

周波数依存性負性抵抗 (FDNR) を用いた低周波発振回路

著者	松浦 弘毅, 山岸 秀隆, 堀田 素志, 山本 外史
雑誌名	金沢大学工学部紀要 = Memoirs of the Faculty of Technology Kanazawa University
巻	12
号	1
ページ	129-136
発行年	1979-03-25
URL	http://hdl.handle.net/2297/25560

周波数依存性負性抵抗 (FDNR) を用いた低周波発振回路

松浦 弘毅* 山岸 秀隆** 堀田 素志* 山本 外史*

A Low Frequency Oscillator using a Frequency Dependent Negative Resistor

by

Kohki MATUURA, Hidetaka YAMAGISHI, Motoshi HORITA and Gaishi YAMAMOTO

Abstract

A new network of a variable frequency RC-sinusoidal wave oscillator using a Frequency Dependent Negative Resistor (FDNR) is proposed. The network consists of an anti-resonance circuit of an FDNR and a resistor in parallel with a negative capacitor which compensates an imperfection of the FDNR and makes the network oscillate. Both the FDNR and the negative capacitor are simultaneously realized by two cascaded Current Generalized Impedance Converters (CGIC). The practical network is constructed with two operational amplifiers and some resistors and capacitors. It is shown that if the network elements of appropriate values are used both the condition for oscillation and the output amplitude are constant over a certain frequency range of oscillation. A network using operational amplifier $\mu A741$ was examined. The frequency range of oscillation was from 10^{-2} to 10^4 Hz with a distortion factor less than 1%. The output amplitude was constant at 6.8 V from 10^{-2} to 6×10^3 Hz. An ultra low frequency oscillation of the order of 10^{-4} Hz was also observed.

1. ま え が き

これまで, Gyrator を用いた模擬インダクタンスを使用して, 等価的に LC 発振回路となるような CR 発振回路を構成することが行われてきた^{1,2)}。我々は, L.T. Bruton によって提唱された能動素子 Frequency Dependent Negative Resistor³⁾ (FDNR) を用いて, 新しい原理の CR 発振回路を構成した。この発振回路では, FDNR のアドミタンスの実数部が周波数依存性を持つことを用い, FDNR (D) と R で共振回路を構成している。DR 共振回路には, LC 共振回路の LC が完全なリアクタンスでないために生ずる等価的な損失抵抗 R に相当する正のキャパシタンス C が生ずる。したがって, 従来の LC 共振回路が, 負性抵抗 ($-R_N$) を付加すると発振するように, DR 共振回路に, 負性キャパシタンス ($-C_N$) を付加すれば, 発振回路となる。

以下に, FDNR, R , C , $-C_N$ で構成される発振回路が, LCR 発振回路と, どのように対応するか

* 電子工学科 ** 大学院生

を説明する。さらに、L.T. Bruton によって与えられた Two Amplifier Positive Impedance Converter¹⁾ (2-Amp-PIC) より、FDNR と負性キャパシタンスを同時に得る方法を用いて実現される発振回路を提案し、その解析、発振条件、振幅特性、および実験結果を報告する。

2. 発振原理

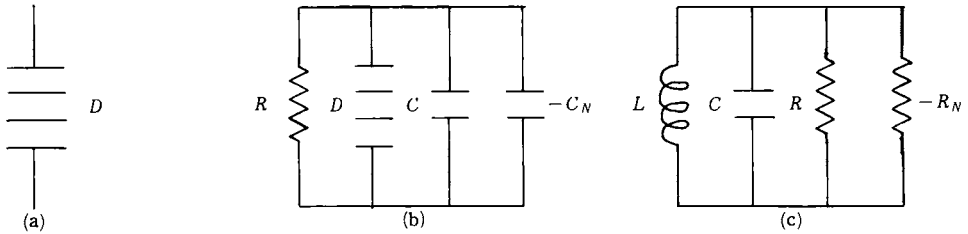


図1 (a) FDNR, (b) DCR 発振回路, (c) LCR 発振回路

能動素子の一種である FDNR のアドミタンス $y(s)$ は、周波数依存性を持ち、

$$y(s) = s^2 D \tag{1}$$

で表わされる³⁾。ここで、 s は複素周波数、 D は正の実定数である。FDNR 素子は、図1(a)に示す記号で表わされる。

D (FDNR), R (抵抗), C (コンデンサ) で構成される回路は、DCR 回路とよばれる。DCR による発振回路を、LCR 発振回路と対応させて、図1(b), (c)に示す。DCR 発振回路と、LCR 発振回路のアドミタンス $Y_{DCR}(s)$, $Y_{LCR}(s)$ は、

