

算 数 科

才松 古 鷹 中 川 一 雄 博 基 次

1 算数科の本質について

私たちは、算数科の本質を次のように考えている。

数学化を可能にすること

私たちの身の回りには、至る所で数量・図形にかかわる事象が存在し、単に接すると言うより日常的に使用・処理する機会が多い。したがって、数量・図形に関して正確に理解し、自由に使用できるための資質・能力を身につける必要がある。また、将来にわたり算数・数学を学び続けるための礎も必要である。なぜなら算数・数学は体系的に成立している学問であり、積み重ねていってこそさらに高度で深い論理追究が可能となるからである。

つまり、算数科で学ぶことは、日常で使えるといった計算などの事象処理の仕方という表面的な理解や能力だけではなく、その根柢となる理論まで追究しながら、学問的に数学のもつ構造や形式、数学的な見方・考え方に対するものと、そんな見方・考え方ができるようになることである。また、この過程で算数科で求める「知性と教養」を培うことができると考える。その結果、日常事象を数学的な見方・考え方でとらえ、数学的活動を通して、問題解決することを可能にするであろう。そして、日常で使える理由を理論づけした上で、本当の意味でえることになるであろう。

以上のことから、算数科の本質は「数学化を可能にすること」であると考える。数学化というのは数学的な言い換え（表現）であり、日常事象を抽象化・理想化・簡単化し、数学の理論上のことと仮定し、論理的に問題解決を図ることである。具体的には式化や文字式化がこれにあたる。これにより、子ども自身が日常の問題を数学的な内容のあらわれとして見いだしたり、数学の理論に合わせて考えたりすることが可能になる。また、将来にわたって、日常事象と算数・数学を関連づけ、数学的な見方・考え方を用いたり既得の理論や技能を使用したりしながら、新たな論理追究やそれにとも

なう「知性と教養」へつながっていくと考える。さらに、この積み重ねにより、現実の世界と数学の世界を関わらせてとらえる過程で、数学の有用性までより明らかになるのではないかと考える。

2 算数科の「学び」について

算数科で扱う内容は、「数と計算」「量と測定」「数量関係」「図形」の4領域に分けられる。そして、そこで扱う1つ1つの教材が学びの対象であり、その学びを通して培いたい「知性と教養」につながっている。

特に、その中の数や量、数量関係、図形といった人間が創り出した考え方（理論、構造、形式等）を「～とは～である。」と自己決定していく数学的論証の過程が重要になる。また、学び方としての数学的活動、見方・考え方としての数学的、論理的思考が重要になる。

ここで言う数学的活動というのは、日常の事象（問題）→＜数学化＞→数学の世界（数学的論証）→＜日常化＞→日常事象処理（問題解決）、までの一連の過程すべてのことであり、算数科での「学び」そのものと考えられる。この数学的活動の中で経験的に培われる計算力、

