

Study on Information System of Double Queues

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-03 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: Kimata, Noboru メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00011698

This work is licensed under a Creative Commons
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0
International License.



2 重待ち行列系の情報システムに関する基礎的研究

木 俣 昇*

Study on Information Systems of Double Queues

by

Noboru KIMATA

Abstract

In this paper, two models of double queues in a taxi stand are presented and compared from a practical point of views: one is a mathematical model developed by M. W. Sasieni and the other a simulation model by the author.

In Sasieni's model, it is assumed that if any queue of customers is observed, no queue of taxis exists and the reverse is also true. These assumptions are only admissible when (1) the service time, $1/\mu_0$, is extremely short the service is finished in a moment, and/or (2) the number of channels (stands), C , is enough large that empty channels are always available. Therefore a more general simulation model has been newly developed.

However, the mathematical model can offer information, at some limited level of strata, in simple way. This simplicity is very attractive for practical men like planners. Then, after verification of the simulation model the domain where the mathematical model is workable has been discussed in the term of $\rho = \lambda/C\mu_0$ (λ : a mean arrival rate of customer or taxi). And the following results are shown: (i) in the domain where $\rho \leq 0.4$, the mathematical model can be used safely, (ii) in $\rho \geq 0.8$, the simulation model should be used, and (iii) an $0.4 < \rho < 0.8$, the choice should be done according to other practical data.

1 ま え が き

物流システムの一般構造は、図—1に示すような〈リンク—ノード系〉を基本単位とするネットワークとして表現される。ここで、ノード j は、リンク (i, j) 上の物流をリンク (j, k) 上の物流に変換



図—1 物流システムのリンク・ノード系

* 基礎工学教室

する機能をもつ。ところが、リンク (i, j) の流れとリンク (j, k) の流れとは、一般には同期していない。また、ノードの変換機能の容量は、物理的、経済的理由によって制約されている。その結果、ノードにおいて、輸送対象物と輸送手段との待ち行列が起きるといふ、いわゆる 2 重待ち行列 (double queues) の現象が発生する。物流システムの計画、あるいは設計に際して、この現象の把握が、基本的作業の 1 つとなる。

さて、2 重待ち行列の現象は、Kendall¹⁾によって始めて言及され、それ以後も、Brigham²⁾, Foster³⁾, Sasieni⁴⁾によって、その数学モデルが研究されてきた。数学モデルは、計画、あるいは設計情報という実用論的観点からすれば、情報獲得が容易 (時間、費用ともに) であるという操作性、および仮定等の情報構造の明白性という長所をもつ。しかし、その反面、対象の記述レベルをあまり下げることができないという短所をもっている。

計画、あるいは設計が、構想、あるいは基本レベルにある場合には、“よりよき理解 (better understanding)” が、従って見通しがきく、ある程度高い記述レベルでの情報が必要となる。しかし、それが実施レベルに近づいてくるにつれて、今度は“より詳しい説明 (more detailed explanation)” が、従ってある程度低い記述レベルでの情報が必要となってくる⁵⁾。この場合には、やはり表現力に優れるシミュレーションモデルに頼ることになる。ところが、2 重待ち行列系のシミュレーションモデルは、著者の知る範囲では未だ開発されていない。そこで、本論文ではこのシミュレーションモデルの開発をまず第 1 の課題とした。

ところで、シミュレーションモデルは、森⁶⁾が Blongirst や Daley の論文を引用して示しているように、必要情報を獲得するという操作性の面では、数学モデルに著しく劣る。このことは、実用論的には、可能ならば出来るだけ数学モデルを使用せよ、ということの意味している。また、Karplus⁷⁾の指摘を待つまでもなく、モデル開発者は、その最終利用者に、彼らが容易に理解できる形で、開発モデルの特性を示す義務をもつ。

そこで、著者は、これらの点を踏えて、開発したシミュレーションモデルの特性を明らかにするとともに、本モデルと Sasieni の数学モデルとの比較を行い、両モデルの実用領域に関する若手の示唆を行なうことを第 2 の課題とした。

2 2 重待ち行列系の数学モデル⁴⁾

本節では、2 重待ち行列系の数学モデルとして、Sasieni によって導かれた結果をまず紹介しておく。

Sasieni は、“一般の待ち行列系も、客の待ち行列、遊休サーバー (タクシー) の待ち行列という観点からみれば、2 重待ち行列である” ということをヒントに、

- 1) 客に待ち行列があれば、遊休サーバー (タクシー) の待ち行列はない。逆に、
- 2) 遊休サーバー (タクシー) の待ち行列があれば、客には待ち行列はない、

と仮定することによって、問題を単純化し、タクシー乗り場における 2 重待ち行列系の数学モデルを導いた。

Sasieni のモデルでは、さらに次のような仮定：

- 1° 客、タクシーともにポアソン到着する。
- 2° 客、タクシーともに性急 (impatient) で、待ち時間 (待ち行列長) が $T(N)$, $S(M)$ 以上であれば立ち去る。
- 3° サービス規約は、FCFS (First-come First-service) とする。

がなされている。これらの仮定の下で、

定義—1：

1° $\lambda_n(\mu_m)$ ：待ち行列長が $n(m)$ のときの客（タクシー）の平均到着率、

2° $Q_0(t)$ ：時刻 t で、客もタクシーもともに待っていない確率、

3° $P_n(t; x_1, \dots, x_n) dx_n$ ：時刻 t で、 n 人の客の待ち行列があり、かつそれらの待ち時間が、それぞれ x_1 と $x_1+dx_1, \dots, x_n$ と x_n+dx_n の間にある確率、

4° $Q_m(t; y_1, \dots, y_m) dy_1 \dots dy_m$ ：タクシーについての同様の確率

を用いて、差分—微分方程式による系の状態方程式が求められ、さらに、 $\partial P_n / \partial t = \partial Q_m / \partial t = 0$,

$P_n(t; x_1, \dots, x_n) = P_n(x_1, \dots, x_n)$, $Q_m(t; y_1, \dots, y_m) = Q_m(y_1, \dots, y_m)$ とした定常状態での式：