$$Y_{DCR}(s) = \frac{1}{R} + s^2 D + s C - s C_N \tag{2}$$

$$Y_{LCR}(s) = \frac{1}{sL} + sC + \frac{1}{R} - \frac{1}{R_N} \tag{3}$$

で表わされる。ここで s で $Y_{DCR}(s)$ をくくると、(2) 式は、

$$Y_{DCR}(s) = s \left(\frac{1}{sR} + sD + C - C_N \right) \tag{4}$$

のように表わされる。(4) 式の括弧内は、(3) 式と同じ構成となっている。すなわち LCR 回路における L が、DCR 回路の R と対応し、同様に C と D , $1/R$ と C , $-1/R_N$

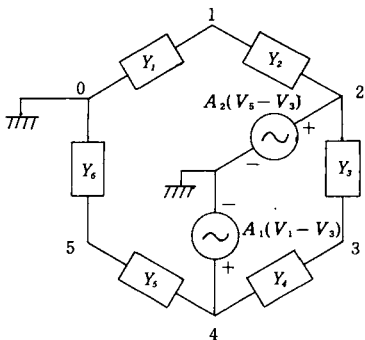


図2 (a) 2-Amp-PIC TYPE-A1のVCVS表現

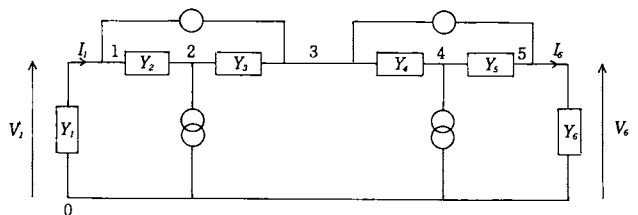


図2 (b) 2-Amp-PIC TYPE-A1のNullor表現

と $-C_N$ が対応する。

次に、この FDNR, $-C_N$ を能動素子で実現し、DCR 発振回路を構成する手順を述べる。

FDNR は、図 2 (a) に示す 2—Amp—PIC TYPE—A1 の回路⁴⁾ で得られる。ここで A_1, A_2 は、Voltage Controlled Voltage Source (VCVS) の利得であり、 $Y_1 \sim Y_6$ は、枝アドミタンスである。 A_1, A_2 を無限大と仮定し、VCVS を Nullor で置き換えると、図 2 (a) の回路は、図 2 (b) のようになる。この回路は、図 3 に示すように、二つの Current Generalised Impedance Converter⁵⁾ (CGIC) の縦続接続によって構成されている。端子対 5—0 を出力対、端子対 1—0 を入力対とすると、入出力の関係は、CGIC の F パラメータを用いて

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{Y_2}{Y_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{Y_4}{Y_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_6 \\ I_6 \end{bmatrix} \quad (5)$$

で与えられる。端子対 5—0 を Y_6 で終端した時の端子対 1—0 より右を見込んだ入力アドミタンス $y_{in}(s)$ は、

$$y_{in}(s) = \frac{Y_2 Y_4 Y_6}{Y_3 Y_5} \quad (6)$$

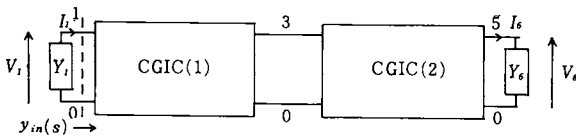


図 3 2—Amp—PIC TYPE—A1 の CGIC 表現

で与えられる。ここで、 Y_2, Y_4 をコンデンサに、 Y_3, Y_5, Y_6 を抵抗に選ぶと、 $y_{in}(s) = s^2 D$ となり、FDNR が得られる。負性キャパシタンス ($-C_N$) は、CGIC を使用して図 4 (a) のように実現できる。

