

カツの転送作用素とシュレーディンガー半群との差のノルム評価に関する研究

著者	一瀬 孝
著者別表示	Ichinose Takashi
雑誌名	平成10(1998)年度 科学研究費補助金 基盤研究(B) 研究成果報告書
巻	1997-1998
ページ	12p.
発行年	1999-03-01
URL	http://doi.org/10.24517/00034851



カツツの転送作用素とシュレーディンガー半群
との差のノルム評価に関する研究

(課題番号 09440053)

平成9年度—平成10年度科学研究費補助金(基礎研究 B(2))

研 究 成 果 報 告 書

平成11年3月

金沢大学附属図書館



8000-73563-6

者 一 瀬 孝

(自然科学研究科 教授)

KAKEN
1998
80

カツの転送作用素とシュレーディンガー半群 との差のノルム評価に関する研究

(課題番号 09440053)

平成9年度－平成10年度科学研究費補助金（基盤研究 B（2））

研究成果報告書

平成11年3月

研究代表者 一瀬 孝

（金沢大学自然科学研究科 教授）

発行者寄贈

はしがき

本研究課題は, B.Helffer (1994-5) のカツツの転送作用素に関する仕事と Rogava (1993) の作用素ノルムに関するリー・トロッター積公式に関する仕事とその研究の動機であった。研究代表者・分担者の思想の根底には「スペクトル」という共通の水脈があり, この2年間シュレーディンガー作用素論との関連に基づいて研究を進めてきた。以下はその研究成果報告書である。

・研究組織

研究代表者： 一瀬 孝 (金沢大学自然科学研究科教授)
研究分担者： 高信 敏 (金沢大学理学部助教授)
田村 博志 (金沢大学理学部助教授)
林田 和也 (金沢大学自然科学研究科教授)
中尾慎太郎 (金沢大学理学部教授)
田村 英男 (岡山大学理学部教授)
谷島 賢二 (東京大学大学院数理科学研究科教授)
北原 晴夫 (金沢大学理学部教授)
藤曲 哲郎 (金沢大学理学部教授)
後藤 俊一 (金沢大学理学部助教授)
土谷 正明 (金沢大学工学部教授) *
勘甚 裕一 (金沢大学自然科学研究科教授) *
小栗栖 修 (金沢大学理学部助教授) **
梅 茗 (金沢大学自然科学研究科講師) **

注) *印は平成9年度のみの方担者, **印は平成10年度のみの方担者であることを示す。

・研究経費

平成 9年度	6 0 0 0千円
平成10年度	4 6 0 0千円
計	1 0 6 0 0千円

・研究発表

(1) 学会誌等

一瀬 孝 Takashi Ichinose

1. (with Satoshi Takanobu)

On the norm estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup, In: Differential Equations, Asymptotic Analysis, and Mathematical Physics, Mathematical Research No. 100, Akademie Verlag, 1997, 165–173

2. (with Satoshi Takanobu)
Estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup, Commun. Math. Phys., **186** (1997), 167–197
3. (with Atsushi Doumeki and Hideo Tamura)
Error bounds on exponential product formulas for Schrödinger operators, J. Math. Soc. Japan, **50** (1998), 359–377
4. (with Hideo Tamura)
Error bound in trace norm for Trotter–Kato product formula, Integr. Equat. Op. Theory, **27** (1997), 195–207
5. (with Satoshi Takanobu)
The norm estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup: A unified approach to the nonrelativistic and relativistic cases, Nagoya Math. J., **149** (1998), 51–81
6. (with Hideo Tamura)
Error bound in trace norm for Trotter–Kato product formula of Gibbs semigroups, Asymptotic Analysis, **17** (1998), 239–266
7. (with Hideo Tamura)
Error estimate in operator norm of exponential product formula of parabolic evolution equations, Osaka J. Math., **35** (1998), 751–770
8. (with Satoshi Takanobu)
The norm estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup II: Supplement to the relativistic case, Preprint

