

道路ネットワークを考慮した道路構造物耐震補強の優先順位設定 におけるゲーム理論の適用

Application of game theory for giving a priority to anti-earthquake reinforcement of road structures
in road network

喜多敏春*, 近田康夫**

Toshiharu Kita, Chikata Yasuo

*(株)日本海コンサルタント, (〒921-8042 石川県金沢市泉本町 2-126)

**工博, 金沢大学大学院教授, 理工研究域 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

In this study, a fundamental study on the game theory (Nash bargaining solution) based approach for giving a priority to anti-earthquake reinforcements of road structures is presented. When a road structure is reinforced at appropriate time, the gain of the road structure is maximized. Each road structure or road link is considered as a player, and the road network gain is maximized at the same time as pursuing the maximization of a road link gain by adapting Nash bargaining solution with proper utility function. Also, importance of each road structure is shown by using properly multiattribute utility function.

Key Words: Game Theory, anti-earthquake reinforcement, priority, road network

キーワード: ゲーム理論, 耐震補強, 優先順位, 道路ネットワーク

1. はじめに

東日本大震災の教訓から震災時の避難路や緊急輸送路の確保のため, 重要な道路構造物 (橋梁や高盛土等) のレベル2地震動に対する耐震補強が急務となっている。ほとんどの地方自治体では道路構造物の耐震補強は, 耐震レベルの低いものから順次耐震補強を行っているのが現状であり, 道路ネットワーク (道路網) の信頼性を考慮した耐震補強の優先順位にはなっていない。道路ネットワーク内の全道路構造物の補強期間中の地震の発生により, 道路ネットワークが寸断されるリスクを低減するためには, 道路構造物の耐震レベルと道路ネットワークの信頼性を同時に考慮した耐震補強の優先順位を設定する必要がある。道路構造物の耐震補強の優先順位設定方法の研究は多く, 能島らは交通の最大フローより耐震補強の優先順位の設定を提案しており^{1), 2)}, 大山らは路線数え上げによるネットワークの連結性により優先順位の設定を提案している³⁾。また, 関谷らは連結確率より交通量などを指標として優先順位の設定を提案している⁴⁾。これらは, いずれも構造物の耐震レベルを設定しておらず, ネットワークの連結性を交通量などの指標により設定している。

本研究では, 各道路構造物や道路リンク, 道路ネット

ワークをプレイヤーと考え, 経済学の理論であるゲーム理論 (ナッシュ交渉解) を援用し, 各プレイヤーが協力して, 各道路構造物の耐震レベルの向上による利得 (効用) と道路ネットワーク全体の利得 (効用) が同時に最大になる優先順位を設定する方法 (戦略) を検討する。具体的には, 優先順位設定において, 耐震化のレベル, 多属性の考慮, さらに最大フローの考慮を検討する。

2. ナッシュ交渉解のモデル⁵⁾

複数の意志決定者 (プレイヤー) が存在し, それらが相互に協力してゲームを行い, 全てのプレイヤーの利得 (効用) がこれ以上同時に増加しないパレート最適となる解がナッシュ交渉解である。

交渉問題は, ゲーム参加プレイヤーの集合を N , n 人のプレイヤーが合意のうえで共同戦略をとったときに期待される利得ベクトルの集合を U , プレイヤー間の連携なしで得られる利得集合 (交渉が不成立のときに得られる利得集合) を d とし, (N, U, d) で表現される。

ナッシュが提示した交渉解が満たすべき4つの公理を示す。(公理の詳細な内容は, 参考文献^{6), 7)}を参照のこと。)

公理1. (強) パレート最適性

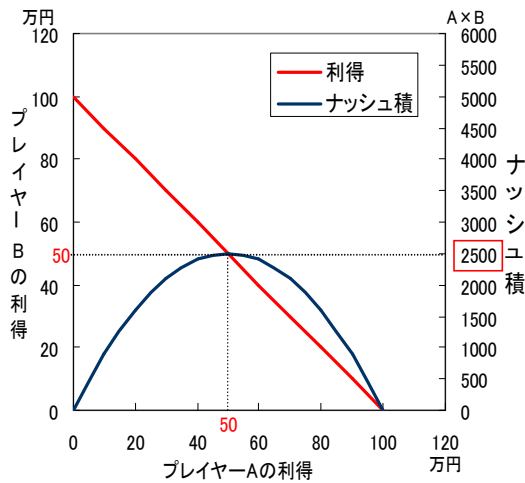


図-1 利得分配とナッシュ積

公理 2. 対称性
 公理 3. 正 1 次変換からの独立性
 公理 4. 無関係な結果からの独立性
 以上の公理を満たす交渉問題 (N, U, d) の解 u_i は式 (1) で与えられる。

