Abelian Confinement Mechanism in QCD

金沢大学理学部　鈴木恒雄

1）abelian projection をするとＱＣＤは電気的荷電と磁気的荷電をもつabelian theoryとみなすことができる。この磁気的荷電を持つ粒つまりmagnetic monopole がbose-condensationを　おこすとdual Meissner effectによってカラー電気的荷電が閉じ込められることをstatic charged source の場合に示した。（前述）ここではdynamical chargeもまた同じ機構で閉じ込められることを示す。

2）abelian projection されたＳＵ（２）ＱＣＤはdual potential を導入するとZwanzigerに従って次のように書き表せる。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3\,,$$

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{1}{2n^2}\left[n\cdot(\partial_\wedge A)\right]^2 - \frac{1}{2n^2}\left[n\cdot(\partial_\wedge A)\right]\cdot\left[n\cdot(\partial_\wedge B)^d\right] + (A\to B,\ B\to -A)\,,$$

$$\mathcal{L}_2 = D_\mu A^+_\nu (D^*{}_\wedge A^-)^{\nu\mu} - ie(\partial_\wedge A)_{\mu\nu}\ A^{+\mu}A^{-\nu} + \frac{e^2}{4}\ (A^+{}_\wedge A^-)^2\,,$$

$$\mathcal{L}_3 = k_\mu B^\mu\,,$$

ここで

$$(\partial_\wedge A)_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \text{ and } 2(\partial_\wedge B)^d_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}(\partial_\wedge B)^{\alpha\beta}$$

であり、k_μ はmonopole current である。このラグランジアンは次のような特徴をもっている。

a）local 対称性としてelectric U(1) 以外にmagnetic U(1)がdual potential B をゲージ場として存在する。つまりtopological 対称性がdynamical 対称性としてあらわに表現されている。

b）Dirac stringに対応する非局所量が現れていない。

c）はじめになかったdual potential を導入しているためこの系は拘束系である。実際４つの第２種と４つの第１種のconstraintが存在する。これらのconstraintを使うと元のabelian potential A_μ またはdual potential B_μ を完全に消すことができる。ここで第１種のconstraintに対応して次のabelian gauge conditionを採用する。

$$\vec{n}\cdot\vec{A} = \vec{n}\cdot\vec{B} = A^0 = B^0 = 0\,.$$

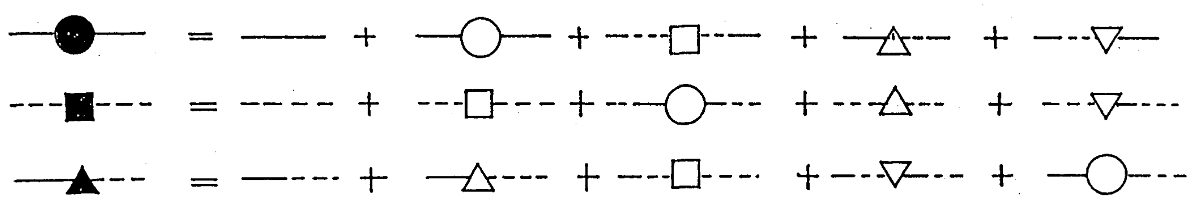
元のgauge field A_μ に対する運動方程式は次のようである。

$$\frac{1}{n^2}\Big[(n\cdot\partial)^2 A^\mu - (n\cdot\partial)\, n^\mu(\partial\cdot A) - (n\cdot\partial)\,\partial^\mu(n\cdot A) + n^\mu\partial^2(n\cdot A)$$
$$- \varepsilon^{\mu\alpha\beta\nu}(n\cdot\partial)\, n_\alpha\partial_\beta B_\nu\Big] = j^\mu .$$

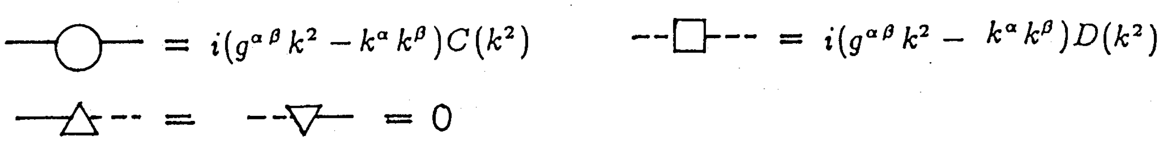
3）次にPropagatorを調べよう。A_μ 、B_μ 及びmixed のpropagator をD(k), E(k), Y(k)とかこう。free propagatorは

$$D_F^{\mu\nu}(k) = E_F^{\mu\nu}(k) = -\frac{1}{k^2}\,\omega^{\mu\nu} \quad \text{and} \quad Y_F^{\mu\nu}(k) = -\frac{1}{k^2(n\cdot k)}\,\varsigma^{\mu\nu} ,$$