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^N \partial P_N / \partial x_i = -\mu_0 P_N, \\ \sum_{i=1}^N \partial P_n / \partial x_i = -(\lambda_n + \mu_0) P_n + \mu_0 \int_{x_1}^T P_{n+1}(u, x_1, \dots, x_n) du + P_{n+1}(T, x_1, \dots, x_n), (1 \leq n < N) \end{cases} \\
 (2) \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^M \partial Q_M / \partial y_i = -\lambda_0 Q_M \\ \sum_{i=1}^M \partial Q_m / \partial y_i = -(\lambda_0 + \mu_m) Q_m + \lambda_0 \int_{y_1}^S Q_{m+1}(v, y_1, \dots, y_m) dv + Q_{m+1}(S, y_1, \dots, y_m), (1 \leq m < M) \end{cases} \\
 (3) \quad & 0 = -(\lambda_0 + \mu_0) Q_0 + \mu_0 \int_0^T P_1(u) du + \lambda_0 \int_0^S Q_1(v) dv + P_1(T) + Q_1(S)
 \end{aligned}$$

が導かれている。

Sasieni は、3つの特殊な場合について、上の式を到着瞬時にに関する境界条件：

$$(4) \quad \begin{cases} P_{n+1}(x_1, \dots, x_n, 0) = \lambda_n P_n(x_1, \dots, x_n), (1 \leq n < N) \\ Q_{m+1}(y_1, \dots, y_m, 0) = \mu_m Q_m(y_1, \dots, y_m), (1 \leq m < M) \\ P_1(0) = \lambda_0 Q_0 \\ Q_1(0) = \mu_0 Q_0 \end{cases}$$

の下で解き、 Q_0 、客、タクシーの待ち行列長の平均、分散を求めている。ここでは、その中、 $\lambda_n = \lambda$, $\mu_m = \mu$, かつ $\lambda = \mu$ のケースの結果を表—1に示しておく。

ここで、定義—1、式(1)~(3)を見れば分るように、本モデルでは、“窓口”という概念が現われてこないことに注意する必要がある。これは、仮定1), 2)による単純化の結果であるが、これによって、表—1に示すような形での結果の誘導が可能となっている。

表—1 数学モデルによる平均待ち行列長、分散 ($\lambda = \mu$, $N = M = \infty$)

項 目	理 論 式
Q_0	$\{1 + \lambda(T+S)\}^{-1}$
$E\{n\}$	$\frac{1}{2} \lambda Q_0 (2T + \lambda T^2)$
$E\{m\}$	$\frac{1}{2} \lambda Q_0 (2S + \lambda S^2)$
$\text{Var}\{n\}$	$\frac{1}{3} \lambda^2 Q_0 (\lambda T + 3) T^2 + \frac{1}{2} \lambda Q_0 (\lambda T + 2) T - E\{n\}^2$
$\text{Var}\{m\}$	$\frac{1}{3} \lambda^2 Q_0 (\lambda S + 3) S^2 + \frac{1}{2} \lambda Q_0 (\lambda S + 2) S - E\{m\}^2$

ところで, Sasieni のこの仮定は, "窓口" と "サーバー" が一体である普通の系では, 無条件で成立する。しかし, タクシー乗り場のように, "窓口 (乗り口)" と "サーバー (タクシー)" とが分離している系では, 無条件で成立するとはいえない。それが成立するためには,

3) "サービス時間" が, "極端に" 短く, 瞬時にサービスが終了する。あるいは,

4) "窓口の数" が, "十分に" 多くあり, ほぼ常時, 空き窓口が利用できる
という条件が必要になる。

これら条件, 3), 4) が常に満されているわけではないことは明らかであろう。次節では, これら条件が一般には成立しない, より一般的な2重待ち行列系を想定し, そのシミュレーションモデルについて考えていく。

3 2重待ち行列系のシミュレーションモデル

タクシー乗り場における2重待ち行列系の一般的な構造は, 図-2 のようになっている。この系の最大の特徴は, 客もサーバー (タクシー) もともに窓口 (乗り口) に確率到着する, というところにある。換言すれば, 普通の系では, 空き窓口があれば客はサービスを受けることができるが, この系では, 空き窓口があっても, サーバー (タクシー) がいなければサービスを受けることができない。さらに, サーバー (タクシー) がいても窓口がふさがってれば, 客はサービスを受けることができない。

表-2 2重待ち行列系のモデルの因子

因子	モデル	数学モデル	シミュレーションモデル
客の到着		λn	λn
タクシーの到着		μ_m	μ_m
窓口の数		—	C
サービス率		—	μ_o
客の待ち時間制約		T	T
タクシーの待ち時間制約		S	S
客の待ち行列制約		$N(\infty)$	$N(<\infty)$
タクシーの待ち行列制約		$M(\infty)$	$M(<\infty)$

まず, 本節で開発しようとするシミュレーションモデルの記述レベルを想定するために, Sasieni の数学モデルとの対比という観点で若干の議論を行っておこう。図-2 に示した系の主支配因子を整理すると, 表-2 のようになる。数学モデルでは, "窓口" の概念を特定化する2つの因子: 窓口の数, C, とサービス時間, $1/\mu_o$, は, 前述したように現われてこない。これに対して, シミュレーションモデルにおいては, これらの2つの因子を陽表的に含む "詳しさ" のレベルで考える。

