

μ -シンセシスを用いた磁気浮上システムのH DIA 制御

著者	滑川 徹, 瀬戸 洋紀
雑誌名	日本機械学会論文集, C編
巻	71
号	208
ページ	79-86
発行年	2005-08-01
URL	http://hdl.handle.net/2297/3824

μ -シンセシスを用いた磁気浮上システムの H_∞ DIA 制御*

滑川 徹*¹, 瀬戸洋紀*²

H_∞ DIA Control of a Magnetic Suspension System using μ -Synthesis

Toru NAMERIKAWA*³ and Hiroki SETO

*³ Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology
1603-1 Kamitomioka, Nagaoka-shi, Niigata, 940-2188 Japan

This paper deals with H_∞ DIA control of a magnetic suspension system using μ -synthesis. H_∞ DIA control is a H_∞ control problem which treats a mixed Disturbance and an Initial-state uncertainty Attenuation(DIA) and supplies H_∞ controls with good transients. H_∞ DIA controller has a good initial response property, however its robust performance can be improved.

We propose a novel control problem which is to find a multi-objective controller to achieve H_∞ DIA condition for good initial responses/transient responses and the structured singular value μ condition for robust performance. We apply this proposed approach to a magnetic suspension system, and design a robust controller which has both good transient and robust performance properties. Finally, experimental results show effectiveness of the proposed control system design framework.

Key Words : H_∞ DIA Control, D - K iteration, μ -Synthesis, Transient Response, Robust Performance, Magnetic Suspension System

1. はじめに

従来の H_∞ 制御の枠組みでは、制御対象の初期状態はゼロと仮定して理論展開されてきたが、実システムにおいて初期状態がゼロである保障はない。初期状態がノンゼロである場合には、 H_∞ 制御の過渡応答特性が劣化する可能性がある。

この問題に対して、従来の外乱減衰特性のみを考慮した H_∞ 制御に比べて良好な過渡応答特性を示す外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題 (H_∞ DIA 制御問題) が提案され⁽¹⁾⁽²⁾、その有効性が既に確認されている⁽³⁾。しかしながら、この H_∞ DIA 制御問題は過渡応答性についてのみ有効性が検証されており、ロバスト性、特にロバスト制御性能については改良の余地がある。

過渡応答特性とロバスト制御性能を考慮した研究としてはこれまでに様々な研究⁽⁴⁾⁽⁵⁾が報告されている。楊ら⁽⁴⁾は、適応ロバスト非線形制御により2つの性能を保障しており、制御系の安定性と過渡応答特性を保障し、初期状態の不確かさについても考慮しているが、

正確なモデルが必要となり、また制御系の設計法も複雑となる。内山ら⁽⁵⁾は、 μ -シンセシスを用いた2自由度制御による手法を用いており、結果は効果的ではあるが、初期状態の不確かさへの脆弱性やコントローラの実装の複雑化などの問題がある。

そこで、初期状態の不確かさのもとで良好な過渡応答特性とロバスト制御性能を達成するために、 H_∞ DIA 制御にロバスト制御性能を付加する μ -シンセシス⁽⁶⁾の適用を提案する。 μ -シンセシスは一般に、 μ -解析と D - K イテレーションから構成されるが、 D - K イテレーションは、その名の通りスケーリング行列 D と補償器 K を繰り返し計算し、評価指標であるスケーリングされた閉ループ伝達関数を最小化する問題であるが、この計算過程は H_∞ 制御とスケーリング行列 D の最適化手法を組み合わせたものとなっている。 D - K イテレーションに H_∞ DIA 制御を適用した μ -シンセシスによって良好な過渡応答特性に加えてロバスト制御性能を有する補償器の実現が期待される。

本研究では、この提案法を磁気浮上システム⁽⁸⁾に対して適用し、その効果を制御実験により評価する。磁気浮上システムは、電磁力によって対象を非接触支持できるが、本来不安定系であるためにフィードバック制御が必要不可欠となる⁽⁸⁾。制御系設計をする際には、

* 原稿受付 平成 16 年 3 月 1 日

*¹ 正員, 長岡技術科学大学工学部 (〒 940-2188 長岡市上富岡町 1603-1)

*² 学生員, 長岡技術科学大学大学院工学研究科
Email: toru@nagaokaut.ac.jp

磁気浮上システムが持つ強い非線形性やパラメータ変動, モデル化されない動特性などに対するロバスト性を考慮することが重要になる. このため, 磁気浮上システムに対するロバスト制御応用に関する研究が数多く報告されている⁽⁴⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾. 特に文献(9)では, 制御入力と状態に制約がある問題を扱っており有用である. しかしながら状態フィードバック制御に限定されており, 出力フィードバックの結果が期待される.

