

# らせん形状をしたナイロンテグスの荷重—伸度曲線の 実用式について

新 宅 救 徳\* 吉 村 元 一\*  
岩 木 信 男\* 出 島 正 幸\*

## A Practical Formula of Load—elongation Curve of Nylon—gut in Helical Spring

by

Sukenori SHINTAKU, Gen-ichi YOSHIMURA, Nobuo IWAKI and Masayuki DEJIMA

This study is concerned with a practical formula of the load elongation curve of the nylon—gut in the helical spring as the most simple model of textured yarn. The formula is given in the form

$$W = ae / (1 - be)$$

where  $W$  is load (g),  
 $e$  is elongation,  
“ $a$ ” and “ $b$ ” are constants.

This formula gives a good approximation in the vicinity of the large curvature of the load—elongation curve. This formula is similar to the equation of the wool fiber in uncrimping.

It was found that “ $a$ ” is effected by the Young’s Modulus, the bending rigidity and the length of the material and “ $b$ ” is effected by the length of the material.

### 1. ま え が き

最近、合成繊維の加工糸は急速に発展し、エラス織物やメリヤスに広く用いられている。この糸の特性は大きい伸縮性とかさだか性にある。加工法としては種々あるが、それらはすべて熱可塑性を利用してフィラメントに巻縮性を与えるものである。加工糸の形態はコイルばね状が代表的であり、大部分の加工糸はコイルばね状に近い形態をしている。したがって糸は伸縮性をもつと同時にかさだか性をもつことになり、目的にしたがってそのどちらかの性質を主とし他を副として利用される。加工糸の荷重—伸度曲線の形をみると、最初は荷重増加率に対する伸度増加率が大きく、小さい荷重でよく伸びるが、その後荷重増加率に対する伸度増加率は少なくなる。荷重増加率の伸度増加率に対する割合が変わる付近の荷重、伸度の値とコイルの形状の関係をj知ること、この種の糸を編織に用いる場合には重要である。

加工糸や羊毛のクリンプを引伸ばす場合の荷重—伸度曲線についての従来の研究には弾性論にみられるコイルばねの理論式を用いている。しかしコイルばねの理論式は複雑であり、かつ実験による補

\*機械工学科

正が必要である。またコイルばねの理論式において荷重を与えてそれに対応する伸度を求めるには不便である。そこでコイルばねの理論式に相当する実用式があれば、必要な荷重—伸度曲線を有する糸を加工する場合や、加工糸を用いた織物の性質と糸との関連を調べる場合に非常に有益である。

以上の点を考えて本研究ではその第1段階として、コイルばね形状をしたナイロンテグスの荷重—伸度曲線の実用式について考察した。コイルばね形状をしたナイロンテグスはあらゆる加工糸の基本と考えられる。また荷重—伸度曲線を実用式であらわした場合の実用式の定数とコイルばねの形態との関連を明らかにした。

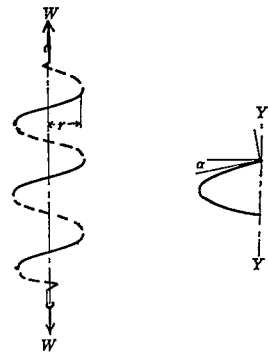
## 2. コイルばねの荷重—伸度曲線とその実用式について

糸の材料力学的な解析には弾性論を用いて従来多くの研究者が行なっている。コイルばねについては Love<sup>1)</sup> や Holdaway<sup>2)</sup> はらせん曲線の曲げモーメントとねじりモーメントと両端の荷重によるモーメントとの釣り合いの関係よりコイルばねの荷重—伸度曲線を求めている。コイルばね状の糸の関係では書上<sup>3)4)</sup> がらせん曲線の曲率と「れい率」について研究し、ストレッチャーンに応用している。C. M. Van. Wyk, J. J. Venter<sup>5)</sup> は羊毛繊維のクリンプの伸度特性と針金のクリンプの伸度特性が類似していることを実証している。白樫<sup>6)</sup> は巻縮繊維にエネルギー最小の原理を応用して研究している。これらの研究の考え方には類似のものがあるので、川崎<sup>7)</sup> が Holdaway の式を変形してストレッチャーンの強伸度曲線に応用した式を本研究でも用いて研究を進めた。第1図において