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \prod_{i=1}^n (u_i - d_i) \\ & \text{subject to } u \in U, u_i \geq d_i \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) はナッシュ積とも呼ばれ、 u_i を性質の違う独立変数と考えれば多目的最適化問題の解になっている。
 以下に 2 人交渉問題の簡単な例を示す。A, B の 2 人のプレイヤーが協力して得た 100 万円の利益の分配を考える。A の利得+B の利得 ≤ 100 万円で図-1 の利得となる。また、交渉が決裂した場合の分配は 0 ($d=0$) となる。
 よって、 $(u_A - d_A) \times (u_B - d_B) = u_A \times u_B = 2500$ (図-1) となるナッシュ積の最大の $u_A = u_B = 50$ 万円がナッシュ交渉解である。

線型計画法などでよく用いられる和の最大化では、本例のような常に利得の和が一定 (100 万円) であるときに、ただ 1 つの妥協点を決めることができない。また、和の最大化は、意思決定主体が 1 人の場合か、すべてのプレイヤーが協力したとしても、1 人負けや 1 人勝ちの犠牲的状态を許容し全体としての利得を最大にする場合のルールであり、独立の主体が複数いて、それぞれの自己の利益も最大化する場合の利益配分の問題には不適切である。

ナッシュ交渉解は、各プレイヤーの利得の最大化と集団全体の利益の最大化を同時に実現できる経済学の理論解である。

3. 道路ネットワークモデルの設定

図-2 に示すような、ノード A からノード D で構成さ

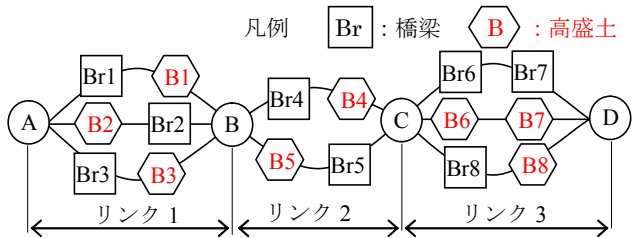


図-2 道路ネットワークモデル

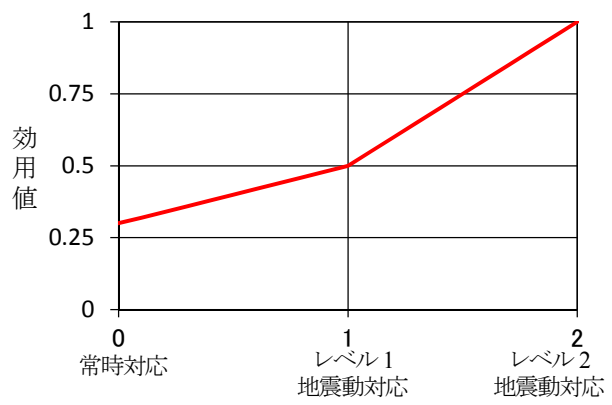


図-3 橋梁耐震レベルに対する効用関数

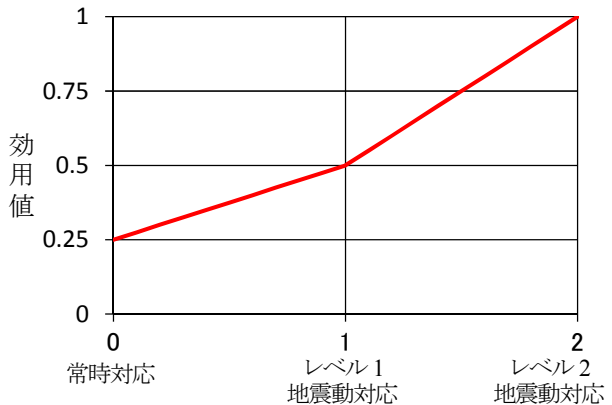


図-4 高盛土耐震レベルに対する効用関数

れる仮想道路ネットワークで議論を進める。このネットワーク上で、橋梁と高盛土の 2 種類の道路構造物を対象に耐震補強の優先順位の設定を検討する。

4. 効用関数の設定

図-3 に橋梁耐震レベルに対する効用関数、図-4 に高盛土耐震レベルに対する効用関数を示す。これは、レベル 2 地震動対応の耐震性能を確保する場合は効用を 1 とし、レベル 1 地震動対応の耐震性能確保では 0.5 と設定する。また、耐震設計を行っていない常時対応の道路構造物であっても、あるレベルの地震動に対する耐震性能はあると考え、効用値を 0 ではなく、従来の耐震指標 (安全率) の設定等を考慮して、橋梁の常時対応の効用値を 0.3、高盛土の常時対応の効用値を 0.25 と設定する。これ

