

Stability Alternation and Pattern Formation of Intrinsic Localized Modes in Saturable Nonlinear Electric Cyclic Transmission Line

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2020-01-08 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/2297/00056463

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



可飽和非線形電気循環伝送路における非線形局
在励起の安定性交代とパターン形成

Stability Alternation and Pattern Formation of
Intrinsic Localized Modes in Saturable
Nonlinear Electric Cyclic Transmission Line

専攻：数物科学専攻

氏名：重翔馬

Abstract

It is well known that localized modes occur with impurities in a lattice. In nonlinear lattice systems, however, localized oscillations may exist even in completely homogeneous systems, and such phenomenon is called an intrinsic localized mode (ILM). An ILM is strongly localized in the lattice even if there is no impurity, and is a localized phenomenon caused by nonlinearity and discreteness.

We studied alternation of stabilities of the ILM between a site-center (SC) and a bond-center (BC) shape in a saturable nonlinear electric cyclic transmission line on a driven-damped condition. The ILM changes its stability alternatively between SC and BC when the forced excitation frequency is gradually changed. This stability alternation is one of the features of the ILM in the saturable nonlinear lattice, and the width of the ILM increases/decreases step-wisely at each alternation. Spectroscopic measurements of linear localized modes (LLM) reveal that the number of LLMs increases with the ILM spreading, and each LLM spatial width is proportional to the ILM width. The lowest frequency LLM (1st LLM) is related to a lateral motion of the ILM, and its softening is a precursor of the width narrowing/widening bifurcations. At a narrow limit of the ILM, however, no-LLM is observed.

Using the same transmission line, we studied a pattern formation which is called a lattice spatial mode (LSM) generated by a nonlinear scattering process. The LSM pattern of equi-spaced peaks is explained by an interference among a directly excited wave and scattered waves. Experimentally, as increasing the nonlinearity by shifting the driver frequency, the number of peaks is reduced from 8 to 4 in the $N=16$ lattice. Further changing the frequency alters a 4-peaked-LSM to a 4-peaked ILM array. Alteration of different peaks of the LSM is explained schematically in the wave-number space by the nonlinear scattering and excitations in that space. In addition, the asymmetry of energy distribution in the cyclic lattice has been discussed.

要旨

不純性や格子欠陥によって周期性を失った格子系において局在振動が生じることはよく知られている。しかし、非線形格子系では、完全に均質な系でも局在振動が生じることがある。これを非線形局在励起 (intrinsic localized mode ; ILM) と呼ぶ。ILM は不純性がなくても格子中に強く局在するモードであり、非線形性と離散性によって生じる局在現象である。

ILM の生成にはソリトンと同じく、分散性と非線形性の釣り合いが関係している。ILM は非可積分系で生じる局在励起であるが、一方で、ソリトンは可積分系で生じる。ILM という現象は、格子点と格子点の間にポテンシャルが潜在するために、移動性の高いはずのソリトンが格子点と格子点の間を移動することができずに局在することで生じると考えられる。ソリトンは極めて限られた数学的条件下でのみ生じる現象であり、特に格子ではわずかな例しか知られていない。しかし、ILM は非常に多くの種類の非線形格子において生じることが知られている。ILM は、普遍的な系において生じる現象であるにも関わらず、ソリトンのように厳密解を求められないため、長らく研究されなかった。均一な非線形結合振動子系に生じる ILM という現象のメカニズムの解明は、ソリトンや、多パラメータをもつ非線形の複雑系といった、他の非線形現象への応用も期待される。

可飽和非線形電気循環伝送路 (saturable nonlinear electric cyclic transmission line) という、MOS キャパシタを非線形素子とした周期境界条件の電気格子系を作製して実験し、これをシミュレーションと比較することで、可飽和非線形性のある格子系における ILM の(1)幅変化現象および(2)パターン形成の周波数依存性について研究を行った。我々が用いた非線形素子は、周波数減少で振幅増大する性質（このような周波数依存性を漸軟非線形性またはソフト非線形性という）をもつ。(1)生成された 1 つの ILM が安定性交代する分岐現象を研究した。可飽和非線形格子は多くの分岐現象をもつため、安定性交代の研究には最良である。(2)漸軟非線形性のある格子系では、励振周波数を漸減させて非線形性を増大させる手法で

