寄書

ピエゾ素子のシフト誤差を補正できる4画面位相シフト法*

安達正明**　川崎修慈***　大杉博人***　稲部勝幸***

Key words: error correction, phase shifting method, piezo actuator, nonlinearity

1. 緒　　言

位相シフト法を用いて光干渉画像から反射面の形状を測定する方法は，操作の簡便さ，測定面の広さ，さらには測定の高速性や長い作動距離などの特長を有しており，今後も工業分野で幅広く利用されて行くと考えられる．

この位相シフト法を実現するには，光の波長の1/100オーダの精度で参照面(又は測定面)を光軸に沿って正確に移動(シフト)させる必要があり，価格と精度からピエゾ素子が広く使われている．しかし，ピエゾ素子では非線形応答を避けることは難しく，その測定結果への影響を少なくするため，シフト誤差の補正法に関する研究がこれまで多く行われてきた[1)~4)]．

これまでの研究で，ピエゾ素子のシフト誤差δはシフト量θの二次式までで良く近似できる($\delta \fallingdotseq \alpha\theta + \beta\theta^2$)こと[****]が分かっている[2)]．また，誤差の補正法は，約$\pi/2$ずつシフトして取り込んだ5画面を用いて，最初の4画面と最後の4画面でそれぞれ位相を求めその結果を平均する方法[3)]と，シフト量に$\pi/2$の制限を必要としない位相シフト法を用いてシフト誤差を低減する方法[1)]，これら2つを組み合わせる方法[2),4)]の3つに大別できるようである．最近，全くアプローチが異なる新しい方法として，シフト量を正確に評価するためのみに画像の一部に別の干渉計の傾斜じまを導入する方法も提案されている[5)]．

今回我々は，約$\pi/2$ずつシフトした干渉画像を4画面用いて，αとβを評価でき，結果として補正された位相を求めることのできる方法を考案したので報告する．この方法は$\pi/2$からのシフト誤差δが小さく，δはシフト量θの二次式($\delta = \alpha\theta + \beta\theta^2$)で近似できることを前提としている．

2. 理　　論

今，$\pi/2$近くの位相シフトをしながら，干渉画像を4枚(i=1,2,3,4)取り込んだとする．各シフトでの$\pi/2$からの小さなシフト誤差をδ_1, δ_2, δ_3とすると，画像内のある点aでの光強度I_{ai}は次のように近似できる．

$$I_{a1} = I_a + A\cos\phi \tag{1}$$

$$\begin{aligned} I_{a2} &= I_a + A\cos(\phi + \frac{\pi}{2} + \delta_1) \\ &\approx I_a - A\sin\phi - A\delta_1\cos\phi \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} I_{a3} &= I_a + A\cos(\phi + \pi + \delta_2) \\ &\approx I_a - A\cos\phi + A\delta_2\sin\phi \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} I_{a4} &= I_a + A\cos(\phi + \frac{3\pi}{2} + \delta_3) \\ &\approx I_a + A\sin\phi + A\delta_3\cos\phi \end{aligned} \tag{4}$$

ここで，I_aはバイアスレベルであり，Aはモジュレーション，ϕは初期位相である．すべて位置(x,y)の関数であるが，記述の簡単化のためこれを省いた．式(1)，(2)，(4)より，I_a，$A\sin\phi$を消去すると

$$I_{a2} + I_{a4} - 2I_{a1} = (\delta_3 - \delta_1 - 2)A\cos\phi \tag{5}$$

を得る．一方，式(1)，(2)と式(3)，(4)よりI_aを消去して次の2式

$$\begin{aligned} I_{a1} - I_{a2} &= (\delta_1 + 1)A\cos\phi + A\sin\phi \\ I_{a3} - I_{a4} &= -(\delta_3 + 1)A\cos\phi - (1 - \delta_2)A\sin\phi \end{aligned} \tag{6}$$

を得ることができ，さらに両式から$A\sin\phi$を消去すると

$$(1-\delta_2)(I_{a1} - I_{a2}) + I_{a3} - I_{a4} = \{(\delta_1 + 1)(1 - \delta_2) - (\delta_3 + 1)\}A\cos\phi \tag{7}$$