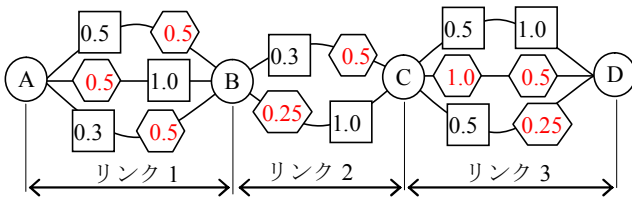


図-5 道路ネットワークの各構造物の効用値

表-1 構造物の種類毎の耐震補強費

補強種別	橋梁耐震補強費 (千円)	高盛土耐震補強費 (千円)
レベル1 からレベル2 地震対応	20,000	10,000
常時からレベル2 地震対応	35,000	18,000

らの効用関数を図-2 の道路ネットワークの各構造物にあてはめて、現況の効用値を図-5 のように設定する。

また、構造物の種類毎の耐震補強費は、表-1 のように設定する。

以上は、明確な根拠に基づくものではないが、定性的には妥当な設定と考えられる。

5. 優先順位決定のための戦略の設定

本研究では、耐震補強の優先順位設定を行うための3つの戦略を検討する。

5.1 戦略1 (各構造物がプレイヤー)

各構造物をプレイヤーと考え、耐震補強後の効用値のナッシュ積が最大になるナッシュ交渉解により優先順位を設定する。ただし、ナッシュ積が同じ場合は、ネットワークがレベル2地震動対応に繋がる道路構造物の耐震補強を優先する。

式(1)において、交渉の不成立の場合には、すべての構造物(n)の耐震補強ができないと考えて利得(効用) $d_i=0$ とし、ナッシュ交渉解は、式(2)となる。 u_i は、各構造物の耐震補強後の利得(効用)である。

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \prod_{i=1}^n u_i \\ & \text{subject to } u \in U, u_i \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

5.2 戦略2 (各リンクがプレイヤー)

各リンクをプレイヤーと考え、耐震補強後の全リンク(n)のナッシュ積が最大になるナッシュ交渉解により優先順位を設定する戦略である。式(5)によりナッシュ交渉解を求める。

各リンクの効用値 u_{ri} は、各路線効用 u_i より直列の信頼度 r_i をその路線の構造物数($m1$)により式(3)で求め、各路線が並列で繋がっているため各リンクの路線数($m2$)によ

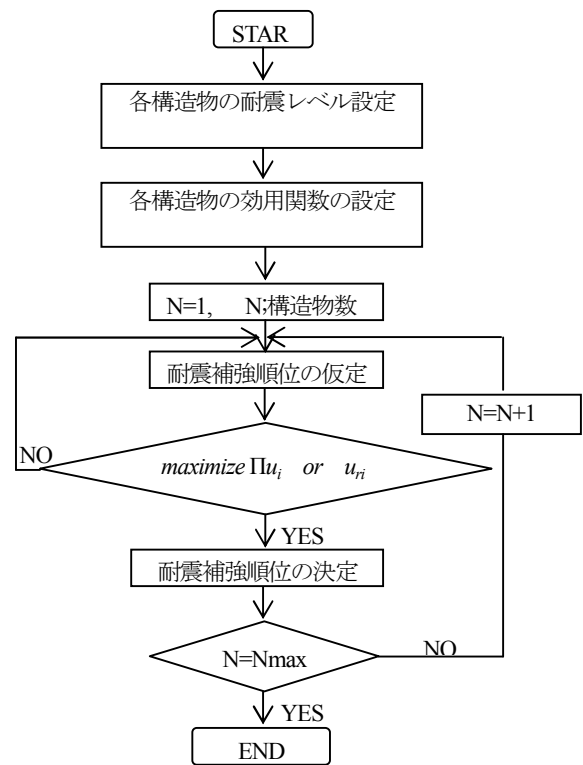


図-6 計算フロー

$$r_i = \prod_{i=1}^{m1} u_i \quad (3)$$

$$u_{ri} = 1 - \sum_{i=1}^{m2} (1 - r_i) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \prod_{i=1}^n u_{ri} \\ & \text{subject to } u_r \in U_r, u_{ri} \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

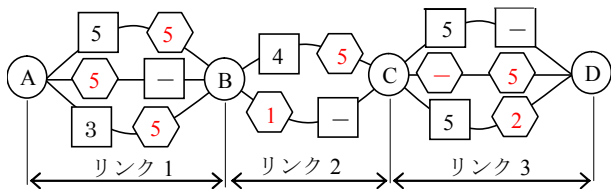
り式(4)で並列の信頼度とする。ネットワークがAからD間において、一つの路線がすべて繋がった時点で、それ以降の優先順位ではナッシュ積が1のまま変わらなくなるため、その繋がった路線を除いて各リンクの並列の信頼度(リンクの効用値) u_{ri} を求め優先順位の検討を進める。また、ナッシュ積が同じ場合は、耐震補強費の安いものを優先する。

