

研究報告

重力レンズ効果を教えるための光学レンズの製作

渡會 兼也・樫田 豪利 金沢大学附属高等学校 921-8105 石川県金沢市平和町 1-1-15
米原 厚憲 京都産業大学理学部 603-8555 京都府京都市北区上賀茂本山

重力レンズ現象を模擬できる光学レンズの製作について報告する。この報告は金沢大学附属高等学校で行われた、平成22年度のサイエンス・パートナーシップ・プロジェクト「レンズの物理：望遠鏡から重力レンズまで」での教材開発の一部である。本稿では主にレンズの設計と製作過程について紹介する。

1. はじめに

重力レンズ現象は天体の重力場による空間の歪みによって光が曲げられて生じる現象である。アインシュタインの一般相対性理論（以下、一般相対論）によれば、質量を持つ物体の周りの空間は歪んでおり、そこを通りすぎる光の軌道も曲げられることが知られている¹⁾。アインシュタインは弱い重力場の近似を使うと、遠方から来た光が太陽の表面をすれすれに通る場合、光が1.75秒角曲げられることを予言した。1919年に、エディントンの観測隊が日食の際に太陽の周辺にある星を観測し、アインシュタインの予測通り、星が本来の位置からずれていることを示した。これが一般相対論の検証の一つとなったことは有名である²⁾。現在では、重力レンズ現象は遠方の天体（銀河）を発見するための、いわば「重力の望遠鏡」として利用されるだけでなく、暗黒物質（ダークマター）の質量推定、さらには、系外惑星探査にも応用されており、宇宙物理の研究において欠かすことができない現象になっている³⁾。また、重力レンズ現象を経て観測される像は奇妙で、宇宙の神秘を感じさせてくれる。故に、科学イベントや大学の研究室紹介などで多く紹介され、天文学や宇宙物理学の一般普及に役立っている⁴⁾。

今まで様々なイベントで重力レンズの曲がりを再現するレンズが製作されてきたが、レンズは基本的に円筒状の固形アクリルを削り出して作っていた^{4) 5)}。削り出しによる方法は、専用の機械があれば可能であるが、その設備があることが前提になる。また、手作業で削り出しも可能であるが、精度と時間の問題が残る。このため、アクリル製重力レンズはあまり量産されていない。

今回我々は樹脂を固めてレンズを作る方法を紹介する。この方法であれば、一度型を作ればアクリル樹脂を流しこむだけでレンズができ、量産が可能になる。本稿では、樹脂による重力レンズの作り方を紹介したいと考えている。

2. レンズの設計

重力レンズ現象は私たちの生活における空間・質量スケールでは検出できないレベルの一般相対論的な効果による現象なので、実験室で再現することは不可能である。しかし、場所による光の曲がり方はわかっているため、レンズの形状（厚み）を工夫することで、重力レンズを模擬する光学レンズを作ることが可能である。以下で重力レンズによる光の曲がりを模擬できるレンズの形状を導くことにする。導出は^{4), 5)}にも載っている。

(i) 星の場合

質点における弱い重力場の近似では、質量 M の天体の重力場によって光線の曲げられる角度は、

$$\Delta\theta = \frac{4GM}{c^2x} \dots (1)$$

と書けることが知られている¹⁾。ここで G は万有引力定数、 c は光速、 x は衝突パラメータである（図1を参照）。

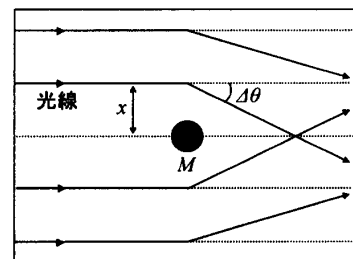


図1 重力レンズによる光線の曲がり

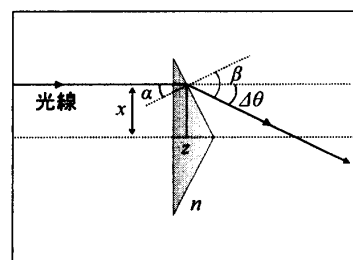


図2 等価レンズによる光線の曲がり

屈折率 n のレンズを考える (図 2)。入射角 α と屈折角 β の関係は、屈折の法則 (スネルの法則) より、

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \dots (2)$$

となる。このとき、 α と β が十分に小さい場合は、 $n \sim \beta/\alpha$ と近似できる。これを利用して $\Delta\theta$ を表現すると、

$$\Delta\theta = \beta - \alpha = (n-1)\alpha \dots (3)$$

となる。ここで、光軸からの距離 x を r に置き換える、レンズの厚みを z とするとレンズの形状 (傾き) は以下のように書ける。

$$\frac{dz}{dr} = -\tan \alpha \sim -\alpha \dots (4)$$

ここで、 α に先ほど求めた式を代入すると、

$$\frac{dz}{dr} = -\frac{\Delta\theta}{(n-1)} = -\frac{4GM}{c^2(n-1)} \cdot \frac{1}{r} \dots (5)$$