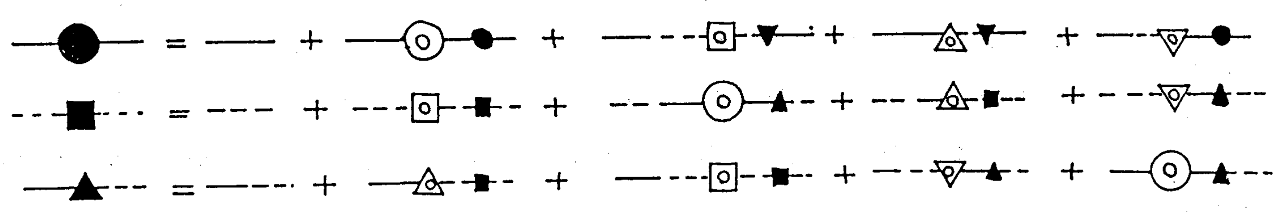
where $\omega_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - (n\cdot k)^{-1}(n_\mu k_\nu + n_\nu k_\mu) + n^2(n\cdot k)^{-2}k_\mu k_\nu$ and $\varsigma_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, n^\rho k^\sigma$.
となる。full propagator は２種類の積分方程式をみたす。１つはfull current-current Green function （白抜きマーク）をつかった式である。



ここで黒ぬりマークはそれぞれのfull propagator である。Brandt-Neri-Zwanzigerはゲージ不変な量（current等の）のfull Green function は n_μ に依存しないことを証明した。従って



もう１つの式はfull proper function をつかって次のようにかける。



ここでfull proper function はここで採用をしたゲージ条件下では次のようにかける。

$$-\!\!\odot\!\!- = \Xi_1(g_{\mu\nu}k^2 - k_\mu k_\nu) + \Xi_2 k_\mu k_\nu \qquad --\boxed{\circ}-- = \Sigma_1(g_{\mu\nu}k^2 - k_\mu k_\nu) + \Sigma_2 k_\mu k_\nu$$

これらの２つの方程式を解いて比較することでproper function をfull Green function で表すことができる。次の２つが重要である。

$$\Xi_1 = \frac{C(1+D)(n\cdot k)^2}{(1+C+D)(n\cdot k)^2 + CDn^2k^2},$$

$$\Sigma_1 = \frac{D(1+C)(n\cdot k)^2}{(1+C+D)(n\cdot k)^2 + CDn^2k^2}.$$

４）ここで初めてmagnetic monopole がbose-condensationをすると仮定しよう。すると磁気的Ｕ（１）対称性が自発的に破れる。その結果Higgs機構が働いてmagnetic currentのproper function にmassless poleが生じる。

$$\Sigma_1(k^2) = \frac{m^2}{k^2} + \cdots,$$

full Green function のゼロ運動量近傍での振舞いもきまる。その結果full propagator は次のようにきまる。

$$D'^{\mu\nu}_F(k) = -\frac{1}{k^2-m^2}\,\omega^{\mu\nu} + \frac{n^2}{(n\cdot k)^2}\,\frac{m^2}{k^2-m^2}\,\lambda^{\mu\nu} + O\left(k^2,\ \frac{(k^2)^2}{(n\cdot k)^2}\right),$$
$$E'^{\mu\nu}_F(k) = -\frac{1}{k^2-m^2}\,\omega^{\mu\nu} + O\left(k^2,\ \frac{(k^2)^2}{(n\cdot k)^2}\right),$$
$$Y'^{\mu\nu}_F(k) = -\frac{1}{(n\cdot k)}\,\frac{1}{k^2-m^2}\,\varsigma^{\mu\nu} + O\left(\frac{k^3}{(n\cdot k)}\right).$$

る。一方A_μ field はill-defined である。

5）A_μ の運動方程式をつかうとカラー電気的荷電オペレーターは

$$Q_e = \int d^3x\, j^0(x) = \int d^3x (\vec{n}\cdot\vec{\nabla})(\vec{n}\times\vec{\nabla})\cdot\vec{B}$$

とかける。ここでゲージ条件を使った。dual field B_μ がmassless pole をもたないことをつかうとこの荷電オペレーターがゼロとなることがわかる。

$$Q_e = 0.$$

すなわちdynamical charge も閉じ込められる。

6）最後にいくつかのコメント

a）閉じ込めに本質的なことは元の電気的U（1）を保ったまま磁気的U（1）対称性が自発的破れを起こしmass generation を生じているという点である。

b）2つのU（1）の破れ方に応じてクーロン、ヒッグス、閉じ込め相がQCDに存在していることがわかる。しかし2つのU（1）とも自発的破れを起こす場合は矛盾を起こし意味のある理論が存在しないことがわかる。これは 'tHooftの分析と結果は一致する。

c）abelian gauge field が本質的なので 'tHooft の代数を満たす 'tHooftのオペレーターをdual gauge field を用いて具体的にかくことができる。

d）閉じ込めにはグルオンのpropagator がQの－4乗の振舞いをすることが本質という話が多い。我々のスキームではそのようではなくむしろある方向に2次元的になっている振舞いをして閉じこめがでている。

参考文献は前段氏の報告のものとだいたい重なるので省略します。この内容の論文はProg. Theor. Phys. 81(1989)No. 4に掲載されます。詳しくはこれを参照下さい。