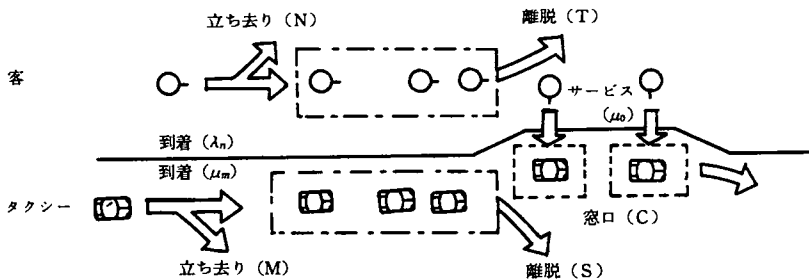


図-2 タクシースタンドの二重待ちの構造図

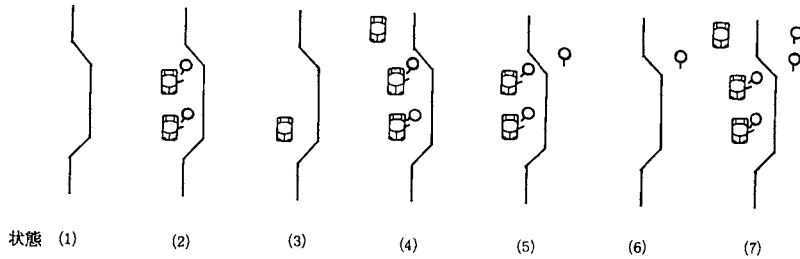


図-3 二重待ち行列系の状態図

表-3 系の構造

Entity	Temporary		Permanent	
	客	タ ク シ ー	窓 口	待ちスペース
Attributes	到 着 時 刻	到 着 時 刻	平均サービス率(μ_0)	N
	サービス開始時刻	サービス開始時刻	空き, 閉	M
	サービス終了時刻	サービス終了時刻		
	立ち去り時間(T)	立ち去り時間(S)		
	待 ち 時 間	待 ち 時 間		
Set	待 ち 行 列 長	待 ち 行 列 長	C (大きさ)	

次に、区別され、記述される“系の状態”を、より現象レベルで分類すれば、図-3に示す7つが考えられる。しかし、数学モデルでは、式(1)~(3)が示すように図-3の(1)と(2)、(3)と(4)、および(5)と(6)との区別はなされていない。また、図-3の(7)については、生起しないと仮定され、完全に欠落している。本シミュレーションモデルでは、図-3の7つの状態を区別し、記述する“詳しさ”のレベルを想定する。

さて、このようなモデルの記述のための専用言語として、GPSS や SIMSCRIPT がある。しかし、これらは大型計算機向きのものであるので、著者は、これらがもつ記述用の諸概念を借用し、対象を整理し、モデル構成を行い、プログラミングは ALGOL で行うという方法をとる。

SIMSCRIPT では、Entity, Attribute, Set, および Event という記述用の概念が使用されている。まず、Entity について説明すれば、それは、系を構成している“もの”、要素のことである。それには、シミュレーション中系内に常時存在する Permanent なものと、一時的に存在する Temporary なものがある。次に、Attribute とは、これら“もの”、Entity の状態を示す変数のことである。当然、1つの Entity に複数の Attributes があってもかまわない。それは、モデル作成者が、目的との関連で設定するものである。また、Set とは、Entity の集りを意味する。

図-2に示した系を、これらの概念を用いて整理すれば表-3のようになる。表-2にあげられた各因子は、Attributes の一部と Set の大きさに対応している。

最後に、Event について述べておく。これは、離散型のシミュレーションの時間進行機構と直接かわる、重要な概念である。すなわち、離散型のシミュレーションモデルでは、時間の進行は可変時

間増分法 (Event Sequence Method)⁸⁾によってなされるが、これは、系の状態を変えるできごと (Future Event) の中から、次に最も早く生起するできごと (the Earliest Next Event) を見つけ出し、それが起る時刻にまで一気に時計を進めるという方式である。

Event には、系の外部から指定される外生的事象 (Exogenous Event) と、系の内部で生まれる内生的事象 (Endogenous Event) とがある。これらの完全なリストを作成することが、シミュレーションモデルの開発の出発点となる。この場合、現実世界では生じそうには思われぬが、シミュレーションでは起きてくる内生的事象に十分注意する必要がある。

本モデルの場合、系の状態を変える Event としては、

- E1: 客の到着,
- E2: タクシーの到着,
- E3: サービス終了,
- E4: 客の立ち去り,
- E5: タクシーの立ち去り,
- E6: 統計量の出力,
- E7: サービス開始,
- E8: シミュレーション終了,

の8つが考えられる。これらのうち、E1, E2, E6, および E8 は、外生的事象であり、他の4つは、内生的事象である。

内生的事象のうち、E7: サービス開始は、客、タクシーの到着 (E1, E2), サービス終了 (E3) 等々によって逐次変わっていく。この点に注意すれば、2重待ち行列系のシミュレーションモデルの

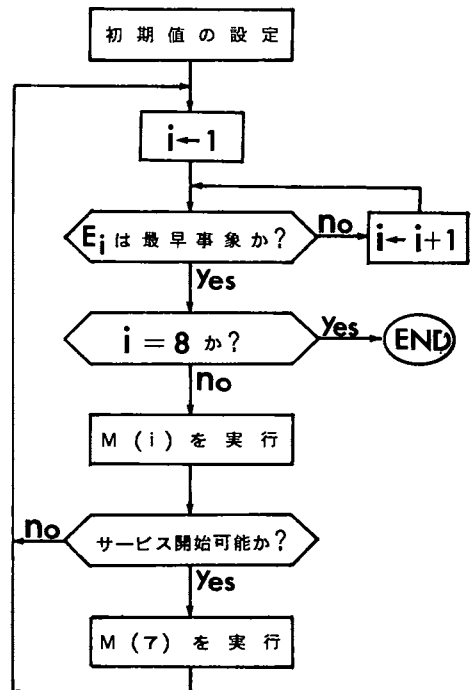


図-4 2重待ち行列系のシミュレーションのメインフロー

表-4 M(i) の機能リスト

コマンド	機能
M(1)	i) 到着時点で待ち行列長がNならば、立ち去り数に+1し、iii)へ。 ii) i)でなければ、待ち行列長に+1し、到着時刻を記憶し、iii)へ。 iii) 次の客の到着予定時刻を求める。
M(2)	M(1)に同じ。
M(3)	窓口の状態を“空き”にし、その窓口についての値をすべて0にする。
M(4)	待ち行列長の値を-1し、立ち去り数に+1し、かつ待ち行列内の客を1つずつシフトする。
M(5)	M(4)に同じ
M(6)	現時点での待ち行列長、現時点までの平均待ち行列長、待ち時間等出力リストのものを書き出す。
M(7)	i) 窓口を“閉”にし、 ii) 客、タクシーの待ち時間を計算し、 iii) サービス終了予定時刻を求める。