と書ける。この式を不定積分すると、レンズの形状を表す式が得られる。つまり、

$$z = -\frac{4GM}{c^2} \cdot \frac{1}{(n-1)} \ln r + \text{const.} \dots (6)$$

が得られる。つまり、レンズの形状は中心に向かって対数的に厚くする必要がある。

(ii) 銀河の場合

銀河のように質量分布がある場合のレンズの形状を求めよう。一般に銀河、特にその中の星の分布は様々な形態を示すが、ここでは簡単のため、暗黒物質を含めて銀河の質量分布が球対称であると仮定する。

銀河の回転曲線 (回転速度と半径の関係) を見ると、中心部から少し離れた場所では、回転曲線が半径によらず、ほぼ一定になっている。ニュートンの万有引力の法則から、回転速度が一定になるためには、中心からの距離 r までに含まれる質量 M は距離に比例する。このような重力場を作る重力レンズでは、光の振れ角 $\Delta\theta$ は、

$$\Delta\theta = \frac{4GM(r)}{c^2 r} \text{一定} \dots (7)$$

となる。したがって、

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\Delta\theta}{n-1} = \text{一定} \dots (8)$$

となる。つまり、円錐形状となる。

3. シリコンゴムによる型どり

前節でレンズの形状がわかったので、この章ではレンズの作り方を紹介する。星の場合の対数型レンズについては、アクリルブロックの削り出しで行うのがよい。この方法については文献⁵⁾を参照。ここでは円錐型レンズ (銀河の場合) の作り方を述べる。

原型となる円錐の型は日常生活では中々お目にかかることができない。すぐに思いつくのは、薄いアルミ、またはステンレスの板を円に切り取り、円錐を作る方法である。市販のアルミやステンレスの表面が非常に滑らかなので、きれいな円錐が作れるが、継ぎ目をなくすることはできない。この継ぎ目があとでシリコン樹脂を流し込む際にレンズに凹凸を作り、研磨が必要になる。研磨を行うと継ぎ目以外の綺麗にできた場所にも影響があるので、今回は手作りで円錐を作ることは諦めた。代わりに100円ショップで売られている子ども用のコマを用いた (図 3)。このコマの下半分を取り出し、これを原型とした。

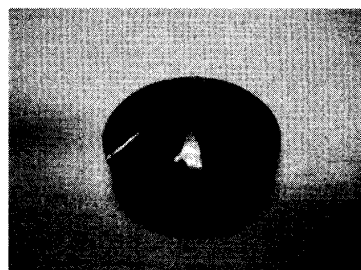


図 3 100円ショップで売られていた子ども用のプラスチック製のコマの下半分。半径は2~3cm程度。

型をとるためにシリコンゴム (ペースト) 「ブルーミックスソフト」を利用した。これは、基材 (青色) と触媒 (白色) の2種類のペーストを1:1で混ぜあわせると、硬化が始まり、約20分程度で完全に硬化する (ほどよい弾性を持つゴムになる)。このペーストを容器に入れて型をとる。

ペーストを容器に注入する際には2つの点に注意する。1つ目は、容器にペーストを一気に入れると原型 (円錐) が浮力で浮き上がってしまうため、はじめは原型が少し浸る程度にペーストを注入し、1~2分時間をおいてからゆっくりと注入する。2つ目は、容器の深さが深いとペーストが固まった後に取り出す作業が難しくなるので、適度な厚みの容器を使う。この2点に注意して、出来上がったのが図 4 である。

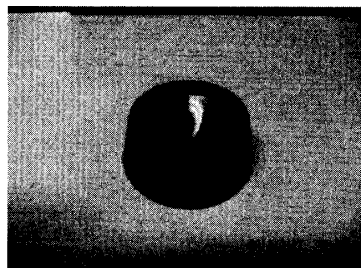


図 4 シリコンゴムで作ったレンズの型

重力レンズ効果を教えるための光学レンズの製作

4. アクリル樹脂の注入

前節で作られたシリコンゴムにアクリル樹脂を注入する。アクリル樹脂は「クリスタルレジン「スーパークリアー」を使った。これは基材と硬化剤を10:4の割合で混ぜあわせ、型に注入すると約1日で硬化して、アクリルのレンズができる。説明書には25°Cで硬化時間は36時間とある。夏場であれば約1日で硬化するが、冬場では硬化に2日かかるので注意が必要である。硬化を早めるためには、①ドライヤーやヒーターで加熱する ②硬化剤の割合を若干多くする、といった工夫が必要である。硬化したらレンズを取り出して完成である(図5)。

