

## 多変数フーリエ積分に関する基礎的・応用的研究

著者	佐藤 秀一
雑誌名	平成12(2000)年度 科学研究費補助金 基盤研究(C) 研究成果報告書
巻	1999-2000
ページ	5p.
発行年	2001-03-01
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2297/47228">http://hdl.handle.net/2297/47228</a>

多変数フーリエ積分に関する基礎的・応用的研究

課題番号 11640158

平成11年度-平成12年度科学研究費補助金（基盤研究（c）（2））

研究成果報告書

平成13年3月

研究代表者 佐藤秀一 金沢大学教育学部

# 多変数フーリエ積分に関する基礎的・応用的研究

課題番号 11640158

平成11年度-平成12年度科学研究費補助金（基盤研究（c）（2））

研究成果報告書

平成13年3月

研究代表者 佐藤秀一 金沢大学教育学部助教授

#### 研究組織

研究代表者： 佐藤秀一 金沢大学教育学部助教授

研究分担者： 勘甚裕一 金沢大学工学部教授

#### 研究経費

平成11年度 900 千円

平成12年度 800 千円

計 1700 千円

#### 研究発表

##### (I) 学会誌等

- (1) Shuichi Sato, Weighted weak type  $(1, 1)$  estimates for oscillatory singular integrals, *Studia Math.* 141 (2000), 1-24.
- (2) S. Sato, Weighted weak type  $(1, 1)$  estimates for oscillatory singular integrals with Dini kernels, *Bull. Fac. Ed. Kanazawa Univ. Natur. Sci.* 49 (2000), 1-22.
- (3) Shuichi Sato, Weak  $(1, 1)$  estimates for Littlewood-Paley functions with rough kernels, *Proceedings of the Second Congress ISAAC, Vol. 1*, 83-87, Kluwer Academic Publishers B. V. Netherland-U.S.A. 2000.
- (4) Dashan Fan and Shuichi Sato, Transference on certain multilinear multiplier operators, *J. Austral. Math. Soc. (Ser. A)* (to appear).
- (5) Dashan Fan and Shuichi Sato, Weak type  $(1, 1)$  estimates for Marcinkiewicz integrals with rough kernels, *Tohoku Math. J.* (to appear).
- (6) Chang-Pao Chen, Dashan Fan and Shuichi Sato, de Leeuw's theorem on Littlewood-Paley functions, *Nagoya Math. J.* (to appear).
- (7) Dashan Fan and Shuichi Sato, Remarks on Littlewood-Paley functions and singular integrals, preprint.
- (8) Yuichi Kanjin, On Hardy-type inequalities and Hankel transforms, *Monatsh. Math.* 127(1999), 311-319.
- (9) 勘甚裕一, LAGUERRE展開の調和解析—移植定理をめぐって—, *数理解析研究所講究録* 1162 巻 (2000), 43-52.
- (10) Yuichi Kanjin and Makoto Satake, Inequalities for discrete Hardy spaces, *Acta Math. Hungar.* 89(2000), 301-313.
- (11) Yuichi Kanjin and Kunio Sato, Paley's inequality for the Jacobi ex-

pansions, Bull. London Math. Soc. (to appear).

(12) Yuichi Kanjin, The Hausdorff operators on the real Hardy spaces  $H_p(\mathbb{R})$ , preprint.

(II) 口頭発表

(1) Shuichi Sato, Littlewood-Paley operators and singular integrals, Singular Integrals and Related Topics III, Osaka Kyoiku University, Kashiwara, Osaka 582-8582, Japan, January 28 (9:30–10:30), 2001.

(2) 佐藤秀一, Weighted weak type  $(1, 1)$  estimates for oscillatory singular integrals with Dini kernels, 実解析学とその周辺, 東北大学理学部, 2000年3月16日 (15:30–16:15).

(3) 佐藤秀一, On Littlewood-Paley functions with rough kernels, 調和解析セミナー, 湘南国際村センター, 1999年12月21日.

(4) Shuichi Sato, Weak  $(1, 1)$  estimates for Littlewood-Paley functions with rough kernels, The Second International ISAAC Congress, Fukuoka Institute of Technology, Fukuoka, Japan, August 19, 1999.

(5) 勘甚裕一, LAGUERRE展開の調和解析—移植定理をめぐって—, 京都大学数理解析研究所共同利用研究事業「調和解析学と非線形偏微分方程式」, 京都大学数理解析研究所, 1999年7月22日.

