

埋設管内通水方式による堆肥発酵熱抽出の試み (第2報 近似解法と操作条件の検討)

関 平和・小森友明

(金沢大学工学部建設工学科)

A Proposal and Trial of Heat Extraction from a Compost Bed
by Water Flowing through the Pipe Buried in the Bed
(Part 2. An Investigation on Approximate Solutions
and Operating Conditions)

Hirakazu SEKI and Tomoaki KOMORI

(Department of Construction and Environmental Engineering,
Faculty of Technology, Kanazawa University, Kanazawa 920)

1. 緒 言

前報(関・小森, 1984)では, あらかじめ堆肥そう内に埋設された円管内に断続的に通水し, 発酵熱を抽出する実験を行い, 幾つかの仮定及び適当な境界条件の下で熱抽出過程を数式化して得られた管出口水温, そう内温度の解析解が実測値と良好に一致することを示した。しかし, この熱抽出過程は, そう内熱伝導と管内強制対流伝熱の複合過程で, 得られた解が数学的に極めて複雑なので, そのまま実用計算に適用するのは困難である。本報では, 前報で得られた知見を下に, そう内熱伝導が, 伝熱速度の大きさに対して支配的な役割を果たすという本操作の本質的特徴を失わずに数学的表示を幾分簡略化した近似解を導き, 前報の方法による計算並びに実験結果と比較してその妥当性を検討した。そして, 本操作の実用化への指針を得るため, 通水所要時間(断続的な一回一回の熱抽出操作に要する時間), その間の出口水温及び熱抽出速度が, 通水量, 配管間隔に対してどのように変わるかをここで導いた近似解を用いて検討したので報告する。

2. 熱抽出過程の近似解法

前報の熱抽出実験は直方体型の堆肥そう内に投入された混合堆肥素材の中に基盤目状に水平に配置された個々

の埋設管を水の流れが直列となるように接続し, その中に通水して行った。又, 埋設管を取り巻く混合素材の形状が近似的に内半径 r_1 (管の外半径), 外半径 r_2 (伝熱有効半径) の中空円柱 (Fig.1) であるとみなして解析解を導いた。そして, 実験及び計算結果から次の事実が判明した。

(a) 非定常熱抽出過程では出口水温の高低は混合素材と管内水の初期温度差に起因する温度推進力が支配的で, 発熱量はほとんど寄与しない。

又, 前報の Fig.4 に示された Runs 1~4 についての管出入口水温の実験結果に基づき, 管内水の熱収支式〔前報の式(6)〕中の非定常項 $\partial T_i / \partial \theta$ ($\equiv (\tilde{T}_i|_{\theta=0_f} - \tilde{T}_i|_{\theta=l_c}) / \theta_f$) を概算すると, $-2.60^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 1), $-1.73^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 2), $-2.05^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 3), $-1.25^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 4) となる。一方, 対流項 $u \partial T_i / \partial z$ ($\equiv u \{ (T_{low}$ の時間平均値) $- T_{lin} \} / l_c$) は, $212^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 1), $324^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 2), $278^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 3), $226^\circ\text{C}/\text{hr}$ (Run 4) と見積られる。従って, $|\partial T_i / \partial \theta| / |u \partial T_i / \partial z|$ は 1.23% (Run 1), 0.53

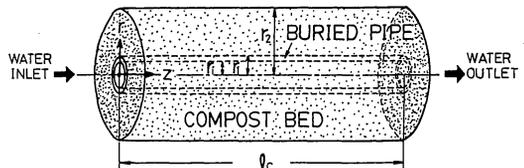


Fig. 1 Hollow cylindrical model of a compost bed.

% (Run 2), 0.74% (Run 3), 0.55% (Run 4)で、非定常項は対流項の1.23%以下の値になるにすぎない。以上のことから、次の仮定を設けることができる。

(b) 管内水の熱収支式の中で非定常項は他項に比して無視できる。

従って、数学的取り扱いの簡略化を行うに当たり、まず上記二項目より、その内熱伝導方程式中の発熱項、管内水熱収支式中の非定常項を削除した後、前項の仮定(1), (2), (4), (6), (7)に加えて、更に次の仮定:

(c) 管長方向(z方向)の平均水温 $\bar{T}_1(\theta)$ は入出口水温の算術平均値、 $(T_{lin} + T_{lou})/2$ で近似できる。

