

# Heat Conduction Problem for melting of a slab contacting with well-stirred fluid

|       |                                                                                                                             |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| メタデータ | 言語: jpn<br>出版者:<br>公開日: 2017-10-03<br>キーワード (Ja):<br>キーワード (En):<br>作成者: Seki, Hirakazu, Komori, Tomoaki<br>メールアドレス:<br>所属: |
| URL   | <a href="https://doi.org/10.24517/00011700">https://doi.org/10.24517/00011700</a>                                           |

This work is licensed under a Creative Commons  
Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0  
International License.



# 攪拌された熱媒体による固体溶融時の熱伝導問題

関 平 和\* 小 森 友 明\*

Heat Conduction Problem for melting of a slab contacting with well-stirred fluid

by

Hirakazu SEKI and Tomoaki KOMORI

## Abstract

The approximate analytical solutions and the numerical solutions for melting of a slab, which was contacted with a well-stirred fluid at the surface, were derived and the experiments of melting a solid paraffin were performed. The approximate analytical solutions were obtained by solving the conduction equations with suitable boundary conditions, according to the procedure of Neumann's exact solutions, moreover, a precise value of the modulus were made, as the stability criterion for the practical computations of the numerical solutions. The solutions were compared with the experimental results for the temperature profile within the paraffin and the fusion front motion with time during the melting process. By the experimental results, the position of the fusion front was proportional to the square root of time and the calculated results by the solutions agreed well with the experimental results.

## 1 緒 言

固体の加熱溶融操作において、固体内温度分布や転移面位置を予知することは、加熱操作条件、溶融所要時間等を検討するにあたって非常に有用である。加熱溶融過程を現象論的に見れば、相変化を伴う熱伝導問題であり、この種の問題の最も古い解析解は、Neumann<sup>1)</sup>と Stefan<sup>1)</sup>によって与えられている。しかし一般に溶融方式や対象とする固体の溶融特性の違いによって試料内部の熱移動機構が異なるため、単純な境界条件下で導かれたこれらの解をそのまま実際の問題に直接適用することはできない。<sup>2),3),4)</sup>

本研究では攪拌槽中での固体の溶融問題を数学的に取り扱い、Neumann の厳密解法に準拠した解析的近似解ならびに Murray<sup>5)</sup>らの提示した variable space network 法を拡張した数値解を導出し、実験値と比較した。この問題では、試料表面での境界条件が極めて複雑なため、従来からその研究に関する報告例はほとんどない。また、食品の冷凍、解凍操作や金属の溶融、固化等実際的な相変化過程では、純物質のごとく固体から液体への相変化が一次転移であるとする、いわゆる単純相変化とみなすのが不都合な場合が多く、実際にはその過程はむしろ一次転移と二次転移を伴う金属や組成の複

\* 建設工学科

雑な高分子物質に対して適用可能な解の導出が要求されることから、ここでは試料が、固相と液相の間に中間的な遷移相をもつ潜熱集中型三相問題とした場合の熔融過程の解析を試みた。

## 2 理 論

### 2-1 基礎方程式

この場合、熔融問題における熱移動機構を定量的に把握するにあたり、数学的取り扱いを容易にするため、便宜上熱は試料の一方方向のみに伝わるものとする。また、問題を簡略化するため、つぎのような仮定を設ける。

- 1) 各相における熱的物性値は同一相内において、温度に無関係に一定である。
- 2) 転移面は二つ存在し、そこでの温度は時間に関係なくそれぞれ一定に保たれる。
- 3) 攪拌槽内の熱媒体は完全混合状態である。
- 4) 転移による体積変化は無視できる。
- 5) 液相での自然対流は無視できる。

以上の仮定に基づき、試料内部の温度分布と転移面位置を与える解析的近似解ならびに Murray らの提示した variable space network 法を拡張した数値解を導出する。

この場合モデルは Fig. 1 のように示され、各相の基礎方程式はつぎのように書かれる。

$$\frac{\partial T_1}{\partial \theta} = \kappa_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \quad (0 < x < \delta_1) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \theta} = \kappa_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} \quad (\delta_1 < x < \delta_2) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial \theta} = \kappa_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2} \quad (\delta_2 < x < \infty) \quad (3)$$