本稿では μ -シンセシスを利用した H_∞ DIA 制御により, 良好な過渡応答特性に加えてロバスト制御性能を有する出力フィードバック型補償器を構成し, 提案法を磁気浮上システムに対して適用する. 従来の H_∞ DIA 制御と比較することによって提案手法の有効性を制御実験により確認する.

2. 問題設定

時間区間 $[0, \infty)$ で定義される以下の線形時不変システムを考える.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u, & x(0) &= x_0 \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} u \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $x \in R^n$ は状態, $x_0 = x(0)$ は初期状態; $u \in R^r$ は制御入力; $y \in R^m$ は観測出力; $z \in R^q$ は被制御量; $w \in R^p$ は外乱であり, $w(t)$ は区間 $[0, \infty)$ において 2 乗可積分な関数 ($w \in L^2[0, \infty)$) とする. またここでシステムは直交条件を有していないことを確認しておく.

$A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$ は適当な次元を有する定数行列であり, 以下の条件を満たすものとする.

- (A, B_1) : 可安定 (A, C_1) : 可検出
- (A, B_2) : 可制御 (A, C_2) : 可観測
- $D_{12}^T D_{12} \in R^{r \times r}$: 正則
- $D_{21} D_{21}^T \in R^{m \times m}$: 正則

システム (1) に対して, すべての許容制御則 $u(t)$ が以下の線形時不変システムで与えられ, (1) と (2) によって構成される閉ループ系が内部安定となるものとする.

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= A_k \zeta + B_k y, & \zeta(0) &= 0 \\ u &= C_k \zeta + D_k y \end{aligned} \quad (2)$$

ここで $\zeta(t)$ はコントローラ K の状態であり, 有限の次元を持つ. また A_k, B_k, C_k, D_k は適切な次元を持つ定数行列である.

与えられたシステムと上記の許容制御則のクラスに対して, H_∞ DIA 制御を用いた μ -シンセシスによる

制御問題を考える. これにより, 過渡応答特性とロバスト制御性能の両方を考慮した制御系設計を行う.

2.1 H_∞ DIA 制御 まず H_∞ DIA 制御問題について考える.

$N > 0$ が与えられたとき, すべての $w \in L^2[0, \infty)$ とすべての $x_0 \in R^n$ (ただし $(w, x_0) \neq 0$) に対して z が以下を満たすような外乱と初期状態の不確かさを混合減衰させる許容制御則を見つけよ.

$$\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + x_0^T N^{-1} x_0 \quad (3)$$

上記の条件を満たす許容制御則を H_∞ DIA 制御 (または単に DIA 制御) (Disturbance and Initial state uncertainty Attenuation (DIA) control) と呼ぶ.

初期状態 x_0 に対する重み行列 N は初期状態の不確かさの減衰の外乱減衰に対する相対的な重要性を表す. 大きな N を選ぶことは, 行列不等式の意味で初期状態の不確かさをより減衰させる許容制御則を選ぶことを意味する. この条件により, システムの過渡応答特性の改善が期待される.

実際には文献(1)の結果では, N を指定することは出来ない. そのため得られた H_∞ DIA コントローラを用いて, N を計算することとなる. N の値が小さい場合には設計パラメータを変更し, 大きな N を与えるコントローラを構成するようにする. N 値が大きければ, コントローラの過渡応答が良くなることが実験的に検証されている⁽¹¹⁾.

2.2 μ -シンセシス μ -シンセシスは, 図 1 に示す不確かなシステムに対して, ロバスト性能を達成するコントローラ K を系統的に構成する制御系設計法である⁽⁶⁾⁽⁷⁾. ただし, 図 1 において, Δ は構造的な不確かさ, P は一般化プラント, K はコントローラを表す. 以下にロバスト制御性能条件を記す.