を設定し、基礎式、境界条件を管長方向に積分し、境界条件を整理すると、本熱抽出操作における堆肥そう内熱伝導方程式、境界・初期条件は、無次元化された形で最終的に以下のごとく示される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \quad \left(\frac{1}{\eta_2 - 1} < \xi < \frac{\eta_2}{\eta_2 - 1} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{B_i}{1 + N/2} (\phi - 1) \quad \left(\xi = \frac{1}{\eta_2 - 1} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = 0 \quad \left(\xi = \frac{\eta_2}{\eta_2 - 1} \right) \quad (3)$$

$$\phi = 0 \quad (\theta = 0) \quad (4)$$

ここで、無次元変数 ϕ , θ , ξ は、

$$\phi = \frac{\bar{T} - T_i}{T_{lin} - T_i}, \quad \theta = \frac{\kappa \theta}{(r_2 - r_1)^2}, \quad \xi = \frac{r}{r_2 - r_1} \quad (5)$$

又、 B_i , N , η_2 は、

$$B_i = \frac{U(r_2 - r_1)}{K}, \quad N = \frac{2\pi r_1 l_c U}{C_{pl} \rho_l \pi r_i^2 u}, \quad \eta_2 = \frac{r_2}{r_1} \quad (6)$$

であり、それぞれ、混合素材と接触する管壁での熱伝達による熱抵抗と混合素材内部の熱伝達による熱抵抗の比(ピオ数)、混合素材と管内水との熱交換の難易度[移動単位数又は熱通過数, $M.T.U.$ (例えば, Holman, 1982)], 配管の疎密を表す無次元パラメーターである。

式(2)~(4)を満たす式(1)の解はラプラス変換法などにより以下のごとく求められる(Carslaw・Jaeger, 1959)。

$$\phi = 1 + 2B^* \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{J_0(\alpha_n \xi) Y_1(\alpha_n \nu \eta_2) - Y_0(\alpha_n \xi) J_1(\alpha_n \nu \eta_2)\} e^{-\alpha_n^2 \theta}}{\nu (\alpha_n^2 + B^{*2}) Z_0(\alpha_n \nu) + \nu \eta_2 \alpha_n \{ \alpha_n B_1(\alpha_n \nu) + B^* B_0(\alpha_n \nu) \}} \quad (7)$$

ただし、 $B^* = B_i / (1 + N/2)$, $\nu = 1 / (\eta_2 - 1)$ で、 $Z_m(x)$, $B_m(x)$ は式(8), (9)で表され、 α_n は式(10)を満たす正根である。

$$Z_m(x) = J_m(x) Y_1(x \eta_2) - Y_m(x) J_1(x \eta_2) \quad (8)$$

$$B_m(x) = J_m(x) Y_0(x \eta_2) - Y_m(x) J_0(x \eta_2) \quad (9)$$

$$\alpha_n Z_1(\alpha_n \nu) + B^* Z_0(\alpha_n \nu) = 0 \quad (10)$$

一方、仮定(c)から導かれる関係、 $T_{lou} = \{N / (1 + N/2)\} \bar{T} |_{\xi=\nu} + T_{lin} \{ (1 - N/2) / (1 + N/2) \}$ と式(7)より、 T_{lou} は次式のごとく与えられる。

$$\frac{T_{lou} - T_{lin}}{T_i - T_{lin}} = -2N^* B^* \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_0(\alpha_n \nu) e^{-\alpha_n^2 \theta}}{\nu (\alpha_n^2 + B^{*2}) Z_0(\alpha_n \nu) + \nu \eta_2 \alpha_n \{ \alpha_n B_1(\alpha_n \nu) + B^* B_0(\alpha_n \nu) \}} \quad (11)$$

ただし、 $N^* = N / (1 + N/2)$ である。

式(7), (11)は前報の解[前報の式(16), (17)]に比べ、相当簡単な形になっている。

3. 近似解の妥当性

前報の実測値、計算値と2.で述べた近似解による計算値の比較をFig.2, 3に示す。ただし、計算に使用した混合素材の物性値、操作条件はTable 1に示すとおりである。近似解による T_{lou} の計算値は前報の解によるものに比べて1~2℃低い値を示す(Fig.2)が、伝熱過程の数

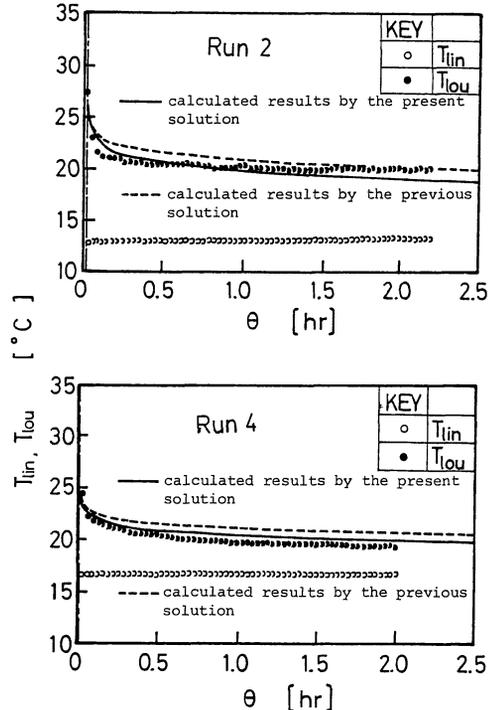


Fig. 2 Comparison of the experimental results with the calculated results by both the present and previous solutions of T_{lou} .

