

# MonopoleとLattice QCDの有限温度非閉じ込め相転移

著者	江尻 信司
雑誌名	博士学位論文要旨 論文内容の要旨および論文審査結果の要旨 / 金沢大学大学院自然科学研究科
巻	平成8年6月
ページ	61-66
発行年	1996-06-01
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2297/16005">http://hdl.handle.net/2297/16005</a>

氏名	江尻信司
生年月日	
本籍	愛知県
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第162号
学位授与の日付	平成8年3月25日
学位授与の要件	課程博士(学位規則第4条第1項)
学位授与の題目	Monopole と Lattice QCD の有限温度非閉じ込め相転移 (Monopole and Finite Temperature Deconfining Transition of lattice QCD)
論文審査委員	(主査) 鈴木恒雄 (副査) 青木健一, 久保治輔 松原克己, 田村博志

## 学位論文要旨

We investigated a role of monopole currents in the finite temperature QCD, using Monte-Carlo simulation of lattice QCD. The essential features of color confinement can be well reproduced by monopole alone. The deconfining transition can be understood by the dynamics of the monopole.

我々は、QCDにおけるクォークの閉じ込め機構が、monopoleの凝縮による、Dual Meissner 効果として理解できるかどうかを、Lattice QCD の Monte-Carlo simulation によって確かめるといった研究をつづけています。ここでは、pure QCD の有限温度閉じ込め・非閉じ込め相転移における、monopole の役割について述べることにします。

### 1 方法

我々は、't Hooft の提唱した、abelian projection という方法に着目しています[1, 2]。abelian projection によって、QCD を電磁気学的に理解でき、また、monopole が含まれることになるからです。我々の方法は、以下のようなものです。

(1) Lattice QCD の Monte-Carlo simulation によって、リンク場(ゲージ場)の configuration  $\{U_\mu(s)\}$  を発生させます。

(2) abelian projection によって、U(1)理論を抜き出します。まず、SU(N)のゲージ対称性を、 $[U(1)]^{N-1}$ のゲージ対称性を残して、部分的なゲージ固定をします。つぎに、そのゲージ固定したSU(N)のリンク場から、U(1)の変換性をもつリンク場(abelian link field)  $\{u_\mu(s)\}$  を抜き出します。SU(2)の場合、

$$U_\mu(s) = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - |c_\mu(s)|^2} & -c_\mu^*(s) \\ c_\mu(s) & \sqrt{1 - |c_\mu(s)|^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\theta_\mu(s)} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_\mu(s)} \end{pmatrix} = C_\mu(s)u_\mu(s) \quad (1)$$

といったように分離します。ここで、 $\theta_\mu(s)$  は、abelian のゲージ場にあたるものです。また、 $c_\mu(s)$

を complex matter field とよびます。

(3) monopole current  $k_\mu(s)$  を、DeGrand-Toussaint [3] にしたがって、以下のように定義します。

$$k_\mu(s) = (1/4\pi)\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\partial_\alpha\bar{\Theta}_{\beta\gamma}(s) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{\mu\nu}(s) &= \partial_\mu\theta_\nu(s) - \partial_\nu\theta_\mu(s) = \bar{\Theta}_{\mu\nu}(s) + 2\pi n_{\mu\nu}(s) \\ &(-\pi < \bar{\Theta}_{\mu\nu} \leq \pi, \quad n_{\mu\nu} : \text{integer}) \end{aligned} \quad (3)$$

$\bar{\Theta}_{\mu\nu}$  は abelian の field strength にあたるものです。また、 $n_{\mu\nu}(s) = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}n_{\rho\sigma}(s)$  は、 $k_\mu(s) = \partial_\nu n_{\nu\mu}(s)$  といった関係式をみたすので、Dirac string とよぶことにします。

(4) そこで、まず、abelian 成分だけで閉じ込めを議論することができるかどうかを調べるために、閉じ込めに関する基本的な性質が、abelian link field だけで書かれた物理量で再現できるかということを確認めます。さらに、この abelian の物理量は、monopole からの寄与と、photon からの寄与とに分離することができ、それを別々に測ることによって、monopole がその物理量にどう寄与するのかを調べることができます。こうして monopole の寄与だけで、閉じ込めが理解できるかどうかを調べます。また、有限温度相転移において、monopole の configuration がどう変化するかも調べるすることができます。

abelian projection における部分ゲージ固定の方法は無限にあります。今までの、我々の結果は、そのゲージのとり方によって違っています。その違いをどう解釈するかは重要な問題ですが、ここでは我々の得られた結果を、ゲージごとに述べることにします。