図 3 の Y_1 を抵抗にし、CGIC で実現できる FDNR と $-C_N$ を組み合わせて DCR 発振回路を構成すると、図 4 (b) に示すモデルとなる。ここで、CGIC(1) と CGIC(3) に同じ CGIC を使用すると、 Y_N を 3'—0 に接続しても、3—0 に接続しても $-C_N$ を得ることが可能である。

したがって、 $Y_N, CGIC(1)$ により $-C_N$ を、 $Y_6, CGIC(1), CGIC(2)$ により FDNR を同時に実現すると、図 4 (b) の CGIC(3) が省略でき、図 4 (c) に示す二つの CGIC からなる DCR 発振回路が得られる。さらに、図 4 (c) と図 3 を比較すると、この DCR 発振回路を構成するには、2—Amp—PIC の回路の節点 3—0 間に、 Y_N なる受動素子を接続すればよいことがわかる。そこで、各素子のアドミタンスを、それぞれ

$$Y_1 = \frac{1}{R_1}, Y_3 = \frac{1}{R_3}, Y_5 = \frac{1}{R_5}, Y_6 = \frac{1}{R_6}, Y_N = \frac{1}{R_N}, Y_2 = sC_2, Y_4 = sC_4$$

と選ぶと、図 4 (c) の端子対 1—0 より右を見込んだ入力アドミタンス $y_{in}(s)$ は、図 5 で示すよう

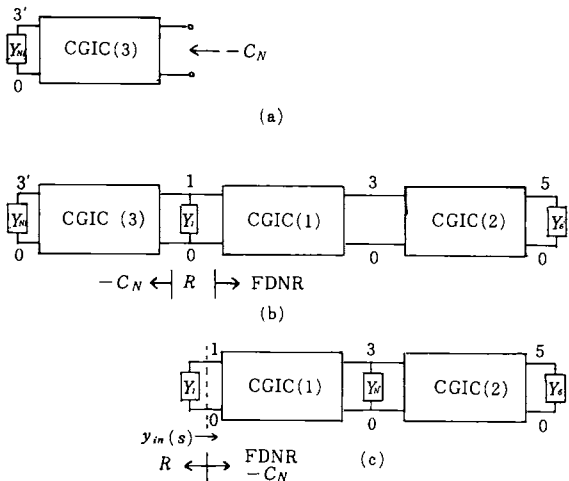


図 4 DCR 発振回路 実現モデル

- (a) CGIC を用いた負性キャパシタンス $-C_N$ の実現
- (b) 3 個の CGIC による DCR 発振回路の構成
- (c) 2 個の CGIC による DCR 発振回路の構成

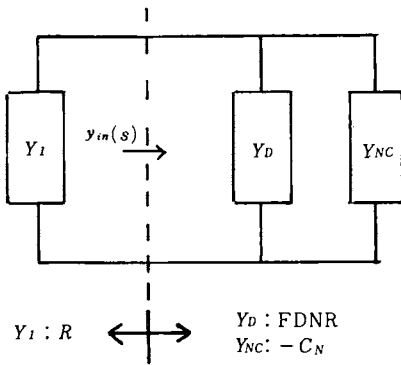


図5 DCR発振回路の等価回路

に, FDNR のアドミタンス Y_D と負性キャパシタンス ($-C_N$) のアドミタンス Y_{NC} の並列接続で表わされる。 Y_D, Y_{NC} は, それぞれ

$$Y_D = \frac{Y_2 Y_4 Y_6}{Y_3 Y_5} = s^2 C_2 C_4 R_3 \frac{R_5}{R_6} \quad (7)$$

$$Y_{NC} = -\frac{Y_2 Y_N}{Y_3} = -s C_2 \frac{R_3}{R_N}$$

で与えられる。実際には, 回路素子が理想的でないために生ずる正のキャパシタンス C が, 図5の等価回路に並列に加わり, FDNR, $R, -C_N, C$ によって DCR 発振回路が構成される。

3. 発振回路の解析

実際の発振回路は, 図6(a)のように, 二つの OP-Amp を使って構成された。以下に, OP-Amp の諸特性とコンデンサの Q を考慮して, 発振回路のアドミタンスを解析する。