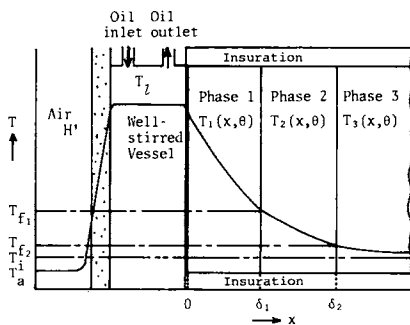


Fig. 1. Schematic representation for melting problem of a semi-infinite solid with transformation

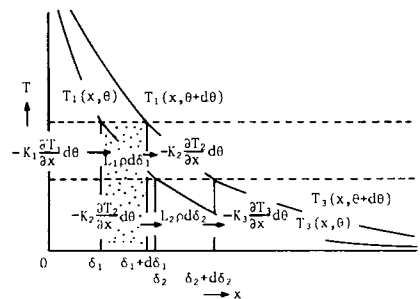


Fig. 2. Heat balance at the surfaces of transformation

試料表面では、熱媒体側および試料と熱媒体との隔壁の熱抵抗を含む総括的熱伝達係数を  $h$  とすれば、つぎのような境界条件が与えられる。

$$-\frac{\partial T_1}{\partial x} = H(T_i - T_1) \quad (x=0) \quad (4)$$

ただし、ここで  $H=h/K_1$  である。また、攪拌槽内の流体温度  $T_i$  の時間的变化は、攪拌槽への流入、流出のエンタルピー量、外気への放散熱量、試料へ伝わる伝導熱量を考慮した熱収支式に基づき、つぎのごとく示される。

$$\frac{dT_i}{d\theta} = \frac{1}{F_c} \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{1}{\theta_{av}} (T_{is} - T_i) - \frac{1}{\theta_r} (T_i - T_a) \quad (x=0) \quad (5)$$

この場合、攪拌槽への流入流体温度  $T_{is}$  は、後述のごとく時間とともに低下した。そこで実験データに基づき、この関係を次式で近似した。

$$T_{is} = a_1 \theta^2 + a_2 \theta + a_3 \quad (6)$$

ただし、 $F_c$ ,  $\theta_{av}$ ,  $\theta_r$  はそれぞれ以下のごとく示されるパラメータである。

$$F_c = \frac{MC_{pl}}{K_1 A}, \quad \theta_{av} = \frac{M}{m_0}, \quad \theta_r = \frac{MC_{pl}}{H'A_w}$$

一方、溶融過程で転移温度は一定に保たれるから

$$T_1 = T_2 = T_{f1} \quad (x = \delta_1) \quad (7)$$

$$T_2 = T_3 = T_{f2} \quad (x = \delta_2) \quad (8)$$

また  $d\theta$  時間において  $d\delta_1$ ,  $d\delta_2$  の転移面の移動があるとすれば、転移面での熱収支は Fig.2 のように示される。すなわち  $\delta_1$  では液相からの顕熱移動量と中間相への顕熱移動量との差が、また  $\delta_2$  では中間相からの顕熱移動量と固相への顕熱移動量との差がそれぞれ転移に消費される熱量に等しいことから、つぎのような熱収支式が成立する。

$$-K_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + K_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = L_1 \rho \frac{d\delta_1}{d\theta} \quad (x = \delta_1) \quad (9)$$

$$-K_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + K_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} = L_2 \rho \frac{d\delta_2}{d\theta} \quad (x = \delta_2) \quad (10)$$

そして初期条件は

$$T_3 = T_i \quad (\theta = 0) \quad (11)$$

$$T_i = T_{ii} \quad (\theta = 0) \quad (12)$$

## 2-2 解の導出

### a) 解析的近似解

各相の基礎方程式、境界条件、初期条件は上述のごとく与えられたが、各相について境界条件か初期条件が不足しており、このままでは解析が困難なため、近似解の導出にあたり、つぎのような付加的条件を設ける。すなわち

$$T_1 = V_1 \quad (\theta = 0) \quad (13)$$

$$T_2 = V_2 \quad (\theta = 0) \quad (14)$$

$$T_2 = W_2 \quad (x = 0) \quad (15)$$

$$T_3 = W_3 \quad (x = 0) \quad (16)$$

Laplace 変換法によってそれぞれの境界条件, 初期条件を満足する各相の解はつぎのように与えられる。

$$T_1 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 \alpha_j^{3-2i} \mu_j \xi_i \Phi_{ij}(x, \theta) + V_1 \quad (17)$$

$$T_2 = (W_2 - V_2) \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}} + V_2 \quad (18)$$

$$T_3 = (W_3 - T_i) \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\kappa_3 \theta}} + T_i \quad (19)$$