## 2 相転移における monopole のダイナミクス

maximally abelian gauge (MA gauge) をとったときの有限温度 SU(2) pure QCD において、monopole の configuration が各温度でどのようになっているかが調べられました [4]。MA gauge というゲージはリンク場の対角成分を最大にするようなゲージです。そこで得られた結果は以下のようなものです。

閉じ込め相では、一本の長い monopole loop といくつかの短い monopole loop があり、その違いははっきりしている。そして、その長い monopole loop は空間全体に様に広がっている。温度が高くなるにつれて、その長い loop の長さは短くなり、相転移点で loop が空間全体に広がっていらなくなり、一様性が破れる。非閉じ込め相では、区別できるような長い monopole loop は無くなり、短い loop ばかりになる。

MA gauge 以外のゲージでは、MA gauge にくらべ monopole current の数が非常に多く、同様の議論はできていません。また、相転移点における monopole の configuration の変化も直接 configuration を見る限りでは、はっきりしていません。

## 3 String Tension

閉じ込めに関して最も重要な量である、string tension への monopole からの寄与について述べます [5]。string tension は、通常、時間方向と空間方向に広がった Wilson loop の面積則を示す部分の係数として計算されます。

ここで、abelian Wilson loop とよばれる量に着目します。これは普通の Wilson loop の、SU(N) のリンク場のところを abelian link field に置き換えたものです。この abelian Wilson loop は monopole からの寄与と photon からの寄与とに分離することができます。W は abelian Wilson

loop で、 $W_1$  はその photon からの寄与で、 $W_2$  は monopole からの寄与です。

$$W = \exp\{i \sum \theta_\mu(s) J_\mu(s)\} \quad (4)$$

$$= W_1 \cdot W_2 \quad (5)$$

$$W_1 = \exp\{-i \sum \partial'_\mu \bar{\Theta}_{\mu\nu}(s) D(s-s') J_\nu(s')\} \quad (6)$$

$$W_2 = \exp\{2\pi i \sum k_\beta(s) D(s-s') \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} \partial_\alpha M_{\rho\sigma}(s')\} \quad (7)$$

ここで、 $D(s-s')$  は lattice Coulomb propagator で、 $\partial'_\mu \partial_\mu D(s) = -\delta_{s,0}$  をみたす量です。 $J_\mu(s)$  は Wilson loop をつくる external current、 $M_{\mu\nu}(s)$  は Wilson loop を境界とした面のうえで  $\pm 1$  をとり、 $J_\nu(s) = \partial'_\mu M_{\mu\nu}(s)$  をみたすような反対称な量です。

abelian Wilson loop から、その monopole の寄与から、photon の寄与からの string tension をそれぞれ Monte-Carlo simulation で測定したところ、MA gauge をとったとき、abelian のものでほぼもとの string tension が再現され、さらに、monopole の寄与だけでもとの string tension が再現されるという結果が得られています。また、前節で述べた長い monopole loop だけが string tension をつくっていることがわかりました。このことにより、string tension が相転移点で 0 になることと相転移で長い monopole loop が無くなることとが対応していることがわかります [5]。

有限温度系では、polyakov loop の correlation によっても string tension を得ることができます。そこで、Polyakov gauge という Polyakov loop を対角化するゲージをとったときでも、ほぼ monopole だけで string tension が再現されることがわかりました [6]。

## 4 Spatial String Tension

高温相でも残る非摂動効果として知られている spatial string tension と monopole の関係について考えます[7]。spatial string tension という量は空間方向のリンク場のみからなる Wilson loop によって得られる string tension です。温度が高くなり相転移点に近づくと、物理的な string tension は小さくなり、相転移点で 0 になります。しかし、spatial string tension は、非閉じ込め相でも 0 にならないで有限のまま残ります。少なくとも定性的には dimensional reduction [8] によってこのことは説明できます。十分高温では、4次元 QCD が Higgs 場を含んだ 3次元の QCD とみなせるといわれています。この 3次元の有効理論は閉じ込めの性質を持っています。この有効理論での string tension は spatial string tension とみなせるので、spatial string tension は高温でも 0 でないというように理解できます。さて、Higgs 場のある 3次元の SU(2)格子ゲージ理論が Higgs 相にあるとき、閉じ込めは monopole ガスで解析的に証明できるということが Polyakov によって示されています [9]。そのため、monopole の spatial string tension への寄与を調べました。結果は、非閉じ込め相で、monopole からのものがもとのものより少し小さいのですが、だいたい再現していて、さらに、時間方向の周期境界条件でからまった monopole loop の寄与だけでもとの spatial string tension がほぼ再現されるというものでした。ちょうどこのような monopole loop は、3次元有効理論での monopole ガスとみなせるので、spatial string tension が 3次元での monopole ガスと深い関係があるということがわかりました。最近、dimensional reduction された有効理論は、Higgs 相ではないという報告がなされています [10]。このこととの兼ね合いはまだよくわかっていません。

