

Non-perturbative aspects of elementary particle physics

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-05 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/2297/45362

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



学位論文要旨

素粒子物理学の非摂動的側面

Non-perturbative aspects of elementary particle physics

金沢大学大学院自然科学研究科数物科学専攻物理学講座

山田雅俊

概要

In the thesis, we study non-perturbative phenomena in elementary particle physics. We treat following subjects: the dynamical chiral symmetry breaking ($D\chi SB$) in Nambu–Jona-Lasinio (NJL) model at finite temperature and density; suggesting a new model as an extension based on classically scale invariance of the standard model and its implications; the analysis of Higgs–Yukawa model non-minimally coupled to the asymptotic safe gravity.

The NJL model is used to describe the $D\chi SB$ in QCD. We derive the renormalization group (RG) equation for the effective potential of the NJL model at finite temperature and density. When the $D\chi SB$ occurs, the RG equation becomes singular due to the phase transition with the physical divergence. To overcome it, we introduce the weak solution method to the equation, and mathematically define the solution with the divergence. The chiral phase diagram of the NJL model is shown.

To explain the origin of the electroweak symmetry breaking scale, we suggest a new model based on the classical scale invariance. We introduce a new scalar field coupled to the non-Abelian gauge field in hidden sector. Due to the strong dynamics in the hidden sector, the scalar field condensates as a bilinear form, and the dynamical scale symmetry breaking occurs. Its effect propagates to the standard model sector through the Higgs portal coupling, and the electroweak symmetry breaking is triggered. We formulate an effective model of the dynamics in the hidden sector and analyze it using the mean-field approximation. We show that the excitation field from the vacuum can be a dark matter candidate. We discuss the possibility of electroweak first order phase transition at finite temperature.

The Higgs–Yukawa model non-minimally coupled to the asymptotically safe gravity is analyzed using non-perturbative renormalization group. We derive the renormalization group equations for the model and investigate the structure of the fixed point. We find that there exists a Gaussian matter fixed point, and the ultraviolet critical surface around it is spanned by the Planck mass and the cosmological constant. Its implications for the low energy physics are discussed.

素粒子間に働く相互作用として、強い力、弱い力、電磁力、重力の4つが知られている。これらの力はゲージ理論によって記述されることが知られている。強い力はクォーク同士がグルーオンを介して伝える力であり、その力学はSU(3) 非可換ゲージ理論である量子色力学 (Quantum chromodynamics: QCD) で記述される。弱い力はベータ崩壊を説明する力であり、高エネルギーではSU(2)_L×U(1)_Y 群に基づく電弱理論によって電磁力と統一的に記述される。重力はマクロなスケールではアインシュタインの一般相対性理論によって記述されることがわかっているが、ミクロ・スケールにおける量子的な重力の力学、すなわち、量子重力は完成していない。

本論ではこれら4つの力について、それらの持つ非摂動的な側面を調べる。特に、以下のテーマについて取り扱う：

- 量子色力学におけるカイラル対称性の自発的破れ
- 電弱対称性の破れの起源と隠れたセクターでの強い相互作用
- 漸近的に安全な量子重力と非最小結合するヒッグス-湯川模型

量子色力学におけるカイラル対称性の自発的破れ

クォークのカレント質量は電弱対称性の破れによって得られ、その大きさは $m \sim \mathcal{O}(10)$ MeV 程度である。一方、これらのクォークから構成される陽子 (uud) と中性子 (udd) の質量は $m \sim \mathcal{O}(10^3)$ MeV であり、両者には大きな差がある。この質量を説明するのがQCDにおけるカイラル対称性の自発的破れである。QCDの強い相互作用によって非自明な真空 $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ を持ち、その真空から励起される粒子は $M \sim \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ なる質量を得る。この質量は構成子質量 (力学的質量) と呼ばれ、これが陽子や中性子の質量のほとんどを説明する。宇宙にある物質のほとんどは陽子、中性子、電子からなる。電子の質量は $m_e \sim 0.51$ MeV 程度であり、陽子や中性子に比べ十分小さい。従って、カイラル対称性の自発的破れは我々の身の回りの物質の質量を説明していると言える。