となる．ここで式(7)/式(5)の右辺に着目すると，右辺はδ_1, δ_2, δ_3のみの式となり，測定点によらない．故に画像内の2つの点a，bに関し，式(7)/式(5)の左辺を等しいと置くと，

$$\frac{(1-\delta_2)(I_{a1} - I_{a2}) + I_{a3} - I_{a4}}{I_{a2} + I_{a4} - 2I_{a1}} = \frac{(1-\delta_2)(I_{b1} - I_{b2}) + I_{b3} - I_{b4}}{I_{b2} + I_{b4} - 2I_{b1}} \tag{8}$$

が成立する．これよりδ_2を次のように求めることができる．

$$\begin{aligned} \delta_2 = &\frac{(I_{a2} + I_{a4} - 2I_{a1})(I_{b1} - I_{b2} + I_{b3} - I_{b4})}{(I_{b2} + I_{b4} - 2I_{b1})(I_{a2} - I_{a1}) - (I_{a2} + I_{a4} - 2I_{a1})(I_{b2} - I_{b1})} \\ &- \frac{(I_{b2} + I_{b4} - 2I_{b1})(I_{a1} - I_{a2} + I_{a3} - I_{a4})}{(I_{b2} + I_{b4} - 2I_{b1})(I_{a2} - I_{a1}) - (I_{a2} + I_{a4} - 2I_{a1})(I_{b2} - I_{b1})} \end{aligned} \tag{9}$$

このように初期位相ϕに対して位相がπだけ進んだ点でのシフト誤差δ_2が求まった．では，式(2)の位相を初期位相と見なしたらどうだろう．同じ議論により，πだけ位相の進んだ点でのシフト誤差$\delta_3 - \delta_1$も求めることができそうである．実はその通りであって式(9)を得たのと同様にして次式を得る．

* 原稿受付　平成9年4月24日
** 正会員　金沢大学工学部(金沢市小立野2-40-20)
*** 金沢大学工学部

**** θが2πに近くても，$\delta = \alpha(\theta/10) + \beta(\theta/10)^2$と表現してやれば収束性良く近似できる．この式は$\delta = (\alpha/10)\times\theta + (\beta/100)\times\theta^2$となり$\alpha' = \alpha/10$, $\beta' = \beta/100$とおけば文中の式と同じになる．

$$\delta_3-\delta_1=\frac{(I_{a3}+I_{a1}-2I_{a2})(I_{b2}-I_{b3}+I_{b4}-I_{b1})}{(I_{b3}+I_{b1}-2I_{b2})(I_{a3}-I_{a2})-(I_{a3}+I_{a1}-2I_{a2})(I_{b3}-I_{b2})}$$

$$-\frac{(I_{b3}+I_{b1}-2I_{b2})(I_{a2}-I_{a3}+I_{a4}-I_{a1})}{(I_{b3}+I_{b1}-2I_{b2})(I_{a3}-I_{a2})-(I_{a3}+I_{a1}-2I_{a2})(I_{b3}-I_{b2})} \quad (10)$$

このようにして，δ_2と$\delta_3-\delta_1$が計算できた．

今，$\delta_i=\alpha\theta+\beta\theta^2$として近似できるのだから[2]，この式を用いて，$\delta_2=\pi\alpha+\pi^2\beta$，$\delta_3-\delta_1=\pi\alpha+2\pi^2\beta$と計算できる．故にこの2つの式に$\delta_2$と$\delta_3-\delta_1$を代入して$\alpha$と$\beta$を求めることができる．求めた$\alpha$と$\beta$より，$\delta_1$，$\delta_2$，$\delta_3$を計算でき，これらと式(5)そして式(6)の第1式を用いてI_{ai}からtanϕを計算でき，補正されたϕが得られる．

3. 実　　験

本方法の有効性を調べるため20倍のミロー型対物レンズ(NA=0.4)を付けた干渉顕微鏡を用いて実験を行った．測定面をピエゾ素子を用いて光源の波長λ=542nmの約1/8倍(反射型のため位相は$\pi/2$となる)光軸に沿って移動させながら200×200ピクセルの干渉画像を4枚取り込んだ．この画像中に格子状に100個のa点もしくはb点に相当する測定点を配置し，それらの2点の組み合わせ${}_{100}C_{99}$=4950種に関してδ_2と$\delta_3-\delta_1$を求めた．求めた結果のヒストグラムを図1に示す．δ_2と$\delta_3-\delta_1$について明確な鋭いピークが存在し，高い精度でδ_iを求められることが分かる．