高信 敏 Satoshi Takanobu

1. (with Takashi Ichinose)
On the norm estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup, In: Differential Equations, Asymptotic Analysis, and Mathematical Physics, Mathematical Research No. 100, Akademie Verlag, 1997, 165–173
2. (with Takashi Ichinose)
Estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup, Commun. Math. Phys., **186** (1997), 167–197
3. *On the error estimate of the integral kernel for the Trotter product formula for Schrödinger operators*, Ann. Probab., **25** (1997), 1895–1952
4. (with Takashi Ichinose)
The norm estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup: A unified approach to the nonrelativistic and relativistic cases, Nagoya Math. J., **149** (1998), 51–81
5. *On the trace norm estimate of the Trotter product formula for Schrödinger operators*, Osaka J. Math., **35** (1998), 659–682
6. (with H. Sugita)

Limit theorems for symmetric statistics with respect to Weyl transformation: Disappearance of degeneracy, to appear in J. Math Kyoto Univ. (1999)

7. (with H. Sugita)

A limit theorem for Weyl transformation in infinite-dimensional torus and central limit theorem for correlated multiple Wiener integrals, Preprint

8. (with H. Sugita)

Robustness of quasi-Monte Carlo methods, Preprint

9. (with Takashi Ichinose)

The norm estimate of the difference between the Kac operator and the Schrödinger semigroup II: Supplement to the relativistic case, Preprint

田村 博志 Hiroshi Tamura

1. (with Kei-ichi Ito and T. Kugo)

Representations of $O(N)$ spin models by self-avoiding random walks, Commun. Math. Phys. **183** (1997), 723–737

2. (with Kei-ichi Ito)

Deviation of upper bounds of critical temperature of two-dimensional $O(N)$ spin models, Lett. Math. Phys. **44** (1998), 339–348

3. (with Kei-ichi Ito)

N dependence of upper bounds of critical temperatures of 2D $O(N)$ spin models, to appear in Commun. Math. Phys.

4. *A remark on operator-norm convergence of Trotter–Kato product formula*, submitted to Integr. Equ. Oper. Theory

林田 和也 Kazuya Hayasida

1. *Barenblatt solution and spherically symmetric solutions of the porous media equation*, Applicable Analysis **69** (1997), 387–404

2. (with K. Wada)

On the regularity property for solutions of the equation of linear elastostatics with discontinuous boundary condition, to appear in Jpn. J. Indust. Appl. Math.

田村 英男 Hideo Tamura

1. *Semi-classical bounds on scattering cross sections in two dimensional magnetic fields*, Nagoya Math. J., **147** (1997), 25–61

2. (with Takashi Ichinose)

Error estimate in operator norm for Trotter–Kato product formula, Integral Equations Operator Theory, **27** (1997), 195–207

3. (with Atsushi Doumeki and Takashi Ichinose)
Error bounds on exponential product formulas for Schrödinger operators, J. Math. Soc. Japan, 50 (1998), 359–377
4. (with Takashi Ichinose)
Error bound in trace norm for Trotter–Kato product formula of Gibbs semigroups, Asymptotic Analysis, 17 (1998), 239–266
5. (with Takashi Ichinose)
Error estimate in operator norm of exponential product formula for propagators of parabolic equations, Osaka Math. J., 35 (1998), 751–770
6. (with Akira Iwatsuka)
Asymptotic distribution of negative eigenvalues for two dimensional Pauli operators with spherically symmetric magnetic fields, Tsukuba J. Math., 22 (1998), 281–303
7. (with Akira Iwatsuka)
Asymptotic distribution of eigenvalues for Pauli operators with nonconstant magnetic fields, Duke Math. J, 93 (1998), 535–574
8. (with Akira Iwatsuka) *Asymptotic distribution of negative eigenvalues for two-dimensional Pauli operators with nonconstant magnetic fields*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble), 48 (1998), 479–515
9. *Magnetic scattering at low energy in two dimensions*, 偏微分方程式の解の構造の研究, 数理解析研究所講究録, 1056 (1998), 68–74

谷島 賢二 Kenji Yajima

1. (with L. Kapitanski and I. Rodnianski)
On the fundamental solution of a perturbed harmonic oscillator, Topological Methods in Non-linear Analysis, 9 (1997), 77–106
2. *Boundedness and continuity of the fundamental solution of time-dependent Schrödinger equation with singular potentials*, to appear in Tohoku Math. J.
3. *On fundamental solution of time dependent Schrödinger equations*, AMS Contemporary Math., 217 (1998), 49–68

