

A study on the structure of complex ellipsoids

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-12-11 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: Kodama, Akio メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.24517/00049336

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



複素楕円体領域の構造に関する研究

(研究課題番号 12640162)

平成12年度～平成13年度科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))

研究成果報告書

平成14年3月

研究代表者 児玉秋雄
(金沢大学理学部教授)

著者寄贈

はしがき

n 次元ユークリッド空間内の滑らかな境界を持つ有界領域 D に対しての一つの基本問題：「 D が擬凸領域で，その正則自己同型全体がなす実リー群 $\text{Aut}(D)$ が非コンパクトであるならば， D はある複素楕円体型領域に双正則同値になるか？」を解決することが本研究の目的であった．このため，複素解析学，微分幾何学，偏微分方程式等の関連諸分野の研究分担者の協力のもとで，非コンパクトな正則自己同型群 $\text{Aut}(D)$ を持つ有界領域 D の構造を様々な角度から研究した．当初の目的が十分達成されたとは言い難いところもあるが，いくつかの新しい結果が得られたので報告する．

最後に，研究代表者とは異なる研究機関に所属する研究分担者との研究連絡等に対して，当該補助金が極めて有用であり，研究代表者が本研究の成果を得るに当たり大きな助けになったことをここに報告したいと思う．

平成12年度～平成13年度科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))
研究成果報告書

課題番号 12640162

研究課題 複素楕円体型領域の構造に関する研究

研究組織

- 研究代表者： 児玉秋雄 (金沢大学理学部教授)
研究分担者： 北原晴夫 (金沢大学大学院自然科学研究科教授)
研究分担者： 藤本坦孝 (金沢大学理学部教授)
研究分担者： 一瀬 孝 (金沢大学理学部教授)
研究分担者： 中尾慎太郎 (金沢大学理学部教授)
研究分担者： 加須栄 篤 (金沢大学理学部教授)
研究分担者： 林田和也 (福井工業大学工学部教授)
研究分担者： 今吉洋一 (大阪市立大学大学院理学研究科教授)
研究分担者： 野口潤次郎 (東京大学大学院数理科学研究科教授)
研究分担者： 小松 玄 (大阪大学大学院理学研究科助教授)
研究分担者： 小林 治 (熊本大学理学部教授)
研究分担者： 清水 悟 (東北大学大学院理学研究科助教授)

研究経費

平成12年度	1700千円
平成13年度	1400千円
計	3100千円

研究発表

(1) 学会誌等

1. H. Fujimoto, On uniqueness of meromorphic functions sharing finite sets, *American Journal of Math.* 122 (2000), 1175 – 1203.
2. H. Fujimoto, A family of hyperbolic hypersurfaces in the complex space, *Complex Variables*, 43 (2001), 273 – 283.
3. K. Hayasida and M. Nakatani, On the Dirichlet problem of prescribed mean curvature equation without H-convexity condition, *Nagoya Math. J.*, 157 (2000), 177–209.
4. K. Hayasida, On some improperly posed problem for a degenerate nonlinear parabolic equation, *Zeit. Analysis Anwendung.*, 19 (2000), 395–413.
5. K. Hayasida, A slight modification to: On some improperly posed problem for a degenerate nonlinear parabolic equation, *Zeit. Analysis Anwendung.*, 19 (2000), 889-890.
6. 林田和也, 「D-N 型混合境界条件をもつ弾性体方程式の解の正則性について」, *数理解析研究所講究録* 1181 (2000), 12–23.
7. K. Hayashida and M. Kobayashi, On L^p regularity for weak derivatives of spherically solutions of the porous media equation, *Funkcialaj Ekvacioj*, 45 (2002), 23–51.
8. T. Ichinose and Hideo Tamura, Norm convergence of the Lie-Trotter-Kato product formula and imaginary-time path integral, *J. Korean Math. Soc.* 38 (2001), 337–348.
9. T. Ichinose and Hideo Tamura, The norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, *Commun. Math. Phy.* 217 (2001), 489–502.
10. T. Ichinose and P. Exner, Geometrically induced spectrum in curved leaky wires, *J. Phy. A: Math. Gen.* 34 (2001), 1439–1450.
11. T. Ichinose and Hideo Tamura, On the norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, In: *Partial Differential Equations and Spectral Theory (PDE 2000 Conference in Clausthal, Germany, July 24-28, 2000)*, edited by M. Demuth and B-W. Schulze, *Operator Theory: Advances and Applications Vol. 126*, 149–154, Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Berlin 2001.