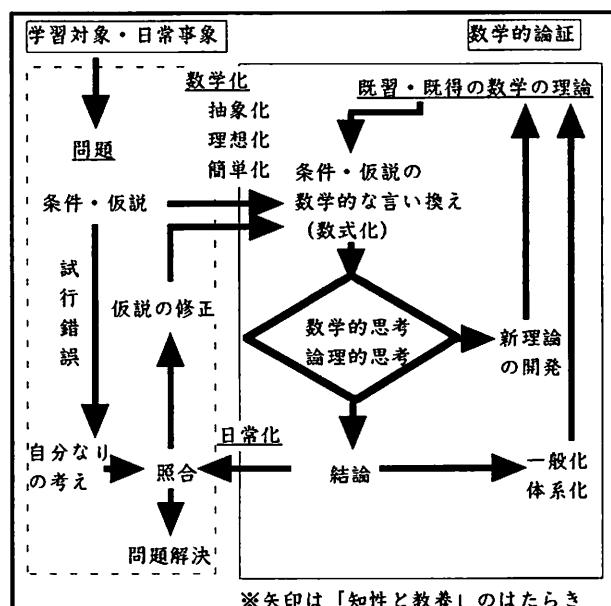


図1 算数科における「学び」の構造

測定力、統計処理力、作図力といった技能的な能力と数学的思考とを合わせて問題解決能力として重視したい。

以上のように考えると、算数科の「学び」は、図1のようになるだろう。

3 本質や「学び」にもとづく基礎・基本について

先に本質として述べた数学化は容易なことではない。現実の世界と数学の世界を結びつけるためには、自分自身が、既得の「知性と教養」を発揮して、日常事象を数学的に言い換え、論理的に説明づけ、自分なりの理論を構築していくなければならない。そして、数学化も含め自分なりの理論をつくろうとする過程として行われる活動こそが数学的活動になるのである。結局、自分なりの理論づくりをしないことには数学の一般理論や手法・技能も含めた数学的な見方・考え方の向上は不可能なのである。

そこで、算数科の基礎・基本を以下のように考えた。

数学的活動を通して

自分なりの理論をつくること

4 単元を構想するにあたって

算数科において自己の「学び」を深めることは、数学的活動を通して、自分なりの理論づくりを試みながら、自己の数学的な見方・考え方の変容や深まりを自覚していくことである。

算数科の「学び」の場において、実際の単元に下ろして実践するにあたっては、以下に述べる視点にもとづいて、単元を構想していく。

(1) 数学的活動への働きかけを促す

子ども達はこれまでの学びの経験から、日常事象に対して数学的な見方・考え方を用いる術を知っている。しかし、必ずしも適当な用い方をしているとは限らない。そこで、子ども達が必然的に既習経験を想起し、問題解決のために数式を用いて処理しようと意識できる問題や場面の設定を工夫したい。その際、式化までに至る根拠を明確にすることや数学的表現の意味の説明まで留意する必要がある。そのためには、根拠のもとになる自分の考え方や想い、経験を十分想起、活用できるだけの時間を保障したい。

(2) 数学的活動を行う場を保障、設定する

考えを理論化するためには、自分の数学化した表現が正しいかどうか検証しなければならないし、それが曖昧模糊とした場合はより明確にしていかなければならない。そして修正・再構築し自分なりの結論をもつことになる。そのためには、既得の「知性と教養」を発揮し、抽象的な思考はもちろん操作活動も含めた思考により論証することになる。そこで、個々が十分検証できるだけの時間を保障していきたいし、個性的な追究方法を認めていきたい。

(3) 数学的コミュニケーション（互いの考え方の共有化）を図る場を設定する

一人一人が自分なりの思考活動の中で、独自の理論を構築することが中心活動になるが、不合理があったり、十分な結論を導き出すことができなかつたりして、考え方や考え方方に自信や確信がもてない場合も考えられる。そこで、必要に応じて、相談したり話し合ったりして考え方や考え方を交流する機会を設けたい。交流の仕方については、ケースバイケースでより効果的な方法（回数、タイミングを含む）を模索していく必要がある。それでも不十分な場合も予想され、個や全体に対し、教師の適切な対応や働きかけが重要になることも考慮しておきたい。

(4) 数学的活動で自らの理論をつくることを通して、自分自身の変容の自覚を促す

一連の数学的活動を通して、自分なりの考え方（理論）をつくりだすことになるが、仮説から始まっての単元全体の自分の考え方や想いについてをふり返ることが自己の学びの変容を自覚する上で重要になる。方法としては、各学習段階での数学的Writingによる記録のふり返りが中心となる。内容としては、その時点での自分の考え方とその根拠（考え方）、そのためにした活動、感想、内容、方法面で他から学んだことなど、単元に応じて、自己の変容を自覚しやすいようなふり返りの観点を設定しておきたい。また、少しでも自ら自己の変容について意識できるように、数学的Writingが常時自分の意志で行えることを確認しておきたい。さらには、単元の終末の段階で、今回学んだことが他の学習や生活場面に生かせないかについても考える機会をもたせたい。これにより、子ども達の数学的活動や数学化への意識を高めることができるのでないか、算数科においての自己の学びを深めることができるのではないかと考える。