ここで Eqs. (17), (18), (19) 中の  $V_1, V_2, W_2, W_3$  は Eqs. (6), (7) からつぎのように求められる。

$$V_1 = \frac{T_{f1} - \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 \alpha_j^{3-2i} \mu_j \eta_i \Phi_{ij}(\delta_1, \theta)}{1 - \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 \alpha_j^{3-2i} \mu_j \zeta_i \Phi_{ij}(\delta_1, \theta)} \quad (20)$$

$$V_2 = \frac{T_{f2} \operatorname{erfc} \frac{\delta_1}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}} - T_{f1} \operatorname{erfc} \frac{\delta_2}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}}}{\operatorname{erfc} \frac{\delta_1}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}} - \operatorname{erfc} \frac{\delta_2}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}}} \quad (21)$$

$$W_2 = \frac{T_{f1} \operatorname{erf} \frac{\delta_2}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}} - T_{f2} \operatorname{erf} \frac{\delta_1}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}}}{\operatorname{erf} \frac{\delta_2}{2\sqrt{\kappa_1 \theta}} - \operatorname{erf} \frac{\delta_1}{2\sqrt{\kappa_1 \theta}}} \quad (22)$$

$$W_3 = \frac{T_{f2} - T_{f1}}{\operatorname{erfc} \frac{\delta_2}{2\sqrt{\kappa_2 \theta}}} + T_i \quad (23)$$

ただし, Eqs. (17), (20) 中の  $\alpha_k (k=1, 2, 3)$  は

$$\alpha_k^3 - H \alpha_k^2 + \left( \frac{H}{F_c} + \frac{1}{\theta_w} + \frac{1}{\theta_r} \right) \frac{\alpha_k}{\kappa_1} - \left( \frac{1}{\theta_w} + \frac{1}{\theta_r} \right) \frac{H}{\kappa_1} = 0 \quad (24)$$

のたがいに異なる根であり, 係数  $\mu_k (k=1, 2, 3)$ ,  $\xi_k (k=1 \sim 4)$ ,  $\eta_k (k=1 \sim 4)$ ,  $\varphi_k (k=1 \sim 4)$  はつぎのごとく示される。

$$\mu_1 = \{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_1)\}^{-1}, \mu_2 = \{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_3 - \alpha_2)\}^{-1}, \mu_3 = \{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_3)\}^{-1}$$

$$\xi_1 = H(T_{li} - V_1), \xi_2 = \frac{H}{\kappa_1} \left( \frac{a_3 - V_1}{\theta_{av}} + \frac{T_a - V_1}{\theta_r} \right), \xi_3 = \frac{H a_2}{\kappa_1^2 \theta_{av}}, \xi_4 = \frac{2 H a_1}{\kappa_1^3 \theta_{av}}$$

$$\eta_1 = H T_{li}, \eta_2 = \frac{H}{\kappa_1} \left( \frac{a_3}{\theta_{av}} + \frac{T_a}{\theta_r} \right), \eta_3 = \xi_3, \eta_4 = \xi_4, \zeta_1 = H, \zeta_2 = \frac{H}{\kappa_1} \left( \frac{1}{\theta_{av}} + \frac{1}{\theta_r} \right), \zeta_3 = 0, \zeta_4 = 0$$