12. T. Ichinose, Hideo Tamura, Hiroshi Tamura and V. A. Zagrebnov, Note on the paper: The norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, by Ichinose and Tamura, *Commun. Math. Phys.* 221 (2001), 499–510.
12. T. Ichinose and Hideo Tamura, On the norm convergence of the selfadjoint Trotter-Kato product formula with error bound, to appear in the Proceedings of the Workshop: Spectral and Inverse Spectral Theories of Schrödinger Operators, to appear in *Proc. Indian Acad. Sci. (Math. Sci.)*, 112 (2002).
13. Y. Imayoshi, M. Ito and H. Yamamoto, A remark on the Bers type of some self-maps of Riemann surfaces with two specified points, *Proceedings of the Second ISSAC Congress*, ed. by H. G. W. Begehr, R. P. Gilbert, and J. Kajiwara, International Society for Analysis, Applications and Computation, Vol. 8, 871–875, Kluwer, 2000.
14. Y. Imayoshi, M. Ito and H. Yamamoto, The Nielsen-Thurston-Bers type of elements of the monodromy group of a holomorphic family of Riemann surfaces induced by a Kodaira surface I: Riera's example, in 「Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis」, ed. by J. Kajiwara, Z. Li, and Kwang Ho Shon, *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics Vol. 214*, 169–177, Marcel Dekker, 2000.
15. Y. Imayoshi, M. Ito and H. Yamamoto, On the Nielsen-Thurston-Bers type of some self-maps of Riemann surfaces with two specified points (投稿中)
16. 今吉洋一, 「ヴィジュアル複素解析」, 培風館, 2002年, 662 ページ: T. Needham: *Visual Complex Analysis*, Oxford Univ. Press, 1977 の訳本 (共訳)
17. A. Kasue, Convergence of Riemannian manifolds, Laplace operators and energy forms, in *Proceedings of the Fifth Pacific Rim Geometry Conference* (ed. S. Nishikawa), *Tohoku Math. Publ.* 20 (2001), 75–97.
18. A. Kasue, Convergence of Riemannian manifolds and Laplace operators, I, to appear in *Ann. l'Institut Fourier* 52 (2002).
19. A. Kasue and H. Kumura, Spectral convergence of conformally immersed surfaces with bounded mean curvature, to appear in *J. Geom. Anal.*
20. 加須栄篤, 「リーマン幾何学」, 培風館, 2001年, 264 ページ
21. 加須栄篤, 測度距離空間の幾何解析-リプシッツ関数の微分を中心に-, 「リーマン多様体とその極限 (仮題)」 (深谷賢治編), *数学メモアール*, 日本数学会, 123 ページ (発表予定)
22. H. Kitahara and J. S. Pak, On a construction on contact and hypercontact manifolds, to appear *Kyungpook Math. J.*

23. H. Kitahara and H. K. Pak, Notes on harmonic forms on a contact manifold, to appear Kyungpook math. J.
24. O. Kobayashi and M. Wada, Circular geometry and the Schwarzian, Far East J. Math. Sci. (FJMS) 2000, Special Volume, Part III, 335–363
25. A. Kodama, A remark on generalized complex ellipsoids with spherical boundary points, J. Korean Math. Soc. 37 (2000), 285-295.
26. G. Komatsu, Bergman kernel of strictly pseudoconvex Hartogs domains (発表予定)
27. S. Nakao, Girsanov formula in Dirichlet space theory, Sci. Rep. Kanazawa Univ., 46 (2001), 1–7.
28. J. Noguchi, J. Winkelmann and K. Yamanoi, The value distribution of holomorphic curves into semi-Abelian varieties, C.R. Acad. Sci. Paris t. 331 (2000), Série I, 235-240.
29. J. Noguchi and J. Winkelmann, Holomorphic curves and integral points off divisors, preprint UTMS 99-6, math/9902014, 1999, to appear in Math. Z. (2002).
30. J. Noguchi, J. Winkelmann and K. Yamanoi, The second main theorem for holomorphic curves into semi-Abelian varieties, preprint UTMS 99-49, math/9912086, 1999, to appear in Acta Math. Vol. 188 No. 1 (2002).
31. J. Noguchi, Some results in view of Nevanlinna theory, preprint UTMS 2001-24, in Number Theoretic Method - Future Trends, Kluwer Acad. Publ. (2002) (in press).
32. S. Shimizu, A classification of two-dimensional tube domains, Amer. J. Math. 122 (2000), 1289-1308.
33. S. Shimizu, Holomorphic equivalence problem for Reinhardt domains and the conjugacy of torus actions (発表予定)
34. S. Shimizu, Prolongation of holomorphic vector fields on a tube domain (発表予定)

(2) 口頭発表

1. 藤本坦孝, 複素射影空間内の小林双曲的超曲面について, 日本数学会年会, 富山大学, 2000年3月29日.
2. H. Fujimoto, Uniqueness problem with truncated multiplicities in value distribution theory, ShenZhen University(中国), International Conference on complex Analysis and its applications, August 18, 2000.