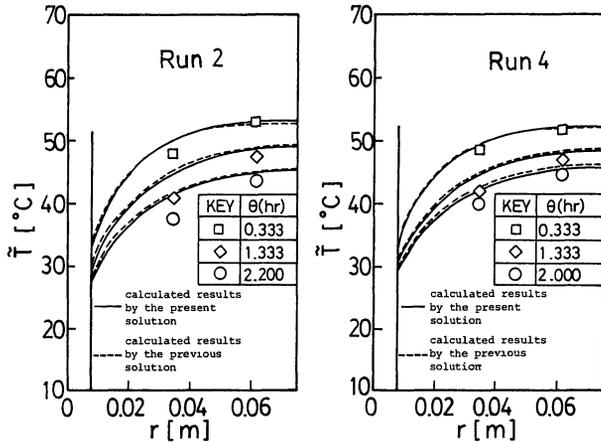


Fig. 3 Comparison of the experimental results with the calculated results by both the present and previous solutions of temperature in a compost bed $\tilde{T}(r, \theta)$.

Table 1 Physical properties and operating conditions used for calculation.

Run	Thermal conductivity of the compost bed K [kcal/m hr °C]	Heat capacity of the compost bed C_p [kcal/kg °C]	Apparent density of the compost bed ρ [kg/m ³]	Initial temperature of the compost bed T_i [°C]
2	0.59	0.76	701	53.3
4	0.59	0.76	701	52.7
Run	Water temperature at the inlet of the pipe T_{lin} [°C]	Overall heat transfer coefficient U [kcal/m ² hr °C]	Velocity of water flowing in the pipe u [m/hr]	Dimensionless parameter representing the piping density η_2 [-]
2	13.0	61	1013	9.38
4	16.7	63	1715	9.38

学的記述に多少厳密性を欠いているにもかかわらず、結果的には前報の値と大差はなく、むしろそれよりも実測値に近い傾向を示している。一方、 \tilde{T} の計算値は実測値よりも幾分高い値を示すが、前報の解による計算値とほとんど差異はない(Fig.3)。すなわち、ここで得られた近似解は、少なくとも前報の解とほぼ同等の精度で実測値と一致しており、おおむね妥当であると思われる。

しかし、前報及び本報の解析は、共に、外界への熱損失を無視しており、かつ、堆肥化反応の物理的・化学的不均一性に起因するそう内初期温度分布の不均一性を考慮していないが、実際には無視できないこれらの要因が伝熱過程に少なからず影響するものと考えられるので、どちらの解を用いても実際の値との整合性には限界があるものと思われる。ただ、ここで得られた近似解では、数学的記述の困難なこれらの要因が、管長方向の平均化

により幾分相殺され、出口水温が前報の解よりも多少安全側(小さ目)に算出されていること、式の形が簡単であることから、設計に際し、実用計算式として使用するには有用かつ便利であると考えられる。

4. 操作条件と出口水温、通水所要時間、熱抽出速度の関係

本操作を適用しようとする場合、利用者が実際に欲しい情報は、例えば、ある大きさの堆肥そうを用い、ある規格の管をある間隔で配管し、ある温度の水をある流量で流した場合、何度の出口水温が得られ、通水所要時間は何時間で、その間の熱抽出速度はどれ程かといった具体的な数値であろう。この要請に応ずるためには、種々の操作条件に対し、これらの値がどう変わるかを計算しておく必要がある。ただし、操作変量の多いこの操作では、すべての因子の影響を一挙に網羅するのは容易ではないので、ここでは差し当たり以下の前提条件を設定することにする。すなわち、前報と同一規格の通水管(SUS 304, $r_i =$

