 2.16 | 2.69 | 4.78 | 1.18 | 1.23 | 1.38 | 1.17 | 1.22 | 1.37 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.17 |
| 41 | 4.51 | 7.25 | 22.31 | 4.57 | 7.04 | 21.99 | 2.15 | 2.68 | 4.90 | 2.14 | 2.65 | 4.69 | 1.17 | 1.23 | 1.38 | 1.16 | 1.22 | 1.36 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.17 |
| 42 | 4.45 | 6.89 | 21.53 | 4.49 | 6.88 | 21.17 | 2.12 | 2.66 | 4.72 | 2.12 | 2.62 | 4.60 | 1.17 | 1.22 | 1.37 | 1.16 | 1.21 | 1.36 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.16 |
| 43 | 4.27 | 6.44 | 19.92 | 4.41 | 6.73 | 20.41 | 2.13 | 2.64 | 4.56 | 2.10 | 2.59 | 4.52 | 1.17 | 1.22 | 1.37 | 1.16 | 1.21 | 1.35 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.16 |
| 44 | 4.20 | 6.37 | 20.71 | 4.34 | 6.58 | 19.70 | 2.08 | 2.56 | 4.46 | 2.08 | 2.57 | 4.44 | 1.17 | 1.22 | 1.36 | 1.16 | 1.21 | 1.35 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.16 |
| 45 | 4.14 | 6.25 | 18.36 | 4.27 | 6.45 | 19.04 | 2.06 | 2.54 | 4.43 | 2.07 | 2.54 | 4.36 | 1.17 | 1.22 | 1.35 | 1.16 | 1.20 | 1.34 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.16 |
| 46 | 4.12 | 6.16 | 19.15 | 4.21 | 6.32 | 18.42 | 2.06 | 2.54 | 4.41 | 2.05 | 2.51 | 4.29 | 1.16 | 1.21 | 1.36 | 1.15 | 1.20 | 1.34 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.07 | 1.10 | 1.16 |
| 47 | 4.21 | 6.45 | 17.91 | 4.15 | 6.19 | 17.84 | 2.04 | 2.50 | 4.27 | 2.04 | 2.49 | 4.22 | 1.17 | 1.22 | 1.36 | 1.15 | 1.20 | 1.33 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.07 | 1.10 | 1.15 |
| 48 | 4.06 | 6.15 | 18.86 | 4.09 | 6.08 | 17.30 | 2.02 | 2.47 | 4.18 | 2.02 | 2.47 | 4.16 | 1.16 | 1.21 | 1.35 | 1.15 | 1.20 | 1.33 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.07 | 1.09 | 1.15 |
| 49 | 3.89 | 5.84 | 15.62 | 4.03 | 5.97 | 16.79 | 2.02 | 2.48 | 4.12 | 2.01 | 2.44 | 4.10 | 1.16 | 1.20 | 1.34 | 1.15 | 1.20 | 1.33 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.07 | 1.09 | 1.15 |
| 50 | 3.96 | 5.89 | 16.94 | 3.98 | 5.86 | 16.31 | 2.01 | 2.42 | 4.09 | 1.99 | 2.42 | 4.04 | 1.16 | 1.21 | 1.33 | 1.15 | 1.19 | 1.32 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.07 | 1.09 | 1.15 |

表 4.5 ワイブル乱数を用いて計算した有意寿命比と(4.14)式で計算した有意寿命比の比較 (50%寿命に対する計算結果)

| 試験 個数 N | e=0.5 | | | | | | e=1 | | | | | | e=5 | | | | | | e=10 | | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | ワイブル乱数による計算結果 | | | (2)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (2)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (2)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (2)式による計算結果 | | |
| | 信頼 水準 80% | 信頼 水準 90% | 信頼 水準 99% |
| 3 | 12.82 | 27.76 | 229.33 | 12.73 | 28.11 | 237.71 | 3.59 | 5.25 | 15.51 | 3.57 | 5.30 | 15.42 | 1.30 | 1.40 | 1.73 | 1.29 | 1.40 | 1.73 | 1.15 | 1.19 | 1.33 | 1.14 | 1.18 | 1.31 |
| 4 | 9.06 | 17.17 | 106.01 | 8.90 | 17.46 | 106.37 | 3.02 | 4.18 | 10.14 | 2.98 | 4.18 | 10.31 | 1.26 | 1.34 | 1.61 | 1.24 | 1.33 | 1.59 | 1.13 | 1.16 | 1.27 | 1.12 | 1.15 | 1.26 |
| 5 | 7.12 | 12.63 | 58.32 | 7.00 | 12.68 | 62.28 | 2.67 | 3.56 | 7.65 | 2.65 | 3.56 | 7.89 | 1.23 | 1.30 | 1.53 | 1.21 | 1.29 | 1.51 | 1.11 | 1.15 | 1.24 | 1.10 | 1.14 | 1.23 |
| 6 | 5.94 | 9.89 | 39.09 | 5.88 | 10.04 | 42.21 | 2.44 | 3.16 | 6.34 | 2.42 | 3.17 | 6.50 | 1.21 | 1.28 | 1.47 | 1.19 | 1.26 | 1.45 | 1.11 | 1.13 | 1.22 | 1.09 | 1.12 | 1.21 |
| 7 | 5.12 | 8.36 | 29.97 | 5.14 | 8.40 | 31.31 | 2.30 | 2.91 | 5.68 | 2.27 | 2.90 | 5.60 | 1.19 | 1.25 | 1.41 | 1.18 | 1.24 | 1.41 | 1.10 | 1.12 | 1.20 | 1.09 | 1.11 | 1.19 |
| 8 | 4.65 | 7.27 | 24.72 | 4.62 | 7.28 | 24.67 | 2.17 | 2.72 | 4.95 | 2.15 | 2.70 | 4.97 | 1.18 | 1.23 | 1.38 | 1.17 | 1.22 | 1.38 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.08 | 1.10 | 1.17 |
| 9 | 4.21 | 6.38 | 19.05 | 4.23 | 6.47 | 20.28 | 2.08 | 2.55 | 4.48 | 2.06 | 2.54 | 4.50 | 1.17 | 1.22 | 1.35 | 1.16 | 1.21 | 1.35 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.07 | 1.10 | 1.16 |
| 10 | 3.94 | 5.86 | 17.10 | 3.93 | 5.86 | 17.20 | 2.01 | 2.46 | 4.13 | 1.98 | 2.42 | 4.15 | 1.16 | 1.21 | 1.33 | 1.15 | 1.19 | 1.33 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.07 | 1.09 | 1.15 |
| 11 | 3.74 | 5.41 | 15.05 | 3.69 | 5.39 | 14.94 | 1.94 | 2.36 | 3.84 | 1.92 | 2.32 | 3.87 | 1.15 | 1.19 | 1.31 | 1.14 | 1.18 | 1.31 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.14 |
| 12 | 3.56 | 5.06 | 13.44 | 3.49 | 5.01 | 13.22 | 1.87 | 2.25 | 3.57 | 1.87 | 2.24 | 3.64 | 1.15 | 1.19 | 1.31 | 1.13 | 1.17 | 1.29 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.06 | 1.08 | 1.14 |
| 13 | 3.33 | 4.75 | 11.55 | 3.33 | 4.70 | 11.88 | 1.85 | 2.19 | 3.43 | 1.82 | 2.17 | 3.45 | 1.14 | 1.18 | 1.28 | 1.13 | 1.17 | 1.28 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.06 | 1.08 | 1.13 |
| 14 | 3.21 | 4.47 | 11.12 | 3.19 | 4.44 | 10.80 | 1.80 | 2.12 | 3.26 | 1.79 | 2.11 | 3.29 | 1.14 | 1.18 | 1.28 | 1.12 | 1.16 | 1.27 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.13 |
| 15 | 3.05 | 4.17 | 9.64 | 3.07 | 4.22 | 9.92 | 1.76 | 2.07 | 3.21 | 1.75 | 2.05 | 3.15 | 1.13 | 1.17 | 1.27 | 1.12 | 1.15 | 1.26 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.07 | 1.12 |
| 16 | 3.02 | 4.08 | 9.45 | 2.96 | 4.03 | 9.19 | 1.74 | 2.02 | 2.94 | 1.72 | 2.01 | 3.03 | 1.12 | 1.16 | 1.26 | 1.11 | 1.15 | 1.25 | 1.07 | 1.08 | 1.13 | 1.06 | 1.07 | 1.12 |
| 17 | 2.84 | 3.85 | 8.50 | 2.87 | 3.87 | 8.58 | 1.70 | 1.97 | 2.90 | 1.70 | 1.97 | 2.93 | 1.12 | 1.16 | 1.25 | 1.11 | 1.14 | 1.24 | 1.07 | 1.08 | 1.13 | 1.05 | 1.07 | 1.11 |
| 18 | 2.76 | 3.68 | 7.87 | 2.79 | 3.72 | 8.05 | 1.70 | 1.95 | 2.90 | 1.67 | 1.93 | 2.84 | 1.12 | 1.15 | 1.24 | 1.11 | 1.14 | 1.23 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.05 | 1.07 | 1.11 |
| 19 | 2.67 | 3.56 | 7.38 | 2.72 | 3.60 | 7.60 | 1.66 | 1.91 | 2.72 | 1.65 | 1.90 | 2.76 | 1.12 | 1.15 | 1.24 | 1.11 | 1.14 | 1.22 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.05 | 1.07 | 1.11 |
| 20 | 2.63 | 3.52 | 7.08 | 2.66 | 3.48 | 7.20 | 1.64 | 1.89 | 2.66 | 1.63 | 1.87 | 2.68 | 1.11 | 1.14 | 1.24 | 1.10 | 1.13 | 1.22 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 21 | 2.60 | 3.40 | 6.69 | 2.60 | 3.38 | 6.86 | 1.61 | 1.85 | 2.62 | 1.61 | 1.84 | 2.62 | 1.11 | 1.14 | 1.22 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.06 | 1.08 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 22 | 2.56 | 3.28 | 6.69 | 2.55 | 3.29 | 6.55 | 1.60 | 1.83 | 2.59 | 1.60 | 1.81 | 2.56 | 1.11 | 1.14 | 1.22 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.06 | 1.07 | 1.12 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 23 | 2.46 | 3.18 | 6.40 | 2.50 | 3.21 | 6.28 | 1.58 | 1.79 | 2.49 | 1.58 | 1.79 | 2.51 | 1.11 | 1.13 | 1.21 | 1.10 | 1.12 | 1.20 | 1.06 | 1.07 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 24 | 2.44 | 3.11 | 5.96 | 2.45 | 3.13 | 6.03 | 1.58 | 1.79 | 2.45 | 1.57 | 1.77 | 2.46 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.12 | 1.20 | 1.06 | 1.07 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.09 |
| 25 | 2.38 | 3.05 | 5.80 | 2.41 | 3.06 | 5.81 | 1.55 | 1.76 | 2.37 | 1.55 | 1.75 | 2.41 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.06 | 1.07 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.09 |
| 26 | 2.35 | 3.02 | 5.65 | 2.37 | 3.00 | 5.61 | 1.55 | 1.73 | 2.35 | 1.54 | 1.73 | 2.37 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.06 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.06 | 1.09 |
| 27 | 2.29 | 2.87 | 5.36 | 2.34 | 2.94 | 5.43 | 1.53 | 1.72 | 2.34 | 1.53 | 1.72 | 2.33 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.05 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.06 | 1.09 |
| 28 | 2.28 | 2.86 | 4.91 | 2.31 | 2.89 | 5.26 | 1.51 | 1.71 | 2.29 | 1.52 | 1.70 | 2.29 | 1.10 | 1.12 | 1.20 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.05 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.09 |
| 29 | 2.24 | 2.83 | 5.15 | 2.28 | 2.84 | 5.11 | 1.50 | 1.68 | 2.24 | 1.51 | 1.68 | 2.26 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.05 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 30 | 2.21 | 2.74 | 4.92 | 2.25 | 2.79 | 4.97 | 1.49 | 1.67 | 2.23 | 1.50 | 1.67 | 2.23 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.05 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 31 | 2.19 | 2.72 | 4.82 | 2.22 | 2.75 | 4.84 | 1.48 | 1.65 | 2.20 | 1.49 | 1.66 | 2.20 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.05 | 1.06 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 32 | 2.15 | 2.66 | 4.68 | 2.20 | 2.70 | 4.72 | 1.47 | 1.64 | 2.17 | 1.48 | 1.64 | 2.17 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.17 | 1.05 | 1.06 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 33 | 2.11 | 2.61 | 4.72 | 2.17 | 2.67 | 4.61 | 1.46 | 1.62 | 2.11 | 1.47 | 1.63 | 2.15 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.17 | 1.05 | 1.06 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 34 | 2.08 | 2.58 | 4.34 | 2.15 | 2.63 | 4.50 | 1.45 | 1.62 | 2.12 | 1.47 | 1.62 | 2.12 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 35 | 2.05 | 2.53 | 4.46 | 2.13 | 2.60 | 4.41 | 1.45 | 1.61 | 2.12 | 1.46 | 1.61 | 2.10 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 36 | 2.06 | 2.52 | 4.35 | 2.11 | 2.56 | 4.31 | 1.44 | 1.59 | 2.07 | 1.45 | 1.60 | 2.08 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 37 | 2.05 | 2.47 | 4.11 | 2.09 | 2.53 | 4.23 | 1.44 | 1.59 | 2.06 | 1.45 | 1.59 | 2.06 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 38 | 2.02 | 2.46 | 4.15 | 2.07 | 2.50 | 4.15 | 1.43 | 1.57 | 2.02 | 1.44 | 1.58 | 2.04 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 39 | 1.99 | 2.43 | 4.07 | 2.05 | 2.48 | 4.07 | 1.42 | 1.57 | 1.99 | 1.43 | 1.57 | 2.02 | 1.08 | 1.11 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 40 | 1.98 | 2.40 | 4.08 | 2.04 | 2.45 | 4.00 | 1.42 | 1.57 | 2.00 | 1.43 | 1.57 | 2.00 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 41 | 1.98 | 2.37 | 4.00 | 2.02 | 2.43 | 3.94 | 1.42 | 1.56 | 1.99 | 1.42 | 1.56 | 1.98 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.08 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 42 | 1.95 | 2.37 | 3.88 | 2.01 | 2.40 | 3.87 | 1.40 | 1.54 | 1.98 | 1.42 | 1.55 | 1.97 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.04 | 1.07 |
| 43 | 1.93 | 2.33 | 3.83 | 1.99 | 2.38 | 3.81 | 1.41 | 1.55 | 1.97 | 1.41 | 1.54 | 1.95 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.06 | 1.08 | 1.04 | 1.04 | 1.07 |
| 44 | 1.91 | 2.29 | 3.68 | 1.98 | 2.36 | 3.75 | 1.40 | 1.53 | 1.94 | 1.41 | 1.54 | 1.94 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.06 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 45 | 1.90 | 2.29 | 3.67 | 1.97 | 2.34 | 3.70 | 1.39 | 1.52 | 1.94 | 1.40 | 1.53 | 1.92 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.06 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 46 | 1.89 | 2.26 | 3.66 | 1.95 | 2.32 | 3.65 | 1.38 | 1.52 | 1.92 | 1.40 | 1.52 | 1.91 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.04 | 1.06 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 47 | 1.89 | 2.27 | 3.65 | 1.94 | 2.30 | 3.60 | 1.39 | 1.51 | 1.90 | 1.39 | 1.52 | 1.90 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 48 | 1.87 | 2.23 | 3.69 | 1.93 | 2.28 | 3.55 | 1.37 | 1.51 | 1.89 | 1.39 | 1.51 | 1.88 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 49 | 1.85 | 2.20 | 3.42 | 1.92 | 2.26 | 3.51 | 1.37 | 1.50 | 1.88 | 1.39 | 1.50 | 1.87 | 1.08 | 1.09 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 50 | 1.85 | 2.20 | 3.40 | 1.91 | 2.25 | 3.46 | 1.37 | 1.50 | 1.88 | 1.38 | 1.50 | 1.86 | 1.08 | 1.09 | 1.14 | 1.07 | 1.08 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |

表 4.6 ワイブル乱数を用いて計算した有意寿命比と(4.15)式で計算した有意寿命比の比較 (63.2%寿命に対する計算結果)

| 試験 個数 N | e=0.5 | | | | | | e=1 | | | | | | e=5 | | | | | | e=10 | | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | ワイブル乱数による計算結果 | | | (3)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (3)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (3)式による計算結果 | | | ワイブル乱数による計算結果 | | | (3)式による計算結果 | | |
| | 信頼 水準 80% | 信頼 水準 90% | 信頼 水準 99% |
| 3 | 9.98 | 19.95 | 136.58 | 9.83 | 20.08 | 138.88 | 3.18 | 4.47 | 12.13 | 3.14 | 4.48 | 11.78 | 1.27 | 1.35 | 1.65 | 1.26 | 1.35 | 1.64 | 1.13 | 1.17 | 1.30 | 1.12 | 1.16 | 1.28 |
| 4 | 7.19 | 13.01 | 67.29 | 7.13 | 13.07 | 67.01 | 2.73 | 3.61 | 8.10 | 2.67 | 3.62 | 8.19 | 1.23 | 1.31 | 1.53 | 1.22 | 1.29 | 1.52 | 1.11 | 1.15 | 1.24 | 1.10 | 1.14 | 1.23 |
| 5 | 5.85 | 9.95 | 39.06 | 5.75 | 9.80 | 41.25 | 2.42 | 3.14 | 6.23 | 2.40 | 3.13 | 6.42 | 1.20 | 1.27 | 1.47 | 1.19 | 1.26 | 1.45 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.09 | 1.12 | 1.20 |
| 6 | 4.93 | 7.90 | 28.03 | 4.92 | 7.95 | 29.01 | 2.23 | 2.83 | 5.30 | 2.22 | 2.82 | 5.39 | 1.19 | 1.24 | 1.41 | 1.17 | 1.23 | 1.40 | 1.09 | 1.12 | 1.20 | 1.08 | 1.11 | 1.18 |
| 7 | 4.36 | 6.70 | 21.09 | 4.36 | 6.77 | 22.14 | 2.11 | 2.63 | 4.75 | 2.09 | 2.60 | 4.71 | 1.17 | 1.22 | 1.37 | 1.16 | 1.21 | 1.36 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.17 |
| 8 | 3.98 | 5.91 | 18.04 | 3.97 | 5.96 | 17.85 | 2.00 | 2.45 | 4.18 | 1.99 | 2.44 | 4.22 | 1.16 | 1.21 | 1.35 | 1.15 | 1.20 | 1.33 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.07 | 1.09 | 1.15 |
| 9 | 3.67 | 5.27 | 13.84 | 3.67 | 5.36 | 14.95 | 1.93 | 2.33 | 3.82 | 1.92 | 2.32 | 3.87 | 1.15 | 1.20 | 1.32 | 1.14 | 1.18 | 1.31 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.14 |
| 10 | 3.44 | 4.92 | 12.47 | 3.43 | 4.91 | 12.89 | 1.88 | 2.24 | 3.61 | 1.85 | 2.22 | 3.59 | 1.14 | 1.18 | 1.30 | 1.13 | 1.17 | 1.29 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.06 | 1.08 | 1.14 |
| 11 | 3.25 | 4.60 | 11.51 | 3.25 | 4.55 | 11.36 | 1.82 | 2.17 | 3.37 | 1.80 | 2.13 | 3.37 | 1.14 | 1.17 | 1.29 | 1.12 | 1.16 | 1.28 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.13 |
| 12 | 3.11 | 4.32 | 9.96 | 3.09 | 4.27 | 10.18 | 1.78 | 2.09 | 3.17 | 1.76 | 2.07 | 3.19 | 1.13 | 1.17 | 1.27 | 1.12 | 1.16 | 1.26 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.12 |
| 13 | 2.96 | 4.04 | 9.38 | 2.96 | 4.03 | 9.24 | 1.73 | 2.03 | 3.12 | 1.72 | 2.01 | 3.04 | 1.13 | 1.16 | 1.26 | 1.11 | 1.15 | 1.25 | 1.07 | 1.08 | 1.13 | 1.06 | 1.07 | 1.12 |
| 14 | 2.86 | 3.85 | 8.12 | 2.85 | 3.83 | 8.49 | 1.69 | 1.97 | 2.91 | 1.69 | 1.96 | 2.91 | 1.12 | 1.16 | 1.25 | 1.11 | 1.14 | 1.24 | 1.07 | 1.08 | 1.12 | 1.05 | 1.07 | 1.11 |
| 15 | 2.73 | 3.66 | 7.61 | 2.76 | 3.66 | 7.86 | 1.67 | 1.93 | 2.85 | 1.66 | 1.91 | 2.80 | 1.12 | 1.15 | 1.24 | 1.11 | 1.14 | 1.23 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.05 | 1.07 | 1.11 |
| 16 | 2.70 | 3.54 | 7.50 | 2.67 | 3.52 | 7.34 | 1.64 | 1.89 | 2.68 | 1.64 | 1.87 | 2.71 | 1.11 | 1.14 | 1.23 | 1.10 | 1.13 | 1.22 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 17 | 2.55 | 3.36 | 6.93 | 2.60 | 3.39 | 6.90 | 1.60 | 1.84 | 2.67 | 1.61 | 1.84 | 2.63 | 1.11 | 1.14 | 1.22 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.06 | 1.08 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 18 | 2.52 | 3.27 | 6.43 | 2.54 | 3.28 | 6.52 | 1.61 | 1.83 | 2.58 | 1.59 | 1.81 | 2.55 | 1.11 | 1.14 | 1.21 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.06 | 1.07 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 19 | 2.42 | 3.12 | 6.05 | 2.48 | 3.18 | 6.19 | 1.58 | 1.80 | 2.50 | 1.57 | 1.78 | 2.49 | 1.11 | 1.13 | 1.21 | 1.09 | 1.12 | 1.20 | 1.06 | 1.07 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.10 |
| 20 | 2.42 | 3.11 | 5.77 | 2.43 | 3.09 | 5.90 | 1.56 | 1.77 | 2.42 | 1.56 | 1.76 | 2.43 | 1.10 | 1.13 | 1.21 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.06 | 1.07 | 1.11 | 1.05 | 1.06 | 1.09 |
| 21 | 2.37 | 3.00 | 5.57 | 2.38 | 3.01 | 5.65 | 1.54 | 1.74 | 2.40 | 1.54 | 1.73 | 2.38 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.06 | 1.07 | 1.11 | 1.04 | 1.06 | 1.09 |
| 22 | 2.33 | 2.92 | 5.32 | 2.34 | 2.93 | 5.42 | 1.53 | 1.73 | 2.34 | 1.53 | 1.71 | 2.33 | 1.10 | 1.13 | 1.20 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.05 | 1.07 | 1.11 | 1.04 | 1.06 | 1.09 |
| 23 | 2.25 | 2.86 | 5.39 | 2.30 | 2.87 | 5.22 | 1.51 | 1.69 | 2.26 | 1.52 | 1.69 | 2.28 | 1.09 | 1.12 | 1.19 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.05 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.09 |
| 24 | 2.24 | 2.82 | 4.98 | 2.26 | 2.81 | 5.04 | 1.51 | 1.69 | 2.29 | 1.50 | 1.68 | 2.24 | 1.09 | 1.12 | 1.18 | 1.08 | 1.11 | 1.18 | 1.05 | 1.07 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 25 | 2.17 | 2.74 | 4.87 | 2.23 | 2.75 | 4.87 | 1.48 | 1.67 | 2.19 | 1.49 | 1.66 | 2.21 | 1.09 | 1.12 | 1.18 | 1.08 | 1.11 | 1.17 | 1.05 | 1.06 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 26 | 2.18 | 2.66 | 4.77 | 2.19 | 2.70 | 4.72 | 1.48 | 1.64 | 2.18 | 1.48 | 1.64 | 2.17 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.17 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 27 | 2.11 | 2.61 | 4.49 | 2.17 | 2.66 | 4.58 | 1.46 | 1.63 | 2.17 | 1.47 | 1.63 | 2.14 | 1.09 | 1.11 | 1.18 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.10 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 28 | 2.11 | 2.60 | 4.37 | 2.14 | 2.61 | 4.46 | 1.46 | 1.61 | 2.10 | 1.46 | 1.62 | 2.11 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 29 | 2.08 | 2.58 | 4.44 | 2.11 | 2.57 | 4.34 | 1.45 | 1.59 | 2.09 | 1.45 | 1.60 | 2.08 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.08 |
| 30 | 2.06 | 2.51 | 4.25 | 2.09 | 2.53 | 4.24 | 1.44 | 1.60 | 2.09 | 1.45 | 1.59 | 2.06 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 31 | 2.04 | 2.48 | 4.15 | 2.07 | 2.50 | 4.14 | 1.43 | 1.57 | 2.04 | 1.44 | 1.58 | 2.03 | 1.09 | 1.11 | 1.17 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 32 | 2.00 | 2.42 | 3.90 | 2.05 | 2.46 | 4.05 | 1.42 | 1.57 | 1.99 | 1.43 | 1.57 | 2.01 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 33 | 1.99 | 2.39 | 4.08 | 2.03 | 2.43 | 3.96 | 1.41 | 1.55 | 1.99 | 1.42 | 1.56 | 1.99 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.05 | 1.07 |
| 34 | 1.95 | 2.36 | 3.80 | 2.01 | 2.40 | 3.88 | 1.40 | 1.54 | 1.98 | 1.42 | 1.55 | 1.97 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.04 | 1.07 |
| 35 | 1.94 | 2.32 | 3.89 | 1.99 | 2.38 | 3.81 | 1.40 | 1.55 | 1.97 | 1.41 | 1.54 | 1.95 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.04 | 1.04 | 1.07 |
| 36 | 1.93 | 2.34 | 3.81 | 1.97 | 2.35 | 3.74 | 1.39 | 1.53 | 1.94 | 1.40 | 1.53 | 1.93 | 1.08 | 1.10 | 1.16 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.06 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 37 | 1.91 | 2.27 | 3.62 | 1.96 | 2.32 | 3.67 | 1.39 | 1.52 | 1.91 | 1.40 | 1.52 | 1.92 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.05 | 1.06 | 1.09 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 38 | 1.90 | 2.26 | 3.56 | 1.94 | 2.30 | 3.61 | 1.38 | 1.51 | 1.91 | 1.39 | 1.52 | 1.90 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 39 | 1.87 | 2.25 | 3.55 | 1.93 | 2.28 | 3.55 | 1.37 | 1.50 | 1.88 | 1.39 | 1.51 | 1.88 | 1.08 | 1.10 | 1.15 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.07 |
| 40 | 1.86 | 2.23 | 3.49 | 1.91 | 2.26 | 3.49 | 1.37 | 1.50 | 1.89 | 1.38 | 1.50 | 1.87 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.07 | 1.08 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 41 | 1.85 | 2.20 | 3.49 | 1.90 | 2.24 | 3.44 | 1.37 | 1.50 | 1.87 | 1.38 | 1.50 | 1.86 | 1.07 | 1.09 | 1.15 | 1.07 | 1.08 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 42 | 1.84 | 2.19 | 3.44 | 1.89 | 2.22 | 3.39 | 1.36 | 1.48 | 1.86 | 1.37 | 1.49 | 1.84 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.07 | 1.08 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 43 | 1.82 | 2.17 | 3.31 | 1.88 | 2.20 | 3.34 | 1.36 | 1.48 | 1.85 | 1.37 | 1.48 | 1.83 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 44 | 1.82 | 2.14 | 3.28 | 1.87 | 2.18 | 3.30 | 1.35 | 1.47 | 1.83 | 1.37 | 1.48 | 1.82 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 45 | 1.80 | 2.12 | 3.26 | 1.85 | 2.16 | 3.26 | 1.35 | 1.47 | 1.80 | 1.36 | 1.47 | 1.80 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.13 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 46 | 1.79 | 2.10 | 3.25 | 1.84 | 2.15 | 3.22 | 1.35 | 1.47 | 1.82 | 1.36 | 1.47 | 1.79 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.04 | 1.05 | 1.08 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 47 | 1.78 | 2.09 | 3.24 | 1.83 | 2.13 | 3.18 | 1.34 | 1.46 | 1.78 | 1.35 | 1.46 | 1.78 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.04 | 1.05 | 1.09 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 48 | 1.78 | 2.08 | 3.23 | 1.82 | 2.12 | 3.14 | 1.34 | 1.45 | 1.80 | 1.35 | 1.45 | 1.77 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.04 | 1.05 | 1.07 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 49 | 1.76 | 2.06 | 3.09 | 1.81 | 2.10 | 3.10 | 1.33 | 1.44 | 1.79 | 1.35 | 1.45 | 1.76 | 1.07 | 1.09 | 1.14 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.04 | 1.05 | 1.07 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |
| 50 | 1.75 | 2.06 | 3.09 | 1.80 | 2.09 | 3.07 | 1.34 | 1.44 | 1.77 | 1.34 | 1.44 | 1.75 | 1.07 | 1.09 | 1.13 | 1.06 | 1.08 | 1.12 | 1.04 | 1.05 | 1.07 | 1.03 | 1.04 | 1.06 |

4 章の参考文献

- 1) G. Lundberg, & A. Palmgren: Dynamic capacity of rolling bearing, Acta Polytechnica 7, Mechanical Engineering Series, 1, 3 (1947).
- 2) G. Lundberg, & A. Palmgren: Dynamic capacity of roller bearing, Acta Polytechnica 96, Mechanical Engineering Series, 2, 4 (1952).
- 3) T. Fujita: Rolling contact fatigue life test design and result interpretation methods maintaining compatibility of efficiency and reliability, J. ASTM international, 7 (2010) Paper ID JAI102492.
- 4) 藤田工: 速度と信頼性を両立する転動疲労寿命試験の設計方法と試験結果の解釈の方法, NTN Technical Review, 76 (2008) 31.
- 5) 清水茂夫: 機械系のための信頼性工学入門, 数理工学社 (2006) 36.
- 6) T. Tallian: Weibull distribution of rolling contact fatigue life and deviations therefrom, ASLE Trans., 5, 1(1962) 183.
- 7) B. Snare: How reliable are bearings, The ball bearing journal, 162(1970) 3.
- 8) 黒田昌夫: 転がり軸受の定格荷重と寿命, 潤滑, 17 (1972) 569.
- 9) 岡本純三, 吉岡武雄, 藤原孝誌, 藤田清志, 北原時雄, 小泉鎮男: ころがり軸受の最短寿命に関する実験的研究, 潤滑, 22 (1977) 307.
- 10) ISO/TS16281, (2006).
- 11) M. Matsumoto, T. Nishimura: ACM Trans., 8 (1998) 3-19.
- 12) 例えば, 四辻哲章: 計算機シミュレーションのための確率分布乱数生成法, プレアデス出版, (2010) 53.
- 13) 山内次郎: 統計数値表, 日本規格協会, (1986) 241.
- 14) 森口繁一: 品質管理講座 新編統計的方法 改訂版, 数理工学社, (1999), 262.
- 15) 森口繁一: 新編 日科技連 数値表, 日科技連出版社, (2000), 5.
- 16) 例えば, W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社, (1988), 272p.
- 17) 藤田工, 佐々木敏彦: ワイブルプロットで推定した転動疲労寿命の有意差検定, トラ

イボロジスト, 59, 10 (2014) 667-673.

- 18) 例えば, W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社 (1988) 444p.
- 19) 例えば, W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社 (1988) 183.
- 20) 例えば, 岩崎学: 統計的データ解析のための数値計算法入門, 朝倉書店 (2004) 71.
- 21) W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社 (1988) 478.
- 22) W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社 (1988) 494.
- 23) J.McCool: Influence on Weibull Percentiles and Shape Parameter from Maximum Likelihood Estimates, IEEE Trans. Reliab., R-19 (1970) 2.
- 24) J.McCool: Multiple Comparison for Weibull Parameter, IEEE Trans. Reliab., R-24 (1970) 186.
- 25) R. Schafer & T. Sheffield: On Procedures for Comparing Two Weibull Populations, Technometrics, 18 (1976) 231.
- 26) L. Johnson: The Statistical Treatment of Fatigue Experiments, Elsevier (1964) 16.
- 27) L. Johnson: The Statistical Treatment of Fatigue Experiments, Elsevier (1964) 37.
- 28) 酒井達雄, 田中道七: 3 母数ワイブル分布の母数推定について 疲労寿命分布の母数推定に関連して 続報(<小特集>信頼性工学小特集), 材料, 29 (1980) 17-23.
- 29) 星出敏彦, 酒井達雄, 境田彰芳: 材料強度の確率モデル (4) 第 1 章 確率モデルの基礎理論 (基礎概念) (1) 極値理論 その 3 Weibull の研究 (i), 機械の研究, 48 (1989) 1190-1194.
- 30) 清水茂夫: 機械系のための信頼性設計入門, 数理工学社, (2006)57.
- 31) M. Matsumoto & T. Nishimura: Mersenne twister: A623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, ACM Transaction on modeling and computer simulations special issue on uniform random number generation, 8 (1998) 3.
- 32) 例えば, 四辻哲章: 計算機シミュレーションのための確率分布乱数生成法, プレアデス出版, (2010) 53.
- 33) W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社, (1988) 477-478.

5章 総括

本論文では、転がり軸受の転動疲労寿命に関する以下の3つの研究をまとめた。

2章：低ラムダ条件での転動疲労寿命の研究

3章：X線残留応力測定法を用いた転動疲労メカニズムの研究

4章：転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈に関する研究

2章では、スラスト玉軸受の低ラムダ条件での寿命試験結果に基づき、低ラムダ条件で寿命を決めている要因と寿命予測の方法について考察し、以下の結論を得た。

- 1) 本報の試験条件では、ほとんどの条件で軸受の内外輪に損傷が発生したが、これは試験中の鋼球の表面粗さが内外輪よりも低下しにくく、鋼球の転動面が内外輪の軌道面を攻撃したことによる。
- 2) 試験前に内外輪の表面粗さに違いがあった条件間では寿命差が見られなかったが、これは鋼球の表面粗さに差がなかったことに起因している。
- 3) 回転数が小さい条件では、寿命が計算寿命よりも長くなる傾向があったが、これは回転数が小さい条件のほうが試験中の鋼球の表面粗さの低下が大きいことに起因している。
- 4) 本報の試験条件ではフレーキングとピーリングの2つの損傷形態が見られたが、どちらの損傷形態になるかは、鋼球の表面粗さが試験中にどこまで低下するかで決まる。
- 5) 損傷形態がピーリングの場合、寿命は荷重に対して鈍感になるが、これは表面粗さ同士の接触が苛酷な条件では真実接触部の面圧がシェイクダウンリミットをこえていたためである。
- 6) ピーリングは転走跡の内径側でより多く観察されたが、これは内外輪の内径側が接線力の作用方向と転がり方向が同じことに起因している。
- 7) より普遍的な低ラムダ条件での寿命予測方法の確立には、なじみによって刻一刻と変化するラムダ、表面粗さ、残留応力、フープ応力を考慮した真実接触部の応力状態の推定技術と運転条件によるなじみの挙動のデータベースが必要である。

3章では、低ラムダ条件で転動させた円筒試験片を、近年開発された新しいX線残留応力測定装置を用いて分析し、得られた結果に基づいて転動疲労の進行について考察した。損傷形態がピーリングのときの転動疲労は以下の順に進行する。

- 1) 低ラムダ条件で転動させた軌道面では、初期の負荷（ $10^3 \sim 10^4$ 回）で軸受鋼の降伏応力に近い残留応力（相当応力）が形成される
- 2) その後軌道面では、残留応力（相当応力）が負荷回数に対して増加しにくくなり、ほぼ一定に推移するが、それとは別に結晶配向が始まる。
- 3) 結晶配向が進行した後、ピーリングが徐々に発生するが、き裂の発生と進展にともない残留応力（相当応力）は緩和する

4章では、転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈を専門的な知識がなくても統計的根拠に基づいて進めることができる方法について研究した。以下に結論を示す。

- 1) 転動疲労寿命試験の計画とデータの解釈は、乱数シミュレーションを用いれば、専門家でなくとも統計的根拠に基づいて進めることができる。
- 2) 打ち切り試験の計画とデータの解釈の方法としては、乱数シミュレーション以外に順序統計量の分布（ベータ分布）を用いる方法がある。ベータ分布を使って得られる、打ち切り寿命と試験個数の関係式を以下に示す。

$$T_{i+1} = F^{-1}(B^{-1}(0.01C, i, N - i + 1)) = \gamma + \alpha \cdot e \cdot \sqrt{\ln \left[\frac{1}{1 - B^{-1}(0.01C, i, N - i + 1)} \right]}$$

T_{i+1} : 打ち切り寿命 ($i=0$: 未破損時の打ち切り寿命, $i=1, 2, \dots, N-1$: $1, 2, \dots, N-1$ 個破損時の打ち切り寿命), $F^{-1}(x)$: ワイブル分布の累積分布関数の逆関数

$B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)$: ベータ分布の累積分布関数の逆関数

C : 信頼水準, N : 試験個数, e : ワイブルスロープ, α : 尺度母数, γ : 位置母数

3) 有意差有り と判定するための必要な寿命比（有意寿命比）は以下の近似式で計算できる。

$$10\% \text{ 寿命} : L_{10R} = \left[1 + \frac{1}{0.007474 \{ \text{Ln}(9.106) + \text{Ln}(1.051 - 0.01C) + \text{Ln}N \}^{3.151}} \right]^{1/e}$$

$$50\% \text{ 寿命} : L_{50R} = \left[1 + \frac{1}{0.009349 \{ \text{Ln}(36.74) + \text{Ln}(1.051 - 0.01C) + \text{Ln}N \}^{3.108}} \right]^{1/e}$$

$$63.2\% \text{ 寿命} : L_{63.2R} = \left[1 + \frac{1}{0.01068 \{ \text{Ln}(41.48) + \text{Ln}(1.051 - 0.01C) + \text{Ln}N \}^{3.059}} \right]^{1/e}$$

N : 試験個数, e : ワイブルスロープ, C : 信頼水準

ただし, この式の適用可能範囲は $N \leq 50$, $0.5 \leq e \leq 10$, $80 \leq C \leq 99$ とする。

謝 辞

本研究の遂行から学位論文のまとめにいたるまでご指導を賜り、本論文審査の主査を引き受けてくださった金沢大学 大学院自然科学研究科 教授 佐々木敏彦先生に心から御礼申し上げます。また、金沢大学 大学院自然科学研究科 教授 門前亮一先生、同研究科 教授 細川晃先生には、副査をお引き受けいただきました。謹んで感謝の意を表します。

本研究の推進のため各種の便宜を図っていただいた NTN 株式会社 品質管理部 田中広政部長（NTN 株式会社 先端技術研究所 前所長）ならびに NTN 株式会社 先端技術研究所 古林卓嗣所長に深く感謝いたします。

3章の2円筒試験を担当いただいた NTN 株式会社 先端技術研究所 嘉村研究員に深く感謝いたします。

最後に、NTN 株式会社に入社して以来、上司として研究業務全般に対してご指導いただきました中島碩一氏，前田喜久男博士，松原幸生博士に心から御礼申し上げます。

研究業績

○関連研究

・研究論文（査読有り）

- 1) T. Fujita: Rolling Contact Fatigue Life Test Design and Result Interpretation Methods Maintaining Compatibility of Efficiency and Reliability, J. ASTM international, ASTM STP 1524, 7 (2010) 179-198, Paper ID JAI102492.
- 2) 藤田工, 佐々木敏彦: ワイブルプロットで推定した転動疲労寿命の有意差検定, トライボロジスト, 59, 10 (2014) 667-673.
- 3) 藤田工, 長谷川直哉, 嘉村直哉, 佐々木敏彦: 低ラムダ条件でのスラスト玉軸受の転動疲労寿命, トライボロジスト, 60, 11 (2015) 741-751.
- 4) T. Fujita, N. Kamura, Y. Maruyama and T. Sasaki: Evaluation of Rolling Contact Fatigue by using X-ray diffraction ring, Material performance and characterization, 5, 1 (2016) 23-36.