3. H. Fujimoto, A family of hyperbolic hypersurfaces in the complex projective space, ShanDong University(中国), ICFIDCA' 2000, August 22, 2000.
4. 藤本坦孝, On meromorphic functions sharing a finite set, 「正則写像の理論」研究集会, 大阪大学, 2000年11月4日.
5. 藤本坦孝, On uniqueness polynomials for meromorphic functions, 多変数関数論サマーセミナー, 秋田勤労総合福祉センター「八郎潟ハイツ」, 2001年8月5日.
6. H. Fujimoto, A family of hyperbolic hypersurfaces in the complex projective space, Hanoi University of Education (Vietnam), September 10, 2001.
7. H. Fujimoto, On uniqueness polynomials for meromorphic functions, Small meeting in Kanazawa on complex differential/functional equations and meromorphic/entire functions, Kanazawa University, October 23, 2001.
8. H. Fujimoto, Some constructions of hyperbolic hypersurfaces in $P^n(C)$, Memorial Conference of Kiyoshi Oka's Centennial Birthday, Kyoto University, October 30, 2001.
9. 藤本坦孝, 有理型関数に対する一意性問題, 熊本大学理学部談話会, 熊本大学, 2001年12月19日.
10. T. Ichinose, On the norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, Oberseminar of Prof. H. Kalf, Mathematisches Institut, Universität München, Munich/Germany, July 14, 2000.
11. T. Ichinose and Hideo Tamura, On the norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, Poster Session, The 13th International Congress of Mathematical Physics ($M \cap \Phi$), Imperial College, London/United Kingdom, July 22, 2000.
12. T. Ichinose and Hideo Tamura, On the norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, Plenary lecture, International Conference 2000 "Partial Differential Equations Clausthal", Clausthal/Germany, July 27, 2000.
13. T. Ichinose, On the norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, Mathematical Physics Seminar, Czech Technical University, Prague/Czech, July 31, 2000.
14. 一瀬孝・田村英男, On the norm convergence of the Trotter-Kato product formula with bound, 研究集会「スペクトル・散乱理論とその周辺」, 京都大学数理解析研究所, 2000年12月5日.

15. T. Ichinose and Hideo Tamura, On the norm convergence of the Trotter-Kato product formula with error bound, Workshop on Spectral and Inverse Spectral Theories of Schrödinger Operators, International Center, Goa/India, December 14, 2000.
16. 一瀬孝, On the norm convergence of the selfadjoint Trotter-Kato formula with error bound, 「学習院大学スペクトル理論セミナー」, 学習院大学理学部, 2001年1月20日.
17. T. Ichinose, Recent results on the selfadjoint Trotter-Kato product formula in the operator norm with error bound, Seminar in Quantum Theory in Different Contents, Czech Technical University, Prague, Czech, March 20, 2001.
18. T. Ichinose, Recent results on the selfadjoint Trotter-Kato product formula in the operator norm with error bound, Seminaire Physique Mathématique, Centre de Physique Théorique, CNRS-Luminy, Marseille, France, April 11, 2001.
19. T. Ichinose, N. Neidhardt and V. A. Zagrebnov, Operator norm convergence of Trotter-Kato product formula, Ukrainian Mathematical Congress-2001: International Conference on Functional Analysis, Kiev, Ukraine, August 22-26, 2001.
20. 今吉洋一, Monodromy of a holomorphic family of Riemann surfaces induced by Kodaira surface and the Nielsen-Thurston-Bers classification of surface automorphisms, クライン群とリーマン面の研究集会, 大阪市立大学, 2000年1月13日.
21. 今吉洋一, 小平曲面から定まるリーマン面の正則族のモノドロミーの元の Nielsen-Bers-Thurston 型の分類, 第2回 退化、被覆、特異点の代数幾何とトポロジー研究集会, 東北学院大学工学部多賀城キャンパス, 2000年2月10日.
22. 今吉洋一, 複素多様体の一意化とリーマン面の正則族, 静岡大学理学部における小研究集会, 2000年12月25日.
23. 今吉洋一, リーマン面の正則族とその普遍被覆空間, 東工大談話会, 2002年1月7日.
24. 今吉洋一, Holomorphic families of Riemann surfaces and their universal covering spaces, 不連続群論の研究集会, 静岡大学, 2002年1月24日.
25. 加須栄篤, Convergence of Riemannian manifolds, Laplace operators and energy forms, The Fifth Pacific Rim Geometry Conference, 東北大学, 2000年7月25日~28日.