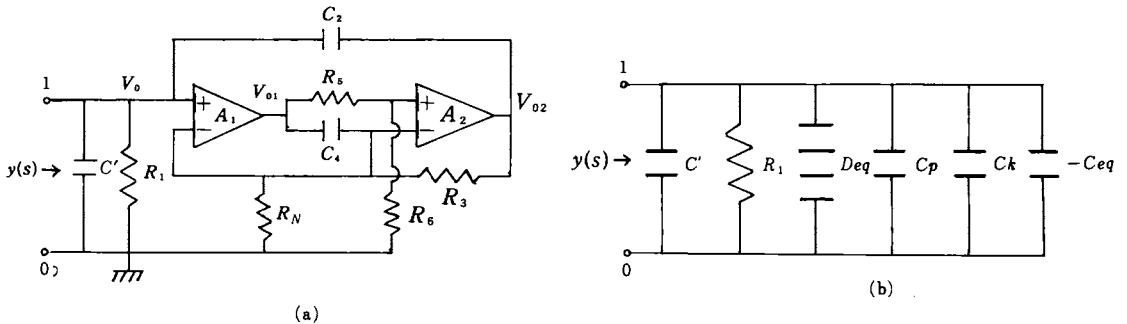


図6 (a) 実際の発振回路
(b) 発振回路の等価回路

二つの OP-Amp の利得 A は, 等しく, その周波数特性が (8) 式で与えられるとし, OP-Amp の入力インピーダンスを無限大, 出力インピーダンスを零とする。

$$A = \frac{A_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad (8)$$

ここで A_0, ω_c はそれぞれ, OP-Amp の DC 利得, カットオフ角周波数を表わしている。

この時, 図6(a)の端子対1-0から見込んだアドミタンス $y(s)$ は,

$$y(s) = \frac{1}{R_1} + s^2 D_{eq} + s(C_p + C_k + C' - C_{eq}) \quad (9)$$

で与えられ, 等価回路は, 図6(b)となる。ただし,

$$\begin{aligned}
 D_{eq} &= C_2 C_4 R_3 \frac{R_5}{R_6} \quad , \quad C_{eq} = C_2 \frac{R_3}{R_N} \\
 C_p &= \omega D_{eq} \left(\frac{1}{Q_{c2}} + \frac{1}{Q_{c4}} \right) \quad , \quad C_k = \omega D_{eq} \frac{1}{Q_k} \\
 Q_k &= \left\{ \frac{R_5 + R_6}{A_0} \left\{ \frac{1}{C_4 R_3 R_5} \frac{1}{\omega} + \left(\frac{R_3}{R_6} C_4 + \frac{1}{\omega_c R_6} - \frac{1}{\omega_c R_5} \right) \omega \right\} \right\}^{-1}
 \end{aligned} \tag{10}$$

であり、 $|A| \gg 1$, $Q_{c2}, Q_{c4} \gg 1$ と仮定してある。ここで、 Q_{c2}, Q_{c4} は、それぞれコンデンサ C_2, C_4 の Q 値である。等価回路の各素子は、

- D_{eq} : frequency dependent negative resistance
- $-C_{eq}$: 負性キャパシタンス
- C_p : コンデンサの Q が有限であるために生ずるキャパシタンス
- C_k : OP-Amp の利得が有限であるために生ずるキャパシタンス
- C' : 浮遊キャパシタンスおよび R_1 の両端に接続したキャパシタンス

である。次に、この等価回路を用いて、発振条件を導く。

4. 発振条件

DCR 発振回路の発振条件は、回路電流の微分方程式を解くことにより、

$$\operatorname{Re} \{y(s)\} = 0 \tag{11}$$

$$\operatorname{Im} \{y(s)\} \leq 0 \tag{12}$$

となり、(11) 式を周波数条件 (12) 式を電力条件とよぶ、ここで、周波数条件は、発振周波数を決め電力条件の等号が成りたつときは、定常発振となり、不等号が成りたつときは、増大発振となる。(9), (10) 式より、本回路の周波数条件、電力条件は、それぞれ

