

# パラメータ領域における等ピッチスパイラルパスの高速生成

著者	高杉 敬吾, 浅川 直紀
著者別表示	Takasugi Keigo, Asakawa Naoki
雑誌名	精密工学会学術講演会講演論文集
巻	2016 Autumn
号	H69
ページ	455-456
発行年	2016
URL	<a href="http://doi.org/10.24517/00050032">http://doi.org/10.24517/00050032</a>

doi: 10.11522/pscjspe.2016A.0\_455



# パラメータ領域における等ピッチスパイラルパスの高速生成

金沢大学 ○高杉敬吾, 浅川直紀

Fast Spiral Path Generation with Regular Pitch in Parametric Domain

Kanazawa University Keigo TAKASUGI and Naoki ASAKAWA

This study proposes a new method for fast spiral tool path generation on a free-form surface. This method generates cutter contact (CC) points in parametric domains of parameter represented machining surfaces. Then, the CC points are calculated with observing distance on machining surfaces in real space. Moreover, since dimension of the parametric domain is only two, a differential calculation for tracing CC points defined on the parametric domain is executed fast. In this paper, theorem of the new method is explained and applied to a general free-form surface composed of multi patches by using boundary representation on parametric domain (PB-rep). Effectiveness of this method is confirmed with a simulation and machining.

## 1. 緒言

自由曲面のミーリング加工において、工具経路（パス）の選択は加工効率や加工面品の観点から重要である。特に、工具が加工面に対してアプローチやリトラクトを頻繁に行うパスはどちらの点においても満足できるものではない。現在、パス生成の選択肢として、等高線パス、走査線パス、等スキヤロップパスなど、種々の方法が実装されており、CAM オペレータは加工面の特徴に応じて効果的なパス生成法を選択することができる。特に、スパイラルパスと呼ばれる、渦巻き状に工具が加工面をトレースできるパスは、加工開始点から終了点までを一繋ぎに加工できることから、高い加工効率が期待できる。一般にスパイラルパス  $C$  は適当なパラメータ  $t$  を用いて次式によって表される。

$$C(t) = (1-t)C_m(mt) + tC_{out}(mt) \quad (1)$$

ここで  $m$  はスパイラルの巻き数であり、 $C_m$  および  $C_{out}$  はそれぞれ内側、外側におけるスパイラルの収束曲線を表す。上述のようにスパイラルパスは高い加工効率を有するものの、生成可能な加工面は限定的である。これは、加工面である自由曲面上の曲線として  $C(t)$  を定義することが難しいためであると考えられる。

本研究ではこれまで、加工面  $S(u, v)$  のパラメータ領域である  $u-v$  平面上で定義した曲線に対し、高速に実空間上の等ピッチパスへと変換する手法を開発してきた<sup>(1),(2)</sup>。本手法はあらゆる  $u-v$  平面上の曲線に対応することから、スパイラルパスの生成も容易に行える。

本報では、図1に示すような複数パッチから構成されるより一般的な曲面に対して本手法の適用を試みた。この場合、パッチの数だけ定義される  $u-v$  平面に対して、あらかじめ各々の位相関係を定義しておくことで、パス生成の際に実空間上の加工面を参照することなく、パラメータ領域上でのパス生成に完結でき、本手法の高速性が担保できる。そこで本報では、各パッチのパラメータ定義域である  $u-v$  矩形領域間の位相関係を Half-Edge 構造<sup>(3)</sup> で表現した PB-rep 表現を新たに構築し、その有効性を確認したので報告する。

## 2. パラメータ領域における等ピッチパスの生成

加工面  $S(u, v)$  のパラメータ領域である  $u-v$  平面上に曲線  $C(t)$  を定義したとする。このとき、実空間における  $S$  上の微小間隔  $ds$  は次のように表される。

$$\left| \frac{\partial S}{\partial u} du + \frac{\partial S}{\partial v} dv \right| = ds \quad (2)$$