ILM を生成できる。非線形性の増大に従って、空間周期的な励起パターンがそのピーク数を減じて ILM へと変化していく過程を観測した。電気格子は、他の系と比べて周期格子を作製しやすいため、波数空間の理論との整合性がとりやすい。

1. 可飽和非線形電気循環伝送路における非線形局在励起の安定性交代

強制励振のある可飽和非線形電気循環伝送路では、可飽和非線形性 (saturable nonlinearity) によって格子点中心 (site-center ; SC) と結合点中心 (bond-center ; BC) という 2 つの状態の間で ILM の安定性が交代する現象が知られている。このような安定性交代現象について、実験的に初めて観測し、これをシミュレーションと比較した。

単位格子 (unit cell) の中に 1 つの共鳴器がある伝送路は、線形の分散関係を 1 つだけ有する分枝のみをもつ。執筆者らが使用した非線形共鳴器は漸軟非線形性 (soft nonlinearity) をもつため、大きな強制励振が印加された場合、分枝のスペクトルより低い周波数帯において自己共鳴 (auto-resonance, AR) 状態の静止 ILM が観測される。強制励振周波数を漸減させると格子点 (on-site) において非線形性が飽和するため、ILM は幅を上げようとする。安定性転移点を越えることで ILM の幅が広がるとき、ILM 形状は SC と BC の間で変化する。ILM の中心位置が変化するとき、線形局所モード (linear local mode ; LLM) は ILM の周波数に急接近して軟化 (softening) する。LLM のこの挙動を、弱い外部励起 (プローブ) によって摂動励起して検出するという、一種の線形応答によって実験的に観測した。

図 1 は実験で用いた可飽和非線形電気循環伝送路の回路図である。各単位格子に関して、格子点は MOS キャパシタ C_1 と線形リアクタンス $L_1 = 626 \mu\text{H}$ を並列した可飽和非線形共振器であり、結合点 (inter-site) は線形キャパシタ $C_2 = 421 \text{ pF}$ と線形リアクタンス $L_2 = 626 \mu\text{H}$ を並列した線形共振器である。各格子点は小容量キャパシタ $C_d = 34.3 \text{ pF}$ を介して 10.5 V で均一励振 (uniform drive) されている。格子点数は $N = 16$ であり、左端と右端の端子 T と T' が同一になる周期境界条件としている。

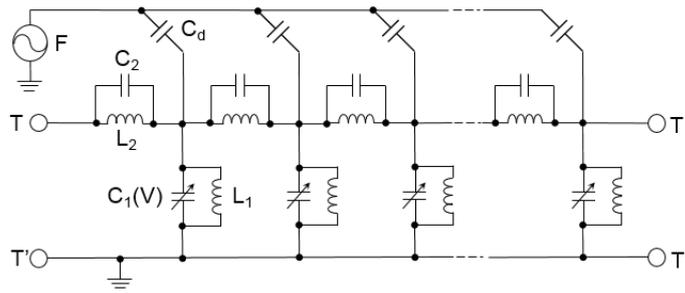


図 1. MOS キャパシタを組み込んだ可飽和非線形循環伝送路。非線形伝送路の格子点と結合点にそれぞれコイルとキャパシタを並列させることでそれぞれ可飽和非線形共鳴器と線形共鳴器にしている。各格子点にコンデンサ C_d を均一に弱く結合させて強制励振している。非線形伝送路の両端を同一とし、周期境界条件にしている。

図 2 は、強制励振周波数 F に対する ILM の中心座標を示したものである。図中の実線が ILM の中心座標である。以下の 2 つの条件に対する空間パターンの応答を測定した：

- (a) $F = 176$ kHz で ILM 生成し、 F を 176 kHz から漸増／漸減した場合、
- (b) $F = 176$ kHz で ILM を生成してから $F = 165$ kHz まで漸減し、 F を 165 kHz から漸増／漸減した場合。