QCDは強い相互作用のため、摂動論が使えない。従って、力学的質量の定量的な評価は非摂動的な手法が必要となる。その方法として平均場近似の方法、Schwinger-Dyson方程式や格子場シミュレーションが非摂動的な手法としてよく用いられてきたが、それぞれ困難を抱えている。平均場近似の方法やSchwinger-Dyson方程式では系統的な近似の改善が難しい。格子場シミュレーションはコンピュータによる第1原理計算方法であり、QCDの理解に大きく貢献してきたが、有限密度系において符号問題と呼ばれる深刻な問題を抱えている。

一方、非摂動くりこみ群による方法では理論空間の拡張によって近似の改善ができ、有限密度系においても本質的な困難は生じないため、このような系の解析に適している。

QCDのカイラル対称性の自発的破れを記述する模型としてNambu-Jona-Lasinio(NJL)模型が知られている。本論では有限温度・有限密度系におけるカイラル対称性の回復とカイラル相構造をNJL模型を用いて議論する。

ユークリッド空間におけるNJL模型の作用は次のように与えられる。

$$S_{\text{NJL}} = \int d^4x \left\{ \bar{\psi} \not{\partial} \psi - \frac{G_0}{2} (\bar{\psi}\psi)^2 \right\} \quad (1)$$

この作用は離散的なカイラル変換 $\psi \rightarrow \gamma^5 \psi$, $\bar{\psi} \rightarrow -\bar{\psi} \gamma^5$ の元で不変である. この作用の低エネルギー有効作用として

$$\Gamma_\Lambda = \int d^4x \{ \bar{\psi} \not{\partial} \psi - V(\bar{\psi} \psi; t) \} \quad (2)$$

を考える.

有効ポテンシャル $V(\bar{\psi} \psi; t)$ に対するくりこみ群方程式は

$$\partial_t V(\sigma; t) = \frac{\Lambda^3}{\pi^2} \left[E + T \log \left(1 + e^{-\beta(E-\mu)} \right) + T \log \left(1 + e^{-\beta(E+\mu)} \right) \right] \quad (3)$$

と与えられる. ただし, $\sigma = \bar{\psi} \psi$ とした.

この偏微分方程式を解き, $M = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \partial_\sigma V(\sigma; t = \infty)$ を評価することで生成された質量がわかる. しかし, この方程式は, 相転移に伴う物理的な発散のために, 解を定義できなくなってしまう. そこで, 弱解の方法を導入し, 解を数学的に定義する. すなわち, あるテスト関数 $\varphi(\sigma; t)$ を導入し, (3) 式を次のように書き直す.

$$\int_0^\infty dt \int_{-\infty}^\infty d\sigma \left(M \frac{\partial \varphi}{\partial t} + F \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma} \right) + \int_{-\infty}^\infty d\sigma (M \varphi)|_{t=0} = 0 \quad (4)$$

この方程式を満たす解を弱解と呼ぶ. 解を一意に決めるために Rankine–Hugoniot (RH) 条件と呼ばれる条件を与える. それは特異点 $\sigma^*(t)$ の時間発展が

$$\frac{d\sigma^*(t)}{dt} = \frac{F(M(\sigma_+^*(t); t) - F(M(\sigma_-^*(t); t)))}{M(\sigma_+^*(t); t) - M(\sigma_-^*(t); t)} \quad (5)$$

となるように決める. ここで, σ_\pm は特異点に対して左から近づける (−) こと, 右から近づける (+) ことを意味する.