5.3 戦略3 (戦略1と戦略2の併用戦略)

まず、戦略1により、構造物をプレイヤーと考え、耐震補強を行い、戦略1では優先順位が設定できなくなった(残った構造物がすべてレベル1地震動対応になった)時点で、戦略2により各リンクをプレイヤーと考え、耐震補強を行う併用戦略である。

6. 各戦略の優先順位の計算結果

計算は、図-6 に示す計算フローによりスプレッドシート上で繰り返し計算を行う。



注) 図中の数字は優先順位を表す

図-7 戦略1による優先順位の計算結果

表-2 戦略1による優先順位のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 Πu_i	補強費(千円)
1	B5	0.25→1	8.789E-5	18,000
2	B8	0.25→1	3.516E-4	18,000
3	Br3	0.3→1	1.172E-3	35,000
4	Br4	0.3→1	3.905E-3	35,000
5	残り全部	0.5 (0.5) →1 (1)	7.813E-3	10,000(20,000)

6.1 戦略1による優先順位の計算結果

戦略1の優先順位の計算結果を図-7と表-2に示す。この戦略は、優先順位1から4までは耐震レベルの低い構造物を優先して耐震補強を行う。優先順位5以降は、ナッシュ交渉解が同じになり、優先順位も同じ5となる。この戦略では、すべての構造物の耐震補強の優先順位が決まらないことになる。しかし、道路ネットワークの全体の耐震レベルの底上げをする(レベル1地震動対応以上とする)戦略としては有効である。

6.2 戦略2による優先順位の計算結果

戦略2の優先順位の計算結果を図-8と表-3に示す。この戦略は、道路のネットワークを繋ぐことを優先して耐震補強を行うことが判る。あるリンクを集中的に繋ぐのではなく、各リンクを公平に順次繋いでいることが判る。また、戦略2では、すべての構造物の優先順位を設定することができる(同順位は生じない)。

6.3 戦略3による優先順位の計算結果

戦略3の優先順位の計算結果を図-9と表-4に示す。この戦略は、まず、戦略1により耐震レベルの低い構造物から耐震補強を行い(表-4の順位第4位まで)、残った構造物の耐震レベルが同じになった後に、戦略2により道路のネットワークを繋ぐことを優先して耐震補強を行うことが判る。

7. 多属性効用関数による構造物の優先順位の重み付け

リンクに存在する構造物を、そのリンクの属性として扱うことにより多属性効用理論を適用することを考える。すなわち、式(6)の多属性効用関数の係数 k_i は、その

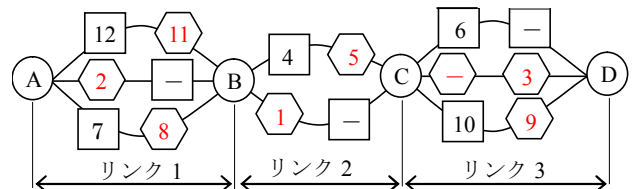


図-8 戦略2による優先順位の計算結果

表-3 戦略2による優先順位のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 Πu_i	補強費(千円)
1	B5	0.25→1	0.5322	18,000
2	B2	0.5→1	0.7813	10,000
3	B7	0.5→1	1.000	10,000
4	Br4	0.3→1	0.1020	35,000
5	B4	0.5→1	0.2039	10,000
6	Br6	0.5→1	0.3625	20,000
7	Br3	0.3→1	0.6250	35,000
8	B3	0.5→1	1.000	10,000
9	B8	0.25→1	0.1250	18,000
10	Br8	0.5→1	0.2500	20,000
11	B1	0.5→1	0.5000	10,000
12	Br1	0.5→1	1.000	20,000
合計				216,000

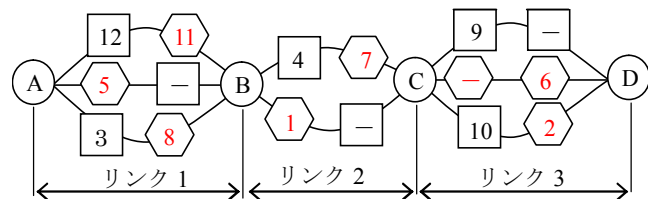


図-9 戦略3による優先順位の計算結果

表-4 戦略3による優先順位のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 $\Pi u_i (\Pi u_{ri})$	補強費(千円)
1	B5	0.25→1	8.789E-5	18,000
2	B8	0.25→1	3.516E-4	18,000
3	Br3	0.3→1	1.172E-3	35,000
4	Br4	0.3→1	3.905E-3	35,000
5	B2	0.5→1	(0.8750)	10,000
6	B7	0.5→1	(1.000)	10,000
7	B4	0.5→1	(0.4688)	10,000
8	B3	0.5→1	(0.7500)	10,000
9	Br6	0.5→1	(1.000)	20,000
10	Br8	0.5→1	(0.2500)	20,000
11	B1	0.5→1	(0.5000)	10,000
12	Br1	0.5→1	(1.000)	20,000
合計				216,000