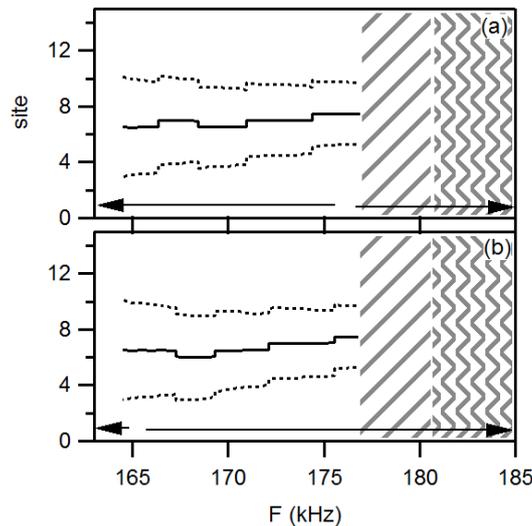


図 2. 強制励振周波数 F に対する ILM の中心座標の測定値。(a) F を 176 kHz から漸増／漸減させたとき、(b) F を 165 kHz から漸増／漸減させたときである。実線は ILM の中心座標、破線は ILM が半値となる座標を示す。矢印は F の走査方向である。斜線網掛は走行する波束、波線網掛は LSM の領域である。

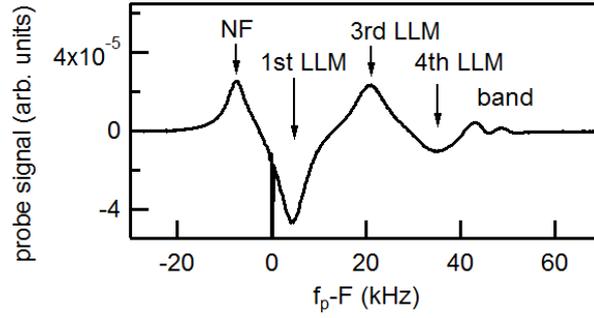


図 3. ILM の線形応答の測定値（虚部）。図 2 (a) において $F = 177$ kHz 固定で f_p を走査した。5 番格子点に摂動を与えて、10 番格子点で観測している。負側のピークは NF、正側の大きなピークは 1st LLM である。中心は ILM 周波数である。縦軸はプローブ振幅に対する応答振幅の比である。

図 2 の実線は F での ILM の中心座標、破線は ILM が半値となる座標の軌跡である。静止安定した ILM は $F = 177.62$ kHz から 164.5 kHz までの間で観測され、これより低周波の領域では ILM は消滅する。ILM の中心は段階的に転移する。ILM の中心座標 N_c は

$$N_c = \frac{\sum_{n=l}^m n \cdot |V_n|}{\sum_{n=l}^m |V_n|} \quad (1)$$

で算出したものである。ここで、 $|V_n|$ は n 番格子点での電圧の絶対値であり、 l と m は ILM の最大値から半値以内となる格子点の番号である。つまり、ILM が出現している空間領域に限定して「重心」を割り出すことで、中心座標 N_c とした。

ILM の線形応答を測定した例を図 3 に示す。図 2 において強制励振周波数を $F = 177$ kHz に固定したときに、プローブ摂動周波数 f_p を走査した。摂動と強制励振の差周波数 $f_p - F$ を -30 kHz から +70 kHz の間で 0.1 kHz ずつ漸増させている。5 番格子点に摂動を印加し、10 番格子点をロックインアンプで測定した。10 番格子点とロックインアンプの間はバッファを介した。図 3 の縦軸は、摂動振幅（2 V）に対する応答強度の比である。摂動と強制励振の差周波数 $f_p - F = 0$ は ILM の主振動周波数であり、付随する小振動ピークよりも桁違いに大きなピークをもつ。一方、ILM に付随する小振動ピークは主振動の 1/1000 以下と非常に小さいが、ILM の本質的な性質を知る手掛かりとなる。図 3 において、 $f_p - F = -6.5$ kHz に出

現するピークは ILM の NF であり、 $f_p - F = 4.0 \text{ kHz}$ 、 19.7 kHz 、 32.0 kHz に出現するピークは LLM の共鳴であり、これより高周波の小さなピークはバンド内スペクトルに起因するモードである。ILM とその NF は同じ形状である。

可飽和非線形伝送路中の ILM は、SC と BC の間で安定性を段階的に変化する。図 3 の 1st LLM が周波数漸減に対して軟化したときに幅変化を起こすことを確かめた。PN 障壁除去 (PN barrier free) は、PN ポテンシャルによって格子空間に局所的に閉じ込められた ILM を、ソリトンのように走行させるための重要なキーワードであり、盛んに研究されている。しかし、PN 障壁除去の効果が生じたにも関わらず、ILM は走行することなく静止局在を維持し、安定性交代のみを引き起こすだけであった。

