

有限のアイソレーションをもつ非可逆性相互注入周期発信器のFM音雑音低減率

著者	林 健一, 井田 良雄, 橋本 松進, 柏野 博英, 大田 正喜
雑誌名	金沢大学工学部紀要 = Memoirs of the Faculty of Technology Kanazawa University
巻	8
号	1
ページ	135-143
発行年	1974-03-25
URL	http://hdl.handle.net/2297/25219

有限のアイソレーションをもつ非可逆相互注入同期発振器 の FM 雑音低減率

林 健一* 井田良雄* 橋本松進*
柏野博英* 大田正喜*

**FM Noise Reduction of Mutually Injection-Locked Oscillators
Isolated by an Irreversible Circuit with a Finite Isolation**

by

Ken-ichi HAYASHI, Yoshio IDA, Shosin HASHIMOTO,
Hirohide KASHIWANO and Masaki OTA

Abstract

In analyses of noise reduction of an injection-locked oscillator, the infinite isolation between a reference source and a main oscillator has been assumed. Because of a finite isolation of a practical circulator, both the main and the reference oscillators are more or less mutually injection-locked. In this paper FM noise reduction of the mutually injection-locked oscillators is analyzed by using a simple model in which noise conversions between AM and FM are omitted. As a result of numerical computation, it is found that : (1) The noise reduction is mainly governed by the figure of merit of unilateral injection which is introduced by the authors. (2) The noise reduction near the carrier is remarkably affected by the electric length of the circuit which couples the reference with the main.

1. ま え が き

発振器の注入同期現象に関しては、Adler による最初の解析¹⁾ 以来数多く研究が報告^{2),4)} されている。しかしながら超高周波帯におけるこれらの研究では、主発振器と注入源発振器との間に完全なアイソレーションを仮定している。実際には有限のアイソレーションをもつサーキュレータにより回路が構成されるので、注入同期発振器は程度の差こそあれ、一般に相互注入同期状態にあると考えられる。筆者らは先に、注入の単方向性の程度を表わすフィギュア・オブ・メリットを導入し、これを用いて回路のアイソレーションの不完全性が注入同期発振器の同期巾に与える影響につき解析し、実験結果についても報告²⁾した。本論文では、注入の単方向性を表わすフィギュア・オブ・メリットが注入同期発振器の FM 雑音特性に及ぼす影響につき解析した結果を報告する。

*電子工学科

2. 相互注入同期発振器の FM 雑音低減率

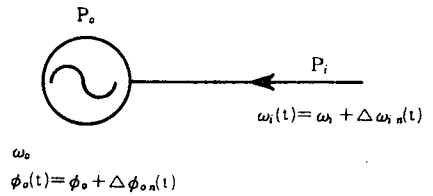
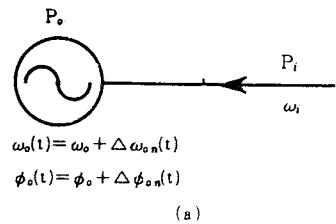
不完全なアイソレーションをもつ非可逆相互注入同期発振器の FM 雑音低減率を求めるため、次の仮定に基づいて単純化されたモデルを用いて解析する。

- (1) 主発振器および注入源発振器の AM 雑音は FM 雑音に比して充分小さく省略できるものとする。
- (2) 主発振器の FM 雑音と注入源発振器の FM 雑音とは互に独立であるとする。
- (3) 両発振器において、AM 雑音と FM 雑音との間の相互変換は生じないものとする。
- (4) 両発振器の注入利得はいずれも高く、注入による発振出力の変化は無視しうるものとする。

仮定(1)により、自励発振角周波数 ω_o で FM 雑音を有する主発振器が、これと独立な FM 雑音を有する角周波数 ω_i の注入源により、無限大のアイソレーションをもつサーキュレータを通して注入同期されるとする。このとき、主発振器の FM 雑音電力は、仮定(2)により次の二つの場合の FM 雑音電力の和として表わされる。

- (a) FM 雑音を有する主発振器が無雑音注入源により注入同期される場合の FM 雑音電力。
- (b) 無雑音の主発振器が FM 雑音を有する注入源により注入同期される場合の FM 雑音電力。