次にこれらのδ_iを用いてシフト誤差を補正し，干渉画像の初期位相$\phi(x,y)$を求めた(これを位相図と呼ぼう)．その後，被測定面を元の位置に戻してからピエゾ素子で約1/40波長だけ動かし，次にこれを初期位相として再度位相シフトさせながら新たな4画像を取り込んだ．新たな4画像に関しても同じようにしてδ_iを補正して新しい位相図を求めた．二つの位相図から位相の差を求めてヒストグラムにしたものを図2に実線で示す．一方，従来の方法のみにより位相の差を計算したものを比較のため破線で示す．これらは理論的には2つの初期位相の差であり，約$\pi/10$の値となっているはずである．実線は変化量が$\pi/10$近傍にまとまっているが，破線は相対的に広がっている．この結果は本補正法の有用性を示している．差のヒストグラフがより幅の狭いδ関数形にならないのは対物レンズのNAが大きいためと考えられる[6]．以上のようにして求めたヒストグラムの広がりについて標準偏差を計算し，δ_iの絶対値の平均との相関を求めた．結果を図3に示す．白丸はシフト誤差補正法を用いて求めたヒストグラムの広がりであり，黒丸は補正法を用いないで従来法のみで求めたものである．

4. ま　と　め

干渉画像を4枚用いてピエゾ素子のシフト誤差を補正できる位相シフト法を提案した．本方法は誤差δ_iがθの二次式で近似できるとして，数学的にδ_iを求め，その値を元により正確に初期位相を測定できる方法である．これまでの研究では5枚の画像を用いる必要があったが，本方法により，4枚の画像からでも，補正された位相を求めることができた．

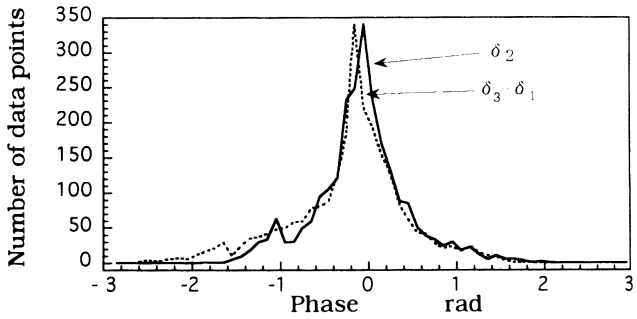


Fig.1 Histogram of δ_2 and $\delta_3-\delta_1$. These values are calculated using Eq.(9),(10) from many pair points in interferograms. The values of peak positions give the most reliable ones of δ_2 and $\delta_3-\delta_1$

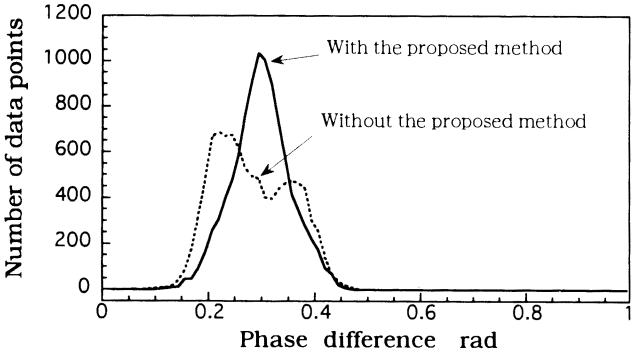


Fig.2 Histogram of phase difference between the first four interferograms and the last four interferograms. The solid line is calculated using the proposed shifting-error correction method. The dotted line is calculated with the ordinary phase shifting method

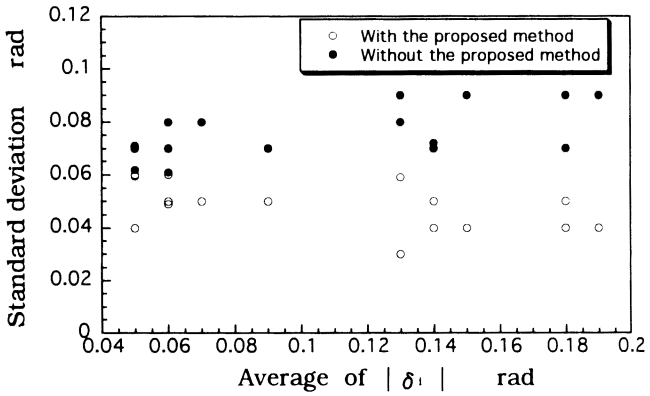


Fig.3 The reduction of the standard deviation values of phase difference. Open circles are about the phase calculated with the proposed shifting-error correction method