弱解を導入したくりこみ群方程式を解くことで図 1 のような相図を得た. この相図を μ – T 平面上に射影した場合の相図を図 2 に示した. 結合定数 $\tilde{G}_0 = \Lambda_0^2 G_0 / 2\pi^2$ を小さくしていくと, 相境界は小さくなっていき, ある \tilde{G}_0 より小さくなると 1 次相転移線は消え, 2 次相転移のみになることが明らかとなった.

電弱対称性の破れの起源と隠れたセクターでの強い相互作用

電弱対称性 $SU(2) \times U(1)$ は Higgs 粒子が真空期待値を持つことで破れ, それに伴って粒子は質量を獲得する. しかし, Higgs 粒子が真空期待値を得る機構は明確ではない. 電弱対称性が破れるスケール Λ_{EW} の起源はどこから来るのであろうか. また, 物理を特徴付けるスケールとして電弱スケール Λ_{EW} と量子重力の効果が現れるプランク・スケール Λ_{planck} が存在する. その大きさは $\Lambda_{EW} \sim \mathcal{O}(10^2)$ GeV に対し, $\Lambda_{\text{planck}} \sim \mathcal{O}(10^{19})$ GeV であり, 約 $\mathcal{O}(10^{17})$ GeV もの差がある. この間には他に理論を特徴付けるスケールは存在しないのであろうか. この問題は階層性問題と呼ばれている. さらに, この問題に孕んで微調整問題が生じることが知られている. 標準模型がプランク・スケールまで有効な理論であるならば, そのスケールで定義される裸の Higgs の質量はプランク・スケール $\Lambda_{\text{pl}} \sim \mathcal{O}(10^{19})$ GeV 程度になる. し