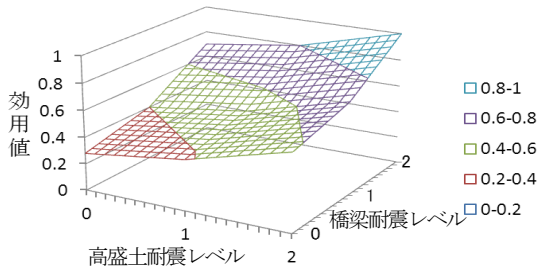


図-10 多属性効用関数

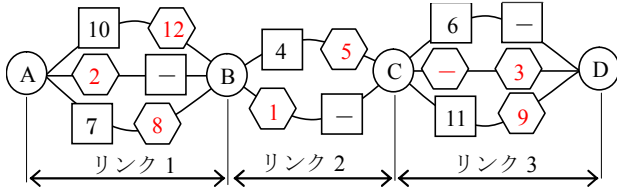


図-11 多属性効用関数による優先順位の計算結果

表-5 多属性効用関数による優先順位の積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 Πu_{ri}	補強費 (千円)
1	B5	0.25→1	0.9028	18,000
2	B2	0.5→1	0.9625	10,000
3	B7	0.5→1	1.000	10,000
4	Br4	0.3→1	0.4692	35,000
5	B4	0.5→1	0.5865	10,000
6	Br6	0.5→1	0.6900	20,000
7	Br3	0.3→1	0.9000	35,000
8	B3	0.5→1	1.000	10,000
9	B8	0.25→1	0.3500	18,000
10	Br1	0.5→1	0.5600	20,000
11	Br8	0.5→1	0.8000	20,000
12	B1	0.5→1	1.000	10,000
	合計			216,000

属性の重みを表している⁸⁾ことから、この性質を利用し、橋梁と高震土を多属性と考え k_i により重み付けを行い、優先順位の検討を行う。

7.1 多属性関数の設定

橋梁の効用 ($u(x_1)$)、係数 (k_1) と高震土の効用 ($u(x_2)$)、係数 (k_2) を多属性効用関数 ($u(x_1, x_2)$) とし、式(6)と図-10 に示す加法形の多属性効用関数を設定する。

$$u(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^n k_i \cdot u(x_i) \quad \text{if} \quad \sum_{i=1}^n k_i = 1 \quad (6)$$