5 実践例 －1年－

(1) 単元名 10までのかけ算

- (2) 目標 • 数の使われ方（集合数・順序数・ラベル）や大昔まだ数がなかった頃にどのようにして獲物や木の実の数を伝えていたのかなどを考えながら、数とははじめがあってその次がただ1つに決まる系列であることに気づき、モノに数を対応させる活動などを通して、自分なりの数の見方ができる。

(3) 指導にあたって

本単元の基礎・基本について

本教材の本質は「自然数とは、はじめが1でその次がただ1つに決まる系列である」と捉えている。しかしながら、第1学年の数との出会いになる本単元では、具体物・半具体物を用いながら、数を集合数（モノの個数）や順序数（～何番目）として捉え、記数法・命数法と合わせて理解できるように指導する場合が多く、既にあるコトとして数を用いるために「 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$ 」と続く「数（自然数）とは何か」という部分について改めて考えることは難しいと思われる。

算数科の基礎・基本は、「数学的活動を通して、自分なりの理論をつくること」である。先に述べたことに基づくと、数の使われ方（おはじきなどの操作活動を通して、モノの個数を数えたり、順番を表したりすること）だけを学ぶのではなく、そこで用いている数（自然数）とは何なのかを自分なりに理屈立てて追求していくことが、培いたい基礎・基本と考える。その結果として集合数・順序数として使うことができるということになる。

本単元では、これまでの生活経験から自然に身につけている「1、2、3、…」と順番通りに数を唱えていること、それを用いて1つのモノに1つの数を対応させて個数や順序を表していること、数字を見たり書いたりして知っていることなども算数科における知性と教養と捉えたい。そして、その日常的な部分から数学化（算数の土俵にのせ、数学的論証を行う）を図っていく。

「はじめに数ありき」ではなく、日常事象としてごく普通に使っている数を取り出し、その $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$ にどんな意味があるのか、一見当たり前と思われるコトに理屈をつけ、自分なりに知性と教養を働かせて、数の見方をつくっていく。その自分なりの数の見方が、また新たな知性と教養になり、少しずつ数の感覚（数の分解・合成、数の大小・相等、相対的な大きさなどの感覚）を豊かにしていくと考えている。

単元計画（総時数12時間）

主な活動と内容	学びを深めるために	主な評価ポイント
1 身の回りで数を使う場合や数を使って表しているものについて考える	①④	身の回りから数の使われ方を見つけることができたか
2 数について考える	②③④	
<p>数って何だろう 数ってどうやってできたのかな</p> <ul style="list-style-type: none">• 数がなかった大昔の人は、どのようにして獲物や木の実の数を仲間に伝えていたのか考える• より簡単に、ぱっとモノの数を伝えるにはどうすればよいか考え 数が生まれたルーツを探る• $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$の数のきまりに気づき 自分で数をつくる		<p>自分なりの理屈で 数を伝える方法を考えることができたか</p> <p>数のよさ・きまりに気づき自分で数をつくることができたか</p>
3 数をいろいろな場面で使ってみる	①②④	<p>数をモノに対応させ 個数や順序を表すことに使うことができたか</p>
<ul style="list-style-type: none">• 具体物 半具体物の数を数えたり 数を対応させたり 数字を書いたりする• 順番を表すのに数が使えることについて考える• 何もないことを0と表すことを知る		
4 数について考えを交流し合い 10までの数についてまとめる	③④	<p>自分の言葉や絵で「数とは何か」を表すことができたか</p>

学びを深めるために

① 日常事象から数を取り出し、数とは何かを理屈づけていく数学的活動への働きかけを促す
子どもはこれまで、生活経験を通して、集合数・順序数・ラベルとしてごく自然に数を使ってきている。そのため、「 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$ 」という数は既にあるコトであり、そこにどんな数学的価値があるのかということは考えたことはないであろう。そこで、数の使われ方を掘り起こす場を設定し、その数とは何なのかを追求する数学的論証の場へと焦点化していきたい。また、論証の場では、数についての自分の想いが膨らむような問題・場面設定となるよう工夫したい。