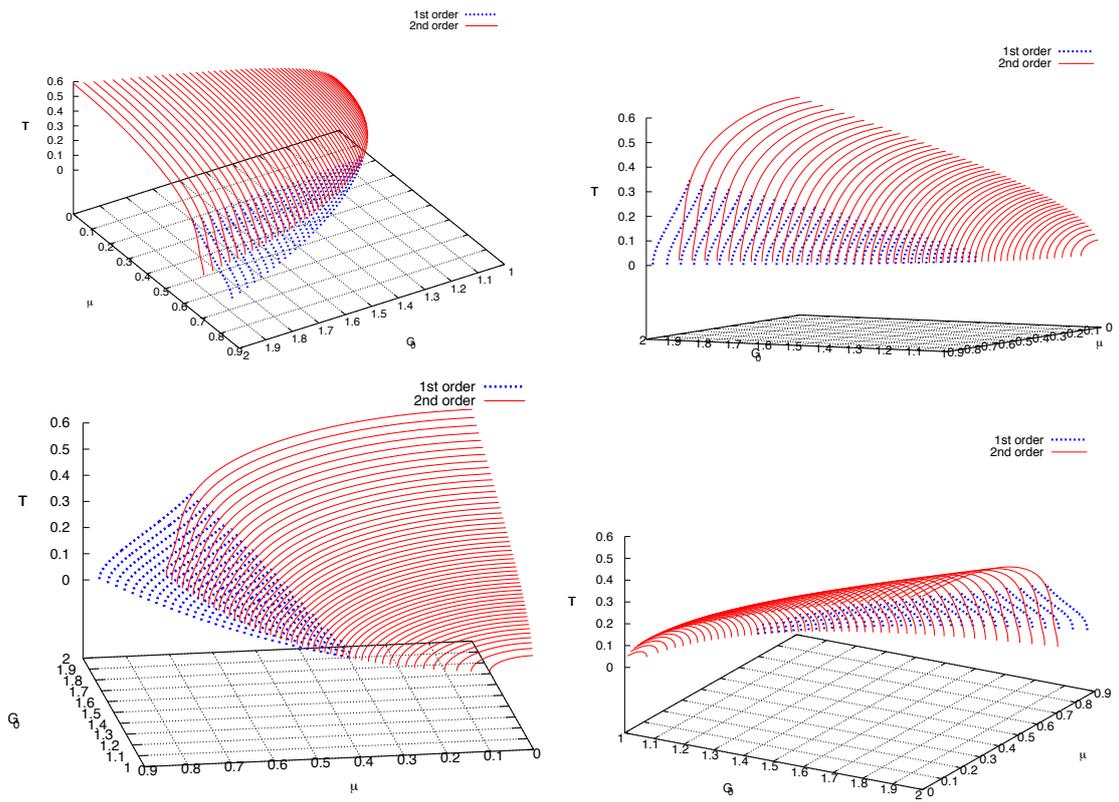


図 1: $\tilde{G}_0-\mu-T$ 平面の相境界.

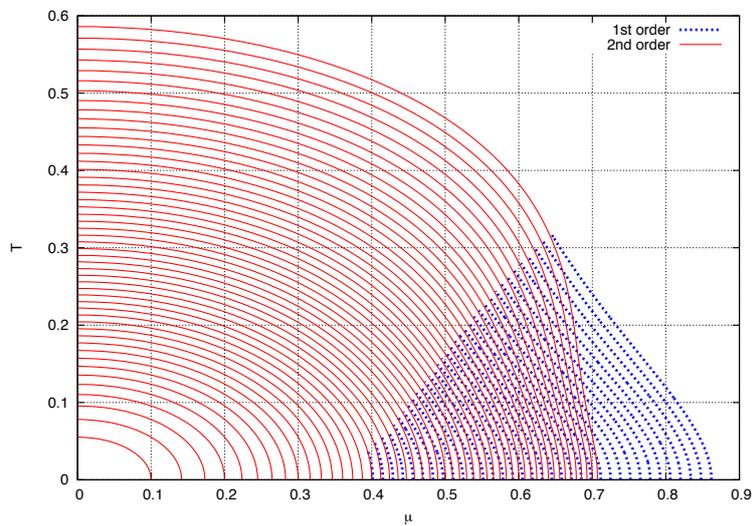


図 2: $\mu-T$ 平面の相図. 紫線は 2 次相転移線, 緑線は 1 次相転移線.

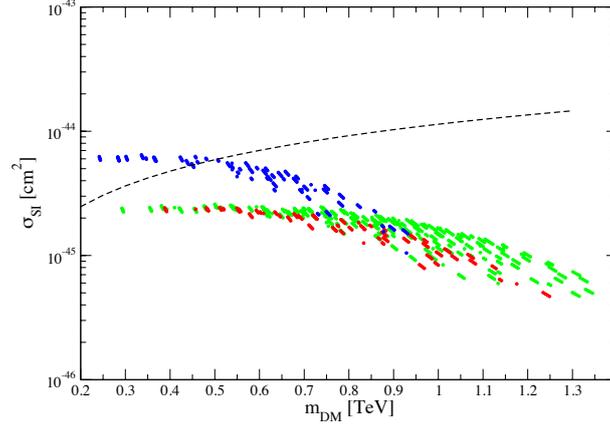


図 3: $m_{\text{DM}}-\sigma_{\text{SI}}$ プロット. 黒破線は直接観測実験 LUX の上限値であり, この線より上は除外されている. $N_f = 2, N_c = 5$ (赤), $N_f = 2, N_c = 8$ (緑), $N_f = 3, N_c = 6$ (青) の場合についてプロットした.

かし, 2012 年に LHC で発見された Higgs の質量は $\mathcal{O}(10^2)\text{GeV}$ 程度であり, 大きな差がある. これは, $\mathcal{O}(10^{19})\text{GeV}$ の大きさを持つ裸の質量と 2 次発散を伴う量子補正の相殺によって小さい質量を得る必要があり, それらの間の微調整が必要となる.