0.007 m, $r_1 = 0.008$ m)を用いるものとし、前報の結果を参考にして混合素材の熱的物性値は、 $K = 0.6$ kcal/m hr °C, $C_p = 0.76$ kcal/kg °C, $\rho = 700$ kg/m³, 通水管と混合素材との接触部における総括伝熱係数 U は60 kcal/m² hr °Cとした。本操作では、通常、混合素材の見掛密度(600~750 kg/m³), 含水率(50~65%), 温度(40~70°C)はほぼ一定範囲の値をとるので、前報の実験に基づいて選定したこれらの値は、一応、標準値とみなして差し支えない。そして、 $T_i = 65$ °C, $T_{lin} = 10$ °Cとし、そう内平均温度が45°C(40°C{高温菌生育下限温度(相田ら, 1974)}としてもよいが、ここでは多少安全性を考えて45°Cとした)に達するまで通水を継続するものと想定し、 η_2 と $1/N$ (通水量のパラメーターとみなされる)に対し、通水所要時間、出口水温、熱抽出速度がどう変わるかを検討する。

非定常過程である本操作では、出口水温、熱抽出速度などの値が経時的に変化することは言うまでもないが、前報で述べたごとく、出口水温の経時変化は通水開始直後を除いて小さいことから、通水継続期間中の平均値を検討するのが有意義である。2で述べた近似解より、通水所要時間の無次元数を θ_f とすれば、 $\theta = 0 \sim \theta_f$ の間の出口水温、その単位容積当たりの熱抽出速度の時間平均値 \tilde{T}_{lou} 、 \tilde{q}_{ext} は次式で与えられる。

$$\frac{\tilde{T}_{lou} - T_{lin}}{T_i - T_{lin}} = \frac{2N^* B^*}{\theta_f} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_0(\alpha_n \nu) [1 - e^{-\alpha_n^2 \theta_f}]}{\alpha_n^2 [\nu (\alpha_n^2 + B^{*2}) Z_0(\alpha_n \nu) + \nu \eta_2 \alpha_n \{ \alpha_n B_1(\alpha_n \nu) + B^* B_0(\alpha_n \nu) \}]} \quad (12)$$

$$\tilde{q}_{ext} = \frac{2U}{r_1 \eta_2^2 N} (\tilde{T}_{lou} - T_{lin}) \quad (13)$$

ただし、 θ_f は通水終了時のその内平均温度を T_{avf} とすれば、次式を満たす根として計算される。

$$\frac{T_{avf} - T_{lin}}{T_i - T_{lin}} = \frac{4B^*}{\nu(\eta_2^2 - 1)} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_1(\alpha_n \nu) e^{-\alpha_n^2 \theta_f}}{\alpha_n [\nu (\alpha_n^2 + B^{*2}) Z_0(\alpha_n \nu) + \nu \eta_2 \alpha_n \{ \alpha_n B_1(\alpha_n \nu) + B^* B_0(\alpha_n \nu) \}]} \quad (14)$$

通水所要時間 $\theta_f = \theta_f \{ (\eta_2 - 1) r_1^2 \} / K$ 、 \tilde{T}_{lou} 、 \tilde{q}_{ext} の計算結果を、 η_2 をパラメーターとし、 $1/N$ に対してFig.4に図示した。 θ_f は $1/N \geq 2$ ではほぼ一定となり、通水量による変化がほとんどないのに対し、 η_2 が大きくなる程、すなわち、配管間隔が広がる程増大する。 \tilde{q}_{ext} は θ_f に逆比例するので、 η_2 が大きくなる程減少するが、 $1/N \geq 2$ では θ_f と同様ほとんど一定値となる。一方、 \tilde{T}_{lou} は $1/N$ が増大するにつれて急激に小さくなり、 η_2 が大きくなる程小さくなる傾向を示す。

要約すると、配管間隔を広くすると相対的に通水管全長が短くなるので、熱抽出速度は減少し、通水所要時間は逆に増大するが、これらの値は通水量とはほとんど無関係である。出口水温は配管間隔が広い程、又、通水量が大きい程減少するといえる。

5. 操作条件の決定方法

次に、Fig.4から操作条件を決定する方法を具体的に述べる。例えば、容積 2 m^3 (通水管と垂直なその断面積 $S = 1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^2$ 、長さ $l_e = 2\text{ m}$)の堆肥そうを用い、 $\eta_2 = 5$ で配管し、 \tilde{T}_{lou} を 20°C としたい場合を考える。まず、通水管全長は、 $l_c = S / (\pi r_1^2 \eta_2^2) = 200\text{ m}$ となる。すなわち、1本 2 m の通水管が100本必要である。Fig.4(b)より $1/N = 2.2$ なので、通水量は $\{2\pi r_1 l_c U / (C_{pl} \rho l)\} \cdot (1/N) = 1.33\text{ m}^3/\text{hr} = 22\text{ l}/\text{min}$ と計算される。又、Fig.4(a)より θ_f は $0.76\text{ hr} = 46\text{ min}$ 、 \tilde{q}_{ext} はFig.4(c)より $1.35 \times 10^4\text{ kcal}/\text{m}^3\text{ hr}$ と見積もられる。