② 自分なりの理屈で数とは何かを追求し、考えを検証できる場を設定する

先にも述べたが、既にあるコトとして数を捉えている実態を踏まえ、数がつくられるまでのルーツを探るような場を設定し、意欲的に追求できるようにしたい。具体的には「大昔の数がなかった頃は、どのようにして獲物や木の実の数を仲間に伝えていたのだろう」という問題提起で個々が自分の想い（言葉・絵図・操作などの表現方法も含めて）で意欲的に追求できる場を設定したい。その中で、既得の知性と教養が発揮され、考えがより磨かれていくと思われる。

③ 数についての個々の考えを広め・深める、数学的コミュニケーションを図る場を設定する

大昔の時代に生きる人々になりきって、数を表す様々な方法が示されると思われる。その一つ一つの考えが数をつくりだすまでの大切なプロセスであると考えている。そこで随時、考えを相互交流する場を設けたい。その中で、自分の考えに確信を持ったり、よりよいものに修正していくことと思われる。基本的には、個々の考えを他者に反復させ、全員で理解できるようにする。

④ 数学的活動を通して、数についての自分の考えの変容に気づくことができるよう促す

数についての初期の捉え、モノの数を伝えるための考え方の練り直し、相互交流を経ての修正・再構築など、各段階での自分の考え方の変容を数学的Writing・Speakingによって振り返りたい。Writingでは文字・絵図など個々の自由な表現方法とし、Speakingでは教師が発言や机間指導で聞いた個々の考えをメモする形で記録し、変容した点を教師が示すことで変容を意識化する。

(4) 本单元における授業の実際と考察

先にも述べた通り、本单元で培いたい基礎・基本は、「数（自然数）とは何かを自分なりに理屈立てて追求していくこと」であり、その獲得のために学びを深める4つの視点を設定した。それらの視点にかかわっての具体的な評価項目は、単元計画の中の「主な評価ポイント」にあたる。従って、主な評価ポイントについて授業を振り返り、一人一人の考え方を考察していくことで、算数科でねらう「数学的活動を通して、自分の理論をつくる」ことの有用性が検証されると考える。

ここでは、数の使われ方（個数・順序数として数を使うこと）の部分ではなく、数についての個々の想いを掘り起こし、自分なりに理屈立てて数とは何かを追求し、数づくりをするまでの部分について数学的Writing・Speakingに基づき、考察していくことにする。ここに、先に述べた論理づくりの有用性を検証する学びが焦点化されていると考えるからである。