26. 加須栄篤, Differentiability of Lipschitz functions on metric measure spaces, Surveys in Geometry -リーマン多様体とその極限-, 京都大学, 2001年1月8日~12日.
27. 加須栄篤, Compact sets of regular Dirichlet spaces, 確率論と幾何学, 東北大学, 2001年11月21日~23日.
28. 加須栄篤, Compact sets of regular Dirichlet spaces, 竹内先生メモリアル研究会, 大阪大学, 2001年12月3日~5日.
29. 北原晴夫, A survey of contact and hypercontact manifolds, The international work shop on foliated manifolds, 韓国慶北大学校, 2001年12月27日~28日.
30. 小林治, A variational problem for affine connections, 熊本大学, 2000年1月.
31. 小林治, Normal curves and Gauss codes, 金沢大学, 2000年11月.
32. 小林治, Several questions on $S^2 \times S^2$, 熊本大学, 2001年7月19日.
33. O. Kobayashi, Projective geometry of curves in conformal spaces, Deady Hall, University of Oregon, Eugene, September 21, 2001.
34. 小林治, On recent results of Akutagawa-Botvinnik, 九州大学, 2001年11月9日.
35. 児玉秋雄, 複素有界領域におけるスケーリング法について, 第1回 Tutorial Courses in Several Complex Variables, 名古屋大学大学院多元数理科学研究科, 2000年12月9日~12日.
36. 児玉秋雄, Localization principle of automorphism of generalized complex ellipsoids, 竹内先生メモリアル研究会, 大阪大学, 2001年12月3日~5日.
37. G. Komatsu, Singularity and invariance of Sobolev-Bergman kernels of strictly pseudoconvex domains, 岡潔生誕百年記念多変数複素解析国際会議 京都/奈良, 2001 (Memorial Conference of Kiyoshi Oka's Centennial Birthday on Complex Analysis in Several Variables, Kyoto/Nara 2001), October 30–November 5, Kyoto/ November 6–8, Nara), 京都大学数理解析研究所, 2001年11月1日.
38. 小松玄, ソボレフ・ベルグマン核は特殊函数のようなものか, 名古屋大学談話会, 2000年5月17日.
39. 小松玄, ソボレフ・ベルグマン核の不変性と特異性, 大阪市立大学談話会, 2001年6月27日.
40. 小松玄, ソボレフ・ベルグマン核: 特異性の形 (改題: 強擬凸な Hartogs 領域におけるベルグマン核), 東大複素解析セミナー, 2001年12月19日.
41. 野口潤次郎, The theory of holomorphic curves and related topics in Diophantine geometry, 九州大学, 2000年3月9日.