メインフローは、図-4に示すように、可変時間増分法によって書かれる。ここで、 $M(i)$ は、表-4に示されている機能を意味する。

前述したように、本モデルは、ALGOLによってプログラムされている。出力情報は、客、タクシーの待ち行列長、同待ち時間；同総立ち去り数；2重待ち確率；各窓口の稼働率である。

なお、YHP 2100 Aによる実行時間は、平均客1,000人、タクシー1,000台分で、約90秒である。

4 シミュレーションモデルの検証

本節では、シミュレーションモデルに関する基本的な特性について、その検証を行う。

(1) 擬似一様乱数の検定

本シミュレーションモデルでは、客、タクシーの到着、およびサービス時間を指定された確率分布に従って発生させるために、擬似一様乱数 $RND(XH, XL)$ を使用している。シミュレーション結果の情報信頼性は、これによって大きく規定されてくる。そこで、まず、この乱数について、

- 1° 度数検定
- 2° 系列検定
- 3° 相関検定
- 4° 連検定（符号テスト）

を実施した。

図-5は、乱数初期値 (XH, XL) を3通り選んで、その度数分布を描いたものである。また、図-6はその中の1つである、 $XH=0, XL=1$ の場合について、そのコロログラムを描いたものである。これらより、まず、擬似一様乱数 $RND(XH, XL)$ は、特異な偏倚をもたないと一応いうことができる。

さらに、1°, 2°, および 4° については、 χ^2 -検定を行った。表-5に示すように、 $XH=98, XL=1435$ の度数検定分を除けば、有意水準5%で適合している。

以上より、 $RND(XH, XL)$ は、一応の水準にある乱数サブルーチンであるといえよう。

(2) 定常性

シミュレーション結果を利用する場合、どの程度のrunが必要になるか、ということが常に問題になる。ここでは、到着、サービス時間分布ともに数学モデルの場合と同様に指数型を仮定し、本シミュレーションが一応の定常性に達するに要する時間について調べた。

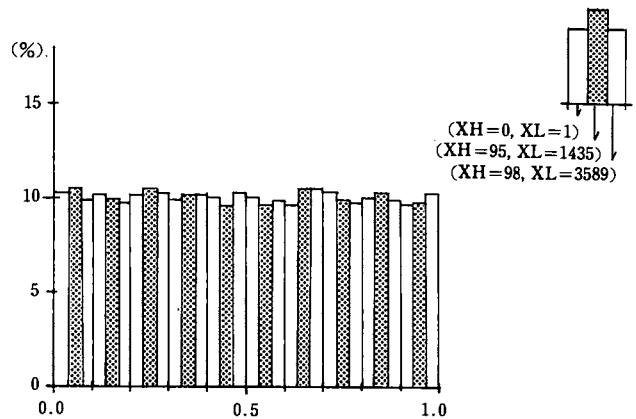


図-5 一様乱数 $RND(XH, XL)$ の度数グラフ

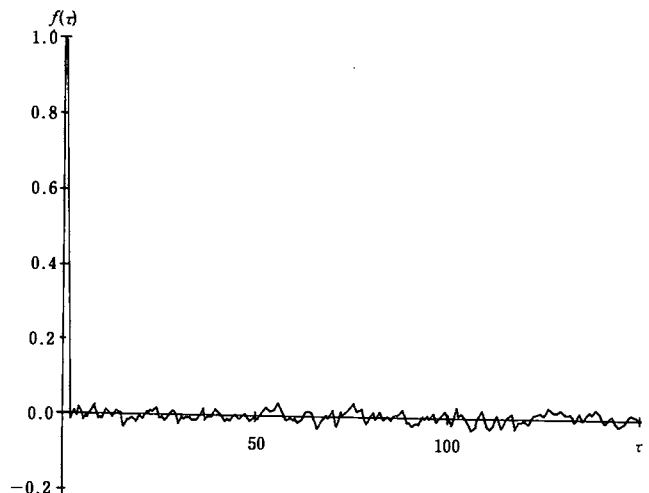


図-6 一様乱数 $RND(XH, XL)$ のコロログラム

表-5 $1^\circ, 2^\circ$, および 4° の χ^2 -検定表

初期値: XH XL	0 1	98 1435	95 3587	$\chi^2 (-, 0.05)$
$\chi^2 (1^\circ)$	10.2	21.0	5.2	$\chi^2 (9, 0.05) = 16.9$
$\chi^2 (2^\circ)$	84.2	111.4	96.0	$\chi^2 (99, 0.05) = 122.9$
$\chi^2 (4^\circ)$	13.6	12.1	40.9	$\chi^2 (9999, 0.05) = 142.1$

まず, 利用率 ρ を普通の窓口の場合と同様

$$(5) \quad \rho = \frac{\lambda}{C\mu_0}$$

と定義する。ただし, $\lambda = \lambda_n = \mu_m$ と仮定する。

図-7 は, 窓口数が 5, $T=S=12.0$ で, $\rho=0.2$ と非常に利用率が低い場合のシミュレーション結果を示したものである。この図には, Sasieni の数学モデルによる理論値 (表-1 による) も記入されている。

利用率が低いということは, 式(5)より分るように, $1/\mu_0$ が小さい, あるいは C が大きい, ということである。この場合には, Sasieni の仮定, 1), 2) は成立する。図-7 は, このことを反映して, シミュレーション結果がサンプル数にして 5,000 程度で, 一応の定常状態になり, しかも理論値に収束している。一方, 図-8 は, 窓口数 2, $T=S=9.0$, $\rho=0.7$ の場合の結果を示したものである。この場合には, サンプル数にして, 10,000 程度で一応の定常状態に達する。しかし, 予想されたことではあるが, 理論値とは大きく乖離した値に収束している。これについては, 次節で詳しく論じる。

著者は, 定常性に関する上述の見通しをもう少し確実なものとするために, さらに, 図-7, 図-8 のケースについて, 待ち行列長の分散の時間的推移について検討してみた。それが, 図-9 である。これを見ても, 前者の場合には 5,000, 後者の場合には 10,000 程度で, 分散も収束してくることが分る。