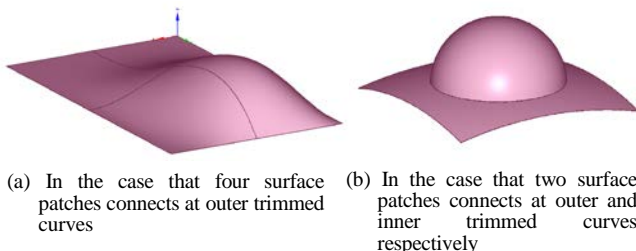


Fig.1 Examples of free surface composed of multi-patch

また  $du, dv$  間には次の関係式が成り立つ。

$$\frac{dv}{du} = \frac{dv}{dt} \frac{dt}{du} = \frac{C_{t,v}}{C_{t,u}} \quad (3)$$

ここで  $C_{t,u}, C_{t,v}$  はそれぞれ、 $C$  の  $t$  による 1 階微分の  $u$  方向成分および  $v$  方向成分である。(3)式を(2)式に代入することにより、次式を得る。

$$\frac{du}{ds} = \frac{C_{t,u}}{|C_{t,u}S_u + C_{t,v}S_v|}, \quad \frac{dv}{ds} = \frac{C_{t,v}}{|C_{t,u}S_u + C_{t,v}S_v|} \quad (4)$$

ここで、 $S_u, S_v$  はそれぞれ曲面  $S$  の  $u$  方向、 $v$  方向の 1 階微分を表す。(4)式は 1 階の常微分方程式であるから、ルンゲ・クッタ法などの数値計算手法を用いて  $(u, v)$  を更新していけば、高速に実空間上で等間隔な加工点を生成できる。

## 3. 複数パッチへの拡張

複数パッチへと拡張する際、考慮すべき課題は以下である。

- 1) パッチ間の相対関係が既知であること。
- 2) 内/外周トリム曲線がパッチ間の境界となるケースも考慮しないといけない。
- 3) 実空間における境界上の同一点でも、 $(u, v)$  パラメータは異なる。

### 3.1 PB-rep を用いたパッチ接続

三角ポリゴンの位相情報を保持するデータ構造として今日主流である Half-Edge 構造は、頂点、エッジ、面の 3 つの要素を持ち、エッジ要素を中心として位相関係を保持する。またエッジは、ポリゴンごとに 3 つ、時計回りあるいは反時計回りのルールのもと定義されており、接続するポリゴン間のエッジは方向の異なるエッジとして 2 回定義されることになる。

Half-Edge 構造を、矩形領域をもつ  $u-v$  平面間の位相情報として応用することは容易であり、図2にその構造を示す。自由曲面  $S$  は一般に外周/内周トリム曲線を持つことから、1 つパッチが持つエッジの数は任意である。異なるパッチ間の位相情報は、三角ポリゴンの場合と同様に異なる 2 方向のエッジ pair を持つことで判断される。