いま  $W$ , 軸方向荷重

- $E$ , コイルばね材料の縦弾性係数
- $G$ , コイルばね材料の横弾性係数
- $I$ , コイルばね材料の断面二次モーメント
- $I_P$ , コイルばね材料の断面二次極モーメント
- $L$ , コイルばねの軸方向長さ
- $l$ , コイルばねの  $L$  に相当するらせんに沿った長さ (荷重によって伸びないと仮定)
- $n$ , 全巻数 ( $L$  に対する)
- $\alpha$ , 軸方向に直角な線とコイルのなす角 (いわゆるらせん角)

とすればその式は次式となる。



第1図 コイルばねの図<sup>2)</sup>

$$W + Ax_0 = Am \left\{ \sqrt{\frac{1-x_0^2}{1-x^2}} - \frac{m-1}{m} \right\} x \quad (1)$$

ただし  $A = 4\pi^2 (n/l)^2 G I_P$ ,  $m = EI/GI_P$ ,  $\sin\alpha = L/l = x$

$$x_0 = L_0/l, \quad x = L/l = L_0(1+e/100)/l$$

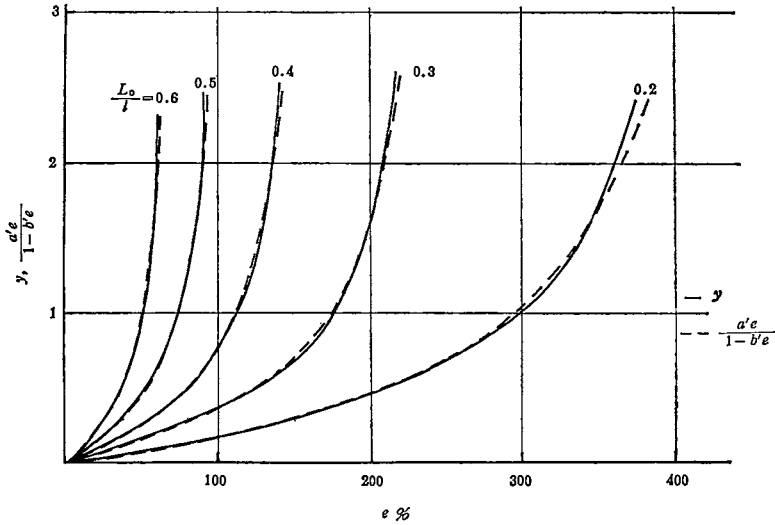
ここで添字0は最初のすなわち製造時の状態,  $e$  は軸方向の伸度%である。これらを(1)式に代入すると

$$\begin{aligned} W &= 4\pi^2 \left( \frac{n}{l} \right)^2 G I_P \left[ \frac{L_0}{l} m \left( 1 + \frac{e}{100} \right) \left\{ \sqrt{\frac{1-(L_0/l)^2}{1-(L_0/l)^2(1+e/100)^2}} - \frac{m-1}{m} \right\} - \frac{L_0}{l} \right] \\ &= 4\pi^2 \left( \frac{n}{l} \right)^2 E I \left[ \frac{L_0}{l} \left( 1 + \frac{e}{100} \right) \left\{ \sqrt{\frac{1-(L_0/l)^2}{1-(L_0/l)^2(1+e/100)^2}} - \frac{m-1}{m} \right\} - \frac{L_0}{lm} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