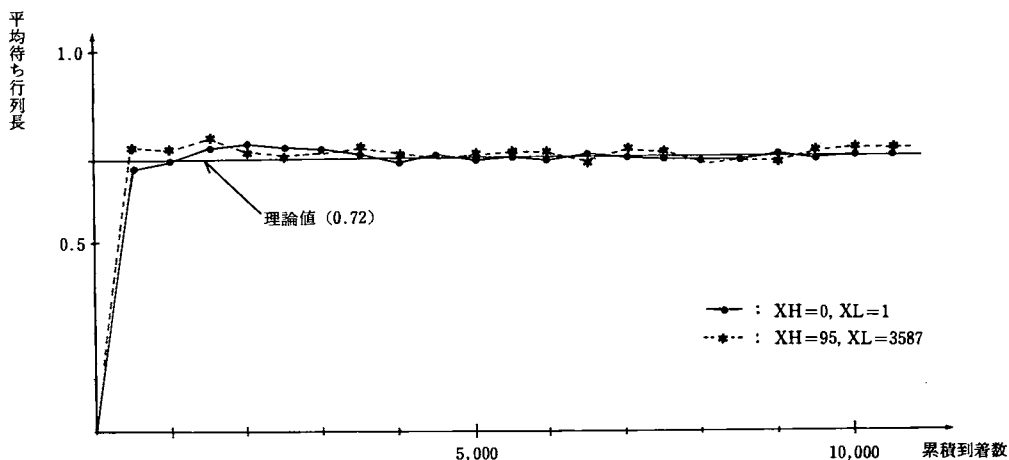
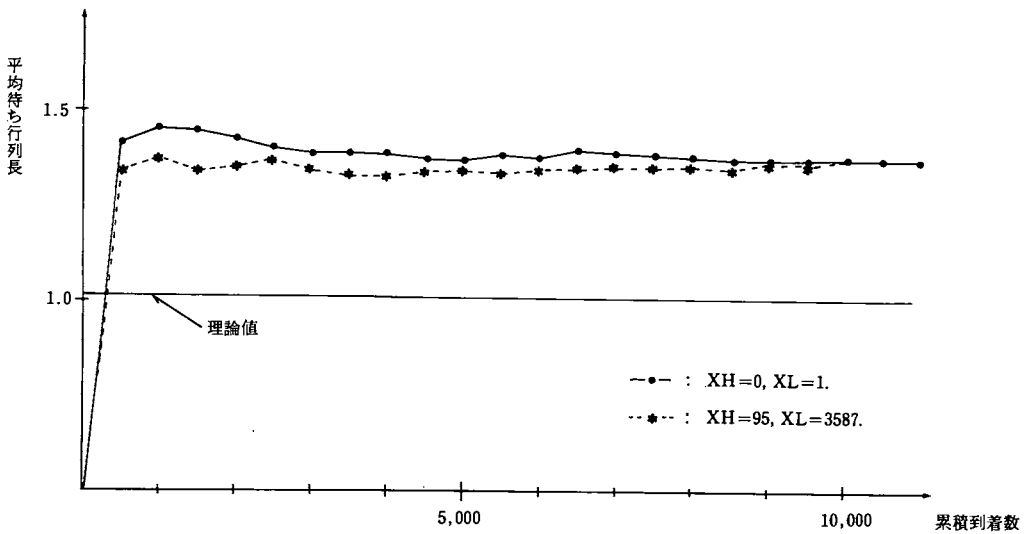
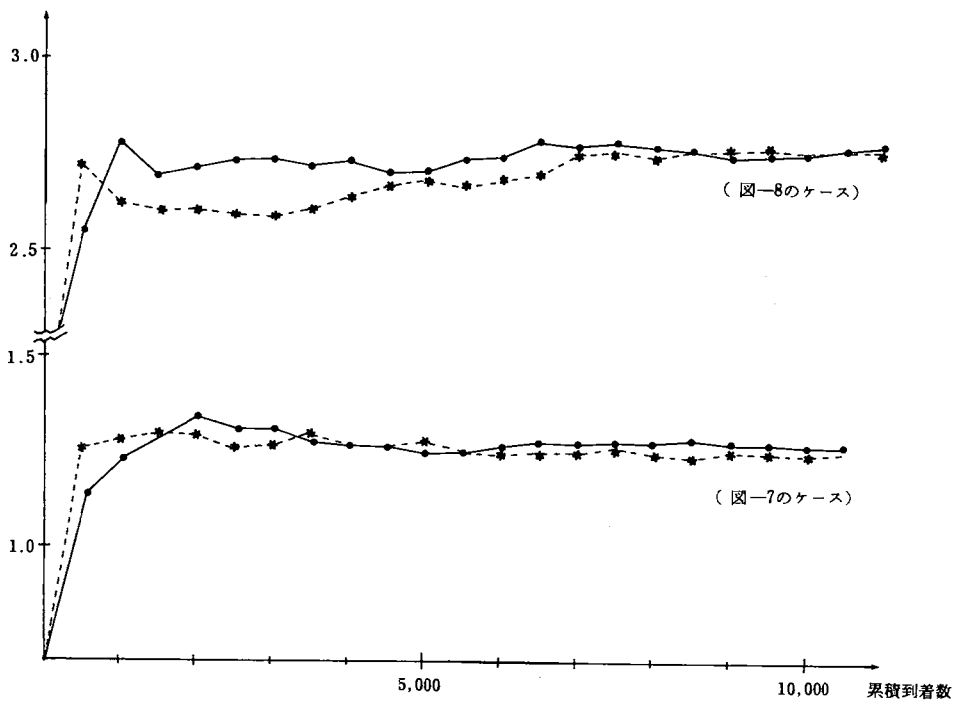


図-7 累積到着数と平均待ち行列長 ($\lambda/\mu_0=1$, $C=5$, $T=S=12.0$)



図一八 累積到着数と平均待ち行列長 ($\lambda/\mu_0=1.4, C=2, T=S=9.0$)



図一九 待ち行列長の分散

(3) 2重待ち行列系の自己相関特性

待ち行列系において観測される時系列データには、強い相関が認められる。すなわち、待ち行列系のシミュレーション結果においては、独立なサンプル数は、見掛けのそれよりかなり小さくなる。換