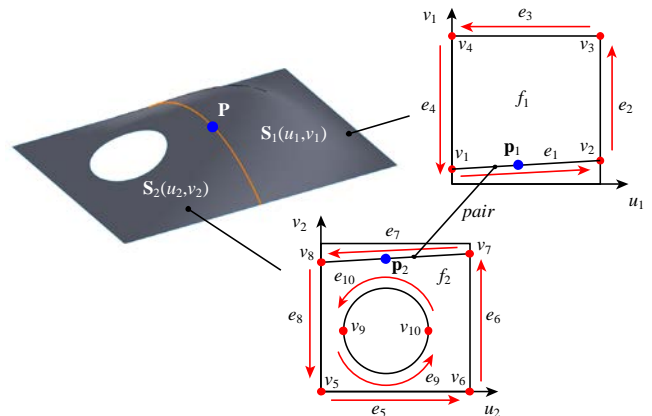


Fig.2 Architecture of PB-rep using half-edge structure

### 3.2 境界上の同一点の探索

例えば図2で示した、2枚の曲面パッチ  $S_1$ ,  $S_2$  が外周トリム曲線  $e_1$  および  $e_7$  をペアとして接続している例において、 $u$ - $v$  平面間で直線を引くことを考える。このとき、実空間上では面上線として表現され、境界上ではある一点で滑らかに接続する。しかし、 $u_1$ - $v_1$  平面と  $u_2$ - $v_2$  平面それぞれの境界上の点  $p_1$ ,  $p_2$  は異なる座標値となることから、 $p_1$  と、その実空間座標  $P$  から、 $p_2$  を求める必要がある。このとき、3つ変数  $(x, y, z)$  を持つ  $P$  から、2つの変数  $(u, v)$  を持つ  $p_2$  を導出することになるため、過剰決定系におけるニュートン法を適用することになる。導出法を以下に示す。

境界上では、

$$S_1(u_1, v_1) = S_2(u_2, v_2) \quad (5)$$

$P_2$  が乗る外周トリムエッジ  $e_7$  を  $C(t)$  とすれば、

$$\begin{cases} u_2 = C(t)_u \\ v_2 = C(t)_v \end{cases} \quad (6)$$

となり、(5)式にニュートン法を適用する。便宜上  $u_2$  を  $u$ ,  $v_2$  を  $v$  と書き直して、

$$f(u, v) = S_2 - S_1 = 0 \quad (7)$$

とおけば、

$$S_2 - S_1 + \frac{\partial S_2}{\partial u} du + \frac{\partial S_2}{\partial v} dv = 0 \quad (8)$$

(6)式を考慮して、(8)式を  $(x, y, z)$  成分で整理すれば、

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{\partial S_2}{\partial u} \right)_x \left( \frac{dC}{dt} \right)_u + \left( \frac{\partial S_2}{\partial v} \right)_x \left( \frac{dC}{dt} \right)_v \\ \left( \frac{\partial S_2}{\partial u} \right)_y \left( \frac{dC}{dt} \right)_u + \left( \frac{\partial S_2}{\partial v} \right)_y \left( \frac{dC}{dt} \right)_v \\ \left( \frac{\partial S_2}{\partial u} \right)_z \left( \frac{dC}{dt} \right)_u + \left( \frac{\partial S_2}{\partial v} \right)_z \left( \frac{dC}{dt} \right)_v \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} (S_1 - S_2)_x \\ (S_1 - S_2)_y \\ (S_1 - S_2)_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

左辺および右辺のベクトル成分をそれぞれ  $A$ ,  $F$  と置き直して、過剰決定系として扱うことによって、次式が得られ、 $dt$  が求まる。

$$dt = \frac{A^T F}{A^T A} \quad (10)$$

以降はニュートン法に則って  $t$  を更新していき、 $dt$  が十分小さくなった段階の  $t$  を解として得ることができる。

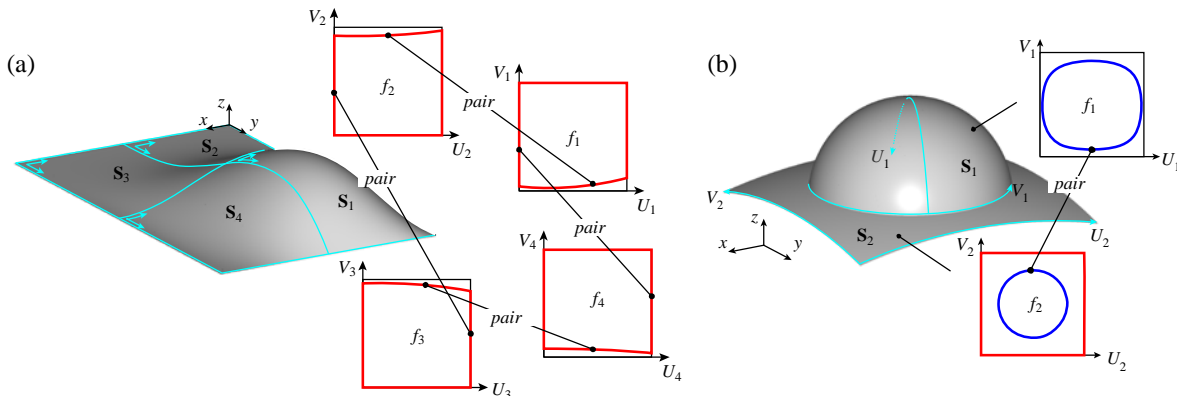


Fig.3 Correspondence between multi patched surfaces and these parametric domain with PB-rep