・研究論文（査読無し）

- 1) 藤田工: 速度と信頼性を両立する転動疲労寿命試験の設計方法と試験結果の解釈の方法, NTN Technical Review, 76 (2008) 31.
- 2) 嘉村直哉, 藤田工, 佐々木敏彦: X線回折環分析装置による転動疲労の評価, NTN Technical Review, 76 (2015) 67.

・講演

- 1) 藤田工: 速度と信頼性を両立する転動疲労寿命試験の設計方法と試験結果の検定方法, 精密工学会転がり要素専門委員会 明治大学学術フロンティア シンポジウム資料集, (2008) 34.
- 2) 藤田工: 速度と信頼性を両立する転動疲労寿命試験の手順と試験結果の解釈, 日本トライボロジー学会 トライボロジー会議予稿集, (2008-9) 439.

- 3) 藤田工: 速度と信頼性を両立する寿命試験の設計方法と試験結果の検定方法(第2報) — ワイブル分布に従う寿命データの解析における留意点についての考察 —, 精密工学会転がり要素専門委員会 明治大学学術フロンティア シンポジウム資料集, (2010).
- 4) 藤田工: 寿命試験の設計と結果の解釈について, 日本トライボロジー学会 第114回転がり疲れ研究会, (2015).
- 5) 藤田工: ワイブルプロットで推定した転動疲労寿命の有意差検定, 日本トライボロジー学会 トライボロジー会議予稿集, (2015-5) 418.
- 6) 嘉村直哉, 藤田工, 田中広政, 佐々木敏彦: X線回折環全体を利用した転がり軸受の疲労度評価, 第46回X線材料強度シンポジウム, (2012).
- 7) 佐々木敏彦, 橋真由, 藤田工, 嘉村直哉, 藤本洋平: 転がり疲労した軸受鋼2次元方式X線応力測定, 第47回X線材料強度シンポジウム, (2013) 92.
- 8) 橋真由, 藤田工, 嘉村直哉, 佐々木敏彦: 転がり疲労した軸受鋼2次元方式X線応力測定, 第48回X線材料強度シンポジウム, (2014) 123.
- 9) 嘉村直哉, 藤田工, 橋真由, 佐々木敏彦: X線回折環分析装置による転動疲労の評価, トライボロジー会議2014春, (2014) 241.
- 10) 嘉村直哉, 藤田工, 丸山洋一, 佐々木敏彦: X線回折環分析装置による転動疲労の評価, トライボロジー会議2014春, (2015) 58.
- 11) N. Kamura, T. Fujita, Y. Maruyama and T. Sasaki: Evaluation of Rolling Contact Fatigue by using X-ray diffraction analyzer, International tribology conference TOKYO 2015, (2015) 349.
- 12) T. Fujita, N. Kamura, Y. Maruyama and T. Sasaki: Evaluation of Rolling Contact Fatigue by using X-ray diffraction ring, 2015 ASTM International rolling element bearings conference, (2015) 27.
- 13) 藤田工: X線回折環を利用した転がり軸受の疲労度評価, 日本トライボロジー学会 第116回転がり疲れ研究会, (2015).

○その他研究

・研究論文及び解説記事（査読有り）

- 1) Y. Maeda, T. Fujita, T. Akita, K. Umezawa and K.Miyake: Ion-Beam Synthesized Semiconducting β -FeSi₂ Controlled By Annealing Procedures And Phase-Transitions, MRS Preceedings, 486 (1997).
- 2) 藤田工: 接触応力の計算に関する基礎知識, トライボロジスト, 58, 10 (2013) 750.

・研究論文（査読無し）

- 1) Y. Maeda, T. Fujita, K. Umezawa and K.Miyake: Radiation enhanced diffusion of ion implanted Fe in Si (100) observed in ion beam synthesis of β -FeSi₂, Institute of physics conference series, 157 (1997) 511.
- 2) 藤田工, 鈴木伸幸: 温度制御および組織制御による軸受鋼の高周波ずぶ焼入・高周波焼戻方法の開発, NTN Technical Review, 76 (2012) 23.

・講演

- 1) 藤田工, 前田佳均, 林良一: Fe イオン注入したシリコン基板における β -FeSi₂ の形成メカニズム, 第7回粒子線の先端的応用技術に関するシンポジウム, (1996) 17.
- 2) 藤田工, 前田佳均, 梅澤憲司, 林良一: Fe イオン注入したシリコン基板における β -FeSi₂ の形成メカニズム, 日本金属学会 材料工学談話会, (1996).
- 3) 藤田工, 梅澤憲司, 前田佳均: Fe イオン注入した Si(100)基板における β -FeSi₂ の形成メカニズム, 日本応用物理学会関西支部 応用物理学セミナー, (1997).
- 4) 藤田工, 梅澤憲司, 前田佳均: Fe イオン注入した Si(100)基板における β -FeSi₂ の形成メカニズム(1), 第44回応用物理学会講演会, (1997).
- 5) T. Fujita and Y. Maeda: Redistribution of ion implanted Fe during ion beam synthesis of β -FeSi₂ in Si(100), The 4th international conference of Asia (IUMRS-ICA-97), (1997).

- 6) 藤田工, 秋田倫喜, 梅澤憲司, 前田佳均: イオン注入によって作製した β -FeSi₂ の Si(100) 基板中の深さ分布, 日本物理学会 1997 年春季大会, (1997).
- 7) 藤田工, 前田佳均, 林良一: イオン注入によって作製した β -FeSi₂ の Si(100) 基板中の深さ分布, 第 8 回粒子線の先端的応用技術に関するシンポジウム, (1997) 117.
- 8) Y. Maeda, T. Fujita, T. Akita, K. Umezawa and K. Miyake: Ion-Beam Synthesized Semiconducting β -FeSi₂ Controlled By Annealing Procedures And Phase-Transitions, MRS 1997 Fall Meeting, (1997) 486.
- 9) 藤田工: ラジカル窒化した M50 材の転動寿命, 第 54 回日本熱処理技術者協会講演大会, (2002) 21.
- 10) 毛利信之, 藤田工: 温度と保持時間に対する軸受鋼の寸法変化予測, 第 153 回日本鉄鋼協会春季講演大会, (2007).
- 11) 八木田和寛, 藤田工: 非金属介在物の定量による転動寿命推定 - 第 1 報 -, 第 154 回日本鉄鋼協会秋季講演大会, (2007).
- 12) 八木田和寛, 藤田工: 非金属介在物の定量による転動寿命推定 - 第 2 報 -, 第 154 回日本鉄鋼協会秋季講演大会, (2007).
- 13) 藤田工, 鈴木伸幸: 温度制御による軸受レースの高周波全体焼入方法, 第 61 回日本熱処理技術者協会講演大会, (2005) 41.
- 14) 藤田工, 鈴木伸幸: 温度制御による SUJ2 製軸受レースの高周波全体加熱焼戻方法, 第 62 回日本熱処理技術者協会講演大会, (2006) 25.
- 15) 藤田工, 鈴木伸幸: 耐熱浸炭鋼の浸炭阻害要因について, 第 61 回日本熱処理技術者協会講演大会, (2005) 61
- 16) 八木田和寛, 藤田工: NH₃ を含まない還元雰囲気下での V 添加鋼の窒化処理, 第 167 回日本鉄鋼協会春季講演大会, (2014).

付録 1 ワイブル乱数の発生方法

A1.1 はじめに

本論文で乱数の発生方法として採用したメルセンヌツイスター法 (MT 法) は, 松本らにより 1996 年から 1997 年に渡って開発された一様乱数生成アルゴリズムであり, 周期が $2^{19937}-1$ で, 623 次元超立方体の中に 均等に分布することが証明されている, 非常に質の高いアルゴリズム¹⁾である. また, 乱数の生成速度は C 言語における rand 関数と同程度で十分高速である.

なお, 現在では MT 法を改良した SIMD-oriented Fast Mersenne Twister (以下, SFMT)が発表されている. CPU のパイプライン処理や並列処理能力を考慮して設計された乱数生成アルゴリズムであり, MT 法より生成が高速であるのに加え, 乱数の質も若干改善されている. ただし, 実装が MT 法よりはるかに複雑なため, 非常に多数の乱数を高速に発生させるのでなければ, MT 法で十分である.

MT 法と SFMT 法の詳細とさまざまな言語における実装は, それぞれ以下の HP にて発信されている (2015. 12 現在).

•MT 法: <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/mt.html>

•SFMT 法: <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/SFMT/index-jp.html>

以下では, MT 法で発生した一様乱数から逆関数法²⁾を用いてワイブル乱数を発生する方法について述べる.

A1.2 逆関数法によるワイブル乱数の発生

ある連続分布の累積分布関数 $F(x)$ は、確率変数 X が x を超えない確率であり、以下の(A1.1)式で表される。

$$F(x) = \Pr(X \leq x) \quad (\text{A1.1})$$

この関数は 0 から 1 へ単調増加するので、以下の(A1.2)式の関係が成立する。

$$x_1 \leq x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2) \quad (\text{A1.2})$$

一方、関数 $F(x)$ の逆関数 $F^{-1}(y)$ を考えると、以下の(A1.3)式が成り立つ。

$$y = F(x) \Leftrightarrow x = F^{-1}(y) \quad (\text{A1.3})$$

ここで、 $0 \leq y \leq 1$

確率変数 X を区間 $[0,1]$ の一様分布に従う変数 U を用いて、以下の(A1.4)式と定義する。

$$X = F^{-1}(U) \quad (\text{A1.4})$$

このとき、確率変数 X の累積分布関数が $F(x)$ となることを証明する。 x に対して $X \leq x$ となる累積確率 $\Pr(X \leq x)$ を考えると、(A1.4)式より、累積確率 $\Pr(F^{-1}(U) \leq x)$ と等価になる。

さらに、 $F(x)$ が単調増加であることを利用すれば、(A1.2)式より $\Pr(F^{-1}(U) \leq x)$ は $\Pr(F(F^{-1}(U)) \leq F(x))$ と同じことを表すから、以下の(A1.5)式の関係が成立する。

$$\Pr(X \leq x) = \Pr(U \leq F(x)) \quad (\text{A1.5})$$

一方、確率変数 U は区間 $[0,1]$ の一樣乱数であるので、以下の(A1.6)式が成り立つ。

$$\Pr(U \leq x) = x \quad (\text{A1.6})$$

(A1.6)式を(A1.5)式に適用すると、以下の(A1.7)式が得られる。

$$\Pr(X \leq x) = \Pr(U \leq F(x)) = F(x) \quad (\text{A1.7})$$

上式は確率変数 X の累積分布関数が $F(x)$ であることを表しているので、 $F^{-1}(U)$ で計算できる確率変数の累積分布関数が $F(x)$ であることが証明できる。

以上より、累積分布関数の逆関数 $F^{-1}(x)$ を用いると、一樣乱数を任意の分布に従う乱数に変換できることが分かった。このアルゴリズムは任意の連続分布で成立する。また、このアルゴリズムを使えば、 $0 \sim 1$ の一樣乱数をワイブル分布の逆関数に代入するだけで、原理的に正しいワイブル乱数を効率よく発生させることができる。一方、一般によく用いられる棄却法^{3,4)}は、発生させたい乱数の分布が連続分布であるという制約はないが、条件に合わない乱数を棄却するので、乱数の発生効率として高速な方法とはいえない。

これまで述べてきた内容に基づき、ワイブル乱数の発生手順を述べる。まず、一樣乱数 x を生成する。生成アルゴリズムは任意であり、前述の通り SFMT 法や MT 法が好ましいが、他の方法（例えばエクセル等で用意されている rand 関数）でも生成は可能である。この一樣分布の区間を $[a, b]$ としておく。次に、区間 $[a, b]$ を区間 $[0, 1]$ に変換する。変換後の値を x' とおくと、変換は以下の(A1.8)式によって行うことができる。

$$x' = \frac{x-a}{b-a} \quad (\text{A1.8})$$

最後に、 x' をワイブル乱数に変換する。ワイブル分布の累積分布関数の逆関数 $G^{-1}(x)$ を用いることで、ワイブル乱数 y は、以下の(A1.9)式で発生させることができる。

$$y = G^{-1}(x') = \gamma + \alpha e^{\sqrt{\ln(1/(1-x'))}} \quad (\text{A1.9})$$

e : 形状母数, α : 尺度母数, γ : 位置母数

付録 1 の参考文献

- 1) M. Matsumoto and T. Nishimura: Mersenne twister: A623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, ACM Transaction on modeling and computer simulations special issue on uniform random number generation, 8 (1998) 3.
- 2) 例えば, 四辻哲章: 計算機シミュレーションのための確率分布乱数生成法, プレアデス出版, (2010) 53.
- 3) 例えば, 平田邦男: 新ベーシックによる物理, 共立出版株式会社, (1992) 102.
- 4) 例えば, 平田邦男: Turbo C による科学計算入門, 共立出版株式会社, (1995) 29.

付録 2 打切り試験の試験個数の目安について¹⁾

打切り試験では、試験個数を増やすことで試験時間を短縮できるが、試験個数をむやみに増やすことは試験にかかる工数の増加や試験機占有等の問題があり、適切な対応とはいえない。そのため、どの程度試験個数を増加させれば、どの程度効果的に納期が短縮されるかについて検討する必要がある。以下では、試験個数の増加による試験時間短縮の効果を計算で求め、打切り試験における妥当な試験個数について検討する。

図 A2.1 にワイブルスロープの違いによる試験個数と全数打切り寿命の関係の変化を示す。この結果は付録 3 に示す順序統計量を使って計算した結果である。全数打切り寿命は試験個数が多くなるにつれて減少しにくくなることが分かる。これは、試験個数を過度に多くしても、全数打切り時間の短縮効果は小さいことを示している。試験個数の増加による試験時間の短縮効果を調べるために、図 A2.1 の結果から試験個数が 1 個増加するごとの全数打切り時間の減少率を計算した。その結果を図 A2.2 に示す。ワイブルスロープの値が小さいほど、試験個数増加に伴う全数打切り時間の減少率が大きくなることが分かる。これは、寿命のばらつきが大きい試験ほど、試験個数増加が試験時間短縮に効果的であることを示している。表 A2.1 に図 A2.2 の全数打切り寿命の減少率が 20% 以下及び 10% 以下になるときの試験個数をワイブルスロープごとに示す。転がり軸受の寿命分布のワイブルスロープとして一般に想定される 1.1 では、未破損での打切り時間は試験個数 5 個では 4 個に比べて 20% 程度減少し、試験個数 9 個では 8 個に比べ 10% 程度減少する。これより、1~2 割程度の試験時間の短縮効果がある試験個数を効率的な試験個数という考え方にすると、打切り試験における妥当な試験個数は 5~9 個となった。この基準については議論の余地があるが、本論文では打切り試験における推奨試験個数は 5~9 個とした。

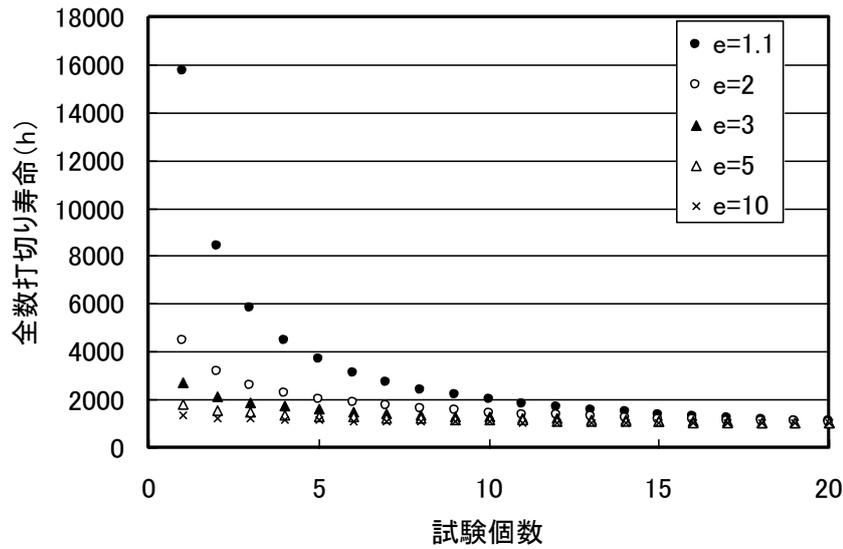


図 A2.1 ワイブルスロープによる試験個数と全数打ち切り寿命の関係の変化
(目標寿命 $L_{10h}=1000h$, 信頼水準 $C=90\%$)