2. 可飽和非線形電気循環伝送路におけるパターン形成と対称性

強制励振のある非線形電気循環伝送路において、大振幅の ILM または LSM によるパターン形成を実験的に観測し、その結果をシミュレーションと比較した。この 1 次元非線形格子系でのパターン形成について以下のことがわかった：(1)調整によって系の状態が ILM と LSM の間で連続的に交代すること、(2)伝送路の分散と減衰に依存して LSM の形状が周波数に応じて変形すること、(3)単位格子の数の多さ・減衰の過多・不純性の低さという 3 つの要因によって ILM や LSM のエネルギーが非対称になることである。ILM や LSM といった非線形パターンのエネルギーは、あるときには円形の周期格子において対称的になったり、またあるときには非対称になったりする。また興味深いことに、伝送路に不純性の有無に関係なく、ILM と LSM の交代という非線形パターンの変化が引き起こる。

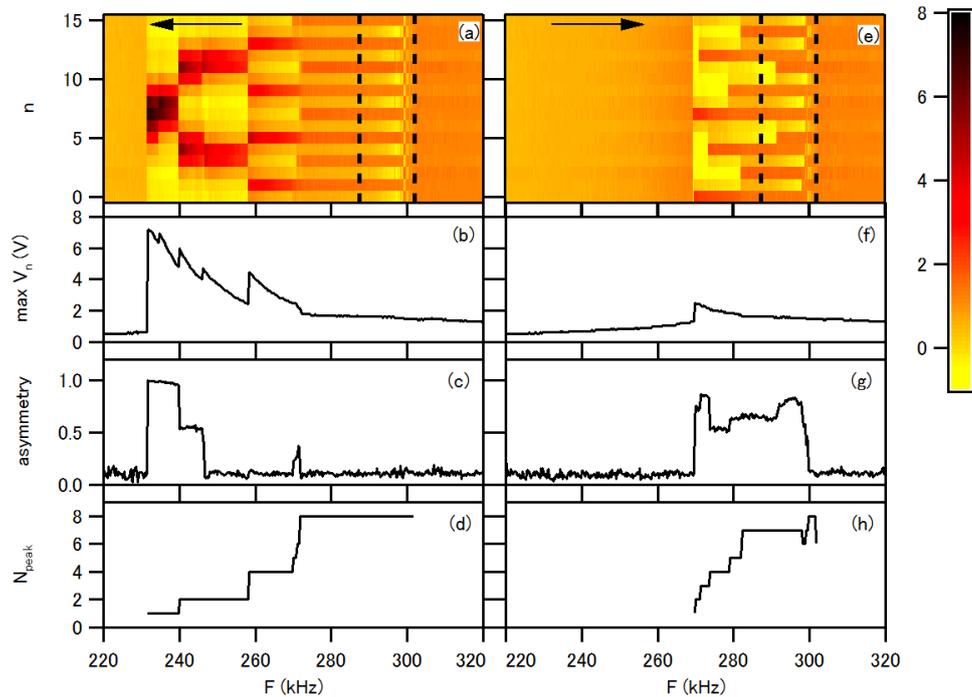


図 4.16 格子点をもつ可飽和非線形循環伝送路における、強制励振に固定された ILM と LSM の周波数依存性の測定結果。漸減／漸増の 2 つの周波数走査に対する空間パターンが描像されている。破線の垂線は、小振幅モードスペクトルの下端

(287.30kHz) と上端 (301.86kHz) を表示している。実験的に測定した Q 値は 58.9 であり、可飽和非線形素子は MOS キャパシタである。(a) 振動ベクトルの周波数応答。強制振動周波数 F は小振幅モードスペクトルよりも高周波の領域で漸減走査