また,  $\Phi_{ij}(x, \theta)$  ( $i=1\sim 4, j=1\sim 3$ ) はそれぞれつぎのような式で与えられる。

$$\Phi_{1j}(x, \theta) = \frac{e^{-\frac{x^2}{4\kappa_1\theta}}}{\alpha_j\sqrt{\pi\kappa_1\theta}} - e^{\alpha_j x + \kappa_1 \alpha_j^2 \theta} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1\theta}} + \alpha_j\sqrt{\kappa_1\theta}\right) \quad (25)$$

$$\Phi_{2j}(x, \theta) = \operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1\theta}} - e^{\alpha_j x + \kappa_1 \alpha_j^2 \theta} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1\theta}} + \alpha_j\sqrt{\kappa_1\theta}\right) \quad (26)$$

$$\Phi_{3j}(x, \theta) = \Phi_{2j}(x, \theta) - 2\alpha_j\sqrt{\kappa_1\theta} \operatorname{ierfc}\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1\theta}} + (2\alpha_j\sqrt{\kappa_1\theta})^2 i^2 \operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1\theta}} \quad (27)$$

$$\Phi_{4j}(x, \theta) = \Phi_{3j}(x, \theta) - (2\alpha_j\sqrt{\kappa_1\theta})^3 i^3 \operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1\theta}} + (2\alpha_j\sqrt{\kappa_1\theta})^4 i^4 \operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1\theta}} \quad (28)$$

さて, Neumann の厳密解によれば転移面位置は時間の 1/2 乗に比例することが理論的に示されている。そこでこの場合も近似的にこの関係が成立するとし,  $\lambda_1, \lambda_2$  を比例定数として  $\delta_1, \delta_2$  をつぎのように仮定する。

$$\delta_1 = \lambda_1 \sqrt{\theta} \quad (29)$$

$$\delta_2 = \lambda_2 \sqrt{\theta} \quad (30)$$

Eqs. (17), (18), (19) および上述の Eqs. (29), (30) を Eqs. (8), (9) に適合させると,  $\lambda_1, \lambda_2$  に関する連立方程式 Eqs. (31), (32) が導かれ, 任意時間ごとに  $\lambda_1, \lambda_2$  を算出することにより,  $\delta_1, \delta_2$  を決定することができる。すなわち

$$\frac{L_1 \rho \lambda_1}{2} = -K_1 \sqrt{\theta} \left( \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 \alpha_j^{3-2i} \mu_j \xi_i \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial x} \Big|_{x=\lambda_1 \sqrt{\theta}} \right) - K_2 (W_2 - V_2) \frac{e^{-\frac{\lambda_1^2}{4\kappa_2}}}{\sqrt{\pi \kappa_2}} \quad (31)$$

$$\frac{L_2 \rho \lambda_2}{2} = K_2 (W_2 - V_2) \frac{e^{-\frac{\lambda_2^2}{4\kappa_2}}}{\sqrt{\pi \kappa_2}} - K_3 (W_3 - T_i) \frac{e^{-\frac{\lambda_2^2}{4\kappa_3}}}{\sqrt{\pi \kappa_3}} \quad (32)$$

また, 攪拌槽内の流体温度  $T_i$  は Eq. (17) を Eq. (4) に代入してつぎのように導かれる。

$$T_i = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 \alpha_j^{3-2i} \mu_j \xi_i \left( \Phi_{ij} - \frac{1}{H} \frac{\partial \Phi_{ij}}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} + V_1 \quad (33)$$

このようにして近似解が得られたが, 係数  $\lambda_1, \lambda_2$ , 温度  $V_1, V_2, W_2, W_3$  はいずれも時間に依存するのでここで得られた解は厳密に基礎方程式を満足しないが, これらの値が時間的に大きく変化しない範囲では近似解が成立する。

## 6) 数値解

数値解導出に適用されるモデルと変数は Fig. 3 に示すごとくである。ここでは Murray らの方法を拡張して数値解を導く手順を略述する。いま距離の分割数を液相について  $a$ , 中間相について  $b$ , 固相について  $c$ , 総分割数を  $N$  とすると, この場合転移面位置が時間とともに移動するので, 各相内任意座標分割点  $n$  の位置は時間とともに変化する。基礎式, 境界条件を時間と距離について差分表示すると以下のごとく示され, 微小時間刻みごとに転移面位置および各座標分割点における温度を逐次算出していくことができる。