(2) 式において

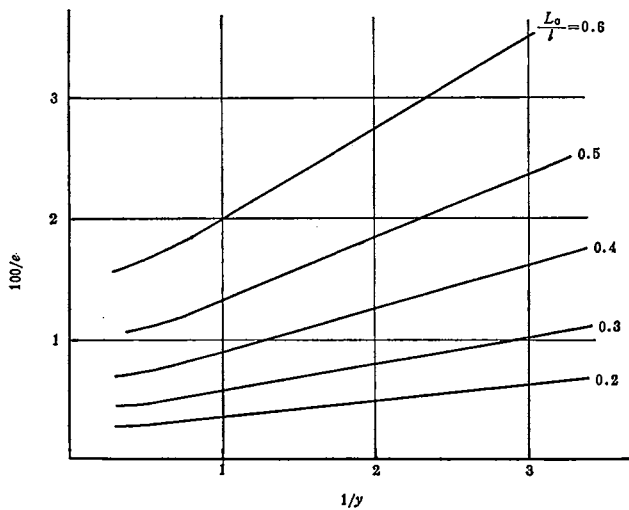
$$y = \left[ \frac{L_0}{l} \left( 1 + \frac{e}{100} \right) \left\{ \sqrt{\frac{1 - (L_0/l)^2}{1 - (L_0/l)^2 (1 + e/100)^2}} - \frac{m-1}{m} \right\} - \frac{L_0}{ml} \right] \quad (3)$$

とおき  $y$  と  $e$  の関係を図示するために、近土<sup>8)</sup> の値  $m=1.25$  に  $L_0/l=0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$



第2図  $y:e$  と  $a'e/(1-b'e):e$  の関係

ただし  $y = \left[ \frac{L_0}{l} \left( 1 + \frac{e}{100} \right) \left\{ \sqrt{\frac{1 - (L_0/l)^2}{1 - (L_0/l)^2 \left( 1 + \frac{e}{100} \right)^2}} - \frac{m-1}{m} \right\} - \frac{L_0}{ml} \right] m=1.25$



第3図  $100/e$  と  $1/y$  の関係

ただし  $y = \left[ \frac{L_0}{l} \left( 1 + \frac{e}{100} \right) \left\{ \sqrt{\frac{1 - (L_0/l)^2}{1 - (L_0/l)^2 \left( 1 + \frac{e}{100} \right)^2}} - \frac{m-1}{m} \right\} - \frac{L_0}{ml} \right] m=1.25$

を用いて計算すれば第2図の実線のようになる。いま曲率の大きい付近を中心にして  $100/e$  と  $1/y$  の関係を図示すれば第3図のようにほぼ直線となるので、 $e$  と  $y$  の関係を双曲線で近似して

$$y = a'e/(1-b'e) \quad (4)$$

ただし  $a'$ ,  $b'$  は定数である。

いま第3図の近似直線部分より  $a'$ ,  $b'$  を求めて(4)式を図示すれば第2図の破線のようになり(3)式を(4)式で示しても実用上十分使用できることがわかる。それゆえ(2)式をつぎのような式で示しても実用上有効である。

$$W = ae/(1-be) \quad (5)$$

ただし  $a$ ,  $b$  は定数である。

以上の式をスチールスプリングの定数と実験値で確かめてみる。すなわち川崎<sup>7)</sup>の用いた近土の実験値<sup>8)</sup>を第1表に示す。この実験値を用いて、川崎<sup>7)</sup>は次式を導いた。

$$W+13.2=26.6\left\{\sqrt{\frac{1-0.545^2}{1-x^2}}-0.2\right\}x \quad (6)$$

ただし、 $m=1.25$ ,  $n/l=1.97 \times 10^3$  (T/mm)