42. J. Noguchi, Some topics in the value distribution of higher dimension, Workshop on complex geometry, University of Hong Kong, June 7–10, 2000.
43. 野口潤次郎, Some results in view of Nevanlinna theory, 日本学術振興会 日中セミナー—数論的方法の発展, 近畿大学九州工学部, 2001年3月12日～16日.
44. J. Noguchi, Recent topics of holomorphic curves and applications, Workshop on Several Complex Variables, Institute of Mathematics, Academia Sinica, Taipei (Taiwan), June 18–19, 2001.
45. J. Noguchi, The second main theorem over function fields and a theorem of Buium, Seminar on number theory, Institute of Mathematics, Academia Sinica, Taipei (Taiwan), June 22, 2001.
46. J. Noguchi, Holomorphic curves and related topics, KIAS Workshop on Several Complex Variables, Korean Institute for Advanced Study, Seoul (Korea), July 3–5, 2001.
47. J. Noguchi, Second main theorem and applications to Kobayashi hyperbolicity, Workshop "Complex Analysis and Applications" on the occasion of 50th anniversary of Hanoi University of Education, Hanoi University of Education, Hanoi (Vietnam), September 10–11, 2001.
48. J. Noguchi, Intersection multiplicities of holomorphic and algebraic curves with divisors, 岡潔生誕百年記念多変数複素解析国際会議 京都/奈良 2001, 京都大学数理解析研究所, 2001年10月30日～11月5日/11月6日～11月8日.
49. 野口潤次郎, Nevanlinna theory and abc-conjecture, 解析的整数論の新しい展開, 京都大学数理解析研究所, 2001年11月26日～11月30日.
50. 野口潤次郎, 任意の代数体上有理点を有限個しかもたない双曲的射影超曲面の構成, 複素多様対論箱根シンポジウム, 箱根静雲荘, 2002年1月17日～20日.
51. 野口潤次郎, 第2主要定理における打ち切り個数関数について, 函数論小研究集会(値分布理論), 名古屋工業大学, 2002年1月26日.
52. 清水悟, チューブ領域上の正則ベクトル場の延長, 日本数学会秋季総合分科会, 九州大学, 2001年10月6日.
53. 清水悟, チューブ領域に関する正則同値問題についてのいくつかの注意, 日本数学会秋季総合分科会, 九州大学, 2001年10月6日.
54. S. Shimizu, Prolongation of holomorphic vector fields on a tube domain and its applications, 岡潔生誕百年記念多変数複素解析国際会議京都/奈良 2001, 京都大学数理解析研究所, 2001年10月31日.
55. 清水悟, Prolongation of holomorphic vector fields on a tube domain and its applications, 複素解析幾何セミナー, 東京大学大学院数理科学研究科, 2002年1月21日.
56. 清水悟, 複素解析とトーラス作用 I: ラインハルト領域の複素幾何; 複素解析とトーラス作用 II: トーラス作用の標準化と応用, 多変数関数論 Tutorial Seminar, 名古屋大学大学院多元数理科学研究科, 2002年2月17～18日.

研究成果

研究代表者および各研究分担者の分担課題に関する研究成果は以下の通りであり、それぞれ別項に述べるような研究発表を行った。

研究代表者児玉は一般複素楕円体の構造の解明に焦点を絞り、以下のような研究をした。 n 次元ユークリッド空間 \mathbf{C}^n 内の有界擬凸領域 D に対して、 ∂D は D の境界を、また $\text{Aut}(D)$ により D の正則自己同型群を表すことにする。このとき、次のような

基本予想：「 $\text{Aut}(D)$ が非コンパクトであるならば、 D はある一般複素楕円体 E に双正則同値になるであろう」

を解決することがここ数年来の研究目標であった。その準備的研究として、与えられた有界擬凸領域 D の正則自己同型群 $\text{Aut}(D)$ が非コンパクトであることから、ある点 $p \in D$ と列 $\{f_j\} \subset \text{Aut}(D)$ が存在して、 $\{f_j(p)\}$ は ∂D のある点 q に収束するが、点 $q \in \partial D$ の近くで D が、その構造が良く知られている一般複素楕円体 E と一致するならば集合として $D = E$ となるか？、という問題を研究した。その際、CR-幾何学の意味での臍点をもたない \mathbf{C}^n 内の強擬凸実解析的超曲面上に導入される Webster の CR-不変計量が最大限に活用された。残念ながら、上記の基本予想の解決には至っていないが、Webster の CR-不変計量を用いる手法の応用として球面型境界点をもつ領域の分類に関する次のような興味ある結果を得た： \mathbf{C}^n 内の一般複素楕円体 E に対して、 E の弱擬凸境界点全体からなる ∂E に含まれる \mathbf{C}^n の実解析的部分集合 $W(\partial E)$ が \mathbf{C}^n のある余次元 2 以上の複素解析的部分集合に含まれると仮定する。このとき、もしも E が球面型境界点をもつならば、 E は \mathbf{C}^n 内の単位球 B^n に集合として一致する。しかも、単位球 B^n とは双正則同値でなく、かつ球面型境界点をもつ一般複素楕円体 E で、 $W(\partial E)$ が \mathbf{C}^n 内の余次元 2 以上のどんな複素解析的部分集合にも含まれないものが存在する。従って、この結果は一般複素楕円体型領域の範疇で最良である。なお、この研究成果は Jour. Korean Math. Soc. 37 (2000) に印刷公表された。また、この研究で用いられたテクニックとラインハルト領域の理論とを併せることにより、スタイン多様体 $\mathbf{C}^k \times (\mathbf{C}^*)^l$ を正則自己同型群から特徴付けることが出来ることが解った。これは研究分担者清水との共同研究として印刷公表する予定である。(本報告書添付論文参照.)