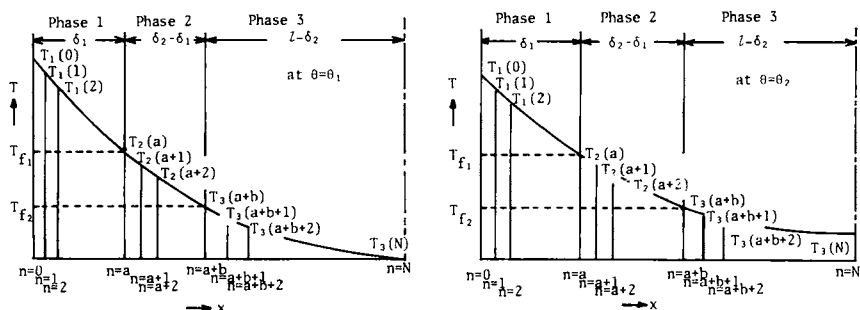


Fig. 3. Description of variables for the numerical solution

$$\frac{T_1(n, m+1) - T_1(n, m)}{\Delta \theta} = \frac{T_1(n+1, m) - T_1(n-1, m)}{2\delta_1(m)/n} \cdot \frac{\delta_1(m+1) - \delta_1(m)}{\Delta \theta} + \kappa_1 \frac{T_1(n, m+1) - 2T_1(n, m) + T_1(n-1, m)}{\{\delta_1(m)/a\}^2} \quad (34)$$

$$\frac{T_2(n, m+1) - T_2(n, m)}{\Delta \theta} = \frac{T_2(n+1, m) - T_2(n-1, m)}{2\{\delta_2(m) - \delta_1(m)\}} \cdot \left\{ \frac{\delta_1(m+1) - \delta_1(m)}{\Delta \theta} \times (a+b-n) + \frac{\delta_2(m+1) - \delta_2(m)}{\Delta \theta} (n-a) \right\} + \kappa_2 \frac{T_2(n+1, m) - 2T_2(n, m) + T_2(n-1, m)}{\{\delta_2(m) - \delta_1(m)\}^2 / b^2} \quad (35)$$

$$\frac{T_3(n, m+1) - T_3(n, m)}{\Delta \theta} = \frac{T_3(n+1, m) - T_3(n-1, m)}{2\{l - \delta_2(m)\} / (N-n)} \cdot \frac{\delta_2(m+1) - \delta_2(m)}{\Delta \theta} + \kappa_3 \frac{T_3(n+1, m) - 2T_3(n, m) + T_3(n-1, m)}{\{l - \delta_2(m)\}^2 / c^2} \quad (36)$$

$$\frac{T_1(0, m+1) - T_1(0, m)}{\Delta \theta} = \frac{\kappa_1}{H} \left[ \frac{-1.5T_1(4, m) + 7T_1(3, m) - 12T_1(2, m) + 9T_1(1, m) - 2.5T_1(0, m)}{\{\delta_1(m)/a\}^3} \right] + \left( \frac{1}{F_c} + \frac{1}{H\theta_{av}} + \frac{1}{H\theta_r} \right) \times \frac{-3T_1(0, m) + 4T_1(1, m) - 2T_1(2, m)}{2\delta_1(m)/a} - \left( \frac{1}{\theta_r} + \frac{1}{\theta_{av}} \right) T_1(0, m) + \frac{T_a}{\theta_r} + \frac{T_{ls}}{\theta_{av}} \quad (37)$$

$$\frac{T_3(N, m+1) - T_3(N, m)}{\Delta \theta} = \kappa_3 \frac{T_3(N-1, m) - T_3(N, m)}{2\{l - \delta_2(m)\}^2 / c^2} \quad (38)$$

$$L_{1\rho} \frac{\delta_1(m+1) - \delta_1(m)}{\Delta \theta} = -K_1 \frac{T_1(a-2, m) - 4T_1(a-1, m) + 3T_{f1}}{2\delta_1(m)/a} + K_2 \frac{-3T_{f1} + 4T_2(a+1, m) - T_2(a+2, m)}{2\{\delta_2(m) - \delta_1(m)\} / b} \quad (39)$$

$$L_{2\rho} \frac{\delta_2(m+1) - \delta_2(m)}{\Delta \theta} = -K_2 \frac{T_2(a+b-2, m) - 4T_2(a+b+1, m) + 3T_{f2}}{2\{\delta_2(m) - \delta_1(m)\} / b}$$

$$-K_3 \frac{-3T_{r2} + 4T_3(a+b+1, m) - T_3(a+b+2, m)}{2 \{l - \delta_2(m)\} / c} \quad (40)$$