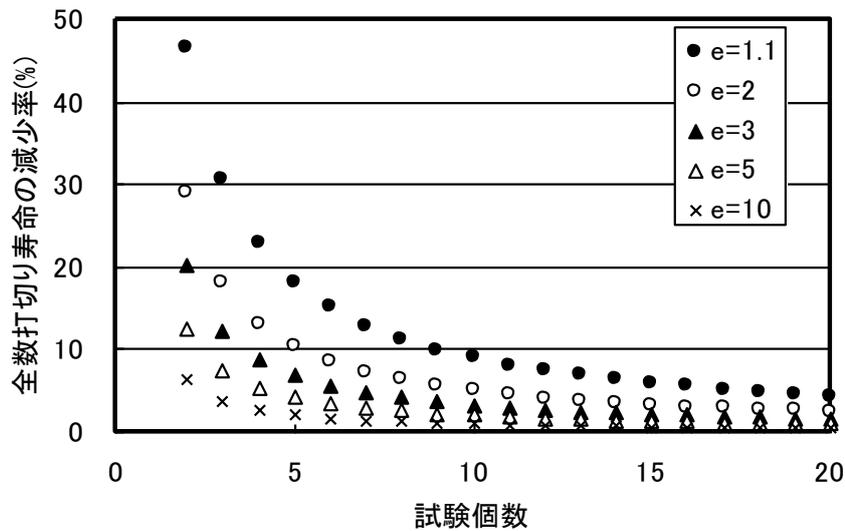


図 A2.2 ワイブルスロープの違いによる試験個数と打ち切り寿命の減少率の関係の変化
(目標寿命 : $L_{10h}=1000h$, 信頼水準 : 90%)

表 A2.1 図 A2.2 の打ち切り寿命の減少率が 20%以下及び 10%以下になるときの試験個数

| ワイブルスロープ e | | 1.1 | 2 | 3 | 5 | 10 |
|-------------------|----|-----|---|---|---|----|
| 全数打ち切り寿命の減少率20%以下 | 試験 | 5 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| 全数打ち切り寿命の減少率10%以下 | 個数 | 9 | 6 | 4 | 3 | 2 |

付録 2 の参考文献

- 1) 藤田工: 速度と信頼性を両立する寿命試験の設計方法と試験結果の検定方法(第 2 報)
— ワイブル分布に従う寿命データの解析における留意点についての考察 —, 精密工
学会転がり要素専門委員会 明治大学学術フロンティア シンポジウム資料集, (2010)

付録3 順序統計量による打切り寿命及び試験中止基準寿命の計算

A3.1 打切り寿命，試験中止基準寿命の計算式の導出

累積破損確率 $F(x)$ の母集団から N 個の試験片を抜き取り，そのうち k 個の寿命が時間 T （あるいは負荷回数）以下になる確率 P_k は(A3.1)の2項分布に従う．

$$P_k = \frac{N!}{k!(N-k)!} F^k(T) (1-F(T))^{N-k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} R(T)^{N-k} (1-R(T))^k \quad (\text{A3.1})$$

$R(T)$: 累積残存確率, $F(T)=1-R(T)$

したがって，時間 T より短寿命が N 個中で 0 個になる (N 個中で 1 個もない) 確率は $k=0$ として，(A3.2)式のワイブル分布の累積残存確率 $R(x)$ を用いて(A3.3)式で表すことができる．

$$R(x) = 1 - F(x) = 1 - \left[1 - \exp \left\{ - \left(\frac{x - \gamma}{\alpha} \right)^e \right\} \right] = \exp \left\{ - \left(\frac{x - \gamma}{\alpha} \right)^e \right\} \quad (\text{A3.2})$$

$$P_0 = \frac{N!}{0!(N-0)!} R(T)^{N-0} (1-R(T))^0 = R(T)^N = \exp \left\{ - N \left(\frac{T - \gamma}{\alpha} \right)^e \right\} \quad (\text{A3.3})$$

$F(T)$: ワイブル分布の累積破損確率

e : ワイブルスロープ, α : 尺度母数, γ : 位置母数

(A3.3)式の確率は尺度因子 α が大きいほど (α は母集団の寿命を表す), 大きくなるという性質がある. $\alpha = \alpha_u$ としたときの(A3.3)式の確率が 0.1 と仮定すると, $\alpha = \alpha_u$ である母集団から N 個の試験片を抜き取ったときに時間 T 以上未破損である状況は確率 0.1 でしか起こらない稀な状況を示すため, $\alpha = \alpha_u$ の仮定は信頼水準 90% で棄却される (帰無仮説). すなわち, この状況は信頼水準 90% で $\alpha \geq \alpha_u$ であることを示している. 以上から, 信頼水準 $C\%$ で $\alpha \geq \alpha_u$ であるといえる試験個数 N と未破損の打切り寿命 T_1 の関係は(A3.4)式

で表される.

$$1 - 0.01C = \exp \left\{ -N \left(\frac{T_1 - \gamma}{\alpha_u} \right)^e \right\} \quad (\text{A3.4})$$

(A3.4)式を(A3.5)式の関係式を使って整理すると(A3.6)式が得られる.

$$F(x) = 0.01n = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{L_n - \gamma}{\alpha_u} \right)^e \right\} \quad (\text{A3.5})$$

$$T_1 = (L_n - \gamma) \cdot \left(\frac{\ln(1 - 0.01C)}{N \ln(1 - 0.01n)} \right)^{1/e} + \gamma \quad (\text{A3.6})$$

(A3.6)式は、目標寿命 L_n を信頼水準 $C\%$ で保証することができる試験個数 N と未破損の打切り寿命 T_1 の関係を表す式である.

一方、累積破損確率 $F(x)$ の母集団から抜き取った N 個の試験片の 2 番目に短い寿命データが時間 T_2 以上になるのは、時間 T_2 より短い寿命が N 個中で 0 個と 1 個のときである。したがって、 N 個の試験片の 2 番目に短い寿命データが時間 T_2 以上になる確率は、確率の和の法則により(A3.7)式で求めることができる。

$$P_0 + P_1 = R(T)^N + NR(T)^{N-1}(1 - R(T)) \quad (\text{A3.7})$$

前述と同様の考え方で、信頼水準 $C\%$ で $\alpha \geq \alpha_u$ であるといえる 1 個破損時の打切り寿命 T_2 と試験個数 N の関係は(A3.8)式で表される¹⁾。

$$1 - 0.01C = P_0 + P_1 = \exp\left\{-N\left(\frac{T_2 - \gamma}{\alpha_u}\right)^e\right\} + N \exp\left\{-(N-1)\left(\frac{T_2 - \gamma}{\alpha_u}\right)^e\right\} \times \left\{1 - \exp\left\{-\left(\frac{T_2 - \gamma}{\alpha_u}\right)^e\right\}\right\} \quad (\text{A3.8})$$

同様に、信頼水準 $C\%$ で $\alpha \geq \alpha_u$ であるといえる i 個破損時の打切り寿命 T_{i+1} と試験個数 N の関係は(A3.9)式で表される。

$$1 - 0.01C = \sum_{k=0}^{i-1} P_k = \sum_{k=0}^{i-1} \frac{N!}{k!(N-k)!} F^k(T_{i+1})(1-F(T_{i+1}))^{N-k} \quad (\text{A3.9})$$

一方、すべての事象が起こる確率は 1 であるため、(A3.10)式が得られる。

$$1 = \sum_{k=0}^{i-1} P_k + \sum_{k=i}^N P_k \quad (\text{A3.10})$$

(A3.9)式と(A3.10)式から以下の関係が得られる

$$0.01C = \sum_{k=i}^N P_k = \sum_{k=i}^N \frac{N!}{k!(N-k)!} F^k(T_{i+1})(1-F(T_{i+1}))^{N-k} \quad (\text{A3.11})$$

$\sum_{k=i}^N P_k$ は順序統計量と呼ばれており²⁾、(A3.12)式で表すことができる。この式の証明は本付録の A3.2 節に示す。

$$\sum_{k=i}^N P_k = \sum_{k=i}^N \frac{N!}{k!(N-k)!} F^k(T_{i+1})(1-F(T_{i+1}))^{N-k} = \frac{N!}{(i-1)!(N-i)!} \int_0^{F(T_{i+1})} t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \quad (\text{A3.12})$$

(A3.12)式の右辺には階乗が入っているため、引数 N と i に対しては連続分布ではない。そこで、小数点の階乗を表すことができるガンマ関数³⁾を使って(A3.12)式を表すと、(A3.13)式になる。

$$\sum_{k=i}^N P_k = \frac{\Gamma(N+1)}{\Gamma(i)\Gamma(N-i+1)} \int_0^{F(T_{i+1})} t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \quad (\text{A3.13})$$

ガンマ関数とベータ関数 $\beta(x, y)$ (ベータ分布関数とは異なる関数) には(A3.14)式の関係がある。

$$\frac{\Gamma(x+y)}{\Gamma(x)\Gamma(y)} = \frac{1}{\beta(x, y)} \quad (\text{A3.14})$$

したがって、(A3.13)式を(A3.14)式の関係を使って表すと、(A3.15)式になる。

$$\sum_{k=i}^N P_k = \frac{\Gamma(N+1)}{\Gamma(i)\Gamma(N-i+1)} \int_0^{F(T_{i+1})} t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt = \frac{1}{\beta(i, N-i+1)} \int_0^{F(T_{i+1})} t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \quad (\text{A3.15})$$

これは、ベータ分布関数⁴⁾の $0 \sim p$ までの積分であり、(A3.16)式で表されるベータ分布関数の累積分布関数になる。

$$\sum_{k=i}^N P_k = \frac{1}{\beta(i, N-i+1)} \int_0^{F(T_{i+1})} t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt = B(F(T_{i+1}), i, N-i+1) \quad (\text{A3.16})$$

(A3.11)式を使って、(A3.16)式を書き直すと(A3.17)式が得られる。

$$\sum_{k=i}^N P_k = B(F(T_{i+1}), i, N-i+1) = 0.01C \quad (\text{A3.17})$$

ベータ分布関数の累積分布関数の逆関数と累積破損確率 $F(x)$ の逆関数を用いて、(A3.17)式を変形すると、(A3.18)式と(A3.19)式が得られる。

$$B^{-1}(0.01C, i, N-i+1) = F(T_{i+1}) \quad (\text{A3.18})$$

$$T_{i+1} = F^{-1}(B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)) = \gamma + \alpha \cdot \sqrt{\ln \left[\frac{1}{1 - B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)} \right]} \quad (\text{A3.19})$$

$B^{-1}(0.01C, i, N-i+1)$: ベータ分布関数の累積分布関数の逆関数

C : 信頼水準%, N : 試験個数

i : 未破損時の打切り寿命は $i=1, 1 \dots k$ 個破損時の打切り寿命は $i=2 \dots k+1$ で計算

以上のように、打切り寿命はベータ分布関数の累積分布関数の逆関数を用いて計算できる。ベータ分布関数の累積分布関数は、二項確率から原理的に求められるものであり、二項確率における前提（ランダムな試験片の抜き取り、母集団が十分な数を有する）が成立するならば、打切り寿命の計算に対して厳密な結果を与える。

表 A3.1 と表 A3.2 に(A3.19)式を使って計算し打切り寿命／目標寿命と 1 個破損時の打切り寿命／目標寿命を示す。この表を使えば、打切り寿命をベータ分布関数の累積分布関数の逆関数を用いずに計算できる。例えば、試験片を 5 個用意した時の目標寿命 $L_{10h}=100h$ を信頼水準 90% で達成するための 1 個破損時の打切り寿命は $L_{10h}=100h$ に表の数値 6.86($e=1.1$ の値)をかけて 686h と計算できる。ここで、(A3.19)式は、破損した試験片の寿命は考慮できないことに注意が必要である。本論文では適用しなかったが、破損した試験片の寿命も考慮し、より保守的に打切り寿命を計算する方法がある。その方法については付録 4 に示す。また、本論文ではワイブルスロープを仮定するが、この仮定に問題があると考えられる場合、最尤推定法によりワイブルスロープ、寿命、信頼限界を推定し、その結果を利用して打切り寿命を設定することもできる。最尤推定法によるワイブルスロープ、寿命、信頼限界を推定については付録 5 に示す。

表 A3.1 未破損時の目標寿命と打ち切り寿命の比($\gamma=0$, 信頼水準 90%)

| 目標寿命 | L10 | | | | | L50 | | | | | L63.2= α | | | | | |
|----------|------|-------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|-----------------|------|------|------|------|------|
| ワイブルスロープ | 0.7 | 1.1 | 2 | 3 | 5 | 0.5 | 1.1 | 2 | 3 | 5 | 0.5 | 1.1 | 2 | 3 | 5 | |
| 試験 個数 | 1 | 81.96 | 16.51 | 4.67 | 2.80 | 1.85 | 11.04 | 2.98 | 1.82 | 1.49 | 1.27 | 5.31 | 2.14 | 1.52 | 1.32 | 1.18 |
| | 2 | 30.45 | 8.79 | 3.31 | 2.22 | 1.61 | 2.76 | 1.59 | 1.29 | 1.18 | 1.11 | 1.33 | 1.14 | 1.07 | 1.05 | 1.03 |
| | 3 | 17.06 | 6.08 | 2.70 | 1.94 | 1.49 | 1.23 | 1.10 | 1.05 | 1.03 | 1.02 | 0.59 | 0.79 | 0.88 | 0.92 | 0.95 |
| | 4 | 11.31 | 4.68 | 2.34 | 1.76 | 1.40 | 0.69 | 0.84 | 0.91 | 0.94 | 0.96 | 0.33 | 0.61 | 0.76 | 0.83 | 0.90 |
| | 5 | 8.22 | 3.82 | 2.09 | 1.64 | 1.34 | 0.44 | 0.69 | 0.82 | 0.87 | 0.92 | 0.21 | 0.49 | 0.68 | 0.77 | 0.86 |
| | 6 | 6.34 | 3.24 | 1.91 | 1.54 | 1.30 | 0.31 | 0.58 | 0.74 | 0.82 | 0.89 | 0.15 | 0.42 | 0.62 | 0.73 | 0.83 |
| | 7 | 5.09 | 2.82 | 1.77 | 1.46 | 1.26 | 0.23 | 0.51 | 0.69 | 0.78 | 0.86 | 0.11 | 0.36 | 0.57 | 0.69 | 0.80 |
| | 8 | 4.20 | 2.49 | 1.65 | 1.40 | 1.22 | 0.17 | 0.45 | 0.64 | 0.75 | 0.84 | 0.08 | 0.32 | 0.54 | 0.66 | 0.78 |
| | 9 | 3.55 | 2.24 | 1.56 | 1.34 | 1.19 | 0.14 | 0.40 | 0.61 | 0.72 | 0.82 | 0.07 | 0.29 | 0.51 | 0.63 | 0.76 |
| | 10 | 3.06 | 2.04 | 1.48 | 1.30 | 1.17 | 0.11 | 0.37 | 0.58 | 0.69 | 0.80 | 0.05 | 0.26 | 0.48 | 0.61 | 0.75 |
| | 15 | 1.71 | 1.41 | 1.21 | 1.13 | 1.08 | 0.05 | 0.25 | 0.47 | 0.61 | 0.74 | 0.02 | 0.18 | 0.39 | 0.54 | 0.69 |
| | 20 | 1.14 | 1.08 | 1.05 | 1.03 | 1.02 | 0.03 | 0.20 | 0.41 | 0.55 | 0.70 | 0.01 | 0.14 | 0.34 | 0.49 | 0.65 |
| | 30 | 0.64 | 0.75 | 0.85 | 0.90 | 0.94 | 0.01 | 0.14 | 0.33 | 0.48 | 0.64 | 0.01 | 0.10 | 0.28 | 0.43 | 0.60 |
| 50 | 0.31 | 0.47 | 0.66 | 0.76 | 0.85 | 0.00 | 0.09 | 0.26 | 0.41 | 0.58 | 0.00 | 0.06 | 0.21 | 0.36 | 0.54 | |

表 A3.2 1個破損時の目標寿命と打ち切り寿命の比¹⁾($\gamma=0$, 信頼水準 90%)

| 目標寿命 | L10 | | | | | L50 | | | | | L63.2= α | | | | | |
|----------|------|--------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|-----------------|------|------|------|------|------|
| ワイブルスロープ | 0.5 | 1.1 | 2 | 3 | 5 | 0.5 | 1.1 | 2 | 3 | 5 | 0.5 | 1.1 | 2 | 3 | 5 | |
| 試験 個数 | 2 | 794.48 | 20.81 | 5.31 | 3.04 | 1.95 | 18.36 | 3.75 | 2.07 | 1.62 | 1.34 | 8.82 | 2.69 | 1.72 | 1.44 | 1.24 |
| | 3 | 239.54 | 12.07 | 3.93 | 2.49 | 1.73 | 5.53 | 2.18 | 1.53 | 1.33 | 1.19 | 2.66 | 1.56 | 1.28 | 1.18 | 1.10 |
| | 4 | 116.66 | 8.70 | 3.29 | 2.21 | 1.61 | 2.70 | 1.57 | 1.28 | 1.18 | 1.10 | 1.30 | 1.12 | 1.07 | 1.04 | 1.03 |
| | 5 | 69.26 | 6.86 | 2.88 | 2.03 | 1.53 | 1.60 | 1.24 | 1.12 | 1.08 | 1.05 | 0.77 | 0.89 | 0.94 | 0.96 | 0.97 |
| | 6 | 45.92 | 5.69 | 2.60 | 1.89 | 1.47 | 1.06 | 1.03 | 1.01 | 1.01 | 1.01 | 0.51 | 0.74 | 0.85 | 0.89 | 0.93 |
| | 7 | 32.70 | 4.88 | 2.39 | 1.79 | 1.42 | 0.76 | 0.88 | 0.93 | 0.95 | 0.97 | 0.36 | 0.63 | 0.78 | 0.84 | 0.90 |
| | 8 | 24.48 | 4.28 | 2.22 | 1.70 | 1.38 | 0.57 | 0.77 | 0.87 | 0.91 | 0.94 | 0.27 | 0.55 | 0.72 | 0.80 | 0.88 |
| | 9 | 19.02 | 3.81 | 2.09 | 1.63 | 1.34 | 0.44 | 0.69 | 0.81 | 0.87 | 0.92 | 0.21 | 0.49 | 0.68 | 0.77 | 0.86 |
| | 10 | 15.20 | 3.44 | 1.97 | 1.57 | 1.31 | 0.35 | 0.62 | 0.77 | 0.84 | 0.90 | 0.17 | 0.45 | 0.64 | 0.74 | 0.84 |
| | 15 | 6.50 | 2.34 | 1.60 | 1.37 | 1.21 | 0.15 | 0.42 | 0.62 | 0.73 | 0.83 | 0.07 | 0.30 | 0.52 | 0.65 | 0.77 |
| | 20 | 3.59 | 1.79 | 1.38 | 1.24 | 1.14 | 0.08 | 0.32 | 0.54 | 0.66 | 0.78 | 0.04 | 0.23 | 0.45 | 0.58 | 0.72 |
| | 30 | 1.57 | 1.23 | 1.12 | 1.08 | 1.05 | 0.04 | 0.22 | 0.44 | 0.58 | 0.72 | 0.02 | 0.16 | 0.36 | 0.51 | 0.67 |
| | 50 | 0.56 | 0.77 | 0.86 | 0.91 | 0.94 | 0.01 | 0.14 | 0.34 | 0.48 | 0.65 | 0.01 | 0.10 | 0.28 | 0.43 | 0.60 |
| 100 | 0.14 | 0.41 | 0.61 | 0.72 | 0.82 | 0.00 | 0.07 | 0.24 | 0.38 | 0.56 | 0.00 | 0.05 | 0.20 | 0.34 | 0.52 | |