我々は電弱対称性の破れの起源と微調整問題を解決する 1 つの考え方である古典的スケール不変性に基づく標準模型の拡張を試みた. 隠れたセクターとして強いゲージ相互作用を伴う新しいスカラー場 S を導入する. そのラグランジアンは

$$\mathcal{L}_H = -\frac{1}{2}\text{tr}(F_{\mu\nu})^2 + ([D^\mu S_i]^\dagger D_\mu S_i) - \hat{\lambda}_S(S_i^\dagger S_i)(S_j^\dagger S_j) - \hat{\lambda}'_S(S_i^\dagger S_j)(S_j^\dagger S_i) + \hat{\lambda}_{HS}(S_i^\dagger S_i)H^\dagger H. \quad (6)$$

で与える. i, j はフレーバーの添字である. スカラー場は標準模型のセクターと結合 ($H^\dagger H S^\dagger S$) を通して繋がっている. 隠れたセクターでの強い相互作用によってスケール不変性が力学的に破れ, その破れが Higgs 場に伝わることで電弱対称性が破れる. すなわち,

$$\langle S^\dagger S \rangle \rightarrow m_{\text{H}}^2 = -\lambda_{HS}\langle S^\dagger S \rangle \rightarrow v_h \quad (7)$$

対称性の破れの起源は隠れたセクターでの強い相互作用によるものとして説明される.

しかし, 強い相互作用をする系の解析は困難であるため, (6) 式に対する有効模型を考える. その有効作用は

$$S_{\text{eff}} = \int d^4x \left[([\partial^\mu S_i]^\dagger \partial_\mu S_i) - \lambda_S(S_i^\dagger S_i)(S_j^\dagger S_j) - \lambda'_S(S_i^\dagger S_j)(S_j^\dagger S_i) + \lambda_{HS}(S_i^\dagger S_i)H^\dagger H \right] \quad (8)$$

この模型を平均場近似を用いて評価する.

真空 $\langle S^\dagger S \rangle$ からの励起場として σ と ϕ^α ($\alpha = 1, \dots, N_f^2 - 1$) が存在する. 場 ϕ^α は安定なフレーバー対称性を課すと暗黒物質候補になりうる. 観測量 $m_{\text{H}} = 126 \text{ GeV}$, $v_h = 246 \text{ GeV}$,

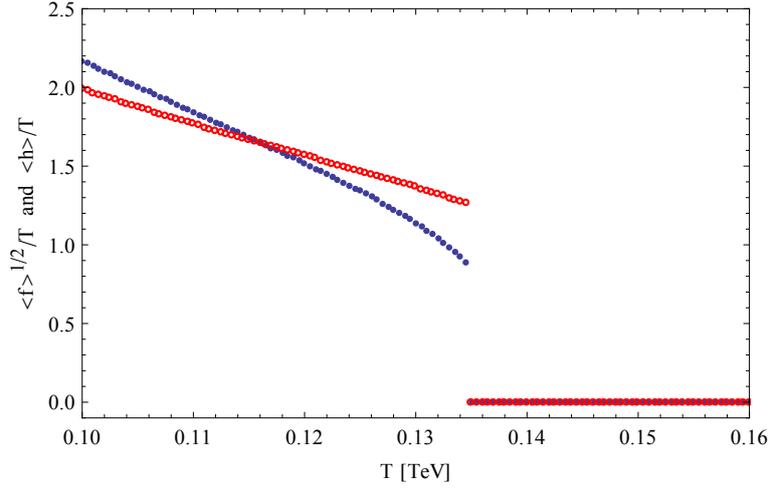


図 4: $N_f = 1, N_c = 6$ の場合のスカラ凝縮 $f = \langle S^\dagger S \rangle$ (赤点) と電弱真空 v_h (青点) の温度依存性

$\Omega_{\hat{h}^2} = 0.12$ を満たすパラメータ領域を $\sigma_{\text{SI}}-m_{\text{DM}}$ の面でプロットすると図 3 のようになり、許される領域があることがわかる。