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{D_{eq} R_1}} = \sqrt{\frac{R_6}{C_2 C_4 R_1 R_3 R_5}} \tag{13}$$

$$C_{eq} \geq C_p + C_k + C' \tag{14}$$

となる。 ω_0 は発振角周波数を表わしている。ここで、 C_2, C_4 に同一のコンデンサを使用するものとし、かつ各定数を次のようにおく。

$$C_0 = C_2 = C_4 \quad , \quad F^2 = \frac{R_6}{R_5} \tag{15}$$

$$K^2 = \frac{R_3}{R_1} \quad , \quad \omega_n = \frac{1}{C_0 R_3}$$

(15) 式を用いて、(13), (14) 式を書き改めると、発振条件は、

$$\omega_0 = KF \omega_n \tag{16}$$

$$\frac{R_3}{R_N} \geq \frac{C'}{C_0} + \frac{\omega_n}{A_0 \omega_c} \left(\frac{1}{F^2} - F^2 \right) K^2 + \left(1 + \frac{1}{F^2} \right) \frac{1}{A_0} (1 + K^2) + \frac{K}{F} \left(\frac{1}{Q_{c2}} + \frac{1}{Q_{c4}} \right) \tag{17}$$

となる。(17)式において, $A_0 \gg 1$, Q_{c2} , $Q_{c4} \gg 1$ とすると

$$\frac{C'}{C_0} \gg (1 + \frac{1}{F^2}) \frac{1}{A_0} (1 + K^2), \quad \frac{K}{F} (\frac{1}{Q_{c2}} + \frac{1}{Q_{c4}}) \quad (18)$$

が満されるように, C_0 , C' を選ぶことができる。したがって, (17)式は,

$$\frac{R_3}{R_N} \geq \frac{C'}{C_0} + \frac{\omega_n}{A_0 \omega_c} (-\frac{1}{F^2} - F^2) K^2 \quad (19)$$

のように近似できる。さらに $F=1$ とすると, R_1 の値を変えることにより発振周波数を変えれば, 電力条件は発振周波数に関係なく常に満足される。

5. 振 幅 特 性

発振振幅は, OP—Amp の最大出力振幅と, Slew rate によって定まることを, 以下に述べる。図6(a)の OP—Amp, A_1 , A_2 の出力振幅を, それぞれ V_{01} , V_{02} とし, それらの最大出力振幅が等しいと仮定して, V_{op} (peak to zero) とする。図6(a)の端子対 1—0 間での発振振幅を V_0 とし, V_{01} , V_{02} との関係を表わすと,

$$V_0 = \frac{V_{01}}{1 - \frac{1}{s^2 C_2 C_4 R_1 R_3}}, \quad V_0 = \frac{V_{02}}{1 + \frac{1}{s R_1 C_2}} \quad (20)$$

となる。そこで, (20)式の絶対値をとり, (15), (16)式を用いて, パラメータ F , K の式に書き改めると,

$$|V_0| = \frac{|V_{01}|}{1 + \frac{1}{F^2}}, \quad |V_0| = \frac{|V_{02}|}{\sqrt{1 + (\frac{K}{F})^2}} \quad (21)$$

となる。ここで, F を一定値とし, K を変えて発振周波数を変える時の $|V_{01}|$, $|V_{02}|$ の大きさを比較することにより, 発振振幅 V_0 の最大値 V_{0M} (peak to zero) は, 次のようになる。

$K > \sqrt{2 + 1/F^2}$ では, $|V_{01}| < |V_{02}|$ となるので, OP—Amp A_2 が飽和すること ($|V_{02}| = V_{op}$) によって V_{0M} が定まり,

$$V_{0M} = V_{op} \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{K}{F})^2}} \quad ; \quad K > \sqrt{2 + \frac{1}{F^2}} \quad (22)$$

で表わされる。 $K \leq \sqrt{2 + 1/F^2}$ では, $|V_{01}| \geq |V_{02}|$ となるので, OP—Amp A_1 が飽和するか ($|V_{01}| = V_{op}$), または, A_1 , A_2 が共に飽和すること ($|V_{01}| = |V_{02}| = V_{op}$) によって, V_{0M} が定まり,

$$V_{0M} = V_{op} \frac{1}{1 + \frac{1}{F^2}} \quad ; \quad K \leq \sqrt{2 + \frac{1}{F^2}} \quad (23)$$