土谷 正明 Masaaki Tsuchiya

1. (with Y. Ogura and M. Tomisaki)
Superposition of diffusion processes – Feller property – Trends in Probability and Related Analysis (SPA 1998), submitted

勘甚 裕一 Yuichi Kanjin

1. *Hardy's inequalities for Hermite and Laguerre expansions*, Bull. London Math. Soc., 29 (1997), 331–337

小栗栖 修 Osamu Ogurisu

1. (with Masao Hirokawa)
Ground state of a spin-1/2 charged particle in a two-dimensional magnetic field,
Preprint

梅 茗 Ming Mei

1. *Stability of traveling wave solutions for nonconvex equations of barotropic viscous gas*,
Osaka J. Math., **34** (1997), 303–318
2. (with Akitaka Matsumura)
Nonlinear stability of viscous shock profile for a non-convex system of viscoelasticity,
Osaka J. Math., **34** (1997), 589–603
3. (with I-L. Chern)
*Asymptotic stability of critical viscous shock waves for a degenerate hyperbolic viscous
conservation laws*, Comm. Partial Differential Equations, **23** (1998), 869–886
4. (with Akitaka Matsumura)
*Convergence to travelling fronts of solutions of the p-system with viscosity in the
presence of a boundary*, Arch. Rational Mech. Anal. (1999), in press

(2) 口頭発表

一瀬 孝 Takashi Ichinose

1. (with Satoshi Takanobu and Hideo Tamura) Norm convergence of the Trotter product
formula for Schrödinger operators, The XIIth International Congress of Mathematical
Physics, Brisbane/Australia (1997年7月19日)
2. Estimate on the Kac transfer operator with applications, 第22回札幌偏微分方程式
論シンポジウム, 北海道大学 (1997年8月1日)
3. Norm estimate for Kac's transfer operator with applications to the Lie-Trotter prod-
uct formula, The Second Jagna Workshop "Mathematical Methods of Quantum
Physics" (*In celebration of the 65th birthday of Professor Hiroshi Ezawa*), Jagna/
Philippines (1998年1月5日)
4. Norm estimate for Kac's transfer operator with applications, The Fifth Korea-Japan
PDE Conference, 九州大学 (1998年2月4日)
5. Kacの転送作用素をめぐって, 加藤義夫先生退官・松沢忠人先生還暦記念研究集会,
名古屋大学多元数理科学研究科 (1998年6月6日)
6. Norm convergence for Kac's transfer operator with applications to the Lie-Trotter
product formula, Seminar at Department of Mathematics, Czech Technical Univer-
sity, Prague/Czech (1998年7月21日)

7. Error bound estimates for Kac's transfer operator and the Lie-Trotter product formula, 研究集会 "Spectral Theory and Stochastic Analysis", Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Oberwolfach /Germany (1998年7月31日)
8. Error bound estimates for Kac's transfer operator and the Lie-Trotter product formula, Seminar at CPT-CNRS-Luminy, Marseille/France (1998年8月5日)
9. 作用素ノルムの Lie-Trotter-Kato 積公式とその周辺, Seminar 神戸大学理学部数学教室 (1998年11月18日)
10. (with 高信 敏) Norm estimates for Kac's transfer operator and the Lie-Trotter product formula in norm, 研究集会 "Recent Progress in Stochastic Analysis", 金沢大学理学部 (1999年3月4日)

高信 敏 Satoshi Takanobu

1. Trotter product formula for Schrödinger operators, 研究集会 "Stochastic Analysis and Geometry", 九州大学 (1997年9月4日)
2. 無限次元トーラス上のワイル変換に関する従属性消滅定理, 研究集会「確率論における極限定理に関する研究」, 統計数理研究所 (1999年1月26日)

田村 博志 Hiroshi Tamura

1. Trotter-加藤の積公式のノルム収束の早さについて, 研究集会 "Recent Progress in Stochastic Analysis", 金沢大学理学部 (1999年3月4日)

田村 英男 Hideo Tamura

1. (with Akira Iwatsuka) Asymptotic distribution of negative eigenvalues for two-dimensional Pauli operators with nonconstant magnetic fields, 研究集会「スペクトル・散乱理論とその周辺」, 京都大学数理解析研究所 (1997年12月)
2. 磁場による散乱について, 研究集会「微分方程式の総合的研究」, 大阪大学 (1997年12月)
3. 低エネルギー領域での2次元磁場散乱について, 研究集会「偏微分方程式の解の構造の研究」, 京都大学数理解析研究所 (1998年4月)
4. 指数積公式の作用素ノルム収束について, 日本数学会中国四国支部会 特別講演, 香川大学 (1999年1月)