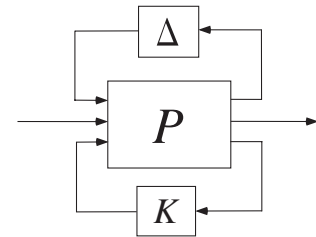


Fig. 1 Feedback System with Uncertainty

まず構造的な不確かさのクラスを記述するために, 次のようなブロック構造を考える.

$$\begin{aligned} \Delta &= \{diag[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_S I_{r_S}, \Delta_1, \dots, \Delta_F] \\ &\quad : \delta_i \in \mathcal{R}, \Delta_j \in \mathcal{C}^{m_j \times m_j}\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、各ブロックの次元は、

$$\sum_{i=1}^S r_i + \sum_{j=1}^F m_j = n \quad (5)$$

を満足するとする．ここで、 S, F はそれぞれスカラー変動と完全ブロック変動の数、 n は変動要素の総数を表す．以上のようなブロック構造が与えられたとき、行列 $M \in \mathcal{C}^{n \times n}$ に対して構造化特異値 $\mu_{\Delta}(M)$ を次のように定義する．

$$\mu_{\Delta}(M) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta): \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0\}} \quad (6)$$

ただし、 $\det(I - M\Delta) = 0$ 満たす Δ が存在しない時は $\mu_{\Delta} = 0$ とする．

このときロバスト制御性能条件は以下で与えられる．

$$\sup_{\omega \in R} \mu_{\Delta}[F_l(P(j\omega), K(j\omega))] < 1 \quad (7)$$

2.3 制御問題 2.1 節、2.2 節での議論をまとめ、最終的な制御問題を以下に示す．

制御問題：(3) 式の H_{∞} DIA 条件と (7) 式のロバスト制御性能条件の両方を満たすコントローラ $K(s)$ を求めよ．

この制御問題を満たす補償器を、 μ -シンセシスと H_{∞} DIA 制御を統合した問題という意味で μ -DIA 制御と呼ぶ．

3. システム構成と数学モデル

実験装置である磁気浮上システムの構成図を図2に示す．電磁石が実験装置の上部に設置されており、制御目的は電磁力を制御することにより浮上体（鉄球）を空中に安定に非接触支持することである．ここで浮上体の質量 M は 286[g] であり、定常ギャップ長 X は 3[mm] と設定している．

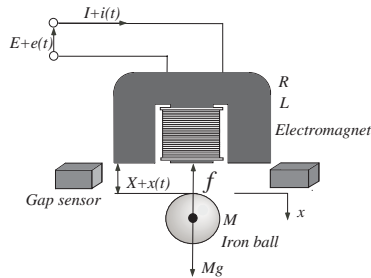


Fig. 2 Magnetic Suspension System

定常状態での幾つかの仮定⁽⁸⁾のもとで、このシステムは以下の3つの浮上体の運動方程式(8)、電磁力方程式(9)、電気回路方程式(10)で記述することが出来る．

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = Mg - f + v_m(t) \quad (8)$$

$$f(t) = k \left(\frac{I + i(t)}{X + x(t) + x_0} \right)^2 \quad (9)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + R(I + i(t)) = E + e(t) + v_L(t) \quad (10)$$

ここで M : 浮上体（鉄球）の質量、 X : 電磁石と浮上体との間の定常ギャップ、 $x(t)$: 定常ギャップ X の微小変位、 I : 定常電流、 $i(t)$: 定常電流 I からの微小変位、 E : 定常電圧、 $e(t)$: 定常電圧 E からの微小変位、 $f(t)$: 電磁力、 k, x_0 : 同定実験によって決まる電磁力 $f(t)$ の係数、 L : 電磁石のインダクタンス、 R : 電磁石の抵抗、 $v_m(t), v_L(t)$: 外乱、ノイズ、である．

制御対象の物理パラメータを表1にまとめる．

つぎに電磁力 $f(t)$ ((9) 式) を定常動作点付近でテイラー展開することによって $x(t), i(t)$ に関して1次近似すると以下が得られる．

$$f(t) = k \left(\frac{I}{X + x_0} \right)^2 - K_x x(t) + K_i i(t) \quad (11)$$

ここで $K_x = 2kI^2/(X + x_0)^3, K_i = 2kI/(X + x_0)^2$ である．

また観測出力 $y_g(t)$ はギャップセンサによって得られる浮上体の位置情報 $x(t)$ とし、以下で与えられる．

$$y_g(t) = x(t) + w_0(t) \quad (12)$$

ここで $w_0(t)$ はセンサノイズやモデルの不確かさの影響を表す．上記を全てまとめると以下の状態方程式が得られる．

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= A_g x_g + B_g u_g + D_g v_0 \\ y_g &= C_g x_g + w_0 \end{aligned} \quad (13)$$