ここで(6)式を(5)式であらわしてみる。第1表より求めた  $e$ ,  $W$  を用いて  $(1/W, 1/e)$  をプロットして  $a$ ,  $b$  を定めるとつぎの式が得られる。

$$W = 0.111e/(1-0.0113e) \quad (7)$$

$e$  と  $W$  の関係を

- (i) 第1表の近土の実験値
- (ii) (6)式による計算値
- (iii) (7)式による計算値

について示せば第2表のようになる。この表より(7)式すなわち  $e$ ,  $W$  の関係を双曲線と書いても実用式としては十分使用できることがわかる。

第2表  $W$  の値の比較

$e$ (%)		40.4	58.3	66.5	71.1	74.5	76.1	78.4	80.7
$W$ (g)	第1表の値	10	20	30	40	50	60	80	100
	(6)式の値	9	20	30	39	50	58	76	108
	(7)式の値	8	19	30	40	51	60	76	102

つぎに(4)式の  $a'$ ,  $b'$  が(2)式の  $l$ ,  $n$  といかなる関係にあるか調べてみる。 $1/b'$  と  $l/L_0$  の関係を図示すれば第4図のようにほぼ直線となる。(4)式は  $e$  が  $1/b'$  となると  $y$  の値は無窮大となる。(2)式はコイルのらせんに沿った長さが変わらないと仮定しているから  $(L_0/D)(1+e/100)$

= 1すなわち  $e/100 = (l - L_0)/L_0$  となると  $W$  は無限大となる。以上のことより (4) 式の  $1/b'$  と (2) 式の  $l$  の関係は一次の関係であることがわかる。

つぎに  $a'$  について考える。(4) 式において  $y$  の漸近線は  $-a'/b'$  であり、 $e$  の漸近線は  $1/b'$  であるから  $a'$  は漸近線からみれば  $e$  の値に直接関係していないが曲線の形に大きく影響する。もちろん  $b'$  の値も関連している。(4) 式において  $(dy/de)_{e=0} = a'$  となる。第2図からもわかるように  $L_0/l$  が大きいと  $(dy/de)_{e=0}$  も大きくなっている。 $1/a'$  と  $l/L_0$  の関係を図示すれば第4図のようにほとんど直線関係になる。式で示せば  $c_1, c_2$  を定数として

$$1/a' = c_1(l/L_0) - c_2$$

第4図において  $a'$  の直線は (0.974, 0) の点を通るから

$$a' = L_0/c_1 (l - 0.974L_0) \tag{8}$$

(2) 式の大かっこに (4) 式と (8) 式を代入すれば

$$W = 4\pi^2 \left(\frac{n}{l}\right)^2 EI \frac{L_0}{c_1(l - 0.974L_0)} \cdot \frac{e}{1 - b'e} \tag{9}$$

(5) 式と (9) 式を比較すれば

$$a = 4\pi^2 EI (n/l)^2 L_0 / c_1 (l - 0.974L_0)$$

また  $1/b = 1/b' = c_3 (l/L_0) + c_4$

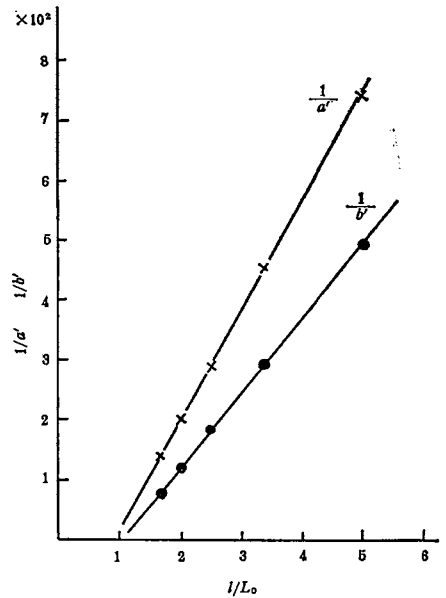
$c_3, c_4$  は定数とする。 $a$  の分子は  $n^2$  に比例している。Holdaway<sup>2)</sup> の羊毛のクリンプを伸ばすときの荷重と伸度の関係の式を付録に示したが、この式も  $a$  の分子は  $n^2$  に比例している。(付録参照)  $1/b$  は Holdaway では  $e_0$  に相当し、それは  $l$  であらわされている。