谷島 賢二 Kenji Yajima

1. The L^p -continuity of wave operators for Schrödinger operators and its applications, Fourth Korea-Japan Conference on Partial Differential Equations, Daejon/Korea (1996年12月)

2. On the fundamental solution of the time dependent Schrödinger equations, International Conference on Differential Equation and Mathematical Physics, Georgia Tech., Atlanta/USA (1997年3月)
3. On the fundamental solution of the time dependent Schrödinger equations, International Work-shop "External Problems in Quantum Mechanics", Mathematical Research Center, Aarhus Univ., Aarhus/Denmark (1997年8月)
4. シュレーディンガー方程式の基本解について, 「微分方程式の総合的研究」シンポジウム, 大阪大学 (1997年12月)
5. シュレーディンガー方程式の基本解について, 研究集会「偏微分方程式と調和解析」, 東北大学 (1998年1月)

・研究成果

本研究課題「カッツの転送作用素とシュレーディンガー半群との差のノルム評価に関する研究」は, 偏微分方程式論としてのシュレーディンガー作用素論, 及び統計力学の格子模型との双方にかかわっている. 主に以下の4つのテーマを取り扱った.

- (1) カッツ (Kac) の転送作用素に関する作用素ノルム評価
- (2) 作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式
- (3) 統計力学の格子模型
- (4) その他の関連する研究

(1) $H = H_0 + V \equiv -\frac{1}{2}\Delta + V(x)$ を下に有界なポテンシャル $V(x)$ (従って一般性を失うことなく, $V(x) \geq 1$ と仮定してよい) を持つ Schrödinger 作用素とする. このとき, $K(t) = e^{-tV/2}e^{-tH_0}e^{-tV/2}$ をカッツの転送作用素と呼ぼう. これは, Mark Kac が 1966 Brandeis Lecture で扱った統計力学のある格子模型の転送作用素とみなせる作用素である.

B. Helffer (1994-5) は, 擬微分作用素カルキュラスを用いて, 関数 $V(x)$ が C^∞ 関数であって2階以上の導関数が有界であるとき, 小さい $t > 0$ に対して, カッツの転送作用素 $K(t)$ とシュレーディンガー半群 e^{-tH} との差の L^2 作用素ノルム評価

$$\|K(t) - e^{-tH}\|_2 = O(t^2), \quad t \downarrow 0$$

を証明した.

一瀬は, 高信敏との共著論文 (Commun. Math. Phys. 1997) において, Feynman-Kac 公式を用いる確率論的方法により, $V(x)$ がもっと一般の関数のときに, 例えば, $|x|$ の正数ベキ ρ で増大する連続であれば余り滑らかでなくてもよい関数のときにも, この差の小さい $t > 0$ に対する L^p 作用素ノルム評価 $O(t^{1+a})$, $a = 2/\rho$, を証明することができた. この結果はもちろん Helffer の結果 ($\rho = 2$) を拡張している. また, H_0 を有界な磁場を持つ Schrödinger 作用素 $H_0(A) \equiv \frac{1}{2}(-i\nabla - A(x))^2$ に置きかえても同様な評価を得た.

他方では, 一瀬は田村英男 (岡山大) と共に (J. Math. Soc. Japan 1998, Asymptotic Analysis 1998), 一部, 百目鬼敦も加わり, 作用素論的方法で L^2 作用素ノルムでほぼ同様の結果を証明した.