$$k_1 = 0.6, k_2 = 0.4$$

被災時の復旧の難易度を考慮して橋梁の係数 $k_1=0.6$ 、高震土の係数 $k_2=0.4$ と設定する。これは、橋梁の耐震補

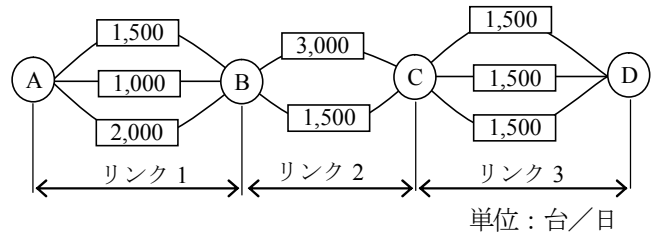


図-12 各路線の交通量の最大フロー

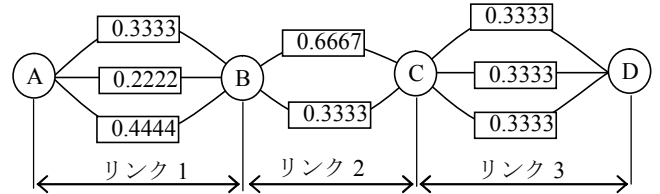


図-13 各路線の交通量の最大フローの正規化

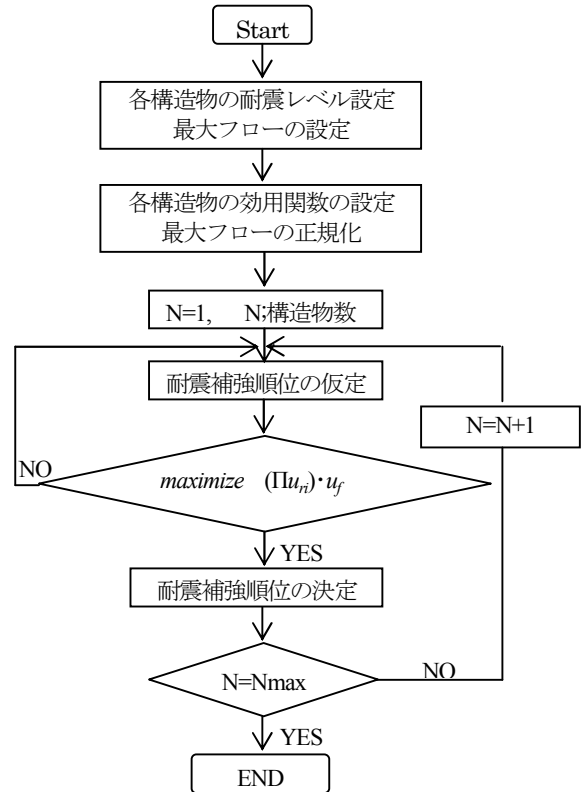


図-14 計算フロー

強の優先順位の重み付けを 0.6 とし、高震土の重み付けを 0.4 にしていることになり、橋梁の優先度を上げたことになる。

7.2 多属性関数に優先順位の計算結果

前項 6 で計算した戦略 2 (リンク毎の効用最大化) について、式(6)及び図-10 の多属性効用関数により各構造物の耐震補強の優先順位を求めた計算結果を図-11 と表-5 に示す。

順位 10 から 12 では、橋梁の耐震補強順位が高くなっ

ていることが判る. 順位1から9までの順位は変わっていない. これは, この程度の重み付けの比率では, 道路のリンク接続性を優先する度合いが強いためであると想定される.

8. 路線の交通量最大フローを同時に考慮した優先順位

前項までは, 交通量の大小を考慮せず, 交通量はどの路線も一定であることを前提とした耐震補強の優先順位を検討した. ここでは, 各路線に交通量の最大フローを考慮した耐震補強の優先順位の検討を行う.

8.1 各路線の交通量の最大フローの設定

交通量の最大フローを, 図-12のように設定する. 各リンクの最大フローの合計は, どのリンクも同じ 4,500 台/日とし, 各路線の最大フローを 1000 から 3000 台/日と変化させた. また, 4,500 台/日を基準に正規化した値を, 図-13に示す.

8.2 最大フローを加えた優先順位の設定方法

各リンクをプレイヤーと考え, リンクの効用 u_{ri} の最大化をめざす戦略(戦略 2)に, 最大フローもプレイヤーと考え, その正規化した値を効用 u_f とし, 式(7)によりナッシュ交渉解とする.

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \left(\prod_{i=1}^n u_{ri} \right) \cdot u_f \\ & \text{subject to } u_r \in U_r, u_f \in U_f, \\ & u_{ri} \geq 0, u_f \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

路線内のすべての構造物の耐震レベルがレベル2地震動対応になった場合に各路線の最大フローを確保できると考える. また, 各リンクの最大フローの値は, リンク内のレベル2地震動対応になった路線の和とする. 道路ネットワーク全体の最大フローの値 u_f は, 各リンクの最大フローのうち最小値とする.

8.3 計算方法

最大フローが加わり, 計算が煩雑となるため, スケジューリング問題を解く遺伝的アルゴリズム(GA)により計算を行う. GAのパラメータは予備計算を試行錯誤的に行い表-6に示す値に決定した. 図-14に計算フローを示す.

また, 耐震補強の順位は, ナッシュ積の最大のものを順次選定し順位を決定している. これをGAで求めるために, 図-15の累計の概念の示すように累計効用値(図-15での効用値の変化の占める面積)最大化をGAの目的関数とする.

また, ある順位でナッシュ積が同じになった場合は, 耐震補強費(C_j)の安い方を選定することとし, GAの

表-6 GAのパラメータ

個体総数	100 個体
淘汰・選択	ルーレット選択 (エリート保存)
交叉方法, 交叉確率	1点交叉, 50%
突然変異確率	5%
計算世代	200 世代

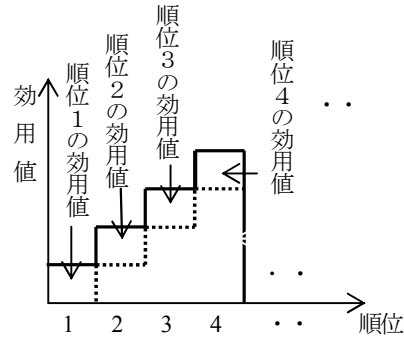


図-15 効用値の累計説明図

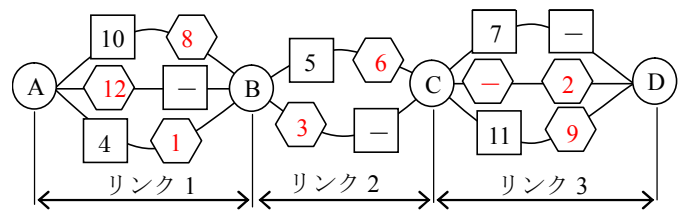


図-16 最大フローを考慮した場合の計算結果

$$\begin{aligned} & \text{maximize } \sum_{j=1}^m \left(\prod_{i=1}^n u_{ri} \right) \cdot u_{fj} \cdot (m - j + 1) \\ & + 1 / \sum_{j=1}^m C_j \cdot (m - j + 1) \end{aligned} \quad (8)$$

n : リンク数
 m : 順位付け対象構造物数

目的関数に耐震補強費の累計の逆数を加えることで評価する. 式(8)に目的関数を示す.