研究分担者北原は 1960 年代に佐々木重夫氏によって定義された計量接触構造を研究し、新しい知見を得た。これらの研究成果は、2001 年 12 月 27 日～28 日に韓国慶北大学校で行われた研究集会で発表された。その後も北原は接触構造のツイ

スター空間についての研究を韓国慶山大学の H. K. Pak 教授と共同で研究を行っている。

研究分担者藤本は複素射影空間への正則写像に対する値分布論の応用に取り組み、次の2つの話題について新しい結果を得た: (1) 3次元複素射影空間内で、次数が8である新しいタイプの双曲型超曲面を構成した。これは、今まで知られている双曲型超曲面のうちで、次数最小のものである。更に、 $n > 2$ に対し、 n 次元複素射影空間内に 2^n 次双曲的超曲面も構成した。(2) 複素平面上の任意の非定数有理型関数 f, g に対し、 $f^{-1}(S) = g^{-1}(S)$ を満たすときつねに $f = g$ であるような性質をもつ有限集合 S について調べ、このような S に対する新しいタイプの十分条件を与えた。また、これに関連して1変数の多項式 $P(w)$ で、複素平面上の非定数有理型関数 f, g 及び非定数 c に対し、 $P(f) = c \cdot P(g)$ が成り立つときはつねに $f = g$ となるという性質を持つものをしらべ、分岐値が分離されるという条件の下で、その判定条件を得た。(本報告書添付論文参照。)

研究分担者一瀬は2つの自己共役作用素の和の半群に対する作用素ノルムで収束するトロッター・加藤積分公式を最良の誤差評価で確立した。これは最近までに色々な人々によって得られていたこの種のすべての結果を陽に含む一般的な結果である。

研究分担者中尾は主に以下の2つの研究をした。(1) マルコフ過程とディリクレ空間について: ディリクレ空間に付随したマルコフ過程の加法的汎関数と乗法的汎関数の解析とそのマルコフ過程の変換論への応用を研究した。具体的には、マルコフ過程の変換論の一種であるギルサノフ公式のディリクレ空間論の枠組みでの研究、及び確率過程のヤング型スティルチェス積分とエネルギー零の加法的汎関数積分の関連性を研究した。(2) 位相力学系について: コンパクト距離空間上の連続(同相)写像から定まる位相力学系の初期値鋭敏性等の性質についてリアプノフ関数を用いて研究した。

研究分担者加須栄はリーマン多様体を特別なものとして含む、正則ディリクレ空間の族のスペクトル収束およびエネルギー形式に関するモスコ収束とその極限の解析を行った。具体的には、ダブリング条件とポアンカレ不等式をみたす正則ディリクレ空間のカラテオドリ距離とエネルギー形式の基本的関係を示し、スペクトル収束とグロモフ-ハウスドルフ収束に関する位相のコンパクト化を与えた。とくに、リッチ曲率が下から一様に有界な族に関するグロモフの基本定理を、ある種の正則ディリクレ空間まで広げることによって、全有界性のみならずコンパクト性を示すことによって拡張した。この研究において、リーマン多様体におけるリッチ曲率の

役割を、ダブリング条件とポアンカレ不等式、同値ではあるが放物型ハルナック不等式が果たしている。また非正曲率多様体をターゲットとする調和写像の収束に関する研究の緒をつけ、極限空間から非正曲率多様体への写像空間の構造の研究を始めた。さらにエネルギー形式の収束とカラテオドリ距離の収束の関係をより明らかにするために、接錘の場合に詳しい解析を行った。

研究分担者林田は非線形放物型及び楕円型方程式に関する以下のような研究を行った。線形放物型方程式の非特性コーシー問題の一意性は、1958年に初めて溝畑氏によって肯定的に解決された。彼の方法は擬微分作用素によるものであるが、このことは方程式の主要部が線形であるとの前提に立脚している。擬微分作用素を用いない素朴な方法は1983年に Saut-Scheurer によって与えられた。林田はこの問題を非線形放物型方程式、特に気体の拡散をモデルとする非線形退化放物型方程式に拡張することを考えた。林田は Saut-Scheurer の方法にのっとり非線形に付随するいくつかの困難に遭遇しながらも、このような方程式についても非特性コーシー問題の一意性が成り立つことを示した。また、非線形楕円型方程式に関しては、与えられた関数を平均曲率にもつ曲面が存在するかという幾何学的な問題を考えた。ただし、区域での境界値はあらかじめ指定しておく。このような非線形楕円型方程式の Dirichlet 問題は、1969年に初めて Serrin によって解決された。ただし区域の形状についてある種の凸性 (H-凸性) が必要である。林田と彼の共同研究者の中谷氏は、区域の境界の一部がこの凸性を満たさない場合、例えば円環状の場合にこの問題を考え、与えられた関数の大きさにある種の仮定を置けば、上記の Dirichlet 問題は弱解として解けることを示した。