まず(a)の場合について考察しよう。第1図(a)に示すように、自励発振角周波数 $\omega_o(t)$ 、整合負荷状態での発振出力 P_o の主発振器に、角周波数 ω_i 、電力 P_i の無雑音電力が注入されるとする。自励発振角周波数 $\omega_o(t)$ および注入同期時における主発振器の出・入力間の位相差 $\phi_o(t)$ は定常項と時間変動項とに分離して、それぞれ次のように表わされる。



第1図 単方向性注入同期発振器の FM 雑音

$$\omega_o(t) = \omega_o + \Delta\omega_{on}(t) \tag{1}$$

$$\phi_o(t) = \phi_o + \Delta\phi_{on}(t) \tag{2}$$

仮定(3)により AM 雑音と FM 雑音との間の相互変換を無視して Adler の式を用いると

$$\frac{d\phi_o(t)}{dt} = -B \sin\phi_o(t) + \Delta\omega_o(t) \tag{3}$$

ここで $B = \omega_o / (Q_{e0} \sqrt{P_o/P_i})$ 、 $\Delta\omega_o(t) = \omega_o(t) - \omega_i = \Delta\omega + \Delta\omega_{on}(t)$ 、 $\Delta\omega = \omega_o - \omega_i$ であって Q_{e0} は主発振器の外部 Q を表わす。(1)、(2)式を(3)式に代入し、 $|\Delta\phi_{on}(t)| \ll 1$ なることを考慮して二次以上の微小項を省略すれば

$$\frac{d\Delta\phi_{on}(t)}{dt} = -B_o \sin\phi_o - \Delta\phi_{on}(t) B_o \cos\phi_o + \Delta\omega + \Delta\omega_{on}(t)$$

上式を定常項と時間変動項に分離してかけば

$$B_o \sin\phi_o = \Delta\omega \tag{4}$$

$$\frac{d}{dt} \Delta\phi_{on}(t) = -\Delta\phi_{on}(t) B_o \cos\phi_o + \Delta\omega_{on}(t) \quad (5)$$

$\Delta\phi_{on}(t)$ のうち中心角周波数 ω_m の狭い周波数帯域の雑音成分にのみ着目すれば、その帯域内の雑音は近似的に $\exp(j\omega_m t)$ なる時間変動をみると見做しうる。よって (5) 式より

$$\Delta\phi_{on}(t) = \frac{\Delta\omega_{on}(t)}{B_o \cos\phi_o + j\omega_m} \quad (6)$$

FM 雑音を $\Delta\omega_n(t)$ で表わせば

$$\Delta\omega_n(t) = \frac{j\omega_m}{B_o \cos\phi_o + j\omega_m} \Delta\omega_{on}(t) \quad (7)$$

次に (b) の場合について考察しよう。第 1 図 (b) に示すように、自励発振角周波数 ω_o 、整合負荷状態での発振出力 P_o の無雑音発振器が、角周波数 $\omega_i(t)$ 、電力 P_i で雑音を有する注入源により注入同期されるとする。同期時の出・入力間の位相差を $\phi_o(t)$ とすれば

$$\omega_i(t) = \omega_i + \Delta\omega_{in}(t) \quad (8)$$

$$\phi_o(t) = \phi_o + \Delta\phi_{on}(t) \quad (9)$$

(8), (9) 式を Adler の式に代入し (a) の場合と同様な手順により次式が得られる。

$$B_o \sin\phi_o = \Delta\omega \quad (10)$$

$$-\frac{d}{dt} \Delta\phi_{on}(t) = -\Delta\phi_{on}(t) B_o \cos\phi_o - \Delta\omega_{in}(t) \quad (11)$$