で表わされる。さらに V_{op} は, 低い周波数では一定であるが, 角周波数 $\omega = S_r / V_k$ (S_r [volt/sec] は, OP—Amp の Slew rate, V_k は, 低い周波数での OP—Amp の最大出力振幅) より高い周波数では, Slew rate の影響を受け,

$$V_{op} = \frac{S_r}{\omega} \quad (24)$$

のように低下する。したがって、(23) 式に示される $K \leq \sqrt{2+1/F^2}$ の範囲で、かつ V_{op} が Slew rate の影響を受けない周波数では、一定の発振振幅が得られる。

6. 実験結果

次に、電力条件と振幅特性についての実験結果を示す。実験回路では、 C_2, C_4 に比較的 Q の大きい ($Q \geq 1000$) ポリスチロールコンデンサを、OP-Amp には、 μA 741 type を使用した。

電力条件の特性は、 $C_0 = 0.01[\mu F]$, $R_3 = 10[k\Omega]$ ($\omega_n = 10^4[\text{rad/s}]$) とし、(18) 式が満たされるように C' を $125[pF]$ に選んで、 F をパラメータとして、 $K(R_1$ の値) に対する R_N の値を測定した。(19) 式より計算した値(実線)と測定値を、図7に示す。ただし、計算値は、 $A_0 = 1.5 \times 10^5$, $\omega_c = 2\pi \times 6[\text{rad/s}]$ としたときのものである。測定値と計算値のずれは、パラメータ F を設定するさいの設定誤差、および、OP-Amp の入力インピーダンスが無限大でなく、出力インピーダンスが零でないためである。

発振振幅は、(23) 式に示される $K \leq \sqrt{2+1/F^2}$ を満たすように素子値を選んだとき、発振周波数 $10^{-2}[\text{Hz}] \sim 6[\text{KHz}]$ で、一定値 $6.8[V]$ であった。一定の発振振幅が得られる周波数の上限は、Slewrate で定まり、下限は、コンデンサの Q が小さくなることで定まる。振幅特性は、 $F=1$ ($R_5 = R_6 = 5[k\Omega]$), $C_0 = 0.01[\mu F]$, $C' = 125[pF]$ とし、まず、発振振幅が Slew rate の影響を受けない周波数で測定した。(22), (23) 式より計算した値(実線)と測定値を図8(a)に示す。ただし、計算値は、 $V_{op} = 13.4[V]$ としたときのものである。次に、 $K \leq 1.0$ (K によって発振振幅が影響を受けない範囲)での Slew rate の影響を測定した。(24) 式より

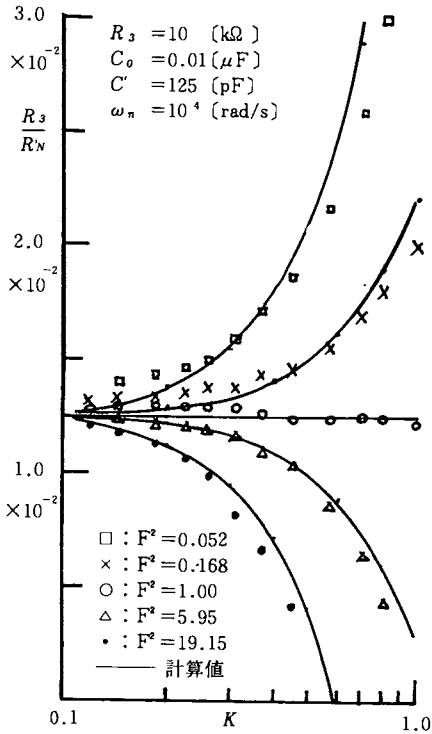


図7 電力条件-K 特性

計算した値(実線)と、発振波形のひずみ率1% (×印), 0.3% (△印)の時の発振振幅との関係を図8(b)に示す。ただし、計算値は、Slew rate を $0.5 \times 10^6[V/s]$ としたときのものである。