研究分担者今吉は主にリーマン面の正則族とそのモノドロミーに関連することを研究した。 (g, n) 型のリーマン面の正則族 (M, π, S) はタイヒミュラー空間 $T_{(g, n)}$ の中に表現することができる。すなわち、底空間 S の普遍被覆を $\varpi: \tilde{S} \rightarrow S$ に対し、正則写像 $\Phi: \tilde{S} \rightarrow T_{(g, n)}$ が存在して、任意の点 $\tau \in \tilde{S}$ 上のリーマン面 $X_{\varpi(\tau)} = \pi^{-1}(\varpi(\tau))$ は $\Phi(\tau)$ の表すリーマン面と双正則同値になる。つまり、 $\Phi(\tau) = [X_{\varpi(\tau)}, \Sigma_{\varpi(\tau)}]$ となる。ここで、 $\Sigma_{\varpi(\tau)}$ はリーマン面 $X_{\varpi(\tau)}$ のマーキングである。底空間 S の基本群を $\pi_1(S, t_0)$ とし、タイヒミュラー・モデューラー群 (写像類群) を $\text{Mod}_{(g, n)}$ とするとき、表現写像 Φ は群の準同型写像 (モノドロミー写像) $\Phi_*: \pi_1(S, t_0) \rightarrow \text{Mod}_{(g, n)}$ を定める。今吉の主結果の一つは、モノドロミー $\Phi_*(\gamma) \in \text{Mod}_{(g, n)}$ の分類である。得られた主結果は、ある種の正則族に対して、 $\Phi_*(\gamma)$ の Bers と Thurston による分類の型を閉曲線 γ の幾何的な情報から完全に決定できるということである。この方面の先駆的な研究としては、Kra の 1981 年のものがあり、正則族 $(S \times S \setminus \Delta, \pi, S)$ に対

して、 $\Phi_*(\gamma)$ の型を γ の幾何的な情報から完全に決定した。ただし、 Δ は $S \times S$ の対角線集合で、 π は自然な射影である。今吉は、特に次の 2 つの重要な正則族について考察した。一つは $M = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in S, x \neq y, y \neq z, z \neq x\}$ とするとき、 $(M, \pi, S \times S \setminus \Delta)$ であり、 γ を組み紐群の言葉で述べて、 $\Phi_*(\gamma)$ の分類がなされた。これは、上記の Kra の場合の拡張になっており、またその結果の別証明を与えるものである。もう一つは、小平曲面から定まる正則族であり、これは Kra の結果の応用になっている。もう一つの主結果は、リーマン面の正則族 (M, π, S) に対して、2次元複素多様体 M の普遍被覆空間 \tilde{M} の形を決定したことである。そのうちの主なものとしては、(i) \tilde{M} は強擬凸領域と双正則同値にならない、(ii) \tilde{M} は一般には多重円板と双正則同値にならず、また多重円板と双正則同値同値になるための必要十分条件も与えたことが挙げられる。

研究分担者野口は正則写像の値分布と代数多様体の有理点分布について研究した。関数体上の値分布理論を証明し、有理点分布に応用した。アーベル多様体内の因子を除く正則曲線の代数的退化に関する Lang の予想をより一般的な準アーベル多様体場合に解決した。更に、従来より懸案のアーベル多様体内の正則曲線に対する第 2 主要定理を準アーベル多様体のより一般的な型で完全に証明した。その応用として、アーベル多様体の分岐被覆空間が双曲的になる十分条件を与え、新しい双曲的複素空間を構成した。代数関数体上の Nevanlinna-Cartan 理論について個数関数の打ち切り位数について新しい結果を得た。