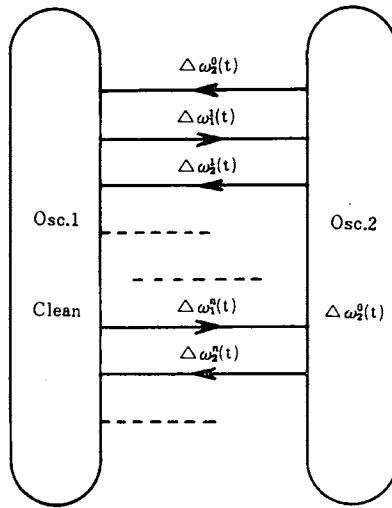
$\Delta\phi_{on}(t)$ のうち中心周波数 ω_m の狭い周波数帯域内の雑音のみに着目して $\exp(j\omega_m t)$ なる時間変動で近似すれば

$$\Delta\phi_{on}(t) = \frac{-\Delta\omega_{in}(t)}{B_o \cos\phi_o + j\omega_m} \quad (12)$$

出力の位相は注入入力の位相と主発振器の出・入力間の位相差 ($\Delta\phi_{on}(t)$) との和として表わされる。これを時間微分することにより注入同期状態における主発振器の全雑音として次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta\omega_n(t) &= \frac{-j\omega_m}{B_o \cos\phi_o + j\omega_m} \Delta\omega_{in}(t) + \Delta\omega_{in}(t) \\ &= \frac{B_o \cos\phi_o}{B_o \cos\phi_o + j\omega_m} \Delta\omega_{in}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

次に相互注入同期状態について考察しよう。第 2 図に示すように、二つの発振器が非可逆素子を含む任意の回路により結合されているとする。二つの発振器をそれぞれ整合負荷して動作させた場合、その自励発振角周波数をそれぞれ ω_{10} および ω_{20} 、その発振出力をそれぞれ P_1 および P_2 、その外部 Q をそれぞれ Q_{e1} および Q_{e2} とする。また結合回路の端子 1 から端子 2、および端子 2 から端子 1 への電力伝送比をそれぞれ T_1 および T_2 、回路の電気角をそれぞれ θ_1 および θ_2 とする。また定常的な相互注入同期状態における二つの発振器の出・入力の位相差をそれぞれ ϕ_{10} および ϕ_{20} とすれば、次の位相条件が成立しなければならない。



第2図 相互注入同期系の雑音注入過程

$$\phi_{10} + \phi_{20} + \theta = 2n\pi \tag{14}$$

ここで $\theta = \theta_1 + \theta_2$, n は整数である。

まず, Osc. 1 が無雑音で Osc. 2 が $\Delta\omega_2^0(t)$ なる FM 雑音を有する場合, Osc. 2 より Osc. 1 への注入の結果, Osc. 1 に生じる雑音 $\Delta\omega_1^1(t)$ は (13) 式により次式で与えられる。

$$\Delta\omega_1^1(t) = \frac{B_1 \cos\phi_{10}}{B_1 \cos\phi_{10} + j\omega_m} \Delta\omega_2^0(t) \tag{15}$$

ここで $B_1 = \omega_{10} / (Q_{e1} \sqrt{P_1/P_2 T_2})$ である。この雑音は結合回路のアイソレーションの不完全性により, Osc. 1 の出力 P_1 とともに Osc. 2 に逆注入される。その結果 Osc. 2 に生じる雑音 $\Delta\omega_2^1(t)$ は (7), (13) 式により次式で与えられる。

$$\Delta\omega_2^1(t) = \frac{B_2 \cos\phi_{20}}{B_2 \cos\phi_{20} + j\omega_m} \Delta\omega_1^1(t) + \frac{j\omega_m}{B_2 \cos\phi_{20} + j\omega_m} \Delta\omega_2^0(t) \tag{16}$$

ここで $B_2 = \omega_{20} / (Q_{e2} \sqrt{P_2/P_1 T_1})$ である。上記のような過程は際限なく繰り返されるが, 一般に Osc. 1 および Osc. 2 においてそれぞれ n 回目の注入時における雑音項を $\Delta\omega_1^n(t)$ および $\Delta\omega_2^n(t)$ とすれば

$$\Delta\omega_1^n(t) = k_1 \Delta\omega_2^{n-1}(t) \tag{17}$$

$$\Delta\omega_1^n(t) = k_2 \Delta\omega_1^n(t) + k_3 \Delta\omega_2^n(t) \tag{18}$$

ただし $k_1 = \frac{B_1 \cos\phi_{10}}{B_1 \cos\phi_{10} + j\omega_m}$, $k_2 = \frac{B_2 \cos\phi_{20}}{B_2 \cos\phi_{20} + j\omega_m}$, $k_3 = \frac{j\omega_m}{B_2 \cos\phi_{20} + j\omega_m}$.