A3.2 (A3.12)式の証明

以下では, (A3.12)式を証明する.

$$\sum_{k=i}^N {}_N C_k p^k (1-p)^{N-k} = \frac{N!}{(i-1)!(N-i)!} \int_0^p t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \quad (\text{A3.20})$$

ここで, 組み合わせ計算 ${}_N C_k$ の性質から(A3.21)式が求まる.

$$\frac{N!}{(i-1)!(N-i)!} = i \cdot \frac{N!}{i!(N-i)!} = i {}_N C_i \quad (\text{A3.21})$$

(A3.20)式の右辺を $V_{N,i}(p)$ とおき, (A3.21)式を使って書き直すと, (A3.22)式が得られる.

$$V_{N,i}(p) = i {}_N C_i \int_0^p t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \quad (\text{A3.22})$$

次に部分積分を用いて, (A3.22)式を展開すると(A3.23)式が得られる.

$$\begin{aligned} & V_{N,i}(p) \\ &= i {}_N C_i \int_0^p t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \\ &= i {}_N C_i \left[\frac{1}{i} \cdot t^i (1-t)^{N-i} \right]_0^p - i {}_N C_i \cdot \frac{1}{i} \cdot (N-i) \cdot (-1) \cdot \int_0^p t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \\ &= {}_N C_i p^i (1-p)^{N-i} + {}_N C_i (N-i) \int_0^p t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \end{aligned} \quad (\text{A3.23})$$

再度, 組み合わせ計算 ${}_N C_k$ の性質から(A3.24)式が求まる.

$${}_N C_i (N-i) = \frac{N!}{i!(N-i)!} (N-i) = \frac{N!}{i!(N-i-1)!} = \frac{N!}{(i+1)!(N-i-1)!} (i+1) = {}_N C_{i+1} (i+1) \quad (\text{A3.24})$$

(A3.23)式を, (A3.24)式を使って書き直すと, 漸化式である(A3.25)式が得られる.

$$\begin{aligned}
 & V_{N,i}(p) \\
 &= {}_N C_i p^i (1-p)^{N-i} + (i+1) {}_N C_{i+1} \int_0^p t^{i-1} (1-t)^{N-i} dt \\
 &= {}_N C_i p^i (1-p)^{N-i} + V_{N,i+1}(p) \tag{A3.25}
 \end{aligned}$$

(A3.25)式より $V_{N,i}(p)$ は最終的に(A3.26)式になる.

$$\begin{aligned}
 & V_{N,i}(p) \\
 &= {}_N C_i p^i (1-p)^{N-i} + V_{N,i+1}(p) \\
 &= {}_N C_i p^i (1-p)^{N-i} + {}_N C_{i+1} p^{i+1} (1-p)^{N-i-1} + V_{N,i+2}(p) \\
 &= {}_N C_i p^i (1-p)^{N-i} + {}_N C_{i+1} p^{i+1} (1-p)^{N-i-1} + \cdots + V_{N,N}(p) \\
 &= \sum_{k=i}^N {}_N C_k p^k (1-p)^{N-k} \tag{A3.26}
 \end{aligned}$$

付録 3 の参考文献

- 1) R. B. Abernethy, The New Weibull Handbook 5th edition, (2006) chapter 6.
- 2) 例えば, W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社, (1988) 230.
- 3) 例えば, 2)の 36 ページ.
- 4) 例えば, 2)の 276 ページ.

付録 4 破損試験片の寿命を考慮して保守的に打切り寿命を計算する 方法

N 個中 r 個の試験片で破損が発生している状況で、寿命データから寿命の下限を信頼水準 $C\%$ で保守的に見積もる(A4.1)式で表される¹⁾。

$$\tilde{L}_n = \left\{ -2 \ln(1 - 0.01n) \sum_{i=1}^N T_i^e / \chi^2(C; 2r + 2) \right\}^{1/e} \quad (\text{A4.1})$$

T_i : 打切りデータ及び破損データ, $\chi^2(C; 2r + 2)$: カイ 2 乗分布

\tilde{L}_n : パーセント点 n での寿命の下側信頼限界を保守的に見積もった値

(A4.1)式は、尺度母数の最尤推定値を求める(A4.2)式, 尺度母数の下側信頼限界を保守的に見積もる(A4.3)式, パーセント点 n での寿命の下側信頼限界を保守的に見積もる(A4.4)式から導出できる。

$$\alpha = \left[\frac{1}{r} \sum_{i=1}^N T_i^e \right]^{1/e} \quad (\text{A4.2})$$

$$\tilde{\alpha} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^N T_i^e / \chi^2(C; 2r + 2) \right\}^{1/e} \quad (\text{A4.3})$$

$$\tilde{L}_n = \tilde{\alpha} \cdot (\ln(1/(1 - 0.01n)))^{1/e} \quad (\text{A4.4})$$

$\tilde{\alpha}$: 尺度母数の下側信頼限界を保守的に見積もった値

試験片 3 個が打切り寿命 597h まで未破損で試験が継続した時(2.2.3 項の例題参照)の信頼水準 90%での寿命の下限は、(A4.1)式により計算すると、以下になる。

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{10} &= \left\{ -2\ln(1-0.01 \cdot 10) \times (597^{10/9} + 597^{10/9} + 597^{10/9}) / \chi^2(0.9; 2 \cdot 0 + 2) \right\}^{9/10} \\ &= \left\{ -2\ln(1-0.1) \times 3 \times 597^{10/9} / \chi^2(0.9; 2) \right\}^{9/10} = 100h \end{aligned}$$

得られた寿命の下限の寿命 $L_{10h}=100h$ は 2.2.3 項の目標寿命と一致しており、(A4.1)式は、未破損時($r=0$)で(2.3)式と同じ計算結果が得られることが分かる。(A4.1)式を使って、打切り寿命を設定する場合は、この寿命の下限が目標寿命以上になるように、未破損の試験片の打切り寿命の条件を探ることになる(エクセルのソルバー等の機能を利用して計算する)。今、最初に設定した打切り寿命 597h よりも短い 300h の時点で破損が生じてしまったとすると、その時点での信頼水準 90%における寿命の下限は(A4.1)式により以下になる。

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{10} &= \left\{ -2\ln(1-0.01 \cdot 10) \times (300^{10/9} + 300^{10/9} + 300^{10/9}) / \chi^2(0.9; 2 \cdot 1 + 2) \right\}^{9/10} \\ &= \left\{ -2\ln(1-0.1) \times 3 \times 300^{10/9} / \chi^2(0.9; 4) \right\}^{9/10} = 31h \end{aligned}$$

この寿命の下限 31h は目標寿命 $L_{10h}=100h$ よりも小さくなる。

次に、破損していない 2 個の試験片がどの程度の時間破損せずに試験が継続すればよいのかについて考える。目標寿命 $L_{10h}=100h$ を保証できる残りの試験片の打切り寿命を T 時間とすると、 T は以下の式から求めることができる。

$$\begin{aligned} 100 &= \left\{ -2\ln(1-0.01 \cdot 10) \times (300^{10/9} + T^{10/9} + T^{10/9}) / \chi^2(0.9; 2 \cdot 1 + 2) \right\}^{9/10} \\ T &= 1264h \end{aligned}$$

これは、式(8)から求められる 1 個破損時の打切り寿命 1177h よりもやや長い設定であり、より保守的な打切り寿命の見積もりといえる。

付録 4 の参考文献

- 1) W. Nelson: Weibull analysis of reliability data with few or no failure, Journal of Quality Technology, 17 (1985) 140.

付録5 最尤推定法による寿命推定と信頼限界の計算

本付録では、1個以上の破損の寿命データから寿命と信頼限界を計算できる最尤推定法¹⁻³⁾について説明する。最尤推定法で求められる寿命と信頼限界の計算結果は、打切り寿命の設定にも活用できる。

A5.1 最尤推定法による寿命推定

最尤推定法による寿命推定では、寿命データを(A5.1)に入力し、ワイブルスロープの最尤値を求める。

$$\frac{\sum_{i=1}^N t_i^{\hat{e}} \ln t_i}{\sum_{i=1}^N t_i^{\hat{e}}} - \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r \ln t_j - \frac{1}{\hat{e}} = 0 \quad (\text{A5.1})$$

t_i : すべての寿命, t_j : 破損した試験片の寿命, N : 全試験個数,

r : 破損した試験片の個数, \hat{e} : ワイブルスロープの最尤推定値

(A5.1)式は非線形方程式であるため、逐次計算によりワイブルスロープを求める(エクセルのソルバー等の機能を利用して計算する)。次に、(A5.2)式に寿命データと(A5.1)式で求めたワイブルスロープの最尤推定値を入力して、尺度母数の最尤推定値を求める。

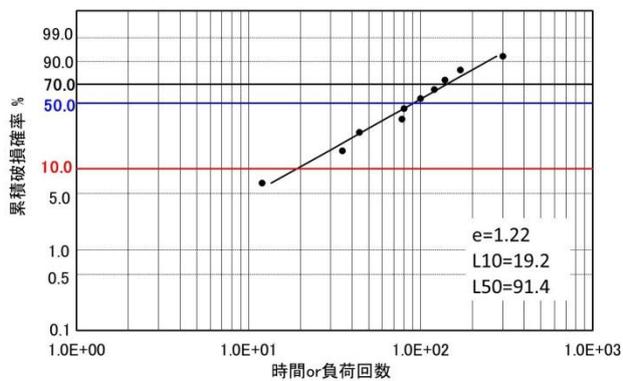
$$\hat{\alpha} = \left[\frac{1}{r} \sum_{i=1}^N t_i^{\hat{e}} \right]^{1/\hat{e}} \quad (\text{A5.2})$$

\hat{e} : ワイブルスロープの最尤推定値

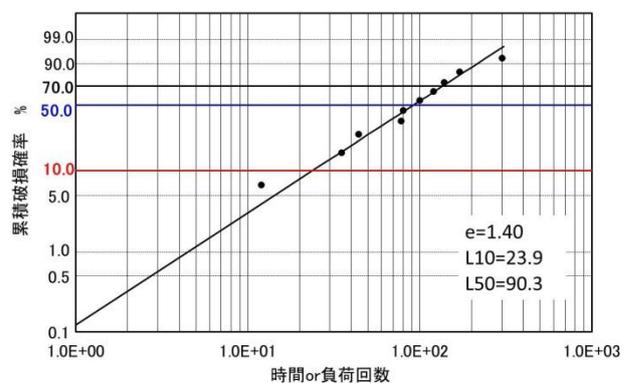
最後に、(A5.3)式のワイブル分布の累積分布関数の逆関数に、ワイブルスロープと尺度因子の最尤推定値を入力し、任意のパーセント点 n での寿命の最尤推定値 \hat{L}_n を求める。

$$\hat{L}_n = \hat{\alpha} \cdot (\ln(1/(1-0.01n)))^{1/\hat{e}} \quad (A5.3)$$

図 A5.1 に同じ寿命データ(12, 35, 44, 78, 80, 100, 120, 139, 170, 301)をワイブルプロットと最尤推定法で解析した結果を示す。ワイブルプロットと最尤推定法では、推定寿命とワイブルスロープの推定値は必ずしも一致しないが、試験個数が増えるほど近い値になる。最尤推定法は、3 個以上の試験個数で 1 個以上の破損データがあれば寿命推定が可能である。また、ほとんどの寿命分布に適用でき、全数が破損しているときのデータ(完全データ)、破損と一定寿命以上の打ち切りがあるデータ(単一打ち切りデータ)、破損データの中に打ち切りデータがあるデータ(多重打ち切りデータ)、すべてのデータのパターンに対応できる寿命推定方法である。しかし、最尤推定法は、計算が若干複雑なためか、軸受業界で利用されることは少ない。



(a)ワイブルプロット



(b)最尤推定法

図 A5.1 同じ寿命データをワイブルプロットと最尤推定法で解析した結果

A5.2 フィッシャー情報行列を用いた信頼限界の計算^{1,4,5)}

信頼限界は推定寿命のばらつきを表し、推定寿命が目標寿命をどの程度の信頼性 (= 信頼水準) で達成できるのかを定量的に判断する尺度となる。これまでも述べたように、打切り試験では、打切り寿命までに破損する試験片はわずかである。破損する試験片が少ない場合、順序統計量を用いた従来の信頼限界の計算^{1,6,7)}では、累積破損確率が小さい領域の寿命(L_1 , L_5 , L_{10} 寿命等)での信頼限界は求めることができない。以下では、A5.1 節で求めた最尤推定値から、任意の累積破損確率で信頼限界の計算が可能なフィッシャー情報行列を用いた信頼限界の計算方法について説明する。

フィッシャー情報行列を用いた信頼限界の計算では、計算を簡単にするため、ワイブル分布に従うデータ t_i の自然対数 $\ln(t_i)=x_i$ が極値分布 (ガンベル分布) に従うという性質を利用する。まず、計算の前段階として、A5.1 節で求めたワイブルスロープと尺度因子の最尤推定値を使って、極値分布の母数 δ , λ の最尤推定値を式(A5.4), (A5.5)から求める。

$$\hat{\delta} = \frac{1}{\hat{\alpha}} \quad (\text{A5.4})$$

$$\hat{\lambda} = \ln \hat{\alpha} \quad (\text{A5.5})$$

$\hat{\delta}$: 極値分布における尺度パラメータの最尤推定値

$\hat{\lambda}$: 極値分布における位置パラメータの最尤推定値

次に、式(A5.6)の局所フィッシャー情報行列の逆行列を求めて、極値分布の母数 δ , λ の漸近分散 $\text{var}(\hat{\delta})$, $\text{var}(\hat{\lambda})$ と共分散 $\text{cov}(\hat{\delta}, \hat{\lambda})$ の局所推定値を求める。

$$I^{-1} = \begin{pmatrix} \text{var}(\hat{\lambda}) & \text{cov}(\hat{\delta}, \hat{\lambda}) \\ \text{cov}(\hat{\delta}, \hat{\lambda}) & \text{var}(\hat{\delta}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\hat{\delta}^2} \cdot r & \frac{1}{\hat{\delta}^2} \cdot \sum_{i=1}^N z_i \exp z_i \\ \frac{1}{\hat{\delta}^2} \cdot \sum_{i=1}^N z_i \exp z_i & r + \frac{1}{\hat{\delta}^2} \cdot \sum_{i=1}^N z_i^2 \exp z_i \end{pmatrix}^{-1} \quad (\text{A5.6})$$

$$z_i = \frac{x_i - \hat{\lambda}}{\hat{\delta}} \quad (\text{A5.7}), \quad x_i = \ln t_i \quad (\text{A5.8})$$

次に、式(A5.9), (A5.10)を使って、極値分布におけるパーセント点 $n\%$ での寿命の漸近分散 $\text{var}(\hat{x}_n)$ を求める。

$$\text{var}(\hat{x}_n) = \text{var}(\hat{\lambda}) + w_n^2 \text{var}(\hat{\delta}) + 2w_n \text{cov}(\hat{\delta}, \hat{\lambda}) \quad (\text{A5.9})$$

$$w_n = \ln(-\ln(1 - 0.01n)) \quad (\text{A5.10})$$

最後に、式(A5.11)を使って、極値分布における上側(符号+)と下側(符号-)信頼限界を求め、それらの値を式(A5.12)に代入してワイブル分布の両側信頼限界に変換する。

$$x_{n,\text{limit}} = \hat{x}_n \pm K_r \sqrt{\text{var}(\hat{x}_n)} = \hat{\lambda} + \hat{\delta} \ln(-\ln(1 - 0.01n)) \pm K_r \sqrt{\text{var}(\hat{x}_n)} \quad (\text{A5.11})$$

$$L_{n,\text{limit}} = \exp(x_{n,\text{limit}}) \quad (\text{A5.12})$$

K_r : 標準正規分布の $100(1 + 0.01C)/2$ %点, C : 信頼水準, %

図 A5.1 のデータに対して順序統計量とフィッシャー情報行列による信頼限界の計算を行った結果を図 A5.2 と表 A5.1 に示す。フィッシャー情報行列で求めた信頼限界は順

序統計量のそれよりも狭くなる傾向がある。フィッシャー情報行列による信頼限界の計算はもともと漸近（大標本）理論に基づいた方法であるため、標本が少ない場合の精度は悪いが、精緻な理論でなくてもないよりはましという理由、任意の累積破損確率での信頼限界の計算が可能という2つの理由から小標本にも適用されている⁸⁾。

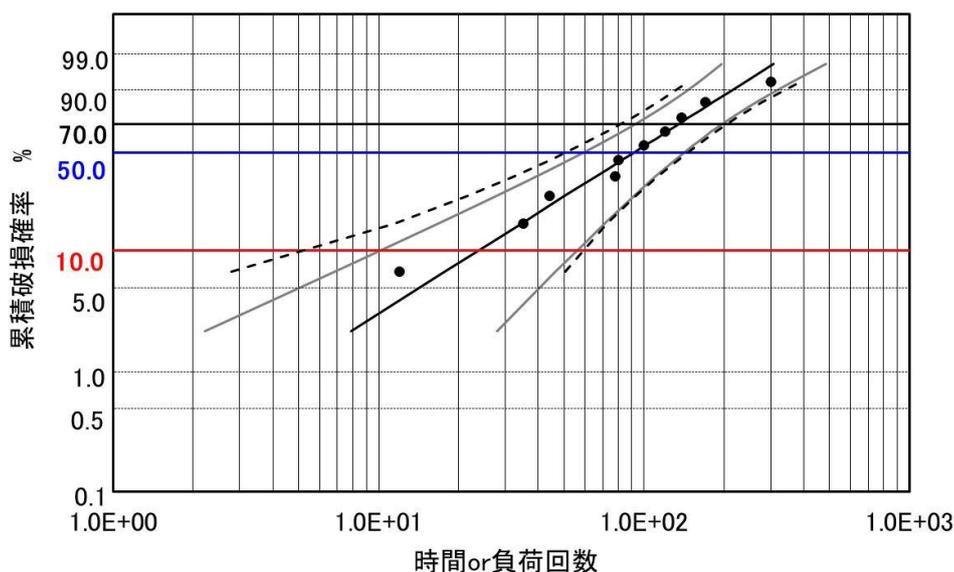


図 A5.2 順序統計量(破線)とフィッシャー情報行列(実線)による信頼限界の計算結果

($e=1.404$, $\alpha=118.7$, データ : 12, 35, 44, 78, 80, 100, 120, 139, 170, 301)

表 A5.1 順序統計量とフィッシャー情報行列による信頼限界の計算結果

($e=1.404$, $\alpha=118.7$, 両側信頼水準 90%)

| データ | | 累積破損確率 メディアンランク | 順序統計量 | | フィッシャーの情報行列 | |
|-----|-----|--------------------|-------|-------|-------------|-------|
| No | 寿命 | | 上側信頼幅 | 下側信頼幅 | 上側信頼幅 | 下側信頼幅 |
| 1 | 12 | 0.067 | 1.6 | 45.3 | 6.8 | 46.4 |
| 2 | 35 | 0.162 | 8.2 | 69.1 | 16.8 | 71.2 |
| 3 | 44 | 0.259 | 17.0 | 91.8 | 27.6 | 91.4 |
| 4 | 78 | 0.355 | 27.4 | 115.3 | 39.4 | 110.6 |
| 5 | 80 | 0.452 | 39.2 | 141.1 | 52.2 | 130.6 |
| 6 | 100 | 0.548 | 52.9 | 170.8 | 66.5 | 152.8 |
| 7 | 120 | 0.645 | 69.0 | 206.8 | 82.6 | 179.2 |
| 8 | 139 | 0.741 | 88.8 | 254.3 | 101.4 | 213.5 |

付録 5 の参考文献

- 1) 柴田正道, 漆川賢治: 中途打ち切りを含むデータの新しい信頼限界計算法の有効性検討, KOYO Engineering Journal, 158 (2000) 9.
- 2) W. Nelson: 寿命データの解析, 日科技連出版社, (1988) 315.
- 3) R. Abernethy: The New Weibull Handbook 5th edition, (2006) Appendix C-1.
- 4) R. Abernethy: The New Weibull Handbook 5th edition, (2006) Chapter 7-4.
- 5) 2)の 316 ページ.
- 6) R. Abernethy: The New Weibull Handbook 5th edition, (2006) Chapter 7-3.
- 7) 2)の 272 ページ.
- 8) 2)の 290 ページ.