## 5 Polyakov Loop

有限温度相転移のオーダーパラメーターとして知られる Polyakov loop を考えます。ここで

も、SU(2)のリンク場を、abelian のものに置き換えた abelian Polyakov loop に着目し、それを photon からの寄与と monopole からの寄与とに分けます。

$$P = \exp\left\{i \sum_{i=1}^{N_4} \theta_4(s + (i-1)\hat{4})\right\} = P_1 \cdot P_2 \quad (8)$$

$$P_1 = \exp\left\{-i \sum_{i=1}^{N_4} \sum_{s'} D(s + (i-1)\hat{4} - s') \partial'_\nu \bar{\Theta}_{\nu 4}(s')\right\} \quad (9)$$

$$P_2 = \exp\left\{-2\pi i \sum_{i=1}^{N_4} \sum_{s'} D(s + (i-1)\hat{4} - s') \partial'_\nu n_{\nu 4}(s')\right\} \quad (10)$$

ここで、 $\langle P \rangle$  は abelian Polyakov loop、 $\langle P_1 \rangle$  はその photon からの寄与、 $\langle P_2 \rangle$  は monopole または Dirac string からの寄与です。Monte-Carlo simulation で、それらを別々に測定したところ、閉じ込め相で Polyakov loop を 0 にするのは monopole だけの寄与であることがわかりました [11]。この結果は、MA gauge だけではなく、その他のゲージ、(  $F_{12}$  gauge, Polyakov gauge, no gauge fixing ) でも得られています。monopole の寄与だけが Polyakov loop を 0 にしたり 0 でない値にしたりするという事は、相転移点における monopole の configuration の変化が閉じ込め・非閉じ込めを決めていることを意味しています。そこで、どのような configuration のとき Polyakov loop が 0 で、どのようなときに 0 でないかを考えます [6]。

monopole からの Polyakov loop の時間方向を積分して、3次元空間に射影して考えられるようにすると、

$$\langle P_2 \rangle = \left\langle \exp\left\{-2\pi i \sum_{\vec{s}'} \partial'_i D_3(\vec{s} - \vec{s}') \frac{1}{2} \epsilon_{ijk4} \tilde{n}_{jk}(\vec{s}')\right\}\right\rangle \quad (11)$$

と書けます。ここで、 $D_3(\vec{s})$  は3次元の lattice Coulomb propagator、 $\tilde{n}_{\mu\nu}(\vec{s}) \equiv \sum_{s_4} \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} n_{\rho\sigma}(\vec{s}, s_4)$  は Dirac string を 3次元空間に射影したものです。この式は、Polyakov loop のある点から見た、monopole loop のつくる向きづけられた立体角  $\Omega$  といったものを導入すると、

$$\langle P_2 \rangle = \langle \exp(2\pi i \Omega / 4\pi) \rangle \quad (12)$$

と書きなおせます。

この立体角という見方と、MA gauge で調べられた monopole の configuration とを対応させると、Polyakov loop のふるまいに関してだいたい次のような説明ができます。閉じ込め相では、長い monopole loop が一様に広がっています。そうすると、この立体角はランダムな値をとります。それで、各 configuration の各点各点で Polyakov loop の値は-1 から 1 までのランダムな値をとり、Polyakov loop の期待値は 0 になります。温度が高くなって、相転移点になると loop の一様性が壊れます。そうして、monopole のないところができると、その付近では、立体角が 0 をとることが多くなり、各 configuration の各点での Polyakov loop は 1 に近い値をとることが多くなります。こうして、非閉じ込め相では Polyakov loop の期待値は 0 でない値になるといった説明が、MA gauge ではできそうです。