次に有限温度でのスケールと電弱の相転移を解析する。強い電弱 1 次相転移は電弱バリオン数生成に重要な役割を果たす。

$N_f = 1$ と $N_f = 2$ の場合について、真空と温度の比の温度依存性を図 4 と図 5 にそれぞれ示した。暗黒物質候補がない場合 ($N_f = 1$)、強い 1 次スケール相転移が電弱相転移に影響を与えることで強い電弱 1 次相転移を実現している。一方、暗黒物質候補がある場合 ($N_f = 2$)、強い 1 次スケール相転移が実現しているが、暗黒物質の残存量を満たすように λ_{HS} を決めるため、それを大きくできない。従って、強い 1 次スケール相転移が電弱相転移に影響を与えずらく、電弱相転移は弱い 1 次相転移になっており、相転移温度もスケール相転移のものと異なる。

漸近的に安全な量子重力と非最小結合するヒッグス–湯川模型

アインシュタイン重力を記述する作用はアインシュタイン–ヒルベルト作用で与えられる。重力場を経路積分によって量子化ができるとし、摂動論に基づく計算を行うとくりこみ不可能な理論になってしまい、紫外発散を取り除くためには無限個の相殺項が必要になるために理論にはカットオフを導入せざるを得ず、高エネルギー領域での予言能力を失ってしまう。しかし、非摂動的な取り扱いをすることでアインシュタイン重力はくりこみ可能な理論になりうる可能性がある。これは Weinberg によって提案された漸近的安全性と呼ばれる理論の性質をアインシュタイン重力が持つことで非摂動的にくりこみ可能となる。

理論が漸近的安全になるためには、理論に非自明な紫外固定点が必要となる。もしそのような固定点が存在すれば連続極限 $\Lambda \rightarrow \infty$ が取れ、発散が現れない。また、固定点の周りで紫

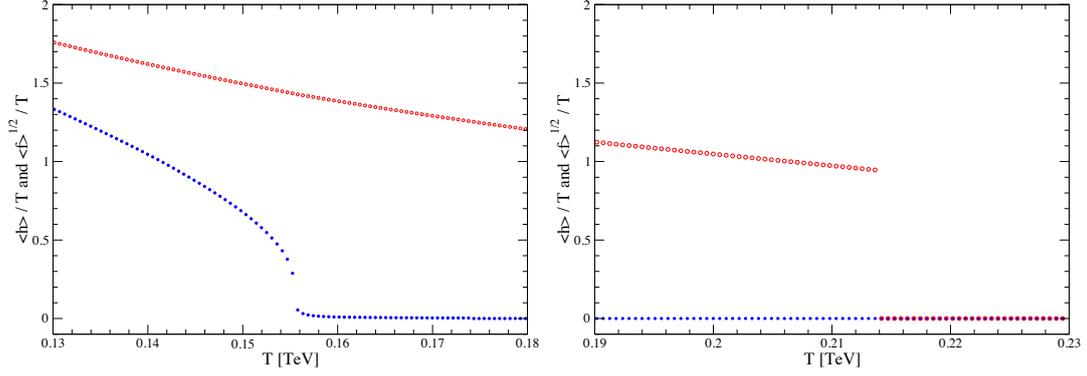


図 5: $N_f = 2$, $N_c = 6$ の場合でのスカラー凝縮 $f = \langle S^\dagger S \rangle$ (赤点) と電弱真空 v_h (青点) の温度依存性

外臨界面を定義することができ、その次元が有限であれば非摂動的にくりこみ可能な理論となる。紫外臨界面を張る演算子の結合定数は自由パラメータとなる。

本論では重力場と非最小結合する Higgs-Yukawa 模型の漸近的安全性を調べた。系の有効作用を

$$\Gamma_\Lambda[g_{\mu\nu}, \phi, \psi; h_{\mu\nu}, \varphi, \chi] = \int d^4x \sqrt{\hat{g}} \left\{ V_\Lambda(\hat{\phi}^2) - F_\Lambda(\hat{\phi}^2) \hat{R} + \frac{1}{2} \hat{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \hat{\phi} \partial_\nu \hat{\phi} + \hat{\psi} \hat{\nabla} \hat{\psi} + y_\Lambda \hat{\phi} \hat{\psi} \hat{\psi} \right\} + S_{\text{gf}} + S_{\text{gh}}, \quad (9)$$