ここで $x_g := [x \ \dot{x} \ i]^T, u_g := e, v_0 := [v_m \ v_L]^T$,

$$A_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 26700 & -23.3 & \\ 0 & 0 & -31.6 \end{bmatrix}, \quad B_g = [0 \ 0 \ 3.33]^T$$

$$C_g = [1 \ 0 \ 0], \quad D_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3.50 & 0 \\ 0 & 3.33 \end{bmatrix}$$

ここで (A_g, B_g) および (A_g, D_g) は可制御、また (A_g, C_g) は可観測である．

4. 制御系設計

本節では提案法を磁気浮上システムへ適用し、磁気浮上システムに対して制御系を設計する．

4.1 一般化プラントの構成と問題設定 まず外乱 $v_0(t)$ と $w_0(t)$ に関して考察する． v_0 は入力外乱で、低周波帯域で影響を及ぼす．また w_0 は出力外乱、お

Table 1 Physical Model Parameters

Symbol	Parameter Name	Value	Unit
M	Mass of the ball	0.286	kg
X	Steady Gap	3.000×10^{-3}	m
I	Steady Current	0.843	A
E	Steady Voltage	8.47	V
k	coefficient of f	2.14×10^{-4}	Nm ² /A ²
x_0	coefficient of f	4.36×10^{-3}	m
R	Resistance	9.50	Ω
L	Inductance	0.300	H

およびモデルの不確かさを表す．そこで重み関数 W_v および W_w を導入し v_0, w_0 を以下のように表す．

$$v_0 = W_v(s) w_2 \quad (14)$$

$$W_v = \Phi C_w (sI - A_w)^{-1} B_w, \quad \Phi = [1 \quad 1]^T$$

$$w_0 = W_w w_1 \quad (15)$$

つぎに被制御変数について考慮する．制御入力のレギュレーションのために u_g にスカラー ρ で重み付けした被制御量 z_1 を以下の様に定義する．制御の基本仕様が浮上体の非接触支持であるため，被制御量としてギャップ長 $x(t)$ とその微分値 $\dot{x}(t)$ を選び，これらを z_g と定義する．その状態変数 z_g に，レギュレーションのために行列 Θ で重み付けし，被制御量 z_2 を以下のように定義する．

$$z_1 = \rho u_g \quad (16)$$

$$z_2 = \Theta z_g, \quad \Theta = \text{diag} [\theta_1 \quad \theta_2] \quad (17)$$

$$z_g = F_g x_g, \quad F_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

最終的には制御対象と重み行列を求め，一般化プラントを (19) 式のように構成する．なお，この一般化プラントには直交条件が課されていないことに注意されたい．

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_g & D_g C_w \\ 0 & A_w \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & D_g D_w \\ 0 & B_w \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} B_g \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Theta F_g & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} \rho \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= \begin{bmatrix} C_g & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} W_w & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで $x := [x_g^T \quad x_w^T]^T$ ， x_w は $W_v(s)$ の状態である．また w, z を， $w := [w_1^T \quad w_2^T]^T$ ， $z := [z_1^T \quad z_2^T]^T$ とする．

さて， μ -シネシスは，構造的な不確かさを有するシステムに対する制御系設計法である．そこで，この一般化プラント (19) における不確かさのブロック構造 Δ を以下に定義する．

$$\Delta := \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_w & 0 \\ 0 & \Delta_v \end{bmatrix} : \Delta_w \in \mathcal{C}, \Delta_v \in \mathcal{C}^{1 \times 2} \right\} \quad (20)$$

ここで， Δ_w は出力外乱，およびモデル化されないダイナミクスや制御装置の実装に起因する不確かさの影響による加法的変動を表す．一方 Δ_v は， $\Delta_v = [\Delta_{v1} \quad \Delta_{v2}]$ と定義される性能のロバスト性を考慮するための仮想的な性能ブロックであり，低周波帯域で影響を及ぼす外乱やパラメータの誤差という不確かさによる変動を意味する．これを考慮することで低周波帯域での外乱除去や状態変数のレギュレーションを達成することができる．このようにして得られた不確かさを含む一般化プラントは，図 3 で表される．ただし，ここで未構成のコントローラ $K(s)$ が含まれている．