8.4 計算結果

前項6の戦略2について, 図-13の最大フローの値(正規化した値)を加えた計算結果を図-16と表-7および表-8に示す.

最初に, 道路のネットワークを, リンク2, リンク3, リンク1の順で繋いでいる. その後, 最大フローの最も大きいリンク2の2路線目を繋ぎ, リンク3の1路線目を繋ぎ, リンク1の1路線目, リンク3の3路線目と繋ぎ, 最後に, 最大フローの値が最も小さい, リンク1の2路線目を繋いでいる.

この計算結果からも, 最大フローの大きい路線を優先

表-7 最大フローを考慮した場合のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積			累計
			Πu_{ri}	u_f	$(\Pi u_{ri}) \cdot u_f$	
1	B3	0.5→1	0.2087	0	0	0
2	B7	0.5→1	0.2673	0	0	0
3	B5	0.25→1	0.7375	0	0	0
4	Br3	0.3→1	1	0.3333	0.3333	0.3333
5	Br4	0.3→1	0.1758	0.3333	0.0586	0.3919
6	B4	0.5→1	0.3516	0.3333	0.1172	0.5091
7	Br6	0.5→1	0.6250	0.4444	0.2778	0.7869
8	B1	0.5→1	0.7500	0.4444	0.3333	1.1202
9	B8	0.25→1	0.7500	0.4444	0.3334	1.4536
10	Br1	0.5→1	1	0.6666	0.6666	2.1202
11	Br8	0.5→1	0.5000	0.7778	0.3889	2.5091
12	B2	0.5→1	1	1.0000	1.0000	3.5091
ナッシュ積の累計の合計						12.7335

表-8 最大フローを考慮した場合の耐震補強費の累計

順位	構造物	効用値の向上	耐震補強費 (千円)	累計 (千円)
1	B3	0.5→1	10,000	10,000
2	B7	0.5→1	10,000	20,000
3	B5	0.25→1	18,000	38,000
4	Br3	0.3→1	35,000	73,000
5	Br4	0.3→1	35,000	108,000
6	B4	0.5→1	10,000	118,000
7	Br6	0.5→1	20,000	138,000
8	B1	0.5→1	10,000	148,000
9	B8	0.25→1	18,000	166,000
10	Br1	0.5→1	20,000	186,000
11	Br8	0.5→1	20,000	206,000
12	B2	0.5→1	10,000	216,000
耐震補強費の累計の合計				1,427,000