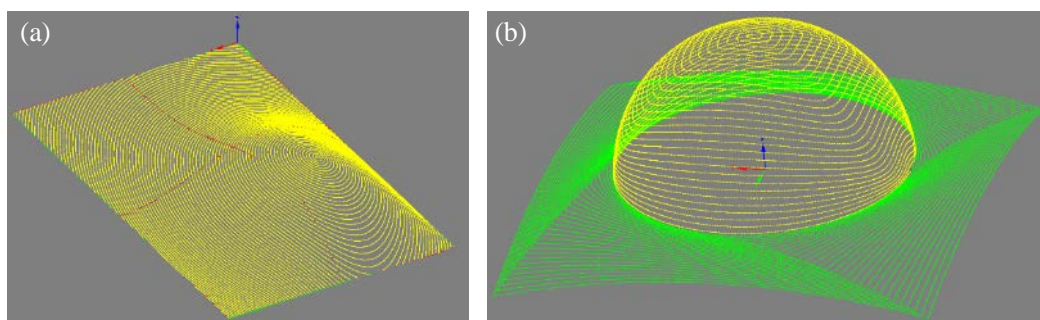


Fig.4 Result of spiral path calculation

### 4. 検証

図1で示した2つの複数パッチ曲面(a), (b)に対して、本手法を適用し、スパイラルパスの生成と、その計算時間の評価を行った。これら2つの曲面に対するPB-repを図3に示す。(a)の曲面は、4枚のパッチが外周で接続しており、各  $(u, v)$  平面上の外周トリム曲線同士が *pair* を構成している。また(b)では、 $S_1$  の外周トリム曲線が、 $S_2$  の内周トリム曲線と *pair* を構成している構造となっている。

図4はスパイラルパスの生成結果である。生成には、ワークステーション (Windows7 64bit, CPU: Xeon3.6GHz, memory: 16GB) を用いた。同図(a)のスパイラルパス生成結果は、巻数 98, 点数 40397 (加工点間隔  $ds = 0.2\text{mm}$ ) に対して、約 9.76 秒、(b)の生成結果は巻数 80, 点数 46440 ( $ds = 0.2\text{mm}$ ) に対して約 7.32 秒であった。これらの計算はいずれも CPU コア 1 個の場合である。ただし、(a)の総点数は(b)と比べ少ないにもかかわらず計算時間は大きい結果となった。これは、スパイラルパスが境界をまたぐ回数が(b)は1回だけであるのに対し、(b)は229回あったため、3章で示した収束計算が多く発生したためである。しかし、1点あたりのCC点算出時間は(a)においても約 0.24ms となり、複数のパッチが接続しているケースにおいても高速なスパイラルパス生成が可能であることを確認した。

### 5. 結言

本報では、工具経路を生成するための新たな手法である曲面のパラメータ領域を応用した方法の拡張として、複数パッチからなる曲面へ本手法を拡張し、また以下に示す結果を得た。

- (1) 曲面パッチのパラメータ定義域である  $u$ - $v$  矩形領域間の位相表現として Half-Edge 構造を用いた PB-rep を提案、実装した。
- (2) 異なるパラメータ定義域間において実空間上で同一点である点の探索法を示した。
- (3) 異なる特徴を持つ2つの複数パッチ曲面に対して提案手法の検証を行い、高速性と有効性が確認できた。

### 参考文献

- (1) Takasugi, K. et al., IIAT, Vol.8, No.3 (2014), pp.428-436
- (2) 高杉, 他, 精密工学会誌, Vol.81, No.10 (2015), pp.974-978
- (3) Kettner, L., Comput. Geometry, Vol.13, No.1 (1999), pp.65-90