### 3. コイルばね形状をしたナイロンテグスの荷重—伸度の実験

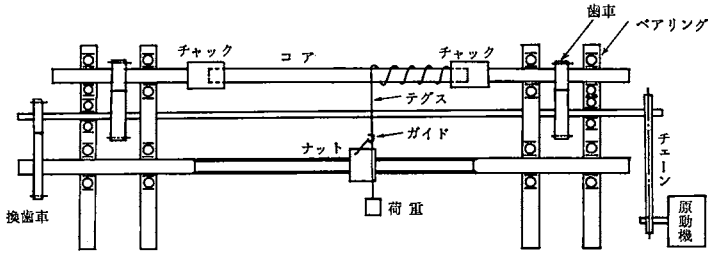
2節でスチールスプリングのコイルばねの理論式は実用上双曲線で示しても有効であることが明らかになった。そこでナイロンテグスを用いた実験でこれを確認することとした。

#### 3・1 ナイロンテグスを巻く装置

テグスをコイル状に巻くためにカバード糸研究用のモデルマシン<sup>3)</sup>によった。その概略図を第5図に示す。同方向に回転するチャックにはさまれたコアを回転してコイル状にテグスを巻き付け、巻き付けた後チャックより取りはずしコアを入れたまま 120°C, 15分で乾式熱固定を行なった。ピッチは換え歯車によって換える。熱処理後コアをとり除き引張試験を行なった。コアには 4mmφ および 2mmφ のみがき棒鋼を用いた。



第4図  $y$  を  $\frac{a'e}{1-b'e}$  で近似した場合の  $1/a', 1/b'$  と  $l/L_0$  の関係



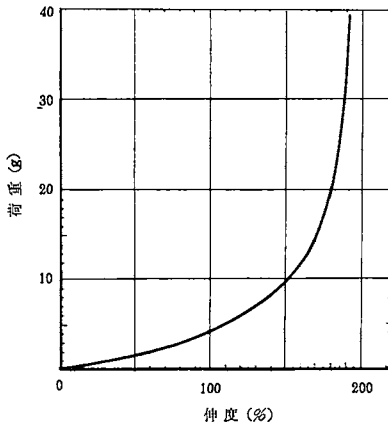
第5図 コイル状テグス製作図

3・2 引張条件および試料

引張試験には定速伸長型東洋測器製テンシロン UTMⅢ型を用いた。試料長  $L_0$  100mm, 引張速度 100mm/min で行ない, 引張試験を行なう前にコイル状テグスの引張試料長に含まれる巻数の測定を行ない試験終了後にらせん長  $l$  を測定した。コイル用に用いた試料は東レ, アミランテグス3号と10号で, 3号の直径は  $0.324\text{mm}\phi$ , 10号の直径は  $0.543\text{mm}\phi$  である。引張強さはおのおの 4.5kg, 12.7kg であり, 伸度は 21%, 23% である。テグスをコイル状に巻き付けるときの荷重は 3号の場合 5g, 10号の場合は 20g にした。

3・3 コイルばね状テグスの荷重—伸度曲線

コイルばね状テグスについて第3表に示すような14種の試料について実験した。その引張曲線の一例を第6図に示した。これは第3表の試料番号 No. 3 のものでコイル径, テグスの中心間の直径は



第6図 コイル状テグスの荷重—伸度曲線 (東レアミランテグス3号)

5.31mm である。図からわかるように最初は伸度増加率は大きく, その後伸度増加率は少なくなる。荷重—伸度曲線において曲率が大きいところを過ぎるとらせん形はほとんど引き伸ばされて直線状になっている。この後はねじりのかかった直線状のテグスを引張するため伸度増加