上式より

$$\Delta\omega_1^n(t) = k_1 [k_2 \Delta\omega_1^{n-1}(t) + k_3 \Delta\omega_2^n(t)]$$

$$\begin{aligned}
 &= k_1 k_2 [k_1 k_2 \Delta \omega_1^{n-2}(t) + k_1 k_3 \Delta \omega_2^0(t)] + k_1 k_3 \Delta \omega_2^0(t) \\
 &= (k_1 k_2)^{n-1} \Delta \omega_1^1(t) + \frac{k_3}{k_2} [(k_1 k_2)^{n-1} + \dots + (k_1 k_2)^2 + k_1 k_2] \Delta \omega_2^0(t) \\
 &= k_1 (k_1 k_2)^{n-1} \Delta \omega_1^1(t) + \frac{k_1 k_3 [1 - (k_1 k_2)^{n-1}]}{1 - k_1 k_2} \Delta \omega_2^0(t) \tag{19}
 \end{aligned}$$

$|k_1|, |k_2|, |k_3| < 1$ であるから上式は $n \rightarrow \infty$ で収束し

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta \omega_1^n(t) &= \frac{k_1 k_3}{1 - k_1 k_2} \Delta \omega_2^0(t) \\
 &= \frac{B_1 \cos \phi_{10}}{B_1 \cos \phi_{10} + B_2 \cos \phi_{20} + j \omega_m} \Delta \omega_2^0(t) \tag{20}
 \end{aligned}$$

上式は相互注入同期状態における Osc. 1 の雑音を表わす。(19) 式を (18) 式に代入すると

$$\Delta \omega_2^n(t) = \left\{ (k_1 k_2)^n + \frac{k_1 k_2 k_3 [1 - (k_1 k_2)^{n-1}]}{1 - k_1 k_2} + k_3 \right\} \Delta \omega_2^0(t) \tag{21}$$

上式は $n \rightarrow \infty$ で収束し

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta \omega_2^n(t) &= \frac{k_3}{1 - k_1 k_2} \Delta \omega_2^0(t) \\
 &= \frac{B_1 \cos \phi_{10} + j \omega_m}{B_1 \cos \phi_{10} + B_2 \cos \phi_{20} + j \omega_m} \Delta \omega_2^0(t) \tag{22}
 \end{aligned}$$

上式は相互注入同期状態における Osc. 2 の雑音を表わす。

次に Osc. 1 が FM 雑音 $\Delta \omega_1^0(t)$ を有し Osc. 2 が無雑音の場合を考えよう。このとき、(22) および (20) 式でそれぞれ添字 1, 2 を交換することにより直ちに相互注入同期状態における各発振器の雑音をうる。即ち

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta \omega_1^n(t) = \frac{B_2 \cos \phi_{20} + j \omega_m}{B_1 \cos \phi_{10} + B_2 \cos \phi_{20} + j \omega_m} \Delta \omega_1^0(t) \tag{23}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta \omega_2^n(t) = \frac{B_2 \cos \phi_{20}}{B_1 \cos \phi_{10} + B_2 \cos \phi_{20} + j \omega_m} \Delta \omega_1^0(t) \tag{24}$$

Osc. 1 および Osc. 2 がそれぞれ互に独立な雑音 $\Delta \omega_1^0(t)$ および $\Delta \omega_2^0(t)$ を有し相互注入同期状態にあるとする。二つの発振器の自励発振時の FM 雑音電力スペクトル密度をそれぞれ $F_1(\omega_m)$ および $F_2(\omega_m)$ とし、相互注入同期状態における FM 雑音電力スペクトル密度を $F_{11}(\omega_m)$ および $F_{21}(\omega_m)$ とすれば、(20), (22), (23) および (24) 式は、FM 雑音低減率マトリクス $\{S\}$ を用いて次式でまとめられる。

$$\begin{bmatrix} F_{11}(\omega_m) \\ F_{21}(\omega_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1(\omega_m) \\ F_2(\omega_m) \end{bmatrix} \tag{25}$$