なお、この場合明らかに  $\theta=0$  で  $\delta_1=0$ ,  $\delta_2=0$  であるが、この値をそのままこれらの式に代入すると不定形となる項があるので、初期厚みとして有限な微小値をとることにする。また解の安定性を考慮して、距離刻みに対する時間刻みの設定条件が Murray らによって指摘されているが、この問題では境界条件が複雑なので、解の安定時間増分を  $x \Delta \theta / (\Delta x)^2 < 1/20$  として実際の計算を行なった。

### 3 実験装置および実験方法

実験装置のフローシートを Fig. 4 に示す。本実験装置は油槽および攪拌槽と試料容器を組み合わせた装置本体とそれらを連結する配管系から構成され、ポンプによって油槽中の大豆油を装置本体へ送入できるようにしてある。また攪拌槽への油量調整は配管途中のバルブにより適宜行なうことができる。試料容器は厚さ 1 mm の銅板で作成し、その大きさは 100mm×100mm×200mm であり、任意の位置にあらかじめ検定された銅—コンスタンタン熱電対を設置し、mV 自動記録計により試料加熱過程の温度分布が測定される。配管系と装置本体は熱損失を小さくするためグラスウールで被覆した。

実験開始前には、攪拌槽と試料容器を切り離しておき、油槽中の流体を加熱しながらポンプによって流体を攪拌槽へ送入する。バルブにより流量調整を行ないながら約 10 分間流体を流し続けると、攪拌槽から外気への熱放散の支配抵抗となるグラスウールが加温され、本実験の際にこの効果を表わす係数  $H'$  の変動を小さくすることができる。ただ  $H'$  はあらかじめ算出するのが困難なので、本実験で得られた  $T_i$  および  $T_{is}$  の値に基づき、計算機によって試行的に求めた。

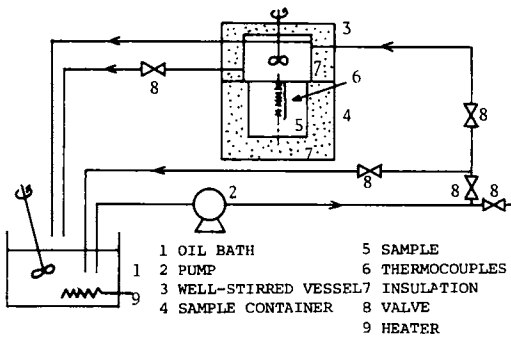


Fig. 4. Experimental apparatus

Table 1 Physical properties of solid paraffin

|          |      |                      |
|----------|------|----------------------|
| $\rho$   | 840  | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $C_{p1}$ | 0.53 | [kcal/kg°C]          |
| $C_{p2}$ | 0.84 | [kcal/kg°C]          |
| $C_{p3}$ | 0.34 | [kcal/kg°C]          |
| $K_1$    | 0.14 | [kcal/m hr°C]        |
| $K_2$    | 0.23 | [kcal/m hr°C]        |
| $K_3$    | 0.33 | [kcal/m hr°C]        |
| $L_1$    | 22.0 | [kcal/kg]            |
| $L_2$    | 9.0  | [kcal/kg]            |
| $T_{r1}$ | 57.0 | [°C]                 |
| $T_{r2}$ | 38.0 | [°C]                 |

Table 2 Operating condition for experiment

|       |       |             |      |     |        |
|-------|-------|-------------|------|-----|--------|
| $T_i$ | 22.0  | $m$         | 64.1 | $A$ | 0.0092 |
| $T_l$ | 148.5 | $H' A_{av}$ | 1.0  | $M$ | 1.9    |
| $T_a$ | 22.0  | $h$         | 50.0 |     |        |

$$T_{is} = 8.4\theta - 45.9\theta + 153.0$$

試料容器を攪拌槽底部に速やかに接触させると実験が開始され、時間の経過につれて転移が進行する。油槽中の加熱器のスイッチは実験開始直前に切り、初期状態で熱媒体が保有するエンタルピーのみによって試料が加熱されるようにしてある。また、転移面位置を外部から直接実測することは不可能なので、試料内の温度分布実測値より転移温度にある位置を転移面であるとした。