研究分担者小松は強擬凸領域のベルグマン核に関して以下のような研究をした。強擬凸領域でベルグマン核を考えると、境界の CR 幾何に付随したスカラー不変式論を議論できる。ベルグマン核を L^2 ソボレフ空間に属する正則関数に付随する再生核で置き換えるとどうなるかを、以前から考えていた。ソボレフ位数が半整数 $s/2$ の場合に話を限る。 $s = 0$ がベルグマン核に対応する。 $s = 1$ のときは、ゼゲー核に対応するので、不変式論はベルグマン核と同様である(平地・中澤との共同研究, 1999)。この s の正負で話が変わる。詳しくは、まず、再生核を許すヒルベルト空間の内積は双正則変換則をみたす必要がある。このような内積の存在は、 $s \leq 0$ のときは明白だが、 $s > 0$ のときは $s = 1$ 以外は知られていない。次に、不変式は再生核の特異性より取り出すのだが、もしこの特異性がベルグマン核のと同様ならば、特に $s \geq 0$ が必要となる(平地との共同研究, 1999)。この事実は、 $s < 0$ のとき再生核の特異性がベルグマン核のと異なることを示唆している。この特異性について研究した。副産物として、この特異性を考える困難を避ける方法(の発見的説明)を得、目下印刷公表の準備中である。

研究分担者小林は山辺の問題を中心に研究した。山辺の問題それ自身は1980年代に解決されたが、山辺が真に目標としていたものは達成されていない。数学の論文では一般に、解決された部分しか書かれず、ここで「真に」目標としていたものは受け取る側の解釈にすぎない。しかし、分担者小林は十分妥当である解釈を行い、最近では世界的にも認められる段階に入ったと判断できる確信を得た。小林の研究は山辺構想の周辺を巡っているだけで核心をついていないとの評価も少なからずあるが、この一年間で状況は大きく変わりつつある。発表済みの論文は Schwarz 微分の一般化に関することであるが、それまでの Schwarz 微分と異なり、共形的（正則な）でない写像にも自然な対応ができるところにその意味がある。これはそれなりに注目されて良いことであると思われる。副産物として、共形的でない写像の Schwarz 微分も efficient に定義され、それ故に共形構造の違いをはかる目安となりうる性格をもっており、とりあえず関数論への応用は準備中の論文でほぼ完成しており、一方山辺構想に関してはひとつの重要な方法論を与えることができる可能性を持っている。この部分に関しては、来年度以降の研究が大いに期待される。

研究分担者清水は \mathbf{C}^n 内の有界領域の構造に関して以下のような研究をした。良く知られた H. Cartan の定理は、 \mathbf{C}^n 内の有界領域 D の正則自己同型群 $\text{Aut}(D)$ が、コンパクト開位相に関してリー群の構造をもつことを主張する。この事実は複素有界領域の研究において基本的であり、リー群 $\text{Aut}(D)$ のリー環は D 上の完備正則ベクトル場全体のなすリー環 $\mathfrak{g}(D)$ と標準的に同一視されることから、ベクトル場の完備性が複素有界領域の研究において一つの重要な位置を占めることになる。ベクトル場の完備性の判定は、一般にはかなり難しいことである。実際、ベクトル場が与えられたとき、その積分曲線 $x(t)$ がすべての $t \in \mathbf{R}$ に対して定義されるかどうかということは、常微分方程式における自励系の解の問題として複雑な様相をもつ。しかし、ある幾何学的設定の下では、ベクトル場の完備性のうまい判定法が成立することがある。清水は、チューブ領域上の正則ベクトル場に対して、そのような判定法を与える基本的結果を確立した。実際、清水はチューブ領域 T_Ω 上の多項式ベクトル場に関心を寄せ、延長定理と呼ばれる低い次数の T_Ω 上の完備多項式ベクトル場に関する情報を基にして、より高い次数の T_Ω 上の完備多項式ベクトル場を決定する方法を与えた。さらに延長定理の応用として、アフィン正則自己同型のみを許容するチューブ領域に関する正則同値問題に対して肯定的解答を得た。また、清水はリー群論における共役性定理の複素有界領域の理論への応用を試みた。共役性定理を \mathbf{C}^n 内の多項式無限小自己同型をもつチューブ領域 T_Ω に関する正則同値問題へ応用するためには、 T_Ω の無限小自己同型環 $\mathfrak{g}(T_\Omega)$ のある種の可解なり一部分環を研究する必要がある。典型的な場合は $\mathfrak{g}(T_\Omega)$ 自身が可解である場合であり、清水はそのような場合に上記の観点から実験的研究を試みた。そして T_Ω の正則自己同型群 $\text{Aut}(T_\Omega)$ が可解で、 $\text{Aut}(T_\Omega)$ の T_Ω のある点を通る軌道の次元が $n+1$ である場合に、 $\mathfrak{g}(T_\Omega)$ の構造を明らかにすると同時に正則同値問題に肯定的解答を与えた。(本報告書添付論文参照。)