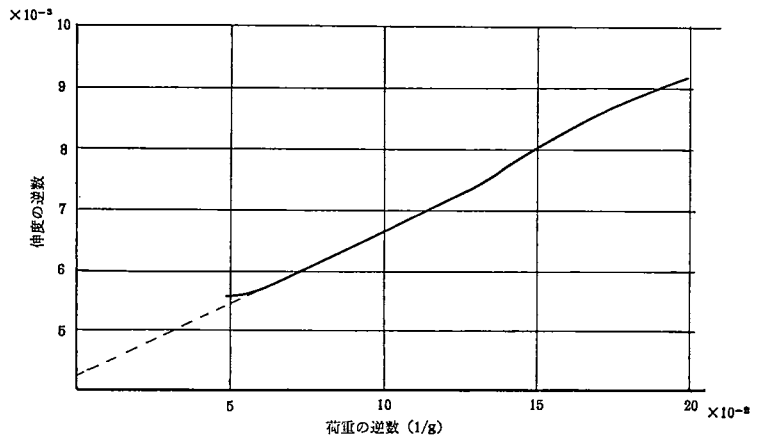
第3表 試料の条件

種類	試料 No.	巻数 $n$	らせん長 $l$ (mm)	コアの直径 (mm)
アミラン テグス 3号	1	6	136	4
	2	7	134	4
	3	17	263	4
	4	16	290	4
	5	16	296	4
	6	24	423	4
	7	26	429	4
アミラン テグス 10号	8	12	216	4
	9	12	295	4
	10	17.5	347	4
	11	19	230	4
	12	28	433	2
	13	40	310	2
	14	44	320	2

備考:  $n$  および  $l$  は  $L_0=100\text{mm}$  に対するものである。

率が少なく荷重が大きくなる。テクスチャードヤーンの場合、その伸縮性とかさだか性を応用するので曲率の大きい付近が大切である。したがって荷重—伸度曲線の実用式を示す場合も曲率の大きい付近について行なった。

ここでコイルばねの式を考えると、(1)式はらせん方向に線材が伸びないとして導かれているが実際の材料は伸びる。しかしコイルばね状テグスの荷重—伸度曲線において曲率の大きい付近の荷重は引張強さに比べて小さく、その荷重に対応する材料の伸度も小さく実験と理論値の差は少ない。羊毛クリンプの引張の場合、材料はらせん方向に伸びるとして理論を修正している研究<sup>10)</sup>もあるが、本研究ではコイルばね状テグスの荷重—伸度曲線を実用式であらわすことを目的としているので線材の伸びの影響を考へなかつた。



第7図 コイル状テグスの荷重の逆数と伸度の逆数 (第6図より求めたもの)

コイル状テグスの荷重(5g~20g)の逆数と伸度の逆数との関係を第6図の試料の場合にプロットすると第7図のようにほぼ直線となる。これを双曲線(5)式で示した場合と実験による荷重—伸度曲線の場合とを比較すると第4表のようになる。この表より双曲線(5)が実用式として用いてもよいことがわかる。

第4表 引張曲線による伸度と実用式による伸度の比較

荷重 (g)	5	6	7	8.2	9.7	11.8	14.5	20
伸度 (%) 引張曲線による値	110	120	130	140	150	160	170	180
伸度 (%) 実用式による値	111	122	131	140	149	159	170	183