付録 6 加速試験の試験個数の目安について

A6.1 はじめに

試験個数は試験結果の信頼性向上（推定寿命の精度向上）と試験にかかる労力の兼ね合いで決定すべきものである。従来から推奨されてきた試験個数としては 7 個という目安がある。これはワイブルプロットで 10%寿命を内挿で推定できる試験個数が 7 個であるということに基づいているが、内挿が可能になることによってどの程度推定寿命の精度が向上するか、あるいは、有意寿命比がどの程度小さくなるかという定量的な知見に基づいた目安ではなかった。本付録では、試験個数と推定寿命のばらつきとの関係と試験個数と有意寿命比の関係を計算で求め、妥当な試験個数について検討する。

推定寿命のばらつきや有意寿命比は、データのばらつきが大きい試験ほど大きくなる性質がある。したがって、データのばらつきが多い試験とそうでない試験では、同レベルの推定寿命の精度と有意寿命比を確保するための試験個数が異なるであろう。表 A6.1 に一般的な軸受材料に対して比較的厳しい条件で転動疲労寿命試験を行ったときのワイブルスロープを示す。加速試験（高面圧条件での寿命試験や異物混入潤滑下での軸受の寿命試験）では、ワイブルスロープは全体平均で 3.7、最小値で 3.1 であった。一方、打ち切り試験（清浄油潤滑下での軸受の寿命試験）では、ワイブルスロープは全体平均で 1.4、最小値で 1.1 であり、加速試験よりも全体的に小さな値であった。以下では、これらワイブルスロープが異なる条件で、どの程度の試験個数が必要になるのかについて考察する。

表 A6.1 各種寿命試験のワイブルスロープ

| グループ | 試験 | 試験 個数N | ワイブル スロープe | 試験 の平均e | グループ での平均e |
|------------|-----------------------|-----------|---------------|------------|---------------|
| 加速試験 | 高面圧での寿命試験 | 22 | 2.9 | 3.1 | 3.7 |
| | | 18 | 1.9 | | |
| | | 20 | 2.5 | | |
| | | 20 | 2.5 | | |
| | | 20 | 2.8 | | |
| | | 20 | 3.5 | | |
| | | 20 | 3.8 | | |
| | | 20 | 4.4 | | |
| | | 18 | 3.9 | | |
| | 異物混入潤滑下での寿命試験（型番6206） | 4 | 6.5 | 4.5 | |
| | | 3 | 2.3 | | |
| | | 10 | 5.5 | | |
| | | 6 | 3.8 | | |
| | ↑（型番6203） | 10 | 3.6 | 3.6 | |
| ↑（型番30206） | 6 | 4.0 | 4.8 | | |
| | 6 | 5.5 | | | |
| 打切り試験 | 清浄油潤滑下での寿命試験（型番6203） | 137 | 1.1 | 1.1 | 1.4 |
| | 清浄油潤滑下での寿命試験（型番6206） | 99 | 1.2 | 1.5 | |
| | | 217 | 1.4 | | |
| | | 207 | 1.5 | | |
| | | 189 | 1.7 | | |
| | | 103 | 1.4 | | |
| | | 79 | 1.3 | | |
| | | 94 | 1.4 | | |
| | | 127 | 1.9 | | |
| | ↑（型番30206） | 6 | 1.4 | 1.4 | |

A6.2 試験個数についての考察

表 A6.2 に試験個数と推定寿命のばらつきの関係、表 A6.3 に試験個数と有意寿命比の関係をそれぞれ示す。推定寿命のばらつきは、各パーセントでの寿命が 1h であるワイブル分布から乱数を発生し、その乱数をワイブルプロットして寿命推定する計算を 10000 回繰り返して求めた。また、そのばらつきは 5%信頼限界及び 95%信頼限界で示した。一方、有意寿命比は 2.2 節の計算方法を用いて信頼水準を 90%に設定して計算した。なお、表 A6.2, A6.3 には、ワイブルスロープ (1.1, 1.4, 3.1, 3.7) とパーセント点 (10, 50, 63.2%) を変えた計算結果を示している。

仮に、「加速試験での寿命比較では、10%寿命で 2 倍以上の寿命差があれば、90%の確率で有意差有り」と判定してもよいといえる程度の信頼性がほしい」という考えを基準にした場合、妥当な試験個数は表 A6.3 の丸で囲った列での値になる。加速試験では、ワイブルスロープの平均が 3.7 であるから、妥当な試験個数は 7 個になる。また、加速試験の中で最も小さなワイブルスロープの最小値 3.1 (ϕ 12 点接触寿命試験) で考えた場合の試験個数は 10 個になる。以上から、加速試験では、7 個以上望ましくは 10 個の試験片を用意しておけば、約 2 倍の寿命差が確認できた時点で有意差が有ると判定してもよいことになる (信頼水準 90%)。この基準については議論の余地があるが、本論文では加速試験の試験個数は 7~10 個を目安とした。

データのばらつきが大きい清浄油潤滑下での軸受の寿命試験では、上記と同じ考えで試験個数を計算すると、ワイブルスロープ 1.1 と 1.4 でそれぞれ 69 個と 43 個になる。清浄油潤滑下での軸受の寿命試験では、1 個あたり数千時間の試験時間を要するため、43~69 個の試験個数を用意し寿命比較することは非現実的である。そのため、清浄油潤滑下での軸受の寿命試験では、寿命比較は行おうとせず、打切り試験の手順に基づき寿命が何時間以上かを確認すべきである。このように、試験個数の設定では、表 A6.2, A6.3 だけでなく、試験時間も鑑みて折衷案を考えなくてはならない。また、試験の目的に応じて、表 A6.2, A6.3 のどの値を読み取るべきかも考えなくてはならない。10%寿命の絶対値を調査したいという目的がある寿命試験では、表 A6.3 の有意寿命比ではなく、表

A6.2 の推定寿命のばらつきを基準に試験個数を設定すべきである。また、平均的な寿命の比較でよい場合は、表 A3 の 10%寿命での有意寿命比ではなく、50%寿命での有意寿命比を基準に試験個数を設定すべきである。

以上のように、妥当な試験個数は、①結果に対してどの程度の信頼性がよいか、②試験個数と試験時間は現実的な設定になっているか、③寿命の絶対値について議論したいのか、あるいは、寿命比較をしたいのか、④10%寿命、50%寿命どちらに着目しているのか、を明確にしてから表 A6.2, A6.3 に基づき決定することが肝要である。

表 A6.2 試験個数と推定寿命のばらつきの関係

| 試験 個数 | ワイプスロープ=1.1 | | | | | | ワイプスロープ=1.4 | | | | | | ワイプスロープ=3.1 | | | | | | ワイプスロープ=3.7 | | | | | |
|----------|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|
| | 10%寿命 | | 50%寿命 | | 63.2%寿命 | | 10%寿命 | | 50%寿命 | | 63.2%寿命 | | 10%寿命 | | 50%寿命 | | 63.2%寿命 | | 10%寿命 | | 50%寿命 | | 63.2%寿命 | |
| | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 | 5% 信頼限界 | 95% 信頼限界 |
| 3 | 0.045 | 5.794 | 0.288 | 2.305 | 0.334 | 2.172 | 0.082 | 3.925 | 0.367 | 1.926 | 0.412 | 1.834 | 0.327 | 1.859 | 0.638 | 1.348 | 0.674 | 1.322 | 0.392 | 1.671 | 0.684 | 1.281 | 0.716 | 1.259 |
| 4 | 0.074 | 4.620 | 0.345 | 2.093 | 0.392 | 1.972 | 0.131 | 3.306 | 0.436 | 1.782 | 0.477 | 1.715 | 0.396 | 1.727 | 0.682 | 1.299 | 0.718 | 1.273 | 0.462 | 1.578 | 0.730 | 1.244 | 0.758 | 1.224 |
| 5 | 0.104 | 4.033 | 0.395 | 1.963 | 0.444 | 1.862 | 0.168 | 2.930 | 0.481 | 1.689 | 0.529 | 1.632 | 0.445 | 1.632 | 0.718 | 1.268 | 0.747 | 1.247 | 0.503 | 1.507 | 0.754 | 1.220 | 0.780 | 1.202 |
| 6 | 0.127 | 3.580 | 0.427 | 1.864 | 0.473 | 1.783 | 0.203 | 2.726 | 0.514 | 1.620 | 0.560 | 1.567 | 0.485 | 1.575 | 0.738 | 1.245 | 0.766 | 1.225 | 0.544 | 1.466 | 0.778 | 1.202 | 0.804 | 1.186 |
| 7 | 0.150 | 3.269 | 0.455 | 1.774 | 0.505 | 1.704 | 0.233 | 2.534 | 0.547 | 1.580 | 0.588 | 1.526 | 0.515 | 1.528 | 0.761 | 1.229 | 0.785 | 1.209 | 0.571 | 1.423 | 0.793 | 1.189 | 0.815 | 1.172 |
| 8 | 0.173 | 3.072 | 0.486 | 1.725 | 0.531 | 1.657 | 0.258 | 2.418 | 0.566 | 1.533 | 0.607 | 1.485 | 0.543 | 1.488 | 0.774 | 1.212 | 0.800 | 1.195 | 0.595 | 1.394 | 0.806 | 1.175 | 0.827 | 1.161 |
| 9 | 0.196 | 2.868 | 0.513 | 1.676 | 0.554 | 1.617 | 0.276 | 2.305 | 0.588 | 1.497 | 0.626 | 1.457 | 0.560 | 1.456 | 0.786 | 1.201 | 0.810 | 1.185 | 0.616 | 1.366 | 0.819 | 1.167 | 0.839 | 1.154 |
| 10 | 0.220 | 2.719 | 0.527 | 1.625 | 0.572 | 1.570 | 0.299 | 2.187 | 0.609 | 1.463 | 0.645 | 1.423 | 0.583 | 1.433 | 0.798 | 1.190 | 0.821 | 1.176 | 0.632 | 1.354 | 0.827 | 1.159 | 0.847 | 1.146 |
| 11 | 0.231 | 2.664 | 0.546 | 1.607 | 0.592 | 1.551 | 0.315 | 2.140 | 0.617 | 1.446 | 0.657 | 1.406 | 0.596 | 1.415 | 0.805 | 1.183 | 0.827 | 1.168 | 0.649 | 1.329 | 0.835 | 1.151 | 0.855 | 1.139 |
| 12 | 0.249 | 2.554 | 0.562 | 1.582 | 0.602 | 1.527 | 0.335 | 2.070 | 0.633 | 1.424 | 0.669 | 1.390 | 0.609 | 1.391 | 0.813 | 1.174 | 0.834 | 1.161 | 0.662 | 1.318 | 0.842 | 1.143 | 0.859 | 1.132 |
| 13 | 0.263 | 2.440 | 0.576 | 1.545 | 0.616 | 1.499 | 0.354 | 2.030 | 0.650 | 1.406 | 0.687 | 1.377 | 0.623 | 1.374 | 0.822 | 1.168 | 0.844 | 1.155 | 0.674 | 1.301 | 0.847 | 1.137 | 0.865 | 1.127 |
| 14 | 0.279 | 2.365 | 0.588 | 1.520 | 0.629 | 1.477 | 0.366 | 1.980 | 0.658 | 1.389 | 0.692 | 1.356 | 0.633 | 1.364 | 0.832 | 1.162 | 0.850 | 1.149 | 0.679 | 1.298 | 0.856 | 1.136 | 0.873 | 1.125 |
| 15 | 0.295 | 2.331 | 0.605 | 1.506 | 0.641 | 1.462 | 0.385 | 1.921 | 0.673 | 1.375 | 0.705 | 1.347 | 0.645 | 1.350 | 0.833 | 1.155 | 0.852 | 1.143 | 0.699 | 1.286 | 0.860 | 1.131 | 0.876 | 1.121 |
| 16 | 0.315 | 2.233 | 0.616 | 1.476 | 0.653 | 1.440 | 0.393 | 1.898 | 0.679 | 1.363 | 0.711 | 1.333 | 0.657 | 1.336 | 0.842 | 1.150 | 0.859 | 1.138 | 0.704 | 1.277 | 0.864 | 1.126 | 0.879 | 1.117 |
| 17 | 0.317 | 2.219 | 0.621 | 1.470 | 0.658 | 1.435 | 0.409 | 1.858 | 0.688 | 1.350 | 0.720 | 1.326 | 0.668 | 1.329 | 0.844 | 1.147 | 0.862 | 1.136 | 0.714 | 1.264 | 0.869 | 1.121 | 0.883 | 1.114 |
| 18 | 0.331 | 2.152 | 0.632 | 1.455 | 0.667 | 1.415 | 0.418 | 1.823 | 0.695 | 1.335 | 0.727 | 1.311 | 0.672 | 1.316 | 0.848 | 1.143 | 0.865 | 1.131 | 0.717 | 1.264 | 0.872 | 1.120 | 0.887 | 1.111 |
| 19 | 0.343 | 2.138 | 0.641 | 1.448 | 0.674 | 1.411 | 0.432 | 1.808 | 0.703 | 1.335 | 0.734 | 1.308 | 0.679 | 1.303 | 0.852 | 1.138 | 0.869 | 1.128 | 0.726 | 1.253 | 0.876 | 1.114 | 0.889 | 1.106 |
| 20 | 0.350 | 2.087 | 0.647 | 1.432 | 0.681 | 1.398 | 0.437 | 1.782 | 0.712 | 1.324 | 0.742 | 1.301 | 0.688 | 1.295 | 0.857 | 1.134 | 0.875 | 1.125 | 0.729 | 1.240 | 0.878 | 1.110 | 0.893 | 1.104 |
| 21 | 0.354 | 2.035 | 0.652 | 1.416 | 0.688 | 1.382 | 0.445 | 1.759 | 0.716 | 1.316 | 0.744 | 1.291 | 0.696 | 1.291 | 0.860 | 1.133 | 0.875 | 1.123 | 0.734 | 1.239 | 0.881 | 1.111 | 0.895 | 1.102 |
| 22 | 0.366 | 2.014 | 0.658 | 1.405 | 0.694 | 1.371 | 0.456 | 1.743 | 0.720 | 1.309 | 0.750 | 1.287 | 0.701 | 1.280 | 0.862 | 1.130 | 0.878 | 1.121 | 0.744 | 1.234 | 0.884 | 1.108 | 0.898 | 1.101 |
| 23 | 0.372 | 1.993 | 0.663 | 1.393 | 0.700 | 1.365 | 0.462 | 1.725 | 0.729 | 1.302 | 0.758 | 1.282 | 0.707 | 1.275 | 0.866 | 1.126 | 0.882 | 1.117 | 0.747 | 1.225 | 0.887 | 1.105 | 0.901 | 1.097 |
| 24 | 0.386 | 1.961 | 0.673 | 1.384 | 0.705 | 1.356 | 0.469 | 1.709 | 0.735 | 1.290 | 0.765 | 1.266 | 0.710 | 1.271 | 0.867 | 1.125 | 0.883 | 1.116 | 0.753 | 1.224 | 0.889 | 1.103 | 0.902 | 1.096 |
| 25 | 0.395 | 1.949 | 0.680 | 1.385 | 0.712 | 1.355 | 0.482 | 1.690 | 0.738 | 1.287 | 0.769 | 1.267 | 0.716 | 1.265 | 0.871 | 1.121 | 0.885 | 1.114 | 0.758 | 1.219 | 0.892 | 1.100 | 0.904 | 1.093 |
| 26 | 0.402 | 1.926 | 0.683 | 1.372 | 0.715 | 1.341 | 0.485 | 1.670 | 0.740 | 1.283 | 0.769 | 1.262 | 0.725 | 1.261 | 0.875 | 1.118 | 0.889 | 1.110 | 0.760 | 1.213 | 0.893 | 1.098 | 0.906 | 1.091 |
| 27 | 0.405 | 1.892 | 0.690 | 1.361 | 0.722 | 1.333 | 0.496 | 1.654 | 0.746 | 1.273 | 0.774 | 1.253 | 0.728 | 1.255 | 0.877 | 1.118 | 0.892 | 1.110 | 0.765 | 1.208 | 0.896 | 1.096 | 0.909 | 1.090 |
| 28 | 0.413 | 1.885 | 0.695 | 1.359 | 0.728 | 1.331 | 0.499 | 1.639 | 0.747 | 1.271 | 0.775 | 1.251 | 0.731 | 1.254 | 0.879 | 1.116 | 0.892 | 1.107 | 0.771 | 1.210 | 0.898 | 1.095 | 0.910 | 1.088 |
| 29 | 0.420 | 1.856 | 0.696 | 1.349 | 0.728 | 1.327 | 0.506 | 1.636 | 0.757 | 1.268 | 0.784 | 1.245 | 0.735 | 1.245 | 0.880 | 1.113 | 0.894 | 1.106 | 0.777 | 1.206 | 0.900 | 1.094 | 0.912 | 1.087 |
| 30 | 0.423 | 1.831 | 0.702 | 1.341 | 0.732 | 1.315 | 0.520 | 1.619 | 0.761 | 1.260 | 0.784 | 1.241 | 0.739 | 1.246 | 0.882 | 1.112 | 0.896 | 1.104 | 0.776 | 1.198 | 0.901 | 1.092 | 0.912 | 1.085 |
| 31 | 0.437 | 1.815 | 0.708 | 1.335 | 0.740 | 1.311 | 0.520 | 1.599 | 0.763 | 1.254 | 0.790 | 1.237 | 0.744 | 1.238 | 0.884 | 1.108 | 0.897 | 1.101 | 0.779 | 1.196 | 0.901 | 1.090 | 0.913 | 1.084 |
| 32 | 0.439 | 1.811 | 0.712 | 1.334 | 0.740 | 1.309 | 0.523 | 1.589 | 0.765 | 1.250 | 0.791 | 1.232 | 0.746 | 1.234 | 0.886 | 1.107 | 0.899 | 1.100 | 0.783 | 1.192 | 0.904 | 1.089 | 0.914 | 1.083 |
| 33 | 0.448 | 1.794 | 0.716 | 1.327 | 0.745 | 1.302 | 0.528 | 1.581 | 0.770 | 1.252 | 0.794 | 1.232 | 0.753 | 1.230 | 0.888 | 1.105 | 0.901 | 1.097 | 0.787 | 1.191 | 0.906 | 1.088 | 0.917 | 1.082 |
| 34 | 0.454 | 1.784 | 0.721 | 1.324 | 0.750 | 1.299 | 0.537 | 1.569 | 0.775 | 1.243 | 0.800 | 1.229 | 0.754 | 1.224 | 0.890 | 1.103 | 0.902 | 1.097 | 0.792 | 1.189 | 0.907 | 1.086 | 0.917 | 1.080 |
| 35 | 0.455 | 1.766 | 0.724 | 1.317 | 0.753 | 1.294 | 0.544 | 1.564 | 0.776 | 1.239 | 0.800 | 1.222 | 0.757 | 1.225 | 0.891 | 1.102 | 0.904 | 1.096 | 0.792 | 1.185 | 0.909 | 1.085 | 0.920 | 1.080 |
| 36 | 0.466 | 1.763 | 0.728 | 1.312 | 0.756 | 1.291 | 0.546 | 1.563 | 0.779 | 1.241 | 0.802 | 1.224 | 0.762 | 1.221 | 0.894 | 1.102 | 0.906 | 1.095 | 0.796 | 1.181 | 0.909 | 1.083 | 0.920 | 1.078 |
| 37 | 0.474 | 1.743 | 0.731 | 1.307 | 0.759 | 1.285 | 0.553 | 1.545 | 0.782 | 1.237 | 0.804 | 1.219 | 0.764 | 1.217 | 0.894 | 1.100 | 0.906 | 1.093 | 0.797 | 1.182 | 0.911 | 1.083 | 0.921 | 1.077 |
| 38 | 0.477 | 1.736 | 0.734 | 1.306 | 0.763 | 1.282 | 0.562 | 1.539 | 0.784 | 1.231 | 0.807 | 1.214 | 0.768 | 1.212 | 0.896 | 1.098 | 0.907 | 1.092 | 0.799 | 1.178 | 0.911 | 1.081 | 0.921 | 1.075 |
| 39 | 0.480 | 1.737 | 0.736 | 1.300 | 0.765 | 1.279 | 0.563 | 1.531 | 0.787 | 1.228 | 0.811 | 1.212 | 0.768 | 1.210 | 0.897 | 1.097 | 0.909 | 1.091 | 0.806 | 1.174 | 0.914 | 1.080 | 0.925 | 1.074 |
| 40 | 0.485 | 1.706 | 0.739 | 1.292 | 0.769 | 1.273 | 0.564 | 1.522 | 0.791 | 1.226 | 0.813 | 1.211 | 0.774 | 1.210 | 0.898 | 1.096 | 0.910 | 1.090 | 0.806 | 1.173 | 0.915 | 1.080 | 0.925 | 1.074 |
| 41 | 0.488 | 1.703 | 0.743 | 1.290 | 0.773 | 1.268 | 0.568 | 1.524 | 0.791 | 1.224 | 0.812 | 1.208 | 0.777 | 1.208 | 0.900 | 1.095 | 0.911 | 1.089 | 0.810 | 1.170 | 0.915 | 1.078 | 0.925 | 1.073 |
| 42 | 0.492 | 1.689 | 0.743 | 1.289 | 0.769 | 1.265 | 0.570 | 1.510 | 0.794 | 1.220 | 0.817 | 1.204 | 0.780 | 1.204 | 0.902 | 1.093 | 0.913 | 1.086 | 0.810 | 1.167 | 0.916 | 1.078 | 0.926 | 1.072 |
| 43 | 0.499 | 1.680 | 0.750 | 1.283 | 0.776 | 1.266 | 0.579 | 1.502 | 0.795 | 1.215 | 0.818 | 1.200 | 0.782 | 1.199 | 0.903 | 1.092 | 0.914 | 1.086 | 0.814 | 1.168 | 0.918 | 1.077 | 0.928 | 1.072 |
| 44 | 0.498 | 1.676 | 0.751 | 1.281 | 0.778 | 1.262 | 0.582 | 1.491 | 0.801 | 1.212 | 0.823 | 1.198 | 0.783 | 1.199 | 0.903 | 1.090 | 0.915 | 1.085 | 0.814 | 1.163 | 0.917 | 1.076 | 0.927 | 1.070 |
| 45 | 0.508 | 1.655 | 0.755 | 1.276 | 0.781 | 1.257 | 0.585 | 1.488 | 0.800 | 1.208 | 0.822 | 1.195 | 0.783 | 1.197 | 0.904 | 1.091 | 0.915 | 1.084 | 0.816 | 1.162 | 0.918 | 1.076 | 0.928 | 1.071 |
| 46 | 0.506 | 1.651 | 0.754 | 1.271 | 0.779 | 1.250 | 0.588 | 1.486 | 0.802 | 1.211 | 0.822 | 1.195 | 0.788 | 1.197 | 0.905 | 1.089 | 0.916 | 1.083 | 0.819 | 1.161 | 0.921 | 1.075 | 0.930 | 1.070 |
| 47 | 0.513 | 1.653 | 0.758 | 1.270 | 0.782 | 1.252 | 0.590 | 1.471 | 0.802 | 1.205 | 0.823 | 1.192 | 0.790 | 1.194 | 0.907 | 1.088 | 0.918 | 1.082 | 0.820 | 1.160 | 0.921 | 1.073 | 0.930 | 1.069 |
| 48 | 0.521 | 1.635 | 0.763 | 1.266 | 0.787 | 1.247 | 0.594 | 1.474 | 0.806 | 1.205 | 0.828 | 1.191 | 0.795 | 1.192 | 0.907 | 1.087 | 0.918 | 1.082 | 0.820 | 1.158 | 0.921 | 1.073 | 0.930 | 1.068 |
| 49 | 0.519 | 1.626 | 0.763 | 1.262 | 0.786 | 1.245 | 0.598 | 1.467 | 0.807 | 1.2 | | | | | | | | | | | | | | |