ただし

$$\{S\} = \frac{\begin{bmatrix} (\cos \phi_{20})^2 + (1 + M)^2 \cdot (\omega_m/B_0)^2 & (M \cos \phi_{10})^2 \\ (\cos \phi_{20})^2 & (M \cos \phi_{10})^2 + (1 + M)^2 \cdot (\omega_m/B_0)^2 \end{bmatrix}}{(M \cos \phi_{10} + \cos \phi_{20})^2 + (1 + M)^2 \cdot (\omega_m/B_0)^2} \tag{26}$$

ここで $B_0 = B_1 + B_2$ で、 $M = B_1/B_2 = [(\omega_{10} Q_{e2} P_2)/(\omega_{20} Q_{e1} P_1)] \cdot \sqrt{T_2/T_1}$ は注入の単方向性の程度

を表わすフィギュア・オブ・メリットである。

上式の結果は完全なアイソレーションを仮定した注入同期理論の相互注入状態への拡張であるから、完全な単方向性注入時 ($M \rightarrow \infty$) において従来の理論と一致しなければならない。このとき

$$\lim_{M \rightarrow \infty} [S] = \begin{pmatrix} \frac{\frac{P_1}{P_2 T_2} \left(\frac{\omega_m Q_{e1}}{\omega_{10} \cos \phi_{10}} \right)^2}{1 + \frac{P_1}{P_2 T_2} \left(\frac{\omega_m Q_{e1}}{\omega_{10} \cos \phi_{10}} \right)^2} & \frac{1}{1 + \frac{P_1}{P_2 T_2} \left(\frac{\omega_m Q_{e1}}{\omega_{10} \cos \phi_{10}} \right)^2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (27)$$

これは Kurokawa の理論³⁾から導かれる FM 雑音の式と一致する。さらに $\Delta\omega_1 = \omega_{10} - \omega_{20} = 0$ ($\phi_{10} = 0$) なる条件を付加すれば Hines の理論⁴⁾に一致することは明らかである。

3. 数値解とその検討

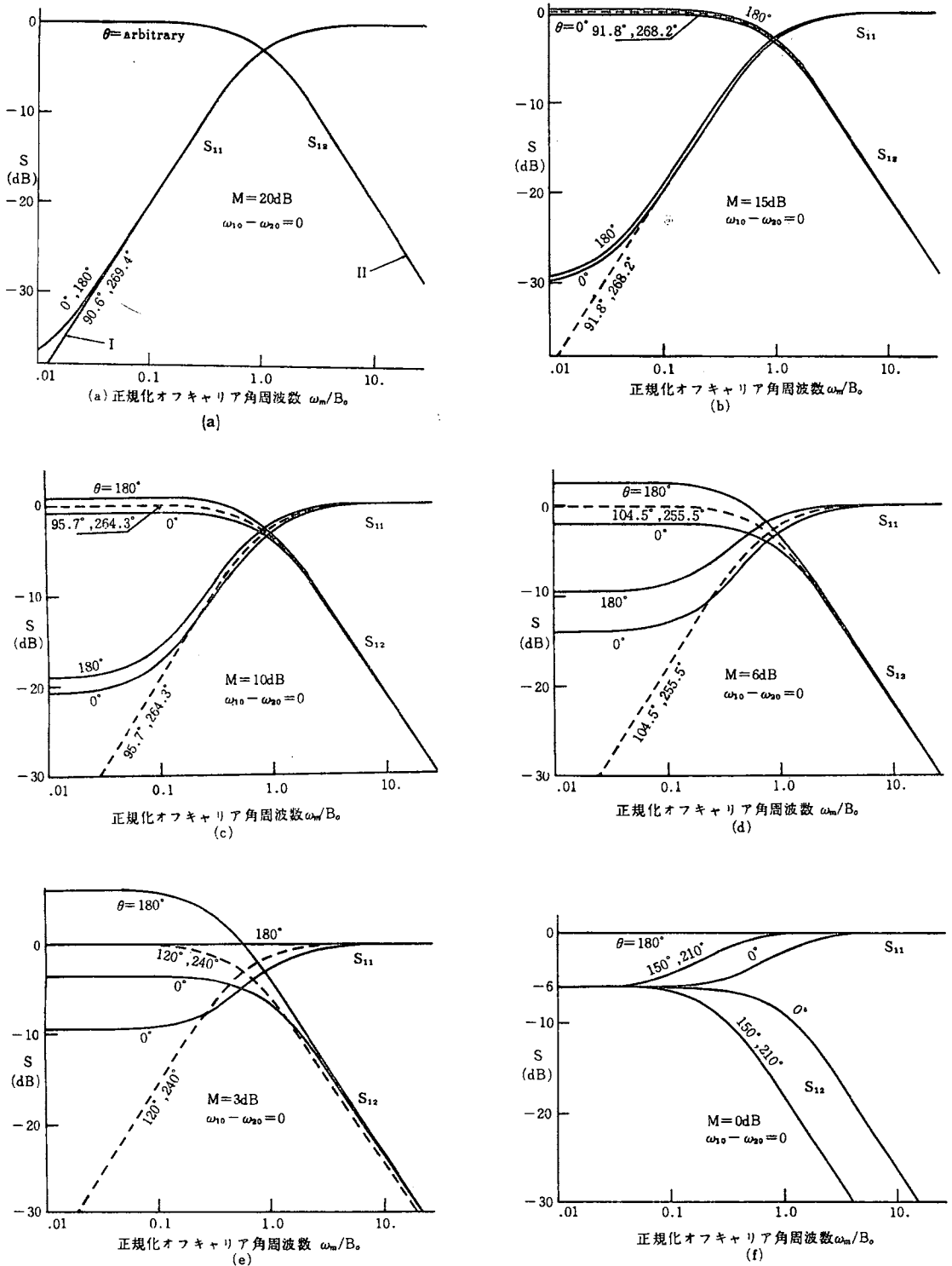
異なる自動発振角周波数 ω_{10} および ω_{20} なる二つの発振器が相互注入同期状態にあるとき、同期系の発振角周波数を ω とすれば、各発振器に関する定常状態の Adler の式はそれぞれ次式で与えられる。