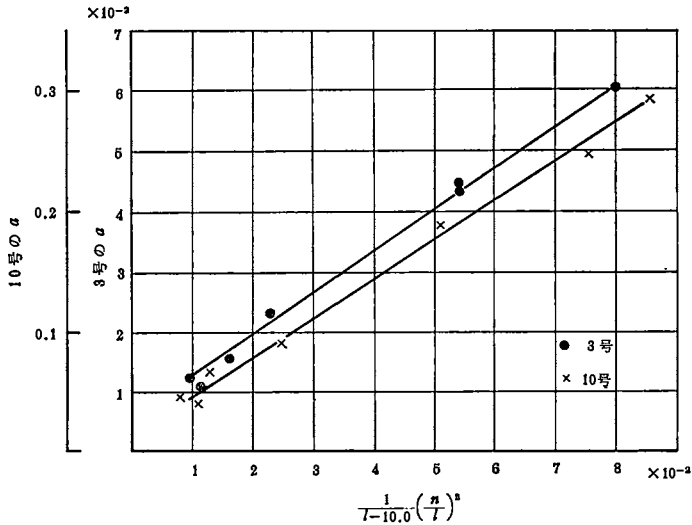
このとき  $a=0.0236$   $b=0.00427$

一般に伸度の大きいコイルでは伸度の小さい部分の近似はわるくなるが製織時の張力よりはるかに小さいところであり、さしつかえない。また曲率の大きいところをすぎると実用式の方が少し大きくなる。この実用式は伸度  $100(l-L_0)/2L_0$  %と  $90(l-L_0)/L_0$  %の範囲で同一荷重に対しての伸度の誤差は10%以内である。

### 3・4 近似式の定数 a について

第7図の傾きと切片より  $a, b$  を読みとり、 $a$  を縦軸に  $(n/D)^2/(l-L_0)$  を横軸にとり、第3表の  $n$  と  $l$  の数種の値について示すと第8図のようになる。ここで(9)式における0.974を1とした。図からわかるように同一テグスに対してはほぼ直線になり、定数  $a$  は巻数とらせん方向のテグスの長さ  $l$  であらわせる。また10号テグスの場合は3号テグスに比べて約5倍の値になっている。3号テグスと10号テグスの初期引張抵抗度(荷重—伸度曲線の原点における接線より求めた縦弾性係数に相当するもので、ここでは  $E$  と考える。)は3号では  $270\text{kg/mm}^2$  10号では  $260\text{kg/mm}^2$  であり、おのおののテグスの直径より  $I$  を求めて10号の  $EI$  と3号の  $EI$  を比べると約8倍になる。定数  $a$  と材料の曲げ剛性の関係は明確ではないが、曲げ剛性の大きい方が小さい場合より  $a$  の値は大

きくなるといえる。

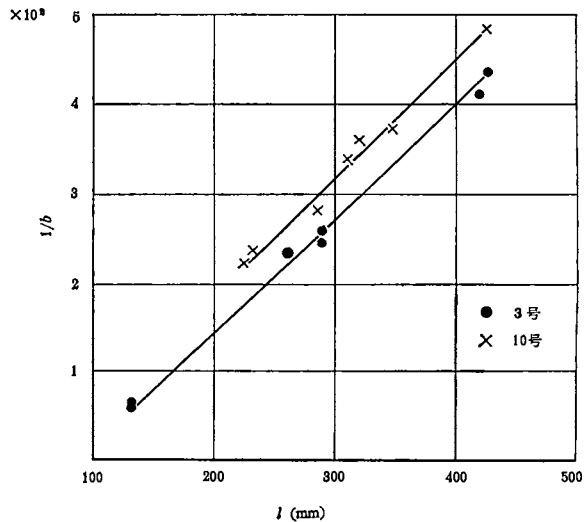


第8図 (5)式の  $a$  と  $\frac{1}{l-10.0} \left(\frac{n}{l}\right)^2$  の関係 (ただし  $L_0=10.0\text{cm}$   $l$  テグス長さ  $\text{cm}$   
 $n$  は  $L_0=10.0\text{cm}$  の巻数)

3・5 近似式の定数  $b$  について

コイルばねの場合  $1/b$  と  $l$  は直線関係にある。コイル状テグスの場合の  $1/b$  と  $l$  の関係を第3表の  $n$  と  $l$  の数値の値について示すと第9図のようになる。 $1/b$  の場合はテグスの長さ  $l$  によって決まるといえる。 $l$  がまったく伸びないとすると  $1/b=(l-100)$  となる。しかし図からもわかるように実際の  $1/b$  は大きくなっている。

以上によりコイル状のナイロン糸には従来(1)式が適用できると報告<sup>7)</sup>されているが、本報ではそれを簡単な定数2個を含む実用式で表示しうることを示し得たわけである。なおナイロン3号、10号以外の太さのものについては今後さらに研究を進めなければならない。もちろん定数の数を増せばさらにより実用式となりうるが実用的ではなく、製織に応用する場合には(5)式的双曲線で十分役立つものといえよう。