この発振回路では、発振周波数を変えても、 R_N の値を調整しないで、一定の発振振幅、小さいひずみ率の発振波形が得られる。ただし、その発振周波数の範囲は、OP-Amp の入出力インピーダンスの影響で制限される。一例として、 $C_0 = 0.1[\mu F]$ $C' = 1000[pF]$ $R_3 = R_5 = R_6 = 5[k\Omega]$, $R_N = 4.82[k\Omega]$ で R_1 を変化させたとき、一定振幅 $6.8[V]$, ひずみ率1%以下の正弦波が得られる周波数範囲は、 $37 \sim 370[\text{Hz}]$ ($3.7[k\Omega] \leq R_1 \leq 370[k\Omega]$) であった。

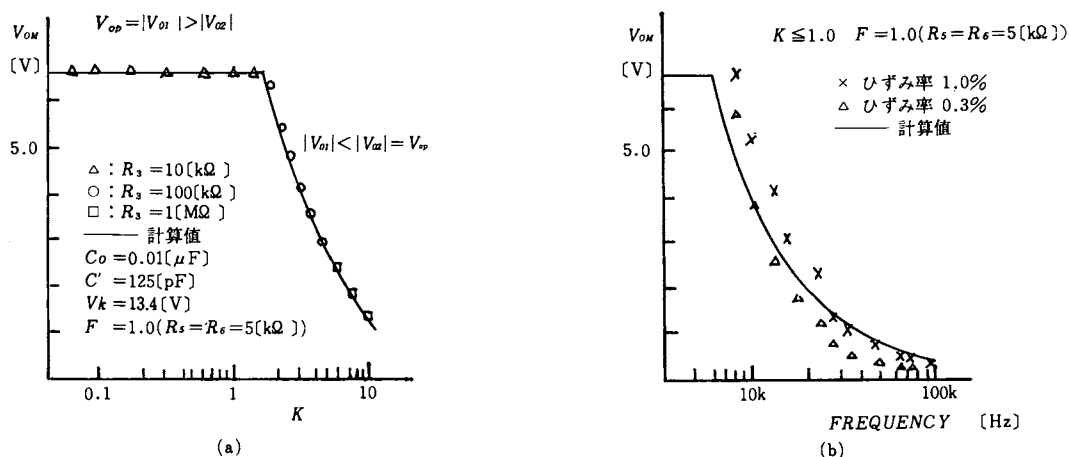


図8 (a) 発振振幅 (V_{OM}) - K 特性
(b) 発振振幅 (V_{OM}) - Slew rate特性

7. む す び

新しい原理に基づく, *DCR* 発振回路を提案し, 発振条件や振幅特性を解析した。実際に, OP-Ampで発振回路を構成し, 諸特性についての測定を行い, 解析とよい一致を得た。

この発振回路は, 回路素子が少なく, 発振周波数を可変にする場合, 従来の発振回路のように, サーマスタなどの非線形損失を用いなくても, ひずみ率の小さい, 一定の発振振幅が得られる。

また, 10^{-4} [Hz] 程度の発振を確認しているので, 超低周波発振器としての使用も可能である。

参 考 文 献

- 1) 白沢進 松浦弘毅 山本外史: "ジャイレータを用いたRC正弦波発振器", 電子通信学会論文誌 J59-A 9, 昭和51年.
- 2) Kohki Matsuura, Susumu Shirasawa and Gaishi Yamaoto: "A Low Frequency Oscillator using A Gyator", Memoirs of the Faculty of Technology, Kanazawa University, Vol.11 No.1, p.1 (1977).
- 3) Leonard T. Bruton: "Network Transfer Functions using the Concept of Frequency-Dependent Negative Resistance", IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-16, p.406 August (1969).
- 4) Leonard T. Bruton: "Nonideal Performance of Two-Amplifier Positive-Impedance Converters", IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-17, p.541 November (1970).
- 5) A. Antoniou: "Realization of Gytrators using Operational Amplifiers and thier use in RC-active-network synthesis", Proc. IEE Vol. 116 No.11, p.1838 (1969).
- 6) 山岸秀隆 松浦弘毅 堀田素志 山本外史: "FDNRを用いた低周波発振回路", 電子通信学会回路システム理論研資 CST78-54, 昭和53年.

(昭和53年11月22日受理)