参　考　文　献

1) Y.Cheng and J.C.Wyant : Phase Shifter Calibration in Phase Shifting Interferometry, Appl. Opt., 24, 18, (1985) 3049.
2) C.Ai and J.C.Wyant :Effect of Piezoelectric Transducer Nonlinearity on Phase Shift Interferometry, Appl. Opt., 26, 6, (1987) 1112.
3) C.Joenathan: Phase-measuring Interferometry; New Methods and Error Analysis, Appl. Opt., 33, 19, (1994) 4147.
4) C.Liu, Z.Li, J.Chen and X.Yu : A New Algorithm for Compensating Phase Shifting Error, SPIE, 2003, (1993) 431.
5) G. Lai and T.Yatagai: Generalized Phase-shifting Interferometry, J. Opt. Soc. Am. A, 8, 5, (1991) 822.
6) D.Malacara: Optical Shop Testing, 2nd ed., John Wiley and Sons, Inc., New York, (1992) 533.

寄書

カツラ材のアブレシブ摩耗時における臨界砥粒径効果*

八高隆雄** 大谷 忠*** 喜多山 繁†

Key words: abrasive wear, katsura wood, critical grain size effect, compressive strength, unidirectional friction, reciprocating friction

1. はじめに

一方向強化FRPを高い押付け圧力の下で摩耗させた場合には，「臨界砥粒径効果」[1)2)]が認められないことがわかってきた[3)]．この現象はFRP中の繊維の座屈現象と結び付いている可能性があり，木材は不連続な空壁のセル構造を有し，天然の複合材として考えることができるため，この材料においてもFRPと同様の現象の発生が予想される．そこで，木材に対するアブレシブ摩耗の研磨紙砥粒径の依存性を調べた．

2. 実験方法

実験には，新東科学（株）製の摩耗試験機(HEIDON 14)を用いた．この装置は，研磨紙を固定した台が20mm／sの速度で一方向あるいは往復運動をすることによって，研磨紙と接触する試験片を1回96mm摩耗する方式のものである．供試材としては，大気中に保存していた広葉樹のカツラ（*Cercidiphyllum Japonicum* S. et Z.）を用い，その密度は0.47g／cm^3，含水率は10.6%，平均年輪幅は1.6mmであった．**図1**には用いたカツラ材の顕微鏡組織写真を，また**表1**にカツラ材の圧縮強度を示す．摩耗相手材には市販のアルミナ砥粒の研磨紙を用い，その粒度は，

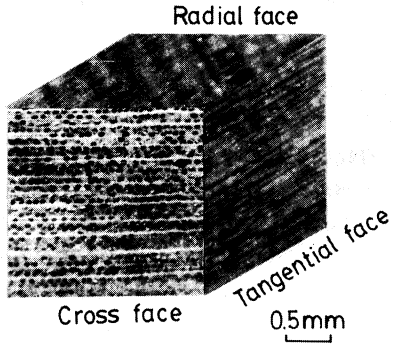


Fig. 1 Micrograph of katsura wood

Table 1 Compressive strength of the katsura wood

Katsura wood	Compressive strength MPa	P_c MPa	P_c/σ_c
Cross face	59	0.08	0.0014
Tangential face	16	0.025	0.0016
Radial face	12	0.025	0.0021

#80（平均砥粒径$\bar{d}$＝180μm）～#800（$\bar{d}$＝22μm）であった．実験では，試験片断面積3×4mm^{2}を摩擦面として，この面の押付け圧力を0.04～0.16MPaの範囲で，一方向および往復アブレシブ摩耗試験を行った．なお本実験におけるアブレシブ摩耗は常に研磨紙の新しい面に対する処女面摩耗であり，一方向摩耗および往復摩耗ともに常に新しい研磨紙上を摩擦させた．

3. 結果および考察

図2(a)にカツラ材の木口面を摩擦面として，同一方向に摩擦させたときの摩耗率$\dot{W}$と研磨紙の平均砥粒径$\bar{d}$との関係を示す．この時の摩耗量はいずれの押付け圧力Pにおいても摩擦距離に対して直線的に増加した．そこで摩耗率はその直線の傾きから摩擦距離1mに対する摩耗体積として求めた．Pが0.04MPaでは，最初$\dot{W}$は$\bar{d}$とともに増加するが，$\bar{d}$＝100μm以上では$\bar{d}$が増加しても$\dot{W}$はほぼ一定値をとる．すなわち「臨界砥粒径効果」が認められる．しかし，P＝0.08MPaを境にして，Pがさらに高い0.12MPaや0.16MPaの下では，実験を行った$\bar{d}$の全範囲にわたって，$\dot{W}$は$\bar{d}$とともに直線的に増加し，もはや臨界砥粒径効果は認め