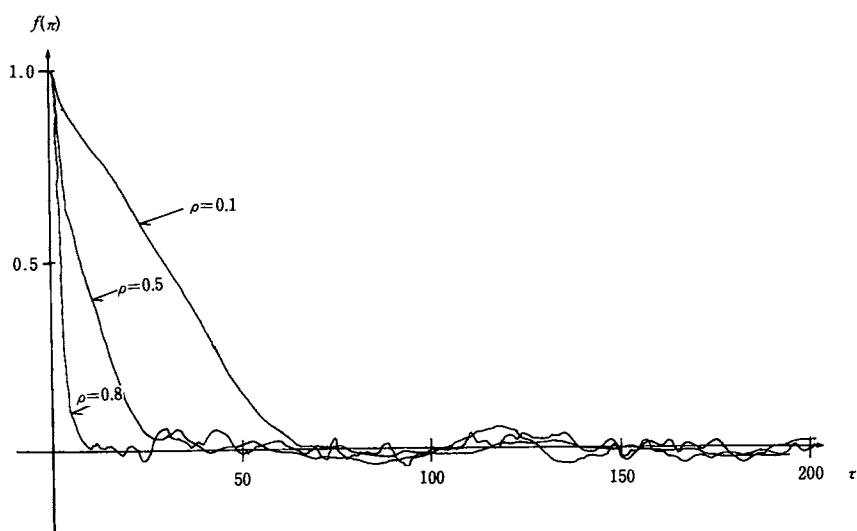


図-10 客の待ち時間のコレログラム ($\lambda=\mu=1/5$, $T=S=9.0$, $\rho=\lambda/C\mu_0$)

言すれば、シミュレーション結果の情報信頼性は、この減少分だけ低くなる。そこで、この減少分に関する推測の手掛として、2重待ち行列系で観測される客の待ち時間の自己相関を求めた。

図-10は、 $\lambda=\mu$, $C=3$, $S=T=9.0$ として、 ρ を変化させ、シミュレーションを行い、そのコレログラムを求めたものである。コレログラムの計算には、シミュレーションが一応の定常状態に達していると想定される10,000人目から、13,000人目までの3,000人分のデータを使用した。

この図より、客相互間の相関の強さをみれば、独立なサンプルの数は、見掛けのサンプルの数の

1° $\rho \leq 0.5$ ならば、 $1/30$ に、

2° $0.5 \leq \rho \leq 0.8$ ならば、 $1/50$ に

まで減少すると考えなければならない。シミュレーションについて、“シミュレーション時間を延ばすより、繰返し回数を増すほうが効果がある”⁹⁾といわれているが、上の結果はこの命題を支持するものである。

なお、この図を見る限りにおいては、2重待ち行列系もM/M/S系とほぼ同形態の自己相関特性をもっと考えられそうである⁵⁾。

5 2重待ち行列系のモデルの実用領域

以上で、一応、2重待ち行列系に関する2つの情報システムがととのったことになる。本節では、両システムの特性を比較し、それぞれの実用領域について若干の考察を行う。

前述したように、一般論的には、数学モデルには、情報獲得のための操作が簡単であるという長所と、逆に、対象の記述レベルを下げるのが困難であるという短所があり、シミュレーションモデルには、その逆の長所、短所がある、といえる。実際、平均待ち行列長、あるいは待ち時間については、数学モデルを用いれば、表-1の単純計算だけで直ちに求まる。これに対して、シミュレーションモデルでは、図-7、図-8のように、定常性を保証するに十分な長さのシミュレーションを、図-10に示すような、自己相関特性にともなう独立なサンプル数の減少を補償するに十分なだけ繰返す必要がある。ところが、施設の規模（窓口の数、待ちスペース）を検討しようとしたり、到着分布の影響

を調べようとすれば、表—2に示されているように、数学モデルにはそのようなレベルの情報を提供する能力がないことがわかる。もちろん、これらよりさらに低いレベルの情報についてもである。

目的論的にいえば、情報システムの実用領域は、このように必要情報のレベル（目的）と、情報獲得のコスト（時間、費用）とから、総合的に判断されなければならない。ここで、必要情報のレベルというとき、1つには、上述のように、種類、あるいは記述レベルが異なる情報という意味と、いま1つには、情報の精度、信頼性が異なるという意味とが含まれている。

第1の意味で、必要情報を両システムともに提供することができる場合には、第2の意味でのレベルが問題になってくる。例えば、図—7、あるいは図—8のような場合を考えてみればよい。平均待ち行列長については、両システムともそれを提供することができる。まず、図—7のような条件では、両システムはともに同一の数値を出力してくる。この場合には、情報獲得のコストということより、明らかに数学モデルの方が実用的に優れている。一方、図—8のような条件では、両システムは乖離した数値を出力してくる。この場合、モデルの記述構造より、シミュレーションモデルの方がより信頼性のある情報を提示しているといえる。というのは、図にも記入されているが、いまの場合には、客もタクシーも待ち行列を同時につくっている確率、 $P_r(DQ)$ が、0.2もあり、数学モデルの基本仮定、2の1)、2)がくずれてきているとみなせるからである。

このような場合には、どちらが実用的に優れているかの判断は、情報の乖離度と情報獲得のコストとを総合してなされる。本節では、Sasieniの仮定、2の1)、2)の成立条件である2の3)4)との関連で、両システムの出力間の乖離度を整理し、両システムのこのような状況での実用領域に関する検討を試みる。

まず、両システム間の乖離度を

1° 平均サービス率、 μ_0 、と

2° 窓口の数、 C 、

の関数とし、

$$(6) \quad DWM(\mu_0, C) = \left\{ \left| WQ(\mu_0, C) - E\{n\} \right| / E\{n\} \right\} \times 100$$

と定義する。ただし、 $WQ(\mu_0, C)$ 、 $E\{n\}$ は、シミュレーションモデル、数学モデルからの出力である。

$\lambda = \mu$ 、 $N = M = \infty$ 、という状況を一応想定する。そうすれば、 $E\{n\}$ は、表—1より求められる。 $WQ(\mu_0, C)$ の方は、サンプル数にして10,000個分のシミュレーションを、乱数初期値をかえて3回繰返し、その平均値を用いる。