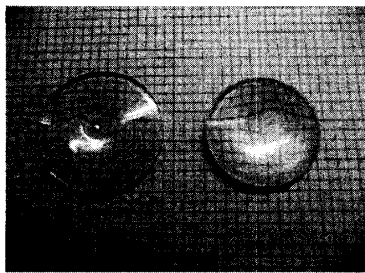


図5 完成したアクリル製重力レンズ。左が星のレンズ、右が銀河のレンズに相当する。背景には方眼紙が置いてある。

5. アクリル製重力レンズの像

光源を半径1cmの黒丸(●)で表し、これを30cm程度離れた場所にデジタルカメラを置いて、中間に作製したレンズを置き、光軸からの距離を少しずつ変えて、像の見え方を撮影した(図6, 図7)。観測者と像とレンズの中心がちょうど一致したときはリング状になり、少しずれると、アーク状や、2つの像が現れる。重力レンズには焦点が無数にあり、レンズを置く位置によっては多重像が見える。

天体の明るさは我々がレンズを通じてみる像の面積に比例するので、像の占める面積の位置による変化を測れば増光率を計算できる。増光率(像のサイズは元のサイズの何倍か)の計算はレンズ上の面積に相当するので、

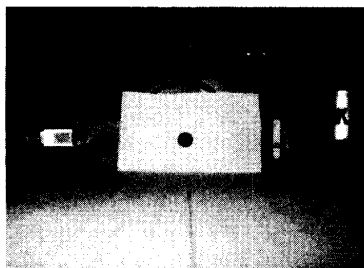


図6 直径1cmの黒丸を30cm離れた場所から携帯電話のカメラで撮影。

像の面積を測定できればよい。式(1)や式(7)の曲がり角を用いて求められた増光率の合計Aと2つの像個々

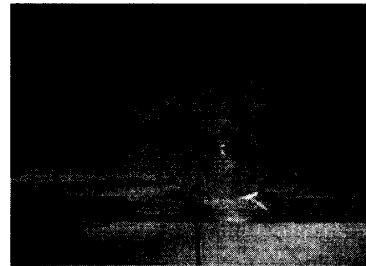
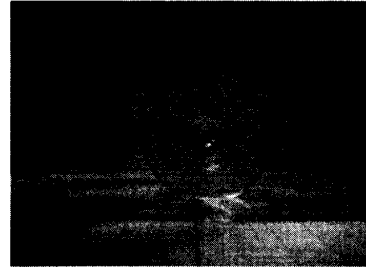
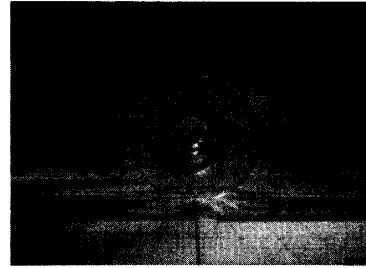
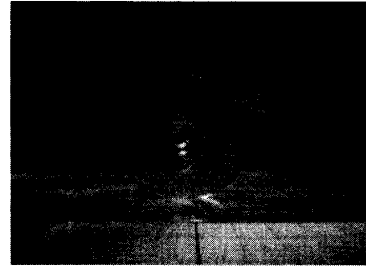
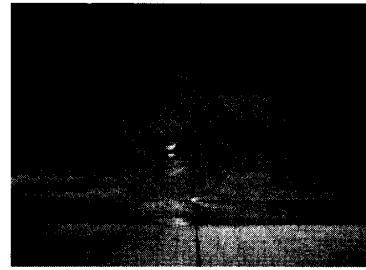


図7 黒い丸と観測者(カメラ)の中間点にレンズを置き、レンズの位置を左から右へと少しずつずらした際の像を撮影。

の増光率の比は中心軸からの距離 x の関数になっており、星の場合と銀河の場合で以下ようになる³⁾。

* 星の場合：

$$A = \frac{x^2+2}{x\sqrt{x^2+4}}, \left(\frac{1}{2} + \frac{x^2+2}{2x\sqrt{x^2+4}} \right) : \left(\frac{x^2+2}{2x\sqrt{x^2+4}} - \frac{1}{2} \right) \dots (9)$$

* 銀河の場合：

$$A = \frac{2}{x}, \left(1 + \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \dots (10)$$