(6) 勘甚裕一, The sharp Hausdorff-Young inequality について, 実解析学サマーセミナー, 東京大学数理科学研究科, 1999年8月2日.

(7) 勘甚裕一, 離散ハーディー空間について, 実解析学とその周辺, 東北大学理学部, 2000年3月16日.

(8) 勘甚裕一, 佐藤邦夫, Paley's inequality for Jacobi expansions, 日本数学会秋季総合分科会一般講演, 京都大学総合人間学部, 2000年9月25日.

## 研究成果

- (1) 積分核に単位球面上で  $L \log L$  条件を仮定すると、これにより定義される Marcinkiewicz 関数がウィーク  $(1, 1)$  評価を満足することを示した。(共同研究者: Dashan Fan.)
- (2) 滑らかなカルデロン・ジグムント特異積分核から定義される振動特異積分作用素に対する  $A_1$  ウェイト付の  $L^1$  空間でのウィーク  $(1, 1)$  評価が証明された。
- (3) ある種のディニ条件を満足する特異積分核から定義される振動特異積分作用素に対する、仮定されているディニ条件に対応したウェイト付の  $L^1$  空間でのウィーク  $(1, 1)$  評価が証明された。
- (4)  $n$  次元ユークリッド空間とトーラス上の  $L^p$  空間, ハーディ空間に作用する多重線形作用素間のトランスファランス定理とその応用が示された。(共同研究者: Dashan Fan.)
- (5)  $n$  次元ユークリッド空間とトーラス上のリトルウッド・ペイリイ関数の  $L^p$  評価, 弱  $L^p$  評価,  $H^p - L^p$  評価,  $H^p$ -弱  $L^p$  評価等の評価間のトランスファランス定理とその応用が示された。(共同研究者: Chang-Pao Chen, Dashan Fan.)
- (6) 滑らかさの正則性のない積分核から定義される, 曲線に沿った Littlewood-Paley 関数とそれに関係した特異積分に対する  $L^p$  有界性を示した。ここで  $L^p$  は Lebesgue 測度に関して  $p$  乗可積分な可測関数のなす空間である。滑らかさの正則性のない積分核から定義される Littlewood-Paley 関数に対しては, (Muckenhoupt の) 重み付きの Lebesgue 測度に関する  $L^p$  空間上で, 積分核のサイズに関するある条件のもとでそれらの有界な写像性が証明されているのであるが, 重みのない通常の  $L^p$  空間上では上記の積分核に関する条件を弱めることができることが示され, さらに曲線に沿った Littlewood-Paley 関数とそれに関係した特異積分の場合に拡張できることが示された。積分核に関する条件は,  $1 < p < 2$  の場合と  $2 \leq p < \infty$  である場合とで異なったものとなり, 前者に対してより強い条件となる。これらはフーリエ変換の点ごとの評価を必要としないものであり, 従来の結果の改良となっている。この応用として, 曲線に沿った Marcinkiewicz 積分, 特異積分 (singular integrals associated to the surfaces of revolutions) の  $L^p$  有界性が示された。その際, 曲線に関係した 2 次元の maximal function に対する条件が仮定される。通常の Littlewood-Paley 関数とそれに関係した滑らかさの正則性のない斉次核から定義される Calderón-Zygmund 型特異積分に対する  $L^p$  有界性は曲

線に沿った Littlewood-Paley 関数とそれに関係した特異積分に対する結果の直接的な帰結として得られる. (共同研究者: Dashan Fan.)

以上は I-(1)-(7) で示された結果である. 次に I-(8)-(12) で得られた結果について報告する.

(7) フーリエ変換に対する, 古典的なハーディーの不等式を, ハンケル変換に対して示した. 証明には, 実ハーディー空間のアトムとモレキュールによる特徴付けを用いた.

(8) 離散ハーディー空間のモレキュールによる特徴付けを示した. また, それを用いて離散ハーディー空間に対する端数積分の定理とマルチンキーヴィッツのマルチプライヤー定理を得た.

(9) ハーディー空間に属する関数のフーリエ係数に関して成立つペーリーの不等式を, ヤコビ展開の係数に関して示した.

(19) ハウスドルフ作用素の有界性を, 指数  $p$  が 1 より小さい実ハーディー空間に対して, ある種の条件の下で示した. また, この系として, チェザロ作用素の有界性を,  $2/3 < p < 1$  の場合に得た.

以下に I, II からいくつかの論文を添付する.