更に、一瀬は高信敏と共に (Nagoya Math. J. 1998), H_0 が相対論的 Schrödinger 作用素 $H_0^* \equiv \sqrt{-\Delta + 1} - 1$ の場合にも、確率論的方法により L^p 作用素ノルム評価を証明した。また、高信敏と共に、 H_0 が相対論的な場合を含む更に一般の Lévy 過程に付随した作用素である場合へ拡張する論文を準備中である。

(2) 非有界作用素に関する Lie-Trotter 積公式はふつう Hilbert/Banach 空間の強位相で収束するものであったが、実はあるがあるかなり一般の状況で作用素ノルムでも収束することが極く最近分かった。

先ず、Schrödinger 作用素に対する作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式に関して、(1) の結果の応用の 1 つとして、一瀬は高信敏との共著論文 (Commun. Math. Phys. 1997, Nagoya Math. J. 1998) において、非相対論的・相対論的作用素 Schrödinger 作用素に対して、確率論的方法で、 L^p 作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式を誤差評価も込めて証明した。他方では、一瀬は田村英男 (岡山大) と共に (J. Math. Soc. Japan 1998, Asymptotic Analysis 1998), 一部、百目鬼敦も加わり、作用素論的方法で、非相対論的作用素 Schrödinger 作用素に対して、作用素ノルム及び更にトレースノルムでの Lie-Trotter 積公式を同じく誤差評価も込めて証明した。

高信敏も、この結果に刺激されて、確率論的方法により (Osaka J. Math. 1998), トレースノルムでの Lie-Trotter 積公式を同じく誤差評価も込めて証明した。

次に、Hilbert 空間上の一般の 2 つの下に有界な自己共役作用素 A, B に対する作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式に関しては、その最初の結果は次の Rogava (1993) によるものである： A, B が共に非負の自己共役作用素で、 A の定義域が B の定義域に含まれ、 $C \equiv A + B$ も自己共役であるとき、

$$\begin{aligned} \|(e^{-tB/n} e^{-tA/n})^n - e^{-tC}\| &= O(n^{-1/2} \log n), \quad n \rightarrow \infty, \\ \|(e^{-tA/2n} e^{-tB/n} e^{-tA/2n})^n - e^{-tC}\| &= O(n^{-1/2} \log n), \quad n \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

一瀬は、田村英男と共に、論文 (Integr. Equat. Op. Theory 1997) を経て、論文 (Osaka J. Math. 1998) において、 A^α ($0 < \alpha < 1$) の定義域が B の定義域に含まれるという Rogava より強い条件のもとではあるが、作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式に関して Rogava より良い誤差評価 $O(n^{-1} \log n)$ を証明した。

最近 Neidhardt-Zagrebno は我々の論文 (Integr. Equat. Op. Theory 1997) に刺激されてその Preprint において、 B が A -有界でその相対上界が 1 より小さいときに、我々と同じ評価を証明し、競合している。ただ、一瀬・田村英男の結果では、作用素 A, B が時間 t 依存でもよいという一般性の長所がある。

田村博志は、最近の Preprint において、最近の Neidhardt-Zagrebno の作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式に関する結果の 1 つが最良の誤差評価を与えていることを注意した。これによって、例えば、 B が A に関して 2 次形式有界でその相対上界が 1 より小さいときには、作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式は必ずしも成立しないことを示したことになる。

今後の問題として、一般の 2 つの非有界自己共役作用素に対する作用素ノルムでの Lie-Trotter 積公式は、一体どのような時まで一般に成り立つであろうかが残る。この問題は、田村英男、H. Neidhardt (ドイツ), V. Zagrebno (フランス) とともに討議中である。

(3) 一瀬, 高信, 田村英男, 百目鬼敦による (1) で述べた結果のもう 1 つの応用として, カッツの転送作用素 $K(t)$ の第 1 固有値 $\mu_1(t)$ の漸近的縮退, または, 第 2 固有値 $\mu_2(t)$ との比の評価として, $\mu_2(t)/\mu_1(t) = 1 - (\lambda_2 - \lambda_1)t + O(t^{1+\alpha}), t \downarrow 0$, が得られる. ただし, λ_1, λ_2 は Schrödinger 作用素 H の第 1, 第 2 固有値である. また, パラメータ t は, t^{-1} が 1 つのスピンの相互作用するスピン達の実効個数を意味している. カッツの転送作用素 $K(t)$ の第 1 固有値 $\mu_1(t)$ が漸近的縮退するかどうかは, 対応する統計力学のカッツ模型に相転移があるかどうかにかかわっているのでこのような評価は大変重要なのである.