第9図 (5)式の  $b$  逆数と  $l$  の関係



#### 4. 結 論

現代、広く用いられている加工糸と似た形をもつコイル状テグスの荷重—伸度曲線の曲率の大きい付近（伸度  $\frac{100(l-L_0)}{2L_0}$  %と  $\frac{90(l-L_0)}{L_0}$  %の範囲）を簡単に知るためにつぎの実用式を用いることができる。すなわち

$$W = ae / (1 - be)$$

ここで  $e$  は伸度 (%),  $W$  は荷重 (g) で  $a, b$  はコイルの状態で決まる定数。

この定数  $a, b$  を求めておけば荷重—伸度曲線を再現でき、また所望の伸度を有する糸を製造するときの目安となる。また  $a$  は  $(n/l)^2 / (l - L_0)$  と直線関係にある。また繊維材料の曲げ剛性  $EI$  の大きい場合の  $a$  は  $EI$  の小さい場合よりも大きくなる。

また  $b$  の逆数はらせん方向の長さ  $l$  と一次の関係にある。

実際の加工糸は以上の構造をもつ多数のフィラメントよりなり、その集動的挙動は非常に複雑である。しかし荷重—伸度曲線は双曲線に近い形となっているので、本研究で結論されたことは適用できると考えられる。

#### 参 考 文 献

- 1) A. E. H. Love ; A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity 4th Edition, p. 415
- 2) H. W. Holdaway ; J. Text. Inst., 47, T 586 (1956)
- 3) 書上 ; 織機誌, 13, p. 481 (1960)
- 4) 書上, 淵野 ; 織機誌, 14, p. 580 (1961)
- 5) C. M. Van. Wyk, J. J. Venter ; J. Text. Inst., 45, T 809 (1954)
- 6) 白樫, 小田, 平田 ; 織学誌, 17, 744 (1961)
- 7) 川崎, 村田 ; 織学誌, 15, 814 (1959)
- 8) 近土 ; 京都大学日本化学繊維研究所講演集第12集, p. 98 (1955)
- 9) 吉村, 岩木, 新宅, 高山 ; 織機誌, 22, T 232 (1969)
- 10) I. M. Stuart ; Text. Res. J., 40, 614 (1970)

#### 付 録

Holdaway<sup>2)</sup>は羊毛のクリンプを無くするときの荷重—伸度のモデルを次式で与えている。

$$\epsilon = e_0 W / (a_H + W)$$

$\epsilon$ , 荷重を受けない長さにおける比例伸び

$e_0$ , クリンプがなくなったとき近似的に  $\epsilon$  に等しい定数

$W$ , クリンプを伸ばす作用張力

$a_H$ , 曲げにおける縦弾性係数とクリンプしたファイバーの寸法と形状に依存する実験定数

$L_0/l = 1 / (1 + e_0)$  となり

$$a_H = \frac{E'}{0.924} \cdot \left(\frac{\pi^3}{16}\right) \cdot \left(\frac{n}{l}\right)^2 \cdot \frac{\Delta^4}{(1+e_0)(2+e_0)}$$

ただし  $E'$  は縦弾性係数に関係ある定数

$\Delta$  ウールファイバーの測定平均直径

これを本報の  $a$  と比較すれば

$$a = \frac{a_H}{e_0} = (\text{定数}) \times \left(\frac{n}{l}\right)^2 \cdot \frac{L_0^3}{l(l+L_0)(l-L_0)}$$

$$b = \frac{1}{e_0} = \frac{L_0}{l-L_0}$$

$e_0$  を百分率にして  $e'_0$  (%) とし  $L_0$  を 100mm,  $l$  を mm であらわせば

$$1/e' = (l-L_0) \%$$

となる。

(昭和47年9月20日受理)