表 A6.3 試験個数と有意寿命比の関係

| 試験 個数 | ワイブルスロープ=1.1 | | | ワイブルスロープ=1.4 | | | ワイブルスロープ=3.1 | | | ワイブルスロープ=3.7 | | |
|----------|--------------|-----------|-------------|--------------|-----------|-------------|--------------|-----------|-------------|--------------|-----------|-------------|
| | 10% 寿命 | 50% 寿命 | 63.2% 寿命 |
| 3 | 35.75 | 4.54 | 3.92 | 16.72 | 3.30 | 2.92 | 3.58 | 1.72 | 1.63 | 2.90 | 1.58 | 1.51 |
| 4 | 20.34 | 3.65 | 3.21 | 10.55 | 2.77 | 2.51 | 2.92 | 1.59 | 1.52 | 2.46 | 1.48 | 1.42 |
| 5 | 14.10 | 3.16 | 2.80 | 7.90 | 2.48 | 2.27 | 2.57 | 1.52 | 1.46 | 2.21 | 1.42 | 1.37 |
| 6 | 10.89 | 2.87 | 2.58 | 6.52 | 2.29 | 2.11 | 2.36 | 1.46 | 1.41 | 2.05 | 1.38 | 1.33 |
| 7 | 9.20 | 2.63 | 2.38 | 5.55 | 2.15 | 2.00 | 2.21 | 1.42 | 1.37 | 1.94 | 1.34 | 1.31 |
| 8 | 7.92 | 2.48 | 2.27 | 4.98 | 2.05 | 1.91 | 2.09 | 1.39 | 1.34 | 1.87 | 1.32 | 1.29 |
| 9 | 6.92 | 2.36 | 2.16 | 4.55 | 1.95 | 1.83 | 2.01 | 1.36 | 1.32 | 1.79 | 1.30 | 1.27 |
| 10 | 6.06 | 2.23 | 2.06 | 4.23 | 1.89 | 1.78 | 1.92 | 1.34 | 1.30 | 1.73 | 1.28 | 1.25 |
| 11 | 5.76 | 2.16 | 2.00 | 3.96 | 1.84 | 1.72 | 1.87 | 1.33 | 1.29 | 1.69 | 1.27 | 1.24 |
| 12 | 5.35 | 2.10 | 1.95 | 3.67 | 1.79 | 1.69 | 1.82 | 1.31 | 1.27 | 1.65 | 1.25 | 1.23 |
| 13 | 4.94 | 2.03 | 1.90 | 3.48 | 1.74 | 1.65 | 1.78 | 1.30 | 1.26 | 1.61 | 1.24 | 1.22 |
| 14 | 4.67 | 1.99 | 1.86 | 3.34 | 1.72 | 1.63 | 1.74 | 1.28 | 1.25 | 1.59 | 1.23 | 1.21 |
| 15 | 4.37 | 1.93 | 1.81 | 3.19 | 1.69 | 1.60 | 1.71 | 1.27 | 1.24 | 1.57 | 1.23 | 1.20 |
| 16 | 4.18 | 1.90 | 1.78 | 3.08 | 1.66 | 1.58 | 1.67 | 1.26 | 1.23 | 1.55 | 1.22 | 1.20 |
| 17 | 4.08 | 1.86 | 1.74 | 2.97 | 1.63 | 1.56 | 1.65 | 1.26 | 1.23 | 1.52 | 1.21 | 1.19 |
| 18 | 3.86 | 1.83 | 1.73 | 2.88 | 1.61 | 1.54 | 1.63 | 1.25 | 1.22 | 1.50 | 1.21 | 1.18 |
| 19 | 3.72 | 1.80 | 1.70 | 2.79 | 1.59 | 1.52 | 1.61 | 1.24 | 1.22 | 1.49 | 1.20 | 1.18 |
| 20 | 3.55 | 1.77 | 1.68 | 2.75 | 1.57 | 1.50 | 1.59 | 1.23 | 1.21 | 1.47 | 1.19 | 1.18 |
| 21 | 3.50 | 1.75 | 1.66 | 2.68 | 1.56 | 1.49 | 1.57 | 1.23 | 1.21 | 1.46 | 1.19 | 1.17 |
| 22 | 3.43 | 1.73 | 1.64 | 2.64 | 1.54 | 1.48 | 1.55 | 1.22 | 1.20 | 1.45 | 1.18 | 1.17 |
| 23 | 3.31 | 1.71 | 1.63 | 2.56 | 1.52 | 1.46 | 1.54 | 1.22 | 1.19 | 1.44 | 1.18 | 1.16 |
| 24 | 3.18 | 1.69 | 1.61 | 2.53 | 1.51 | 1.45 | 1.52 | 1.21 | 1.19 | 1.43 | 1.18 | 1.16 |
| 25 | 3.13 | 1.67 | 1.59 | 2.47 | 1.49 | 1.44 | 1.52 | 1.21 | 1.19 | 1.42 | 1.17 | 1.16 |
| 26 | 3.08 | 1.65 | 1.57 | 2.42 | 1.49 | 1.44 | 1.49 | 1.20 | 1.18 | 1.41 | 1.17 | 1.15 |
| 27 | 3.01 | 1.64 | 1.56 | 2.40 | 1.47 | 1.42 | 1.49 | 1.20 | 1.18 | 1.40 | 1.17 | 1.15 |
| 28 | 2.95 | 1.62 | 1.55 | 2.35 | 1.47 | 1.41 | 1.48 | 1.20 | 1.18 | 1.39 | 1.16 | 1.15 |
| 29 | 2.92 | 1.61 | 1.54 | 2.30 | 1.46 | 1.40 | 1.47 | 1.19 | 1.17 | 1.38 | 1.16 | 1.15 |
| 30 | 2.85 | 1.59 | 1.53 | 2.29 | 1.44 | 1.40 | 1.46 | 1.19 | 1.17 | 1.37 | 1.16 | 1.14 |
| 31 | 2.78 | 1.58 | 1.52 | 2.24 | 1.44 | 1.39 | 1.45 | 1.18 | 1.17 | 1.37 | 1.16 | 1.14 |
| 32 | 2.75 | 1.57 | 1.51 | 2.21 | 1.43 | 1.38 | 1.45 | 1.18 | 1.17 | 1.36 | 1.15 | 1.14 |
| 33 | 2.72 | 1.57 | 1.50 | 2.19 | 1.42 | 1.38 | 1.43 | 1.18 | 1.16 | 1.36 | 1.15 | 1.14 |
| 34 | 2.66 | 1.55 | 1.49 | 2.15 | 1.42 | 1.37 | 1.43 | 1.18 | 1.16 | 1.35 | 1.15 | 1.13 |
| 35 | 2.65 | 1.54 | 1.48 | 2.14 | 1.41 | 1.36 | 1.42 | 1.17 | 1.16 | 1.34 | 1.15 | 1.13 |
| 36 | 2.59 | 1.53 | 1.47 | 2.11 | 1.40 | 1.36 | 1.42 | 1.17 | 1.16 | 1.34 | 1.14 | 1.13 |
| 37 | 2.57 | 1.52 | 1.47 | 2.11 | 1.40 | 1.36 | 1.41 | 1.17 | 1.15 | 1.34 | 1.14 | 1.13 |
| 38 | 2.50 | 1.51 | 1.46 | 2.08 | 1.39 | 1.35 | 1.40 | 1.17 | 1.15 | 1.33 | 1.14 | 1.13 |
| 39 | 2.50 | 1.51 | 1.45 | 2.06 | 1.38 | 1.34 | 1.39 | 1.17 | 1.15 | 1.32 | 1.14 | 1.13 |
| 40 | 2.47 | 1.50 | 1.45 | 2.04 | 1.37 | 1.34 | 1.39 | 1.16 | 1.15 | 1.32 | 1.14 | 1.12 |
| 41 | 2.43 | 1.49 | 1.44 | 2.01 | 1.37 | 1.33 | 1.38 | 1.16 | 1.15 | 1.31 | 1.14 | 1.12 |
| 42 | 2.43 | 1.49 | 1.44 | 2.02 | 1.37 | 1.33 | 1.38 | 1.16 | 1.14 | 1.31 | 1.13 | 1.12 |
| 43 | 2.39 | 1.48 | 1.43 | 1.98 | 1.36 | 1.32 | 1.37 | 1.16 | 1.14 | 1.30 | 1.13 | 1.12 |
| 44 | 2.37 | 1.47 | 1.42 | 1.97 | 1.36 | 1.32 | 1.37 | 1.16 | 1.14 | 1.30 | 1.13 | 1.12 |
| 45 | 2.36 | 1.47 | 1.41 | 1.96 | 1.35 | 1.32 | 1.36 | 1.15 | 1.14 | 1.30 | 1.13 | 1.12 |
| 46 | 2.33 | 1.46 | 1.41 | 1.95 | 1.35 | 1.31 | 1.36 | 1.15 | 1.14 | 1.29 | 1.13 | 1.12 |
| 47 | 2.30 | 1.46 | 1.41 | 1.93 | 1.34 | 1.31 | 1.35 | 1.15 | 1.14 | 1.29 | 1.13 | 1.12 |
| 48 | 2.28 | 1.44 | 1.40 | 1.92 | 1.34 | 1.31 | 1.35 | 1.15 | 1.14 | 1.29 | 1.13 | 1.11 |
| 49 | 2.26 | 1.44 | 1.40 | 1.91 | 1.34 | 1.30 | 1.35 | 1.15 | 1.13 | 1.28 | 1.12 | 1.11 |
| 50 | 2.25 | 1.44 | 1.39 | 1.89 | 1.33 | 1.30 | 1.34 | 1.15 | 1.13 | 1.28 | 1.12 | 1.11 |
| 51 | 2.22 | 1.43 | 1.39 | 1.88 | 1.33 | 1.30 | 1.33 | 1.14 | 1.13 | 1.28 | 1.12 | 1.11 |
| 52 | 2.20 | 1.43 | 1.39 | 1.86 | 1.33 | 1.29 | 1.34 | 1.14 | 1.13 | 1.28 | 1.12 | 1.11 |
| 53 | 2.20 | 1.42 | 1.38 | 1.86 | 1.32 | 1.29 | 1.33 | 1.14 | 1.13 | 1.27 | 1.12 | 1.11 |
| 54 | 2.16 | 1.42 | 1.37 | 1.85 | 1.32 | 1.29 | 1.33 | 1.14 | 1.13 | 1.27 | 1.12 | 1.11 |
| 55 | 2.16 | 1.42 | 1.37 | 1.84 | 1.32 | 1.28 | 1.32 | 1.14 | 1.13 | 1.27 | 1.12 | 1.11 |
| 56 | 2.14 | 1.41 | 1.37 | 1.83 | 1.31 | 1.28 | 1.32 | 1.14 | 1.13 | 1.26 | 1.12 | 1.11 |
| 57 | 2.14 | 1.41 | 1.37 | 1.81 | 1.31 | 1.28 | 1.32 | 1.14 | 1.13 | 1.26 | 1.12 | 1.11 |
| 58 | 2.12 | 1.40 | 1.36 | 1.82 | 1.31 | 1.28 | 1.31 | 1.14 | 1.12 | 1.26 | 1.12 | 1.10 |
| 59 | 2.11 | 1.40 | 1.36 | 1.81 | 1.30 | 1.27 | 1.31 | 1.13 | 1.12 | 1.26 | 1.11 | 1.10 |
| 60 | 2.10 | 1.40 | 1.36 | 1.80 | 1.30 | 1.27 | 1.31 | 1.13 | 1.12 | 1.26 | 1.11 | 1.10 |
| 61 | 2.07 | 1.39 | 1.35 | 1.78 | 1.30 | 1.27 | 1.30 | 1.13 | 1.12 | 1.25 | 1.11 | 1.10 |
| 62 | 2.08 | 1.39 | 1.35 | 1.77 | 1.30 | 1.27 | 1.31 | 1.13 | 1.12 | 1.25 | 1.11 | 1.10 |
| 63 | 2.05 | 1.38 | 1.35 | 1.76 | 1.29 | 1.27 | 1.30 | 1.13 | 1.12 | 1.25 | 1.11 | 1.10 |
| 64 | 2.05 | 1.38 | 1.34 | 1.75 | 1.29 | 1.26 | 1.30 | 1.13 | 1.12 | 1.25 | 1.11 | 1.10 |
| 65 | 2.05 | 1.38 | 1.34 | 1.75 | 1.29 | 1.26 | 1.30 | 1.13 | 1.12 | 1.24 | 1.11 | 1.10 |
| 66 | 2.03 | 1.38 | 1.34 | 1.74 | 1.29 | 1.26 | 1.29 | 1.13 | 1.12 | 1.24 | 1.11 | 1.10 |
| 67 | 2.02 | 1.37 | 1.34 | 1.73 | 1.28 | 1.25 | 1.29 | 1.13 | 1.12 | 1.24 | 1.11 | 1.10 |
| 68 | 2.00 | 1.37 | 1.33 | 1.73 | 1.28 | 1.26 | 1.29 | 1.13 | 1.12 | 1.24 | 1.11 | 1.10 |
| 69 | 1.99 | 1.37 | 1.33 | 1.72 | 1.28 | 1.25 | 1.29 | 1.13 | 1.11 | 1.24 | 1.11 | 1.10 |
| 70 | 1.98 | 1.36 | 1.33 | 1.71 | 1.28 | 1.25 | 1.28 | 1.12 | 1.11 | 1.24 | 1.11 | 1.10 |