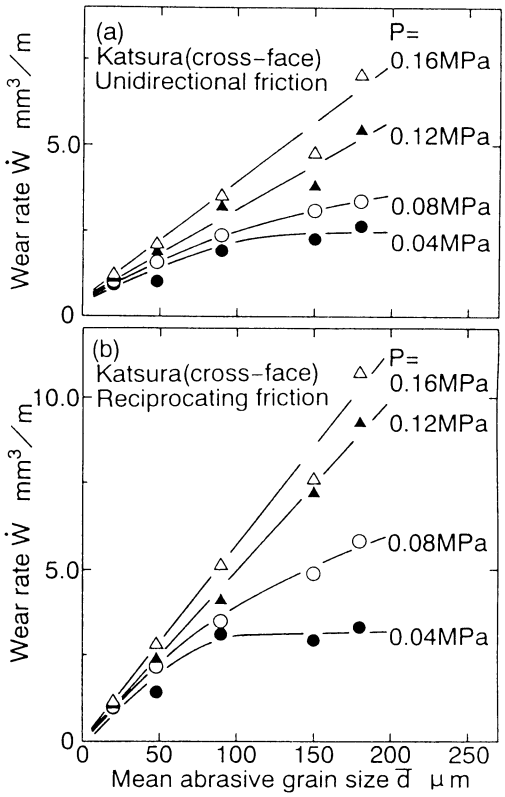


Fig. 2 Relation between wear rate $\dot{W}$ and mean abrasive grain size $\bar{d}$ of the cross face of katsura wood. (a)Unidirectional friction, (b)Reciprocating friction

* 原稿受付 平成9年1月10日
** 正会員 横浜国立大学教育学部（横浜市保土ヶ谷区常盤台79-2）
*** 学生会員 東京農工大学大学院 日本学術振興会特別研究員
† 正会員 東京農工大学農学部（府中市幸町3-5-8）

られない．

一方，**図2(b)**は96mmの距離を1回摩擦させるごとに，摩擦方向を逆転させて，往復摩擦させたときの$\dot{W}$と$\bar{d}$との関係である．一方向摩耗と往復摩耗とでは往復の方が摩耗率が高いが，臨界砥粒径効果が現れるか否かの押付け圧力の境界は両者とも0.08MPa前後である．すなわち，一方向摩耗であれ往復摩耗であれ，押付け圧力が低ければ臨界砥粒径効果が現れ，高ければ現れないことが確認できた．

一方，表1にも示したように，カツラ材は圧縮する面によって強度が異なる．このことは臨界砥粒径効果の現れ方も摩擦する面によって異なる可能性がある．**図3**および**図4**は，板目面およびまさ目面を(a)一方向摩耗および(b)往復摩耗させた時の結果である．いずれの面においても，一方向摩耗および往復摩耗ともに，Pが低い0.01MPaや0.02MPaでは臨界砥粒径効果が認められるが，P＝0.03MPaおよび＝0.04MPaでは認められなくなる．

カツラ材の各面を摩擦させた場合に臨界砥粒径効果が現れるか否かの境界の押付け圧力P_cは，木口面で0.08MPa前後，板目面およびまさ目面では砥粒径効果が現れる場合と現れない場合のほぼ中間の押付け圧力をとって0.025MPa前後となる．そこでカツラ材の各摩擦面に垂直な方向の圧縮強度σ_yとP_cとの比P_c/σ_yを求めると表1のようになり，それらの平均値はほぼ0.0017となる．したがって木材のカツラの場合には，材料の方向に関係なく，材料の圧縮強度σ_yと摩擦時の押付け圧力Pとの関係は，Pが小さい場合には臨界砥粒径効果が現れ，大きくなるとそれが消失し，この時の境界値としてのP_c/σ_yは0.0017前後であることがわかった．