以下、授業の実際に基づき、考察していくことにする。

① 日常事象から数を取り出し、数とは何かを追求する場へ

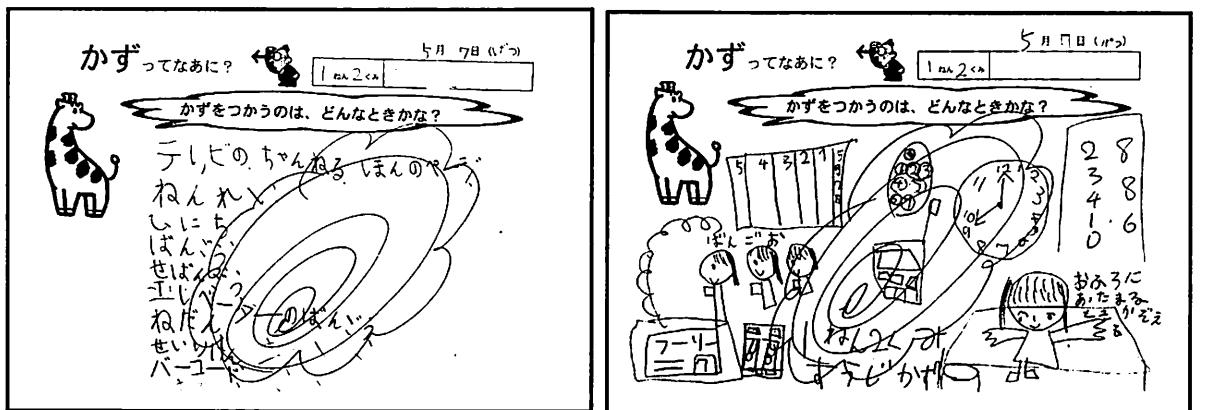
身の回りから数の使われ方を見つけることができたか

はじめに、「数って知ってる？」と問い合わせた。予想通り、「そんなの簡単。1、2、3のことだよ。」という返事が返ってきた。続けて、「数は、どんな時に使うのかな？」と問うと、時計の数字、時間割、バスの番号、カレンダー、エレベーター、電話番号など、様々な使い方を挙げてきた。そこで、一人一人の想いを大切にしたいという意図で、本单元の初めての数学的Writingは、数を使う場合を言葉や絵で書き表わすというテーマで試みた。

過去の自分の実践では、発言を板書することで、みんなの想いと捉え、同様の切り口で導入したことがある。入学間もないこの時期に、まだ平仮名の学習もこれからという段階で記述することにあまり意味を感じなかったからである。しかし、今回の実践では、一人一人に考え方の変容を数学的Writingから気づくようにすることをねらっている。そのためにも、基礎・基本にかかわるテーマで記していくことは大切であり、この学習を展開していくことにした。

さて、実際の授業では、自分の持ち物から教室内、さらに教室を飛び出し校内へと数字探しの意欲は膨らんでいった。この段階では、想いを記すことができず、教師が子どものSpeakingを基に代わりにかくということはなかった。「かきたい」という意欲があれば、1年生の初期でも数学的Writingは可能なのだと実感した。そして、一人一人がかいたところで、実物投影機を使い、考えの交流を図った。自分のかいたものがテレビに写し出されるということもあり、子どもは画面に食い入るように見ていた。その中で「ぼくと同じだよ。」「わたしもかいたよ。」というやりとりが見られ、子どもは身の回りから数の使われ方を見つけ合い、考えを広めていることがわかった。この様子などから、日常事象からの数の取り出しが全員できたと評価できる。

初めての数学的Writing ~「数はこんな時に使うよ」~



言葉でかいたA児

絵でかいたB児

全員のノートを提示した後、「数って、こんなにいろいろなところで使われているんだね。ところで、この数って何だと思う?」と聞いた。やや抽象的な問い合わせに答えるにくいとも思えたが、本単元の学習を通して繰り返し問い合わせ続ける、本質にかかる問題だと考え、あえて問うことにした。その結果、右のような意見が出された。数字と記号は似ているが、子どもの考えでは「数字は1、2、3、…のこと」「記号というのは、イチ・ニ・サンというのがそんな形になっている」ということで、区別されていた。子どもにとっては、数字はある種の符号という意識で捉えられているようであった。

この後、「この数はいつからあるのかな?数がなかった大昔の人は、どうやって獲物の数や木の実の数を数えていたのかな?」と次時からの学習課題を予告し、導入を終えた。

「数って、なあに?」	
・数字 (1, 2, 3, …)	… 21人
・記号 (形) …	… 7人
・数は数 …	… 4人
・数える時に使う …	… 3人

② 自分なりの理屈で、数とは何かを追求する場へ

自分なりの理屈で、数を伝える方法を考えることができたか

数の使われ方について自分の想いを掘り起こし、数について考えていくとする土台作りは終えた。ここから、数について自分なりに理屈立てて追求していく数学的論証の場へ舞台を移すことになる。しかし、いきなり「数とは何ですか?」と問い合わせ、「とにかく考えてみよう」では子どもは立ち往生してしまうことは容易に予想がつく。