注：2以下のセルの色をグレーとした

付録 7 寿命の有意差を判断しやすいパーセント点について

図 A7.1 は試験個数 5 個，ワイブルスロープ 1.1 のときの推定寿命のばらつきを，累積破損確率が異なる 10, 20・・・90%寿命に対してそれぞれ調べた計算結果である。このとき，それぞれの計算は 10, 20・・・90%寿命が 1 になる分布からワイブル乱数を発生させている。推定寿命はすべての条件で 1 を中心にしてばらつくが，そのばらつきは累積破損確率が 50～70%で比較的小さいことが分かる。これより，有意寿命比は累積破損確率が 50～70%の寿命で小さくなることが予想できる。図 A7.2 はデータの個数が 3～20 個の場合について，ワイブルスロープを変化させて，有意寿命比を計算した結果である。有意寿命比はいずれのワイブルスロープでも累積破損確率 70%付近で最も小さくなった。

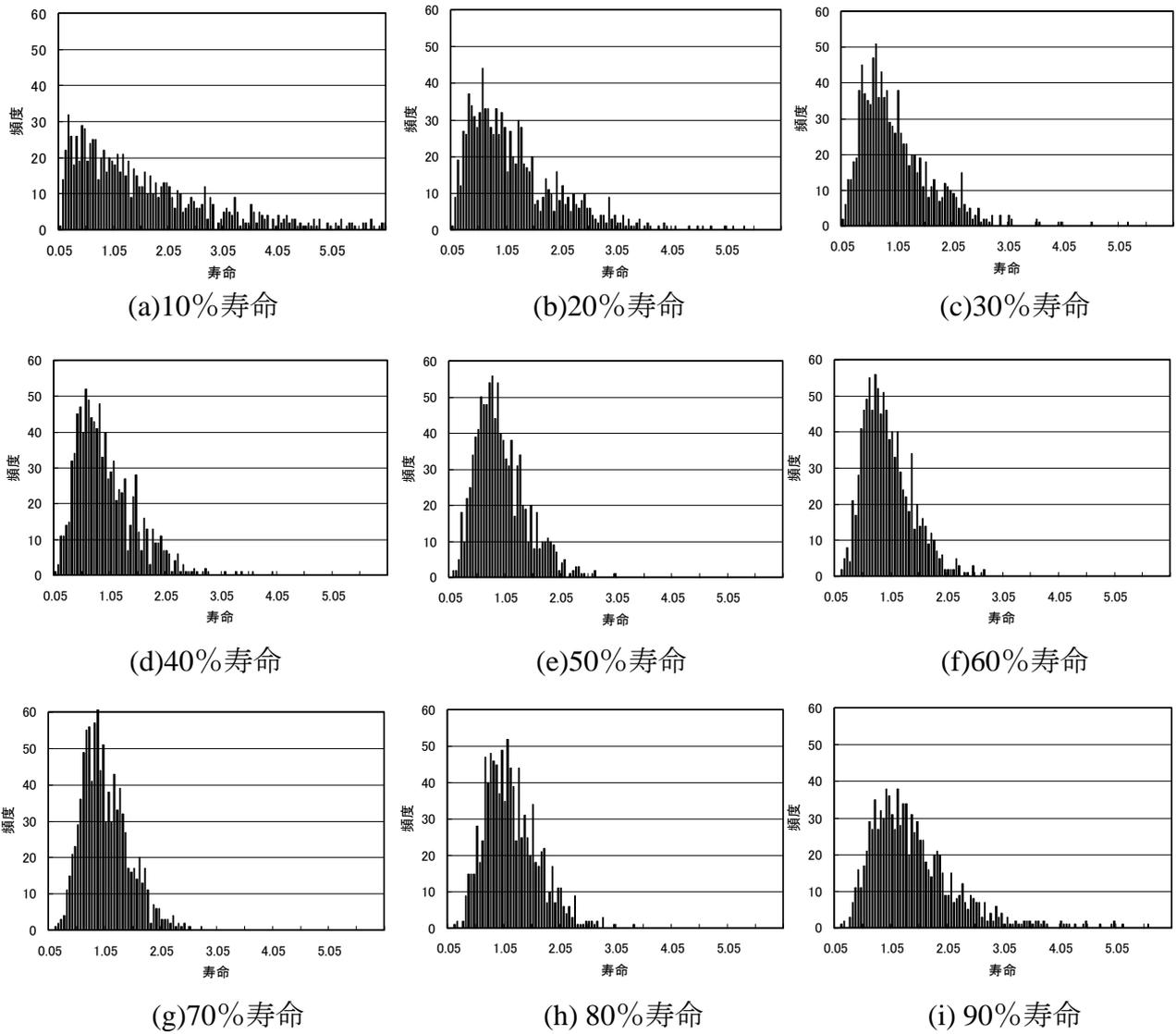
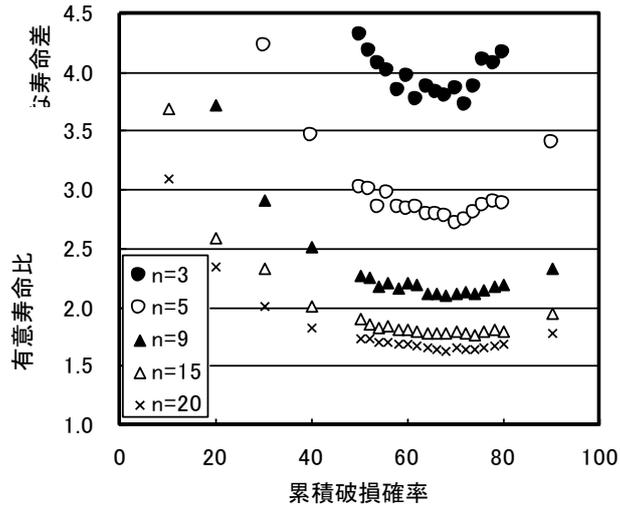


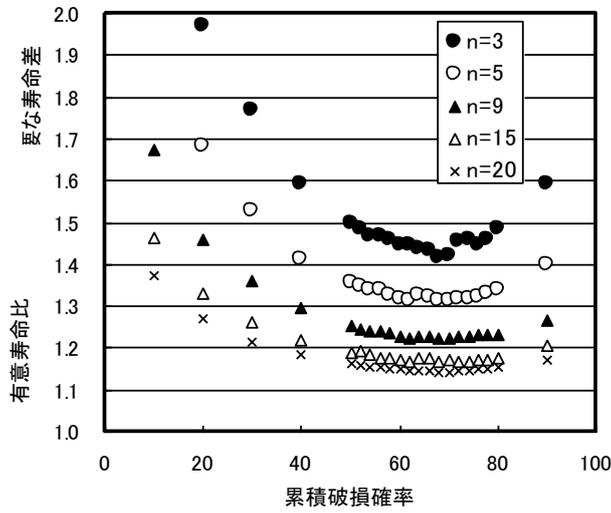
図 A7.1 試験個数 5 個, ワイブルスロープ 1.1 のときの推定寿命のばらつきを累積破損

確率 10, 20・・・90%寿命に対して計算した結果

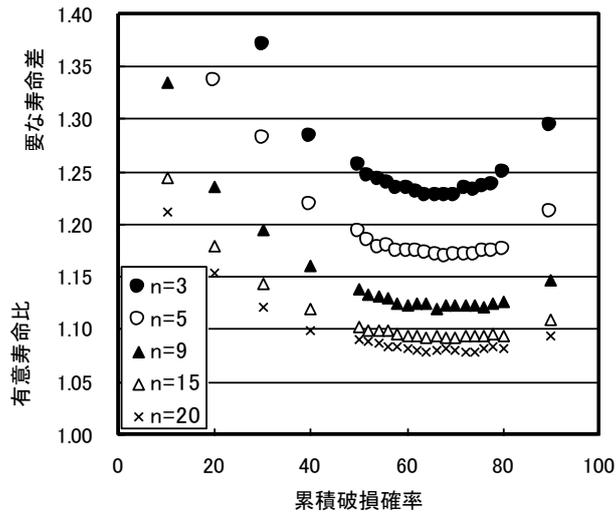
($L_{10}, L_{20} \dots L_{90}=1$, ヒストグラムのデータ区間=0.05)



(a) ワイブルスロープ $e=1.1$



(b) ワイブルスロープ $e=4$



(c) ワイブルスロープ $e=7$

図 A7.2 累積破損確率と有意寿命比の関係

付録 8 佐々木-廣瀬法

以下では、3 方向入射による佐々木-廣瀬法を使って 3 軸応力を計算する方法について説明する。図 A8.1 に示すようにデバイリングの中心角 α に対する歪み ε_α はデバイリングの半径から以下の式を使って得られる。

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2} \left[2\theta_0 - \pi + \tan^{-1} \left(\frac{R_\alpha}{C_L} \right) \right] \cot \theta_0 \quad (\text{A8.1})$$

θ_0 : 無ひずみ状態での Bragg 角

R_α : 回折環中心角 α におけるデバイリングの半径

C_L : X 線の照射位置から検出器までの距離

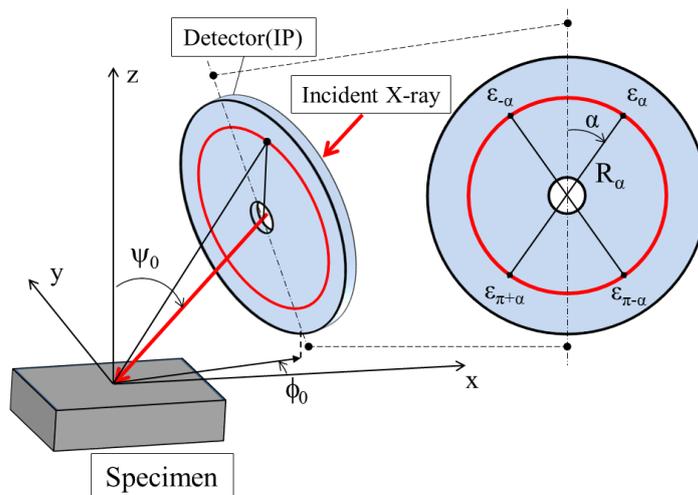


図 A8.1 IP 上に得られるデバイリングとひずみ ε_α の関係

図 A8.1 に示す座標系において， ε_α と応力の関係は次式で表される．

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_\alpha = & \sigma_x \frac{1}{E} [n_1^2 - \nu(n_2^2 + n_3^2)] \\
 & + \sigma_y \frac{1}{E} [n_2^2 - \nu(n_3^2 + n_1^2)] \\
 & + \sigma_z \frac{1}{E} [n_3^2 - \nu(n_1^2 + n_2^2)] \\
 & + \tau_{xy} \frac{2(1+\nu)}{E} n_1 n_2 + \tau_{yz} \frac{2(1+\nu)}{E} n_2 n_3 \\
 & + \tau_{xz} \frac{2(1+\nu)}{E} n_3 n_1
 \end{aligned} \tag{A8.2}$$

E : X 線のヤング率 ν : X 線のポアソン比

また， $n_1 \sim n_3$ は ε_α の方向余弦であり，次式で表される．

$$\begin{aligned}
 n_1 = & \cos \eta \sin \psi_0 \cos \phi_0 \\
 & - \sin \eta \cos \psi_0 \cos \phi_0 \cos \alpha \\
 & + \sin \eta \sin \phi_0 \sin \alpha
 \end{aligned} \tag{A8.3}$$

$$\begin{aligned}
 n_2 = & \cos \eta \sin \psi_0 \sin \phi_0 \\
 & - \sin \eta \cos \psi_0 \sin \phi_0 \cos \alpha \\
 & + \sin \eta \cos \phi_0 \sin \alpha
 \end{aligned} \tag{A8.4}$$

$$n_3 = \cos \eta \cos \psi_0 + \sin \eta \sin \psi_0 \cos \alpha \tag{A8.5}$$

η : Bragg 角 θ の補角 ($\eta = \pi/2 - \theta$)

ψ_0 : X 線入射角

ϕ_0 : 入射 X 線の投影が X 軸となす角

次に、式(A8.2)から各応力成分を得るために、デバイリングの中心角 $\pi+\alpha$, $\pi-\alpha$, $-\alpha$ におけるひずみをそれぞれ $\varepsilon_{\pi+\alpha}$, $\varepsilon_{\pi-\alpha}$, $\varepsilon_{-\alpha}$ と表し、新たに次のパラメータを定義する.

$$\mathbf{a}_1(\phi_0) = \frac{1}{2} [(\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\pi+\alpha}) + (\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha})] \quad (\text{A8.6})$$

$$\mathbf{a}_2(\phi_0) = \frac{1}{2} [(\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\pi+\alpha}) - (\varepsilon_{-\alpha} - \varepsilon_{\pi-\alpha})] \quad (\text{A8.7})$$

式(A8.2)~(A8.7)から、 $\phi_0=0$ における a_1 と a_2 は次のように表される.

$$\mathbf{a}_1(0) = -\frac{1+\nu}{E} [(\sigma_x - \sigma_z) \sin 2\psi_0 + 2\tau_{xz} \cos 2\psi_0] \times \sin 2\eta \cos \alpha \quad (\text{A8.8})$$

$$\mathbf{a}_2(0) = \frac{2(1+\nu)}{E} [\tau_{xy} \sin \psi_0 + \tau_{yz} \cos \psi_0] \times \sin 2\eta \sin \alpha \quad (\text{A8.9})$$

式(A8.8)と(A8.9)において、 $\psi_0=0$ のとき、すなわち X 線を試料面に垂直な方向から入射 (垂直入射) するとき、せん断応力 τ_{xz} , τ_{yz} について次式の関係が得られる.

$$\tau_{xz} = -\frac{E}{1+\nu} \frac{1}{\sin \eta} \frac{\partial \mathbf{a}_1(0)}{\partial \cos \alpha} \quad (\text{A8.10})$$

$$\tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{1}{\sin \eta} \frac{\partial \mathbf{a}_2(0)}{\partial \sin \alpha} \quad (\text{A8.11})$$

また、式(A8.8)と(A8.9)は a_1 と a_2 がそれぞれ $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ に対して線形であることを示しており、その傾きは次式で表される。

$$\left(\frac{\partial a_1(0)}{\partial \cos \alpha}\right) = -\frac{1+\nu}{E} [(\sigma_x - \sigma_z) \sin 2\psi_0 + 2\tau_{xz} \cos 2\psi_0] \times \sin 2\eta \quad (\text{A8.12})$$

$$\left(\frac{\partial a_2(0)}{\partial \sin \alpha}\right) = \frac{2(1+\nu)}{E} [\tau_{xy} \sin \psi_0 + \tau_{yz} \cos \psi_0] \sin 2\eta \quad (\text{A8.13})$$

式(A8.12) と(A8.13)において、 τ_{xz} , τ_{yz} はすでに式(A8.10)と(A8.11)で得られているため、 $\psi_0 \neq 0$ のとき $\sigma_x - \sigma_z$, τ_{xy} は次式で得られる。

$$\sigma_x - \sigma_z = -\frac{E}{1+\nu} \frac{1}{\sin 2\eta} \frac{1}{\sin 2\psi_0} \left(\frac{\partial a_1(0)}{\partial \cos \alpha}\right) - 2\tau_{xz} \cot 2\psi_0 \quad (\text{A8.14})$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{1}{\sin 2\eta} \frac{1}{\cos \psi_0} \left(\frac{\partial a_2(0)}{\partial \sin \alpha}\right) - \tau_{yz} \cot \psi_0 \quad (\text{A8.15})$$

$\sigma_y - \sigma_z$ は $\phi_0 = \pi/2$ rad (90°)における式(A8.14)の関係を用いれば計算できる。 σ_z は次式から求める。

$$\sigma_z = \frac{E}{1-2\nu} (\varepsilon_\alpha - X) \quad (\text{A8.16})$$

ここで、 X は次式で表される。

$$\begin{aligned} X = & \frac{2(1+\nu)}{E} (\tau_{xy} n_1 n_2 + \tau_{yz} n_2 n_3 + \tau_{xz} n_3 n_1) \\ & + \frac{1}{E} (\sigma_x - \sigma_z) [n_1^2 - \nu(n_2^2 + n_3^2)] \\ & + \frac{1}{E} (\sigma_y - \sigma_z) [n_2^2 - \nu(n_3^2 + n_1^2)] \end{aligned} \quad (\text{A8.17})$$

式(A8.17)における各応力成分と方向余弦は既知であるので、 σ_z の値が求められる。なお、式(A8.16)には ε_a の項が含まれており、デバイリングの中心角ごとに σ_z が得られるので、 σ_z はその平均値とする。以上が佐々木－廣瀬法による三軸応力解析法であり、3回のX線照射で応力の6成分が得られる。