し、交通量を確保しつつ、ネットワークを繋いでいることが判る。

この例では、目的関数の最大値は、式(8)により
 $12.7335 + 1 / 142.7 = 12.7405$

となった。

図-17に、GAの進化状況を示す。GAでは30世代の比較的早い段階で、解に近づくことが判る。

また、図-18に、効用値のナッシュ積の累計を示す。これは、道路のネットワークが繋がると、最大フロー

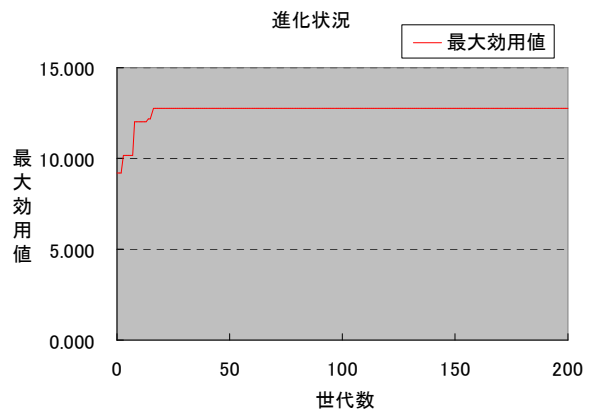


図-17 GAの進化状況

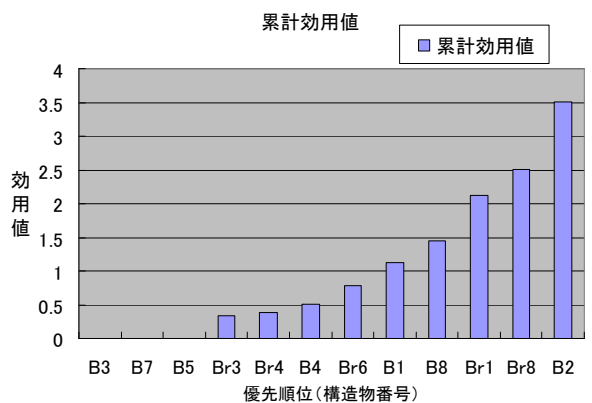


図-18 ナッシュ積(効用値)の累計

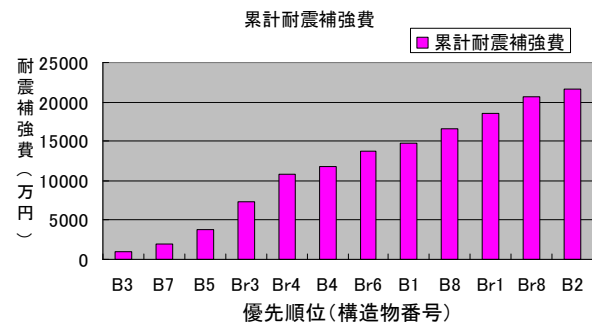


図-19 耐震補強費の累計

の値が増えるため、優先順位が後になるほど累計値が急激に増加することが判る。

また、図-19に耐震補強費の累計を示す。

9. まとめ

本研究では、耐震レベルに応じた効用関数を設定することによりゲーム理論(ナッシュ交渉解)を援用し、耐震レベルの低い構造物から耐震補強する戦略(戦略1)や道路ネットワークを繋ぐことを優先する戦略(戦略2)やそれらの併用戦略(戦略3)など戦略ごとに耐震補強

の優先順位を設定する方法を示すことができた。

また、多属性効用関数により、道路構造物ごとに重み付けをし、優先度を変更できることが示せた。

さらに、最大フローを同時に考慮することで、交通量の違いによる耐震補強の優先順位の変化を検討することができた。最大フローの代わりに、緊急輸送路などの路線別の重要度の値を使うことにより、路線の重要度を考慮することもできることを示した。

現在まで土木分野でゲーム理論の援用が進んでいない要因は、各プレイヤーの利得を正当に設定することが難しいためである。本研究では、利得を耐震レベルの向上に対応した効用関数に変換し、利得を金額ではなく、どの構造物の耐震補強を優先したらその構造物(プレイヤー)や各リンク(プレイヤー)にとって効用が高いかを効用値で表現したことで、ゲーム理論の援用の一手法を提示できたと考える。

なお、本研究では、耐震レベルと効用の関係を定性的な傾向から設定したが、効用関数形状の合理的な設定には、より詳細な検討が必要となる。

公共事業を対象にゲーム理論を援用する場合は、非協力ゲームのような市場競争原理を表現するゲーム(非協力ゲームの解はナッシュ均衡であり、パレート最適ではない)ではなく、ナッシュ交渉解のような協力ゲームを援用する方が、与えられた予算(税金)をパレート最適解として配分できるため非常に効率がよい。よって、協力ゲーム理論のひとつであるナッシュ交渉解は、さまざまな公共事業の分野の効率的な予算配分決定や優先順位決定には有効な解析ツールとなると考える。

参考文献

- 1) 能島暢呂: ネットワーク信頼性解析に基づく道路網の地震防災戦略について, 第24回地震工学研究発表会, pp.1293-1296, 1997.7.
- 2) 能島暢呂, 山中敏裕: 道路ネットワークの地震時機能信頼性解析に基づく施設改善の重要度評価, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, No.J-12, pp.3205-3210, 1998.11.
- 3) 大山達雄, 諸星穂積: 路線数え上げによるネットワークシステムの連結性の定量的評価とわが国道網への応用, 都市の交通および施設配置に関する総合的研究平成14年度~平成16年度科学研究費補助金研究成果報告書, pp.279-285, 2005.2.
- 4) 関谷浩孝, 上坂克巳, 小林正憲: 道路ネットワークの連結信頼性を考慮した道路構造物の補修優先順位付け, 第28回日本道路会議, 論文番号20001, 2009.10.
- 5) 喜多敏春, 近田康夫: 橋梁維持管理計画における費用均等化へのゲーム理論の適用, 構造工学論文集, Vol.58A, pp.130-137, 2012.3.
- 6) 岡田章: ゲーム理論, 有斐閣, pp.257-292, 1996.
- 7) 鈴木光男: 新ゲーム理論, 勁草書房, pp.147-172, 1994.
- 8) 田村坦之, 中村豊, 藤田眞一: 効用分析の数理と応用, コロナ社, pp.8-22, 1997.

(2012年9月28日受付)