なお，上記と同様の条件での実験をアルミニウム（純度99.6 mass%）を用いて行ったところ，一方向摩耗および往復摩耗ともに，いずれの押付け圧力においても臨界砥粒径効果が常に認められた．このことから，上記の現象は，FRPや木材特有の現象であることがわかる．原理面での詳しいメカニズムは不明であるが，高い押付け圧力下にあるこれら材料に臨界砥粒径効果が現れない原因として，それらの材料の圧縮強度が繊維座屈やセル壁の座屈によって決まることが明らかとなっている[4]．このことから考えて，高い圧力の下では砥粒と接触した部分が局部的に座屈を生じ，より深く切り込む形となるため$\dot{W}$の増加をまねいた可能性が考えられる．

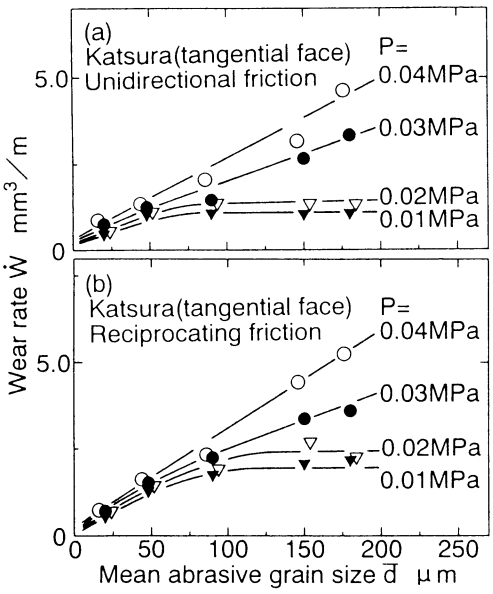


Fig. 3 Relation between wear rate $\dot{W}$ and mean abrasive grain size $\bar{d}$ of the tangential face of katsura wood. (a)Unidirectional friction, (b)Reciprocating friction

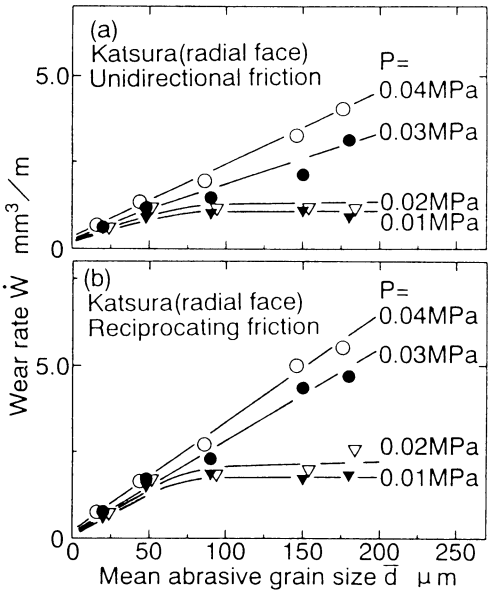


Fig. 4 Relation between wear rate $\dot{W}$ and mean abrasive grain size $\bar{d}$ of the radial face of katsura wood. (a)Unidirectional friction, (b)Reciprocating friction

4. ま と め

木材のカツラを用いて，種々のあらさの研磨紙上で一方向と往復によるアブレシブ摩耗試験を行ったところ，一方向摩耗および往復摩耗いずれの場合にも，押付け圧力が低い場合に臨界砥粒径効果が現れ，押付け圧力が高くなるとその効果が現れなくなった．さらに，この現象はカツラ材の木口面，まさ目面および板目面のいずれに対しても認められ，この時の臨界砥粒径効果が現れるか否かの押付け圧力の境界P_cと圧縮降伏応力σ_yとの間には，P_c/σ_y≒約0.0017となる関係があることがわかった．さらにこれらの原因として砥粒による局部的な座屈の可能性を考察した．

最後に，本研究は日本学術振興会からの科学研究補助金（No. 0131）の一部によって行われた．記して謝意を表する．

参 考 文 献

1) H. Sin, N. Saka and N. P. Suh: Abrasive Wear Mechanisms and the Grit Size Effect, Wear, **55**, (1979) 163.
2) A. Misra and I. Finnie: On the Size Effect in Abrasive and Erosive Wear, Wear, **65**, (1981) 359.
3) 八高隆雄：GFRPのアブレシブ摩耗における臨界砥粒径効果，精密工学会誌，**61**, 10 (1995) 1468.
4) L. J. Gibson, M. F. Ashby (大塚正久訳) セル構造体，内田老鶴圃，(1993) 379.