特に、銀河の場合は非常に簡単な反比例関係が現れるので、検証は非常に簡単である。図7の写真の上にトレーシングペーパーを乗せて像を写しとり、写した像の面積を2mm×2mmの方眼紙で何マス分になるかを計算（ピクセル数を計算）する。レンズの位置を光軸からずらした距離ごとにピクセル数の変化をグラフにしたのが図8である。得られたデータはほぼ距離に反比例したものになっているのが確認できる。

今回は行っていないが、天体画像から天体の位置や質量を見積もることも可能である。つまり、式(9)や(10)を使えば、左右の像の明るさの比から、レンズ天体（レンズの役割をしている天体）が光源の天体と観測者の視線からどれだけずれているのかを計算することができる上に、見た目の明るさから光源の天体の真の明るさを計算することもできる。

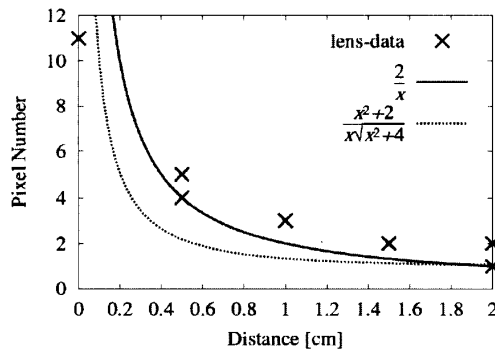


図8 像のピクセル数と光軸からの距離の関係。背景の画像が有限の大きさを持っているため、このような実験を行うと反比例をわずかになませたような関係が得られる。

6. 議論と考察

重力レンズを通じて見た像は興味深い。筆者は高校物理の光の単元で凹凸レンズについて扱った後に、発展として重力レンズの内容にも触れることにしている。パワーポイントのスライドを用いて解説を行っているが、天体画像の中に多重像やアーク状の像が写っていることを生徒に見せると非常に反応がよかった。

実際に昨年12月に本校で行ったサイエンス・パート

ナーシップ・プログラムの本番の際に生徒による測定実験は問題なく進行し、重力レンズの特徴が十分に得られる結果となった。これは参加生徒10人程度に対して、高校教員2人、講師1人、TA1人で臨んだためか、生徒の質問にもすぐに対応できたことが一因かもしれない。この企画の詳しい説明は文献⁶⁾を参照されたい。また、重力レンズの位置による像の変化は大学の卒業研究やスーパーサイエンスハイスクール (SSH) などのテーマとしても十分に使える内容である。レンズを置く位置によって像の大きさや形の変化は複雑に変化する。これを系統的にまとめていけば、実際の重力レンズ天体の位置関係を推定できるだろう。

測定実験は、デジタルカメラで撮った画像をパソコンに取り込み、像のピクセル数を数えれば正確にできる。しかし、今回のようなトレーシングペーパーを使うような簡易な方法でも、レンズの特性を調べることは可能である。携帯電話のカメラを測定器具として有効利用する方法も今後考えていく価値はあるのではないだろうか。

実生活ではGPS衛星からの情報の補正に特殊・一般相対性理論が応用されているが、生徒や学生に実感・体験させることは難しい。今回のようにアクリルレンズを使って重力レンズ現象を体験できれば、相対性理論がもっと身近に感じられるかもしれない。SPPを受講した生徒の感想には、このレンズを通じて、暗い天体の観測に使えるかもしれない、ということを書いた者もいた。実際に天文学の業界では、系外惑星の探査に重力レンズが使われている。高校生や一般向けのイベントを通じて、重力レンズ現象を知ってもらうことは、様々な分野に対して新しいアイデアが生まれるきっかけになるかもしれない。

7. 最後に

この企画は平成22年度のサイエンス・パートナーシップ・プロジェクトの一環として行った企画内容が元になっています。

- 1) Taylor, Wheeler (2000), Exploring Black Holes Introduction to General Relativity, Addison Wesley Longman
- 2) Dyson, Eddington, Davidson (1920), Philosophical Transactions A, 220, 291-
- 3) Narayan, R., Bartelmann, M. (1997), astro-ph/9606001v2
- 4) 渡會兼也ら (2007) 宇宙の蜃気楼「重力レンズで見る世界」: 第7回こどものためのジオ・カーニバル活動報告 天文月報, 第100巻 第5号 P234-240
- 5) 横尾武夫, 加藤好博, 蜂屋正雄, 福江純, 1998, 天文月報, 第91巻, P543-549
- 6) 渡會兼也, 榎田豪利, 米原厚憲, 遠山裕貴, 2011, 天文月報, 第104巻, 第5号, P257-263

(2011年4月14日受理)