$$B_1 \sin \phi_{10} = \Delta\omega_{10} = \omega_{10} - \omega \quad (28)$$

$$B_2 \sin \phi_{20} = \Delta\omega_{20} = \omega_{20} - \omega \quad (29)$$

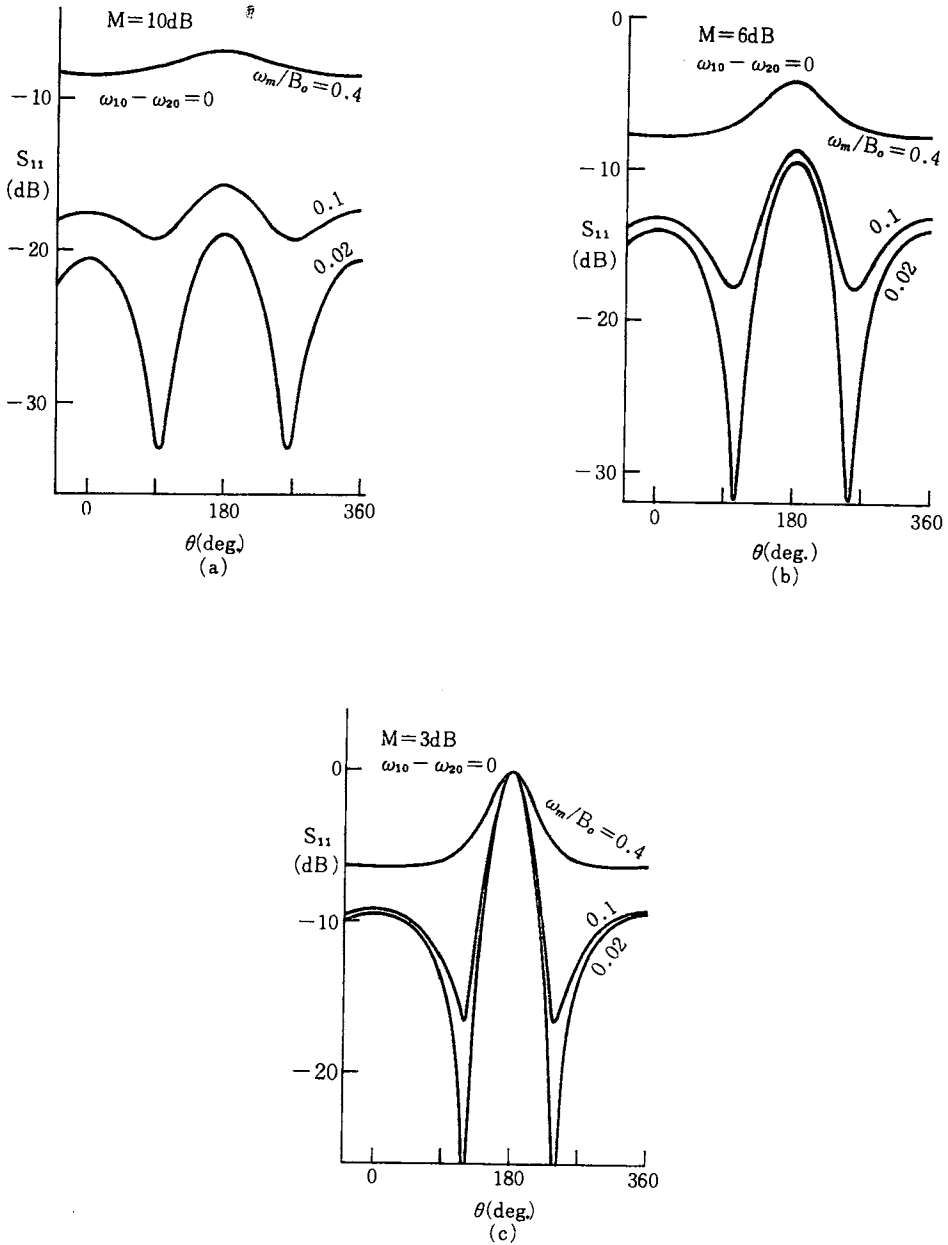
系の FM 雑音低減率マトリクス $[S]$ の数値解は、(26) 式を位相条件を表わす (14) 式および (28)、(29) 式と連立して解くことによって得られる。高雑音の Osc. 1 が低雑音の Osc. 2 により注入同期されるとき、FM 雑音低減率がフィギュア・オブ・メリット M および結合回路の電気角 θ にどのように依存するか注目し、 S_{11} および S_{12} の計算機解を求める。

第3図は二つの発振器の自動発振角周波数が相等しい場合 ($\Delta\omega = \omega_{10} - \omega_{20} = 0$) につき、種々の M の値に対して S_{11} および S_{12} を正規化オフ・キャリア角周波数 (ω_m/B_0) の関係として示したものである。同図 (a) は M が大きく ($M=20\text{dB}$) 完全な単方向性注入同期に近い状態を示し、キャリア近傍での雑音低減率 S_{11} が θ の値によって多少劣化する以外は完全な単方向性注入同期の場合とほとんど変わらない。同図 (b), (c) 等に順次示すように、 S_{11} が劣化する傾向は M の減少とともに次第に著しくなる。これと同時に S_{12} もキャリア近傍で θ に依存して変化するようになるが、同期系のキャリア近傍における雑音は主として S_{11} によって支配される。同図 (f) は $M=0\text{dB}$ の場合で完全並列同期運転状態を示す。これより、二つの同一特性の発振器が可逆回路で結合され相互注入同期状態にあるとすれば、その FM 雑音は各発振器が単独運転される場合より 3 dB だけ低減されることがわかる。