本実験では槽外から系への加熱が行なわれないので、流体温度の低下に伴い、試料表面温度も低下し、 $\delta_1$  の進行が 1.5~2.0hr でほとんど停止する。このことから実験の継続はこの時間までに限定した。なお、本実験に試料として用いたパラフィンの物性値および実験操作条件を Tables 1, 2 に示す。

#### 4 結果と考察

すでに理論の説明で述べたごとく、ここで得られた近似解は式中の係数  $\lambda_1, \lambda_2$  および温度  $V_1, V_2, W_2, W_3$  の時間的変化が小さい範囲でのみ成立する。そこでまずこれらの値の時間的変化を Figs. 5, 6 に示す。この場合  $\lambda_1, \lambda_2$  は実験開始初期には急激に増加するが、0.3hr 以降ではそれほど極端に変化しない。また  $V_1, V_2, W_2, W_3$  のうち時間的に最も変化するのは  $V_1$  であるが、概して時間初期を除けば、その変化が比較的小さいので、十分定数とみなすことができる。

以上のことから 0.3hr 以降では本解析で得られた近似解が成立し、各相の温度分布、転移面位置を算出することができる。

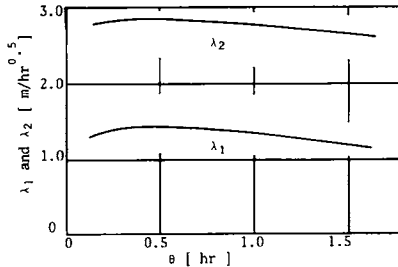


Fig. 5. Relation between  $\lambda_1, \lambda_2$  and time  $\theta$

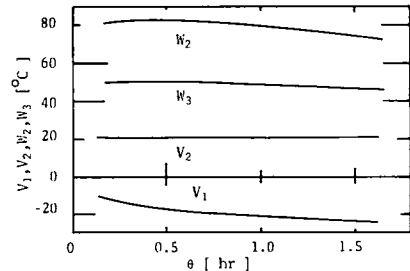


Fig. 6. Relation between  $V_1, V_2, W_2, W_3$  and time  $\theta$

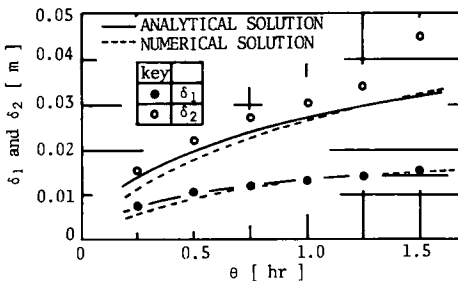


Fig. 7. Increment of  $\delta_1$  and  $\delta_2$  with time  $\theta$

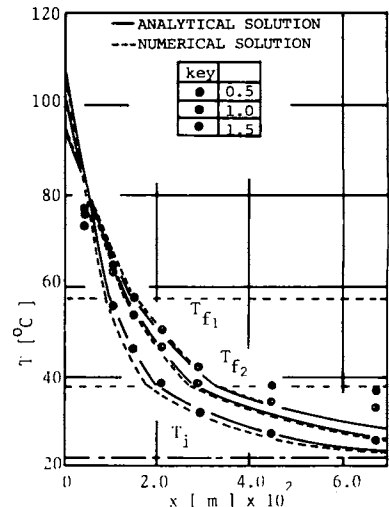


Fig. 8. Temperature distribution

つぎに転移面位置の時間的变化を Fig. 7 に示す。この図には数値解より求めた値も同時に点綴した。ここにおいて  $\delta_1$  については実験値と計算値が比較的一致しているが、 $\delta_2$  は 1.2~1.5hr にかけて実験値が急激に大きくなっている。この原因は試料容器側壁部から侵入する熱流の影響が時間とともにしだいに大きくなり、急速に転移が進行したためと思われる。

Fig. 8 に温度分布の実測値と近似解および数値解による計算結果を示す。計算値と実験値は比較的一致していると思われるが、前述のごとく時間の経過とともに外部からの熱流の影響が大きくなるため、固相内温度分布については両者にかかなりの差を生じている。