そこで今回は、数がない状況下でモノの数を伝える方法を探り、その一つ一つの方法にどんな矛盾や困難があるのかを考えることで、数のよさ(明瞭性・簡潔性・的確性)を感じ取れないかと考えた。そして、次のような学習課題を提示し、追求していくことにした。

学習課題

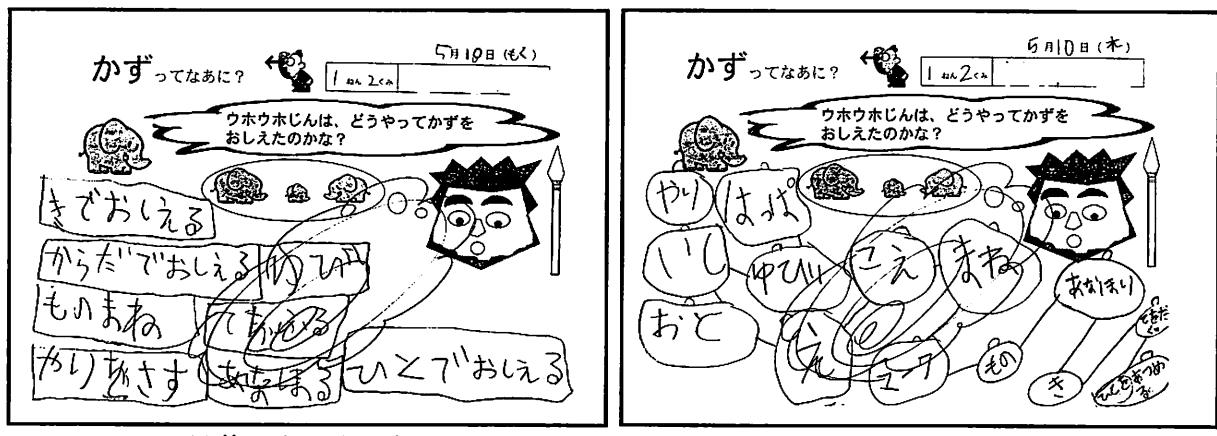
ウホウホ人は、どうやってかずをおしゃえたのかな

大昔のまだ数が無かった時代に住んでいた人々をウホウホ人と名付け、その時代にタイムスリップして考えるという場面設定を行った。毎回、導入時にウホウホワールドで学習するという意識にするため、見つけた食べ物は何だったのかを想像するオリジナルソングを歌い、学習への意欲は高まっていた。1年生の発達段階には、こうした意欲の喚起は効果的である。

さて、実際の授業では、「獲物の数だけ地面にやりを刺す」「同じ数だけ石を並べる」「指を立てる」など、動作も交えて楽しみながら学習活動が展開していった。子どもなりに様々な方法を考えるものだと感心しながら、その背景にある生活経験（遊び仲間の人数分、何かを作ったり、モノを用意したり、順番を決めたりなどして数の感覚をつくってきたことなど）の大切さを感じられた。

以下、子どもの数学的Writingの例を示すが、一人一人の考えがよく表れており、そこにはその子なりの理屈があった。よって、大昔の数が無かった時代にモノの数をどのように伝えていたのかを考えることは十分に可能であり、その中で自分なりに理屈立てて数を伝える方法を考えることはできたと判断できる。

やる気満々、数学的Writing ~「数をこうやって伝えたよ」~



③ 数のよさ・きまりを見つけ、自分で数づくりをする場へ

数のよさ・きまりに気づき、自分で数づくりをすることができたか

前時までのウホウホワールドにおける学習で子どもが考えた「数を使わずに仲間に獲物の数を伝える方法」は、大きく5つにまとめることができた。そこで、今回はそれでも数ができる使われているのはなぜなのかを考えることで、数のよさに気づき、そこから数のしくみに焦点化したいと考えた。教材の本質に基づくと、この部分が本単元の山場と言える。

以下、授業の実際をTCに基づき、振り返ることにする。

主な活動と内容の実際

[子どもの考えた5つの方法]