次に、4でも用いた $\lambda = \mu = 1/5$ 、 $S = T = 9.0$ の系を考え、 μ_0 、 C を変えて、乖離度、 $DWM(\mu_0, C)$ 、2重待ちの確率、 $P_r(DQ)$ を求めた。それが、表—6(1)である。仮定、2の1)、2)の成立条件の1つである、2の3)は、到着率との関係で相対的に評価されるべき種類のものである。そこでこの表では、 $a \equiv \lambda/\mu_0$ として整理している。

この表には、3つの境界線：

i) $P_r(DQ) = 0$ と $P_r(DQ) > 0$ の間、

ii) $DWM \leq 5.0$ と $DWM > 5.0$ の間、

iii) $DWM \leq 30.0$ と $DWM > 30.0$ の間、

が記入されている。第1の境界線の右上方の領域では、数学モデルの仮定が成立しているとみなせる。第2の境界線の右上方の領域では、乖離度は5%以下であり、実用論的には数学モデルを使用した方が有利であるといえよう。第3の境界線の左下方の領域では、乖離度が30%以上になり、2重待ちの

表-6(1) DWM (μ_0, C), P_r (DQ) の表 $\lambda=\mu=1/3$, $T=S=9.0$ (理論値1.07)

$\lambda/\mu \backslash C$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.2	2.0 2.8	2.7 0.1	2.2 0.0	2.5 0.0						
0.4	13.1 11.1	0.5 0.7	2.1 0.0	2.5 0.0						
0.6	31.3 22.6	0.9 2.0	1.5 0.1	2.2 0.0	2.5 0.0					
0.8	51.7 33.7	4.9 4.9	1.1 0.5	2.5 0.0	2.5 0.0					
1.0		10.1 8.8	0.5 1.4	1.9 0.1	2.5 0.0	2.5 0.0				
1.2		18.4 14.4	2.3 2.5	1.6 0.4	1.8 0.0	2.6 0.0	2.5 0.0			
1.4		28.4 20.1	3.6 4.3	0.8 0.7	1.8 0.1	2.2 0.0	2.5 0.0			
1.6		41.8 30.0	8.4 6.8	0.1 1.4	1.6 0.2	2.1 0.0	2.5 0.0	2.5 0.0		
1.8		53.9 32.8	13.7 9.9	2.3 2.3	1.5 0.4	1.7 0.1	2.5 0.0	2.5 0.0		
2.0		73.9 38.4	20.2 14.0	4.1 3.3	0.1 0.6	1.6 0.1	2.5 0.0	2.5 0.0		

(注) 上段に $D(\mu_0, C)$ を, 下段に P_r (DQ) を表示してある。他の表も同じ。表-6(2) DWM (μ_0, C), P_r (DQ) の表 $\lambda=\mu=1/5$, $T=S=9.0$ (理論値0.74)

$\lambda/\mu \backslash C$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.2	3.5 2.1	0.1 0.0	0.1 0.0	.2 .0						
0.4	12.8 7.9	1.0 0.5	0.1 0.0	0.2 0.0						
0.6	26.9 16.0	2.2 1.5	0.2 0.1	0.2 0.0						
0.8	43.5 24.2	5.4 3.2	0.7 0.3	0.3 0.0	0.0 0.0					
1.0		10.4 6.0	1.2 0.8	0.3 0.1	0.2 0.0	0.0 0.0				
1.2		16.2 8.9	1.9 1.6	0.1 0.2	0.2 0.0	0.2 0.0				
1.4		21.9 12.5	4.8 2.7	0.1 0.4	0.1 0.1	0.0 0.0	0.3 0.0			
1.6		30.2 16.2	7.3 4.2	1.0 0.7	0.0 0.2	0.1 0.0	0.2 0.0	0.1 0.0		
1.8		36.3 20.0	10.7 6.2	1.8 1.3	0.2 0.3	0.6 0.0	0.2 0.0	0.1 0.0		
2.0		43.2 22.7	13.7 7.7	3.3 1.9	0.7 0.4	0.1 0.1	0.2 0.0	0.3 0.0		

表-6(3) DWM (μ_0, C), Pr (DQ) の表 $\lambda = \mu = 1/3$, $T = S = 24.0$

(理論値2.32)

λ/μ_0 \ C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.2	1.3 3.6	0.4 0.1	0.4 0.0	1.7 0.0						
0.4	7.3 13.6	1.3 1.0	0.0 0.1	1.7 0.0	1.7 0.0					
0.6	25.0 31.7	0.9 3.1	0.0 0.3	0.9 0.0	2.2 0.0	1.7 0.0				
0.8	58.2 52.9	4.7 7.7	0.4 1.0	0.9 0.1	1.3 0.0	1.7 0.0				
1.0	103.4 76.6	9.5 13.4	2.6 2.3	0.4 0.3	3.0 0.0	1.3 0.0				
1.2	137.1 84.3	16.4 21.4	2.2 4.4	1.7 0.6	0.9 0.1	2.2 0.0	1.7 0.0			
1.4		28.9 31.7	5.2 7.6	0.4 1.3	0.4 0.2	1.3 0.0	1.7 0.0			
1.6		51.3 45.7	6.5 11.3	0.4 2.4	1.3 0.4	0.0 0.1	1.7 0.0	1.7 0.0		
1.8		72.0 55.8	9.5 15.3	0.4 3.8	1.7 0.7	1.7 0.2	0.0 0.0	1.7 0.0		
2.0		98.3 68.5	14.2 23.0	0.4 6.4	0.0 1.4	1.3 0.3	1.3 0.1	1.7 0.0	1.7 0.0	