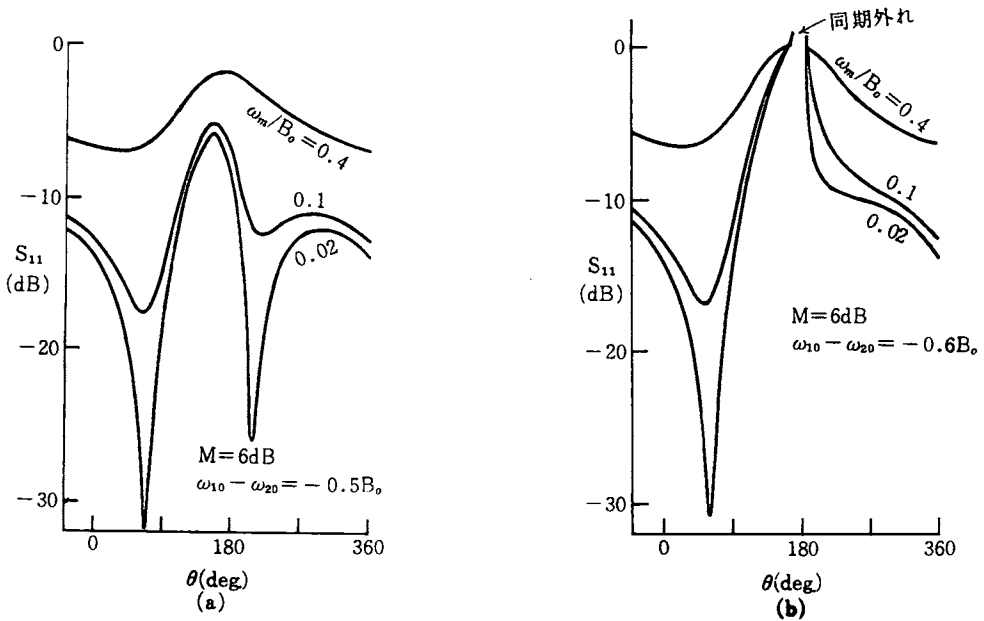
第3図 正規化オフキャリア角周波数に対するFM雑音低減率 ($M = \infty$ の S_{11} と S_{12} は θ の値に拘らずそれぞれ図(a)の曲線 I および II に一致する。)

第4図は正規化オフ・キャリア角周波数をパラメータとして S_{11} を θ の関数として示したものである。 S_{11} は θ に関して周期的に変化するが、その変化は $\theta=0^\circ$ および 180° に関して対称であって、 S_{11} の最小値を与える θ の最適値 ($\cos\theta = -1/M$) が存在する。 S_{11} の θ に関する依存性はキャリア近傍の角周波数程大きくまた M の減少とともに著しくなる。



第4図 結合回路の電気角に対する FM 雑音低減率 ($\omega_{10} - \omega_{20} = 0$ の場合)

次に二つの発振器の自励発振角周波数が異なる場合について検討する。第5図(a), (b)はそれぞれ $M=6\text{ dB}$, $\Delta\omega=-0.5 B_0$ および $M=6\text{ dB}$, $\Delta\omega=-0.6 B_0$ の場合の数値解を示す。 S_{11} はいづれも θ に関し周期的に変化するが、 $\theta=0^\circ$, 180° に関する対称性がくずれる。その程度は $\Delta\omega$ が増大する程著しくなり、 $\Delta\omega=-0.6 B_0$ の場合には $\theta=180^\circ$ の近傍で同期外れを生じている。



第5図 結合回路の電気角に対するFM雑音低減率 ($\omega_{10}-\omega_{20} \neq 0$ の場合)

4. む す び

超高周波注入同期発振器について、従来無視されていたアイソレーションの不完全性の影響を考慮して FM 雑音低減率解析をおこなった。結果として、不完全なアイソレーションでは、特にキャリア近傍の FM 雑音低減率が劣化し、その程度は結合回路の電気角に強く依存することが明らかになった。しかし本解析は最初から発振器の AM 雑音を省略しており、注入過程における AM 雑音と FM 雑音との間の相互変換も考慮していない点において不完全なものである。今後の問題として此等の点を考慮した厳密解が必要と考えられる。なお解析結果の実験的な検証については現在実施中であって、別の機会に報告する。

参 考 文 献

- 1) R. Adler, Proc. IRE Vol. 34, June 1946, p. 351
- 2) 林, 井田, 他, 電子通信学会論文誌 (B)Vol. 56-B, No. 11, 昭48-11, p. 486
- 3) K. Kurokawa, IEEE Trans. MTT-16, April 1968, p. 234
- 4) M. E. Hines. et al., IEEE Trans. MTT-16, Sept. 1968, p. 738

(昭和48年9月26日受理)