「ものおき作戦」

石、やり、葉っぱ、木の枝などを置く

「絵作戦」

見つけた獲物の絵をその数だけ描く

「指作戦」

獲物の数だけ指を立てて示す

「音作戦」

獲物の数だけ手を叩く口でウホウホと言う

「体作戦」

獲物のものまねをする見つけた数だけする

T：絵がない頃は、いろいろな作戦を使っていたよね。では、なぜ数を使うようになったのかな。

C1：絵作戦だったら、描いているうちに獲物が逃げてしまう。

C2：ものおき作戦は、ものがないと置けない。

C3：葉っぱだと飛んでしまうこともあるし、石だと蹴ってしまうかもしれないよ。

C4：指作戦は、指の意味がわからなかつたら通じないからだめだよ。

C5：それに、指だったら20までしかできないよ。

C6：音作戦だと、風邪をひいているときは声が出ないから困る。

C7：もし音が聞こえない人がいたら伝わらないよ。



やっぱりだめだよ

T：じゃあね、「ウホウホ」では何匹になるの。

C8：2匹だよ。「ウホ」「ウホ」だから。

C9：4匹だよ。「ウ」「ホ」「ウ」「ホ」になるから。

T：人によって違ってくるね。

C10：体作戦だってわかりにくいや。体の調子が悪いとできないし、たくさん獲物がいたらまねするのが大変だよ。

C11：やっぱり、数の方がわかりやすい。今までのやり方だと数が多いとめんどくさい。

【考察1】

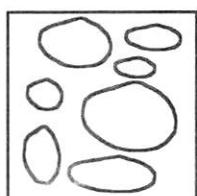
数が無い時代ということで、子どもは知恵を絞り、何とか獲物の数を伝えるための方法を考えた。しかし、C1～C10の発言に見られるように、数を使うことと比べると明らかに劣ることを感じている。数を使い慣れているという要素もあると思われるが、獲物の数が増えれば増えるほど困難を極めることや、数を誰にでも正確に伝えるという点で客観的ではないことを実感している。C11の発言は、みんなの声を代弁していると言える。

T：では、どうやって数をつくったのかな。

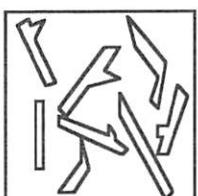
C12：神様がつくった。

C13：工場でつくった。

T：では、二人のウホウホ人がそれぞれ獲物を見つけて、その数を葉っぱと石で伝えました。どっちが多いですか。（図を提示）



石



木の枝

C：（各自、1、2、3…と数えている）
(フラッシュカード式で見せたので、全部数え切れなかった様子)

C：もう1回見せて。（再び数える）

C：木の枝の方が1つ多い。（全員）



数えてみるよ

T：では、これはどっちが大きいかな。



C：8。すぐわかる。

T：ぱっとわかるんだね。なんで数だとすぐにわかるのかな。何かきまりはあるのかな。

C14：ある。1の次は2、2の次は3っていう順番がある。

C15：ルールがある。1の次がまた1だとだめ。でも、10とか11とかはまた1と0を使っているけど、いいのかな…。

C16：これはいいんだよ。10で1つの数だから。

(数のきまりについては発言が少なく、後でWritingによって考えを把握することにした)