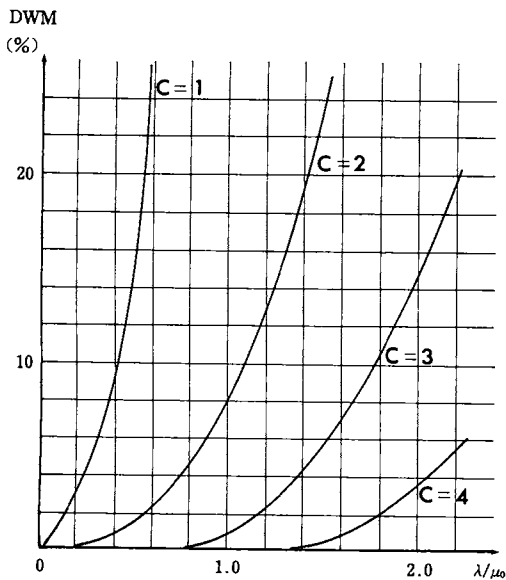


図-11 C をパラメータとする乖離度

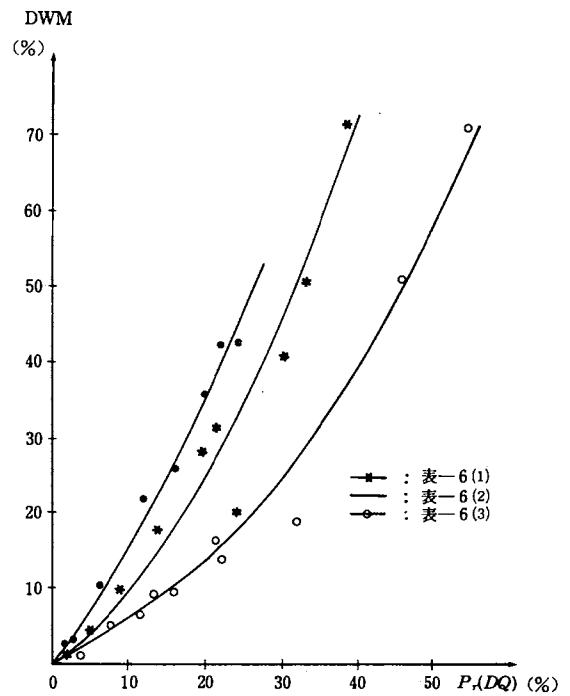


図-12 乖離度と2重待ち状態との関係

確率も 20% 程度ある。この領域では、情報信頼性という点より、シミュレーションを用いざるをえないだろう。第 2 と第 3 の境界線の間の領域については、状況に応じて判断する必要があるところであろう。

待ち行列系の基本データである利用率、 $\rho = \lambda / C\mu_0$ 、との関連で要約すれば、0.4 以下ならば、数学モデルで、0.8 以上ならば、シミュレーションモデルで、その間では状況に応じて、計算せよ、ということになる。この要約が安定したものであるのかどうかを調べるために、さらに、表—6(2), (3)に示すような場合についても計算した。これらからも同様の領域パターンが得られている。

現実問題としては、計画者、あるいは設計者は、対象系のおおよその規模を知っている。このような場合には、窓口の数、 C 、をパラメータとした乖離度のグラフ、図—11 が、システム選択に役立つであろう。

最後に、数学モデルとシミュレーションモデルの出力間の乖離度が、仮定、2 の 1), 2) のくずれ、すなわち 2 重待ち確率の増大によるものであることを示すために、図—12 を描いた。両者がほぼ線形の関係にあることが、上の推測を裏付けている。

6 む す び

物流システムの計画、あるいは設計に際して、待ち情報システムが重要な働きをする。それには、大別すると、数学モデルを使うものと、シミュレーションモデルを使うものがある。本研究では、物流システムのノードとしてのターミナルの計画、あるいは設計を考えると、特に重要となる 2 重待ち行列系の情報システムについて考え、上述の 2 つの型のシステムを提出した。

すなわち、まず、2 において、Sasieni によって開発された数学モデルを提示するとともに、そのモデル構造を明らかにした。次に、3 において、数学モデルよりも記述レベルの低い、シミュレーションモデルを開発した。

両システムは、実用領域を異にする。そこで、必要情報レベルでの出力能力、情報獲得のコスト（時間、費用）という点より両システムを比較するとともに、両システムがともに出力能力をもつ場合については、さらに情報精度という観点からの実用領域を明らかにした。すなわち、利用率、 $\rho = \lambda / C\mu_0$ が 0.4 以下ならば、数学モデルで十分であるが、0.8 以上になればシミュレーションモデルを用いざるをえないであろうことを示した。そして、その理由として、 ρ が大きくなってくると、2 重待ちの確率が増大してきて、Sasieni のモデル化の仮定がくずれてくることを数値的に明らかにした。

なお、本研究では、タクシー乗り場に見られる 2 重待ち行列系を対象系としている。物流システムのノード系一般にまで拡張、適用することは、このままではできない。しかし、それも若干の修飾、あるいは解釈をほどこせば可能であろう。

最後に、本研究に対して、資料整理、計算等で協力していただいた金沢大学工学部院生依田哲太君、同清書、図表作成等を助けていただいた太田静女史に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) D. G. Kendall, "Some Problems in the Theory of Queues," J. Roy. Stat. Soc. B, 13, No. 2 (1951).
- 2) G. Brigham, "On a Congestion Problem in an Aircraft Factory," Opns. Res. 3, 412-428 (1955).
- 3) F. G. Foster, "A Unified Theory for Stock, Storage, and Queue Control," Operational Res. Quart., 10, No. 3 (1959).

- 4) M. W. Sasieni, "Double Queues and Impatient Customers with an Application to Inventory Theory," *Opns. Res.* 9, 771-781 (1961).
- 5) 木俣昇, "輸送システム整備計画のための待ち情報システムに関する研究", 金沢大学工学部紀要, 9—1, 1—10 (1975).
- 6) 森雅夫, "シミュレーションは何回やればよいか", *オペレーションズ・リサーチ*, 16—5, 25—30 (1971).
- 7) W. J. Karplus, "The Spectrum of Mathematical Modeling and Systems Simulation," *Proc. of 8th AICA Congress*, 5—13 (1976).
- 8) T. H. ネイラー, 他, 「コンピュータ シミュレーション」, 培風館 (1971).
- 9) A. V. Gafarian, C. J. Ancker, Jr. "Mean Value Estimation from Digital Computer Simulation." *M. S.*, 11 (1965).
- 10) 木俣昇, "輸送システム整備計画の情報処理システムに関する研究", 京都大学学位論文 (1975).

(昭和54年6月25日受理)