本実験は比較的高温下で行なった関係で、試料容器の材質として熱伝導率は小さいが熱ひずみによる破壊の可能性の高い合成樹脂を用いずに銅板を使用したため、攪拌槽から銅板を通して試料内へ侵入する熱流を完全に遮断できず、実験後期にその影響が顕著になって実験値と計算値との差が大きくなったが、この影響を除外すればここで得られた近似解、数値解は、この問題に対して十分に妥当であると考えられる。

## 5 結 言

攪拌槽内での固体の溶融過程を解析し、実験値と比較した結果つぎのような結論を得た。

- 1 高分子物質の一種であるパラフィンの相変化特性を潜熱集中型三相問題とみなすことにより、二次転移の現象を一次転移と相似的に取り扱うことができた。
- 2 Neumann の解法に準拠し、転移面の位置を時間の 1/2 乗に比例すると近似した解析結果は実験値および数値解とよく一致した。
- 3 variable space network 法を拡張した数値解法は、この場合のように境界条件が複雑な場合に、解の安定条件をさらに限定して取り扱わねばならないことが明らかになった。

(昭和54年5月24日受理)

## Nomenclature

|          |                                              |                            |
|----------|----------------------------------------------|----------------------------|
| $A$      | = surface area of the sample                 | [m <sup>2</sup> ]          |
| $A_{av}$ | = effective area of heat transfer to the air | [m <sup>2</sup> ]          |
| $a$      | = number of divisions in phase 1             | [—]                        |
| $b$      | = number of divisions in phase 2             | [—]                        |
| $c$      | = number of divisions in phase 3             | [—]                        |
| $C_p$    | = specific heat                              | [kcal/kg°C]                |
| $C_{p1}$ | = specific heat of medium fluid              | [kcal/kg°C]                |
| $h$      | = heat transfer co-efficient                 | [kcal/m <sup>2</sup> hr°C] |
| $H'$     | = heat transfer co-efficient                 | [kcal/m <sup>2</sup> hr°C] |
| $K$      | = thermal conductivity                       | [kcal/m hr°C]              |
| $L_1$    | = heat of transformation at $T_1$            | [kcal/kg]                  |
| $L_2$    | = heat of transformation at $T_2$            | [kcal/kg]                  |
| $M$      | = total mass of medium fluid                 | [kg]                       |

|                                 |                                                                   |                      |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------|
| $m$                             | = increment of time                                               | [—]                  |
| $m_0$                           | = mass velocity of medium fluid                                   | [kg/hr]              |
| $N$                             | = total number of divisions                                       | [—]                  |
| $n$                             | = increment of space                                              | [—]                  |
| $T$                             | = temperature                                                     | [°C]                 |
| $T_a$                           | = temperature of the air                                          | [°C]                 |
| $T_{f1}$                        | = transformation temperature                                      | [°C]                 |
| $T_{f2}$                        | = transformation temperature                                      | [°C]                 |
| $T_l$                           | = temperature of medium fluid                                     | [°C]                 |
| $T_{is}$                        | = temperature of medium fluid at inlet of the well-stirred vessel | [°C]                 |
| $x$                             | = distance                                                        | [m]                  |
| 〈Greek letters〉                 |                                                                   |                      |
| $\delta_1$                      | = position of transformation surface                              | [m]                  |
| $\delta_2$                      | = position of transformation surface                              | [m]                  |
| $\theta$                        | = time                                                            | [hr]                 |
| $\kappa$                        | = thermal diffusivity                                             | [m <sup>2</sup> /hr] |
| $\rho$                          | = density                                                         | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| 〈subscripts〉                    |                                                                   |                      |
| 1=phase 1, 2=phase 2, 3=phase 3 |                                                                   |                      |

#### Literature cited

- 1) Carslaw, H.S. and J.C. Jaeger ; "Conduction of Heat in Solids", 2nd. ed., Oxford Univ. Press (1959)
- 2) Goodman, T.R. ; Trans. ASME (HEAT Trans.), 80, 335 (1958)
- 3) Goodman, T.R. ; ibid., 82, 16 (1960)
- 4) Komori, T. ; "Application of Heat Conduction Problem with Phase Change to Food-Engineering"  
Doctor's Thesis (1971)
- 5) Murray, W.D. and F. Landis ; Trans. ASME (HEAT Trans.), 81, 106 (1959)