実際に、立体角のヒストグラムを調べてみたところ、閉じ込め相ではフラットで、非閉じ込め相では、0 の付近にクリアなピークがあることがわかりました。また、Polyakov loop の相転移での変化はいろいろなゲージで示されています。このことは MA gauge で Polyakov loop を変化させていると考えられる長い monopole loop の一様性の破れが他のゲージでも起こっていることを期待させます。結果は、MA gauge ほどクリアな変化はしなかったものの、期待される MA gauge と同様の变化を示すといったものでした。このことは、MA gauge 以外のいろいろなゲージでも、monopole loop の一様性の破れることが Polyakov loop を変化させる原因になっていることを示唆しています。

## 参考文献

- [1] G. 'tHooft, Nucl. Phys. **B190** (1981) 455.
- [2] A.S. Kronfeld et al., Phys. Lett. **B198** (1987) 516; A.S. Kronfeld et al., Nucl.Phys. **B293** (1987) 461.
- [3] T.A. DeGrand and D. Toussaint, Phys. Rev. **D22** (1980) 2478.
- [4] S. Kitahara et al., Prog. Theor. Phys. **93** (1995) 1.
- [5] S. Ejiri et al., Phys. Lett. **B343** (1995) 304.
- [6] S. Ejiri et al., Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.) **47** (1996) 322.
- [7] S. Ejiri Phys. Lett. **B376** (1996) 163.
- [8] T. Appelquist and R.D. Pisarski, Phys. Rev. **D23** (1981) 2305.
- [9] A.M. Polyakov, Nucl. Phys. **B120** (1977) 429.
- [10] L. Kärkkäinen et al., Nucl. Phys. **B418** (1994) 3.
- [11] T. Suzuki et al., Phys. Lett. **B347** (1995) 375.

## 学位論文の審査結果の要旨

本審査委員会は、審査の結果、上記学位論文に関して以下のように判定した。

本論文は、素粒子物理学における最大の未解決問題の一つである有限温度での QCD における閉じ込め-非閉じ込め相転移の機構をモンテ・カルロ法を使った計算機シミュレーションで研究した結果を記述している。QCD において、可換部分群のみを残すアーベリアン射影と呼ばれるゲージ固定を行うと、QCD がモノポールを含む可換ゲージ理論とみなせる。彼のグループはこの相転移がモノポールの凝縮によって説明されるという立場で研究してきている。これまで 1) 最大可換ゲージとよばれるゲージでアーベリアン射影後、可換ゲージ場のみでクォークの閉じ込め現象として知られている特徴が大変にきれいに再現できること。2) 更にモノポールのみで閉じ込めの特徴的な量が再現できること。3) 閉じ込めを記述する有効モノポール作用がもとまり、ゼロ温度系で無限大体積のもとでは、QCD はモノポール凝縮相にあることなど興味ある結果を導いている。

この論文では、有限温度での相転移が、同様にモノポール凝縮で説明されるというたいへん興味のある結果を示している。1) 有限温度系で、閉じ込めを示す基本的な量である弦定数の大きさと温度変化がアーベリアン成分のみ、モノポール成分のみの寄与で再現されること。2) 閉じ込め相では、空間全体に一様に分布する長いモノポールが存在することが特徴的であるが、弦定数の値と温度変化は、まさにこの長いループのみで説明されること。3) 有限温度相転移の秩序パラメーターといわれるポリアコフループに関しても同様に、アーベリアン成分のみ、モノポール成分のみの寄与で再現されること。4) ポリアコフループへのモノポールの寄与とモノポールの空間での存在形態との関連を SU(2), SU(3) QCD の両方で解明し、特に SU(3) QCD の場合の Z(3)対称性の回復という通常の解釈が、周期境界条件という特殊な境界条件の採用からくる見かけ上のものであることを示した。5) 非閉じ込め相でも、空間的弦定数という非摂動的効果が残っており、それが温度方向に巻き付いたモノポールによって理解されることなどが新しい発見である。

これらの発見の内、2), 4), 5) は特に彼が中心的にまたは単独で行ったものであり、1994年10月ビーレフェルト、1995年7月メルボルンと国際会議で発表している。更に、本論文は、参考論文や副論文の内容を中心に、関連する他の研究のレビューを含めてたいへん良く書かれている。

以上の点から委員会は本論文が博士論文として値すると結論した。