と与える。ただし、 S_{gf} と S_{gh} はそれぞれ微分同相写像に対するゲージ固定作用とゴーストの作用である。この模型は Higgs・インフレーションを記述する模型の簡略されたものに対応する。

この模型を背景場の方法を取り入れた非摂動くりこみ群を用いて解析する。結果として、フェルミオンの量子ゆらぎによって系の自由パラメータはプランク質量 M_{pl} と宇宙定数 Λ_{cc} のみになることがわかった。

この結果から次のことが言える。

- Higgs・インフレーションでは非最小結合 $\xi\phi^2 R$ が重要な役割を担う。Higgs・インフレーションが観測結果を説明するには $\xi\phi^2 R$ は少なくとも $\mathcal{O}(10)$ の大きな値をとる必要がある。我々の結果は $\xi\phi^2 R$ が自由パラメータにならないことを示しており、低エネルギーでは自由パラメータを持つ演算子の量子ゆらぎによって生成される。しかし、その量子ゆらぎはとても小さいため、 $\mathcal{O}(10)$ 程度の ξ を実現することはできない。
- スカラー場の質量も同様に自由パラメータにはならないため、質量の微調整問題は生じない。しかし、スカラー場の質量の正準次元が 2 であるために、一度、量子ゆらぎによって生成されると低エネルギーでは大きくなってしまふ。これは、自由パラメータに対して微調整が必要となるが、その際、宇宙項とスカラー場の質量が小さくなるようにしなければならない。したがって、微調整問題は残っているが、宇宙項の微調整とスカラー場の質量の微調整が関連していることを意味している。

学位論文審査報告書（甲）

1. 学位論文題目（外国語の場合は和訳を付けること。）

素粒子物理学の非摂動的側面

2. 論文提出者 (1) 所属 数物科学 専攻

(2) ^{ふり}氏 ^{がな}名 やまだ まさとし
山田雅俊

3. 審査結果の要旨（600～650 字）

本論文は、素粒子物理学の複数の非摂動的側面に非摂動くりこみ群の手法を適用して新しい解析を行っている。中心的なテーマはカイラル対称性の自発的破れであり、対称性の高い統一理論から個々の素粒子の個性が自発的に発生するという素粒子論の基本論理の中核である。最近、強い相互作用を記述する量子色力学の高温・高密度での状態と相構造が、初期宇宙や中性子星内部の物理とも関係して注目されている。本論文では量子色力学の有効模型として南部・ジョナラシニオ模型を採用し、温度と密度についてのカイラル相構造を解析した。カイラル対称性はゼロ温度・ゼロ密度では自発的に破れているが、高温・高密度側では回復する。その相境界には二次転移と一次転移の領域があり、特に一次転移を定量的に扱うことは難しい課題であった。著者はくりこみ群方程式を弱解に拡張するという新手法を適用して、系の有効ポテンシャルを温度・密度の全領域で直接計算することに成功し、それによって二次転移だけでなく一次転移の場合の転移点も解析して、完全な相図を示した。他のテーマとして、量子論としての重力理論の解析を非摂動くりこみ群によって行い、特に物質場を加えた時の紫外固定点の振る舞いを調べ、また、弱電磁相互作用の破れのスケールを隠れたセクターから与えるモデルを定量的に解析している。本論文は全体として著者の広範で深い学識を示し、理論的に重要な新しい結果を得た研究は共同研究に基づくものではあるが著者の貢献は十分であり、博士学位論文に値すると結論する。

4. 審査結果 (1) 判定（いずれかに○印） 合格 ・ 不合格

(2) 授与学位 博士（理学）