ここでは、先前提条件の下で計算したが、 T_i 、 T_{lin} 及び通水管規格がこの場合とは異なる場合についても式(12)~(14)を用いて計算を行い、その結果をFig.4のごとく線図化すれば、操作条件設定の目安になるものと思われる。

6. 結 言

埋設管内通水方式による堆肥発酵熱抽出操作における堆肥そう内温度、管内水温の近似解を誘導し、通水所要時間、管出口水温、熱抽出速度が種々の操作条件下でどのように変わるかを明らかにした。又、得られた結果を用いて目標値(出口水温など)を達成するための操作条件の決定方法を具体的に例示した。

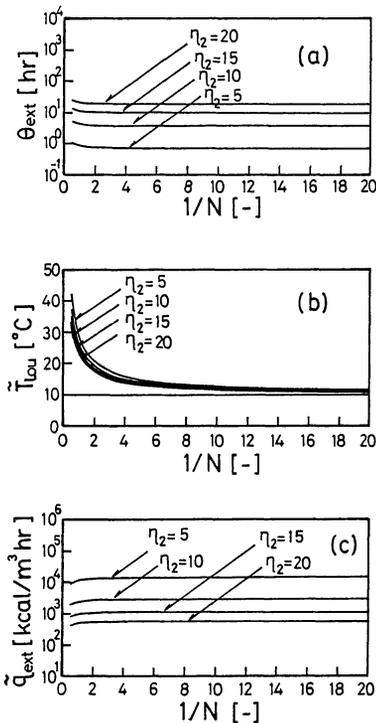


Fig. 4 Calculated results of θ_{ext} , \tilde{T}_{lou} , \tilde{q}_{ext} with dimensionless parameters η_2 and $1/N$. [(a) Relation between θ and $1/N$, plotted for η_2 as a parameter, (b) Relation between \tilde{T}_{lou} and $1/N$, plotted for η_2 as a parameter, (c) Relation between \tilde{q}_{ext} and $1/N$, plotted for η_2 as a parameter].

[使用記号]	z	通水管長方向距離(m)	
C_p	混合堆肥素材の比熱(kcal/kg $^{\circ}$ C)	Θ	フーリエ数(-)
C_{pl}	水の比熱(kcal/kg $^{\circ}$ C)	ϕ	無次元温度(-)
K	混合堆肥素材の有効熱伝導率(kcal/m hr $^{\circ}$ C)	ρ	混合堆肥素材の見掛け密度(kg/m 3)
l_c	通水管全長(m)	ρ_l	水密度(kg/m 3)
l_e	堆肥そうの通水管長方向の長さ(m)	ξ	無次元距離(-)
\bar{q}_{ext}	堆肥そう単位容積当たりの熱抽出速度の時間平均値(kcal/m 3 hr)	θ	時間(hr)
r	半径方向距離(m)	θ_f	通水所要時間(hr)
r_1	通水管外半径(m)	η_2	無次元数(-)
r_2	混合堆肥素材の伝熱有効半径(m)	κ	混合堆肥素材の有効熱拡散率(m 2 /hr)
r_i	通水管内半径(m)		
S	堆肥そうの通水管と垂直な断面積(m 2)		
\bar{T}	堆肥そう内温度の管長方向平均値($^{\circ}$ C)		
T_i	堆肥そう内初期温度($^{\circ}$ C)		
T_l	管内水温($^{\circ}$ C)		
\bar{T}_l	管内水温の管長方向平均値($^{\circ}$ C)		
T_{lin}	管入口水温($^{\circ}$ C)		
T_{lou}	管出口水温($^{\circ}$ C)		
\bar{T}_{lou}	管出口水温の時間平均値($^{\circ}$ C)		
U	管外径基準の総括伝熱係数(kcal/m 2 hr $^{\circ}$ C)		
u	管内水の流速(m/hr)		

引用文献

- 1) 相田 浩・高尾彰一・栃倉辰六郎・斎藤日向・高橋甫, 1974: 応用微生物学 I, 訂正版, 朝倉書店, 123-124.
- 2) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., 1959: *Conduction of Heat in Solids, 2nd ed.* Clarendon Press, Oxford, 332-334.
- 3) Holman, J.R.(平田 賢監訳), 1982: 伝熱工学<下>, プレイン図書出版, 409.
- 4) 関 平和・小森友明, 1984: 埋設管内通水方式による堆肥発酵熱抽出の試み, 農業気象, **40**(3), 219-228.