田村博志は, 伊東恵一と共に (Commun. Math. Phys. 1997, Lett. Math. Phys. 1998, Commun. Math. Phys. 1999(to appear)), スピン系の古典統計力学における random walk やクラスター展開等の方法を改良しつつ用いることによって, N -vector models の臨界温度の上からの良い評価を得た. Fröhlich, Spencer, Sokal 等の結果を大変良く拡張したものである.

(4) 谷島賢二 (東大数理) は, 時間依存型 Schrödinger 方程式の基本解の滑らかさ・特異性と有界性に関する研究を行い, ポテンシャル $V(x)$ が滑らかな場合は基本解の滑らかさは $V(x)$ の無限遠方での増大度に依存することを調べ, 特に, $|V(x)| = o(|x|^2)$ なら基本解は滑らかで有界であり, また $V(x) \geq C|x|^{2+\epsilon}, \epsilon > 0$, なら至る所滑らかでないこと, 更に, 基本解が有界連続となる滑らかでない $V(x)$ のあるクラスを定めた. また, ここに (1) の研究において, Schrödinger 作用素論に関して谷島氏との討議は大変有益であったことを特記する.

小栗栖修は, 廣川真男 (岡山大) と共に, 非有界領域上の量子力学の数学的問題として, 2次元磁場中のスピン 1/2 の荷電粒子の基底状態について研究し, 論文を投稿中である.

中尾慎太郎, 土谷正明, 藤曲哲郎は確率解析の観点から, (1) の研究をサポートした. 北原晴夫, 勘甚裕一は, (1) の研究に, それぞれ, 幾何学的, 実解析的観点から討議に加わった. 林田和也, 後藤俊一, 梅茗はそれぞれ個別的な非線形偏微分方程式を研究すると共に, (1), (2) の問題の非線形版を目下検討中である.

以上のように, 本研究は相当の成果を上げてきたとともに, 更に今後の新しい研究の萌芽も得られたように思われる. 更に研究代表者は, 本研究課題, 並びに, 今後の研究課題ともかかわる経路積分とその関連する問題について共同研究のため, B. Jefferies 氏 (Univ. of New South Wales, Australia) を平成 9 年 3 月に招聘した. また Schrödinger 作用素論に関する情報収集と意見交換のために, 来日中だった P. Exner 氏 (Czech Academy of Science) を平成 9 年 8 月と平成 11 年 3 月に, P. Šťovíček 氏 (Czech Technical Univ.) を平成 10 年 11 月に, 金沢に招いて討議した. また, 平成 10 年 11 月, 研究分担者谷島賢二氏 (東大数理) の Schrödinger 方程式の研究のため, I. Herbst 氏 (Univ. of Virginia, USA) の招聘を一部サポートした. 平成 11 年 3 月, M. Demuth 氏 (クラウスタール工科大学, ドイツ) をカッツの転送作用素に関する討議とレビューを受けるために金沢に招聘した. また情報収集, レビューを受けるためのみならず, それと併せて研究成果の発表などのために国内外の各地へでかけたが, 口頭発表にその記録がある. 特に, 平成 9 年 7 月第 12 回国際数理物理学学会議, 平成 10 年 1 月第 2 回 Jagna International Workshop 'Mathematical Methods of Quantum Physics', 平成 11 年 6 月レズーシュ物理学校 'Quantum Field Theory'

(Les Houches, France; オーガナイザー: C.Dewitt-Morette, J.B.Zuber) へ, 本研究費から一部サポートを受けて出張した. ここに感謝の意を表したい.

最後に, 本研究課題の成果の概要を記した The Second Jagna Workshop “Mathematical Methods of Quantum Physics”, Jagna/Philippines, 1998年1月4日-6日, での研究代表者一瀬の講演原稿

【1】 Norm estimate for Kac’s transfer operator with applications to the Lie-Trotter product formula …… 11-20 頁

及び, 本科学研究費によって研究代表者が金沢大学で開催した本研究課題に関連した話題についての2つの研究集会:

【2】 Issues from Quantum Field Theory, Statistical Mechanics and Related Fields (平成10年3月5日-7日) …… 21-90 頁

【3】 Issues from Mathematical Methods in Quantum Physics (平成11年3月10日) …… 91-136 頁

における各プログラムと全講演アブストラクトを添付する.