T：10で1つの数になっているんだね。じゃあ、10の代わりに◇ってしてもいい。

C：いいよ（少数）。だめだよ（多数）。

C17: いいよ。だって9までと同じじゃないから。

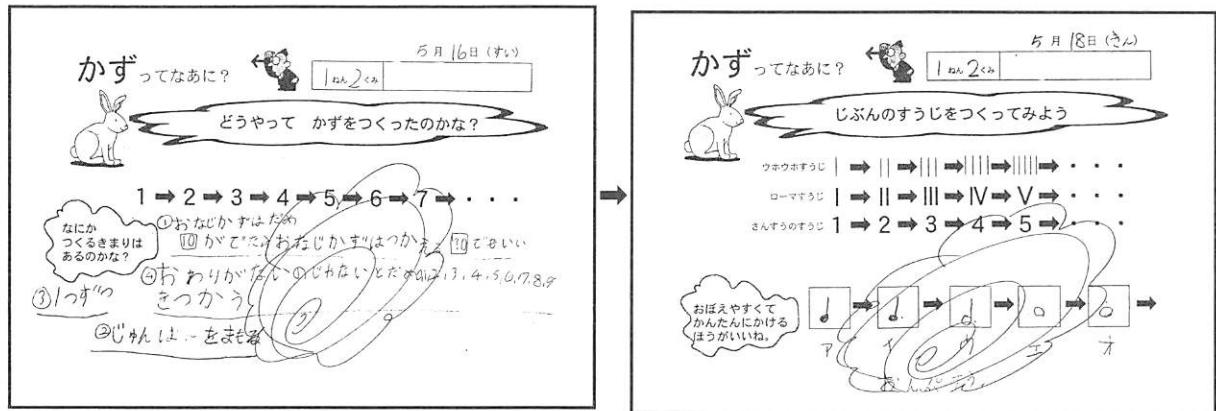
T: じゃあね、先生が神様として、 $6 \rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \dots$ と順番を決めていたら、この数になっていたのかな。

C: いいよ（少數）。ダメだよ（多數）

【考察2】

数のよさ（明瞭・簡潔・的確）について、木の枝や石を集めた図と数字で表わした図を比較することで、容易に納得できたようである。しかし、そこから一步踏み込んで数のきまりについて追求していくと思考が困難になるようである。それでも、Writingでは自分なりの理屈が記されており、発言には至らなくてもウホウホワールドでの学習を通して、「数とははじめが1で、その次がただ1つに決まる」という本質にかかわる部分はとらえられたと考えている。

本質にかかわる数学的Writing ~「数のきまり→自分の数づくり」~



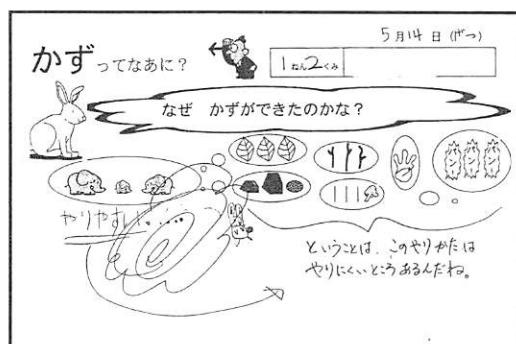
E児のWriting (初めてのWritingで「数は数。 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \dots$ のこと」としていた)

④ おわりに ~数についての自分の考えの変容に気づくことができたのか~

結論から述べると、子どもは当たり前のように使っていた数にきまりがあることに気づき、考え方を変容させることができたと思っている。それは、数学的writingを見る限りどの子も数のきまりに基づいての数づくりができていたからである。

しかし、次時に行った「自分の数を個数や順序を表すことに使ってみる」場面では、自分の数をどのようにモノに対応させていけばいいのかわからない子も数名見られた。今年度、算数科では自分なりに理論をつくり、日常事象に使えるまでを基礎・基本と考えているので、この部分については課題が残った。また、教師が想いを聞き取り代筆しなければなかなか自分の考えを表すことができない子も見られた。一斉学習の中で、こうした支援をしていく時、指導する時間も限られており、これから学習の中で自分の想いをかき表すトレーニングも必要であると感じた。

今回、様々な不安を抱えながらも1年生のスタートの段階で数学的Writingを取り入れ、子ども一人一人の考え方を理解し、実践しようと試みた。その結果、言葉・絵・図などの表記を通して子どもの思考が明確になり、個に対応した指導も可能となった。今後も数学的Writingを続け、「わかる・できる」ということよりも、「わからないこともあるけれど、考えることがおもしろい」と思える子どもになってほしいと願っている。



うまく想いをかき表せなかった例



数の勉強、楽しいな！