(down-scan) が開始される。矢印は走査方向を示している。赤黒くて濃いほどピーク電圧が大きくなるように表示している。AR-LSM はそのピーク電圧がほぼ同一の形状となるが、約 270kHz 付近になると AR-ILM に連続的に変化する。周波数減少に対して、ILM は数を 4 個 \rightarrow 2 個 \rightarrow 1 個と減らす。強制励振周波数をさらに漸減させると、安定した ILM 状態は崩壊する。(b) 漸減走査における各周波数に対する最大ピーク電圧。(c) 非対称性 ((4.3.1)式をみよ)。(d) AR-ILM または AR-LSM のピーク数。(e) 低振幅状態 (220kHz) から強制励振周波数を漸増させる。ILM は生成されないが、AR-LSM は約 270kHz 付近で突然出現する。ピーク電圧がほぼ同一のこれらの AR-LSM は、いくつかのノーマルモードを含む小振幅モードスペクトル領域を通過することで調整され、スペクトル領域の上端付近で消滅する。(f) 漸増走査における最大ピーク電圧。(g) 非対称性。(h) ピーク数。

図 4 (a) は強制励振周波数 F を 320 kHz から漸減させたときの、格子空間における電圧パターンである。色が赤黒くて濃いほどその格子点の電圧は大きくなり、逆に、色が薄い黄色になるほどその格子点の電圧は小さくなる（図 4 のカラースケールバーをみよ）。非線形励起は強制励振周波数 F に固定されているため、非線形励起の位相は全て強制励振の位相と同じなり、したがって、図に表示されている電圧のベクトル成分の大半は正である。図 4 (a) において、2 本の垂線（破線）で区切られる小振幅モードスペクトル領域（線形分散曲線が占める周波数領域）を通過するように、周波数走査が行われる（矢印を参照せよ）。周波数に対してヒステリシスが生じるようなギャップ領域に到達すると、固定された自己共鳴状態（auto-resonance state ; AR）にある LSM のパターンが ILM に変換される。強制励振周波数 F が減少するにつれて、ピーク数は減少する。AR-ILM のスペクトル線幅の詳細なる測定は、 $k = 0$ のモードが周波数偏移を大きくしていくほど大振幅状態をより大きくさせていくときに、初めのうちこそ減少していくものの、後に増加に転ずることを示す。このことは、強制励振の電圧が増加するとコンデンサの非線形性が次第に飽和していくために、AR-ILM のスペクトル線幅もそれに従って増加することを示している。図 4 (b) に示すように、強制励振周波数 F を漸増させるように走査すると、小振幅モードスペクトル領域内で生成されるものは AR-LSM のみであることがわかる。これらの結果を、別の方法で提示するため、図 4 (a)あるいは(e)の各格子点の電圧値の最大値を抜き出し、(b)あるいは(f)に周波数応答として描線する。図 4 (b)の応答は走査周波数を漸減させたときのものであり、(f)の応答は走査周波数を漸増させたときのものである。図 4 (a), (e)は複雑であり、循環伝送路内で AR エネルギーパターンがどれほど均一にバランスされているのかという疑問が生じる。この疑問に対処するため、図 4 (c) および(g)において、偶数の総格子点数 N に対して

$$asym = \frac{\sum_{n=1, N/2} \left| |V_n|^2 - |V_{n+N/2}|^2 \right|}{\sum_{n=1, N/2} \left(|V_n|^2 + |V_{n+N/2}|^2 \right)} \quad (2)$$

と定義されるエネルギーの非対称性が、強制励振周波数に対して描線される。図 4 (c)は漸

減走査 (down-scan) のときのものであり、(g)は漸増走査 (up-scan) のときのものである。非対称性が大きくなるときは、漸減走査の場合には AR-ILM が 1 つだけのときであり、漸増走査の場合には不均一な AR-LSM が生成されているときである。ピーク数 N_{peak} の周波数応答を図 4 (d), (h)に示す。漸減走査の場合には、周波数減少に対してピーク数が概ね 8 個→4 個→2 個→1 個というように 2^n 個ずつ減っていく (図 4 (d))。漸増走査の場合には、周波数増加に対してピーク数が概ね 1 個ずつ増えていく (図 4 (h))。

この漸軟非線形格子は、LSM パターンは等間隔に並んだもので、可能な k 値は、 $k = \pm\pi$ (ピーク数 8)、 $k = \pm\pi/2$ (ピーク数 4)、 $k = \pm\pi/4$ (ピーク数 2) のみである。この $N = 16$ の格子系では、AR-LSM はピーク数 4 の周波数領域の中間で AR-ILM に置換される。漸増走査の場合、LSM パターンは等間隔には配置されないが、ピークは全て SC となる。このことは、発振器によって強制励振が格子系に供給されることで、 $k = 0$ のノーマルモードが直接的に励起されて線形分散スペクトルの非線形偏移が起こり、格子系において跳躍的に LSM を生成するのに十分な振幅を得られるがために生じるものである。したがって、系は不揃いの (等間隔ではない) ピークから成る準安定状態のうちの 1 つに遷移する。

周期境界条件と強制励振のある可飽和非線形電気伝送路では、小振幅モードスペクトル (バンドの周波数) の外側に AR-ILM が生成され、内側に AR-LSM が生成された。実験では、小振幅モードスペクトルを通過するようにして強制励振周波数を漸減または漸増するような走査を施せば、LSM パターンの位置がこれの影響を受けるために、ごく僅かではあるものの不純性濃度が出現することを観測できた。最も劇的な特徴であることは、強制励振周波数を滑らかに変化させることで、循環伝送路に遍く分布する LSM パターンを素にして、複数の ILM がいくつかの格子点上に局在化して、空間パターンとして現出するスペクトルが連続的に展開されることであり、このことは、不純性の有無に関係なく発生するものと考えられる。実験に用いた可飽和コンデンサまたは完全系としてシミュレーションした非可飽和コンデンサのいずれに対しても、対称または非対称のエネルギー分布となる結果を得

た。シミュレーションによる結果では、完全系の非線形系におけるエネルギーの非対称性は—— Q 値が増加するように、あるいは、モード帯域幅が減少するように——格子点数が増加するにつれて、より高くなることを示している。

3. 要旨まとめ

以上の2つの研究をまとめると、周波数減少で振幅が大きくなる漸軟（ソフト）非線形性のある可飽和非線形格子において2種類の実験的研究を行った。(1)生成された1つの静止ILMについてILMに伴うLLMのスペクトル観察により安定性交代の指標となる情報が得られることがわかった。(2)系に与える強制励振周波数を、非線形性の弱い高い周波数から、非線形性が強い低い周波数に調整させると、まず初めにピーク数の多いLSMが生じ（LSMの実験的観察は初めてである）、さらに周波数を漸減させると、ピーク数の少ない別種のLSMに変化し、さらに周波数を漸減させるとILMが等間隔に並んだILM列になる。LSM間の変化については、波数空間内での散乱と励起波数の変化で説明できた。

学位論文審査報告書（甲）

1. 学位論文題目（外国語の場合は和訳を付けること。）

可飽和非線形電気循環伝送路における非線形局在励起の安定性交代とパターン形成

数物科学

2. 論文提出者 (1) 所属 (物理学) 専攻

(2) 氏名 重 翔馬

3. 審査結果の要旨 (600~650 字)

非線形格子系では、完全に均質な系でも局在振動が生じることがある。これを非線形局在励起 (intrinsic localized mode; ILM) という。ILMの生成には分散関係が関与し、連続体のソリトン同様、格子の分散性と非線形性の釣り合いによって生じる。ILMはさらに格子系の離散性によって、移動性が高いはずのソリトンが格子点と格子点の間に潜在するPeierls-Nabarro (PN) ポテンシャルを越えられずに局在してしまう現象であると考えられる。

筆者は可飽和非線形電気循環伝送路という、MOSキャパシタを非線形素子とした周期境界条件の格子を作製して実験した。Hadievskyらは、可飽和非線形格子ではILM が格子点中心と結合点中心の間で安定性交代が起こり、PN ポテンシャルがゼロとなり幅が広がることを報告した。一方Burlakovは散逸が大きい1次元Klein-Gordon 格子では、等間隔にピークが並んだ格子空間モード (Lattice spatial mode, LSM) を見出した。実験に用いた格子はこの両方の特徴を有す。

可飽和非線形性に特有なILM幅の逐次変化について、分光的な測定方法を用い非線形状態での変形振動の周波数と振動形状を計測し、分岐について詳細に調べた。一方LSM生成についてはピーク数が逐次変化する様子を実験で初めて見出した。さらに波数空間での非線形散乱過程による励起波数の変化で、ピーク数の逐次変化を説明した。以上により本論文は博士(理学)にふさわしいと認め、合格と結論した。

4. 審査結果 (1) 判定 (いずれかに○印) 合格 ・ 不合格

(2) 授与学位 博士(理学)