この一般化プラントを用いて制御系設計を行うことによって過渡応答特性とロバスト制御性能を両方を考慮することができる．

得られた一般化プラントに対して，本制御系設計での制御問題は以下で与えられる．

制御問題：一般化プラント (19) とブロック構造 (20) で与えられる不確かさを含むフィードバックシステムに対して H_∞ DIA 条件 (3) とロバスト性能条件 (7) の両方を達成する許容コントローラ $K(s)$ を見つけよ．

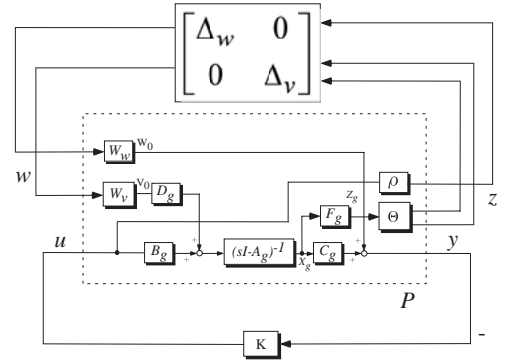


Fig. 3 Generalized Plant with Uncertainty

4.2 設計手順 前節で導出した不確かさを含む一般化プラントに対して，制御目的を達成するコントローラ K を設計する．

具体的には MATLAB 上で制御系設計に関して繰り返し計算を行うことによって設計パラメータ $W_v(s)$, W_w , Θ , ρ を適切に選定し，直接的に H_∞ DIA コントローラの数値解を求める．そのコントローラ

ラを使って D - K イテレーションを行うことでロバスト性能を達成するコントローラを求める．その際の手順を以下に示す．

[Step 1] 周波数重み関数 $W_v(s)$ の選定:

$W_v(s)$ は低い周波数帯域で比較的大きなゲインを持つ関数として選ぶ．コントローラの低周波ゲインと相関がある．

[Step 2] 重み関数 $W_w(s)$ の選定:

W_w は不確かさの大きさと相関があり，これを大きく選ぶことは不確かさを許容することになる．

[Step 3] 重み行列 Θ の選定:

Θ は被制御量 z_g に対する重み行列で，被制御量のレギュレーションの役割を果たす．

[Step 4] 重み係数 ρ の選定:

ρ は入力 u_g に対する重み行列で入力のレギュレーションの役割を果たす．

[Step 5] 一般化プラントの構成:

[Step 1] ~ [Step 4] で選定した設計パラメータを用いて一般化プラントを構成する．この情報を基に H_∞ DIA 補償器 $K(s)$ が計算される⁽¹⁾．

[Step 6] μ -解析:

前節のブロック構造 Δ に関して P_i と K_i の下 LFT を $F_l(P_i, K_i)$ とし μ -解析を行う．これにより，各周波数 ω ごとに

$$\bar{\sigma}[\hat{D}_{i+1}(j\omega)F_l(P_i, K_i)(j\omega)\hat{D}_{i+1}^{-1}(j\omega)] \quad (21)$$

を最小化するスケーリング行列 $\hat{D}_{i+1}(j\omega)$ を求める．そして，

$$\sup_{\omega \in \mathcal{R}} \bar{\sigma}[\hat{D}_{i+1}(j\omega)F_l(P_i, K_i)(j\omega)\hat{D}_{i+1}^{-1}(j\omega)] < 1 \quad (22)$$

を検証する．もし (22) 式の条件が満たされているならば終了する．そうでなければ次のステップへ進む．

[Step 7] スケーリング行列 D のフィッティング:

各周波数ごとに求められるスケーリング行列 $\hat{D}_{i+1}(j\omega)D_i(j\omega)$ の (ゲイン) データを，有理関数 $D_{i+1}(s)$ により近似 (カーブフィット) する．

[Step 8] 一般化プラントの再構成:

新しい一般化プラント

$$P_{i+1} = \begin{bmatrix} D_{i+1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} D_{i+1}^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

を設定する．そして，[Step 5] に戻り，条件を満たす適当なコントローラ $K(s)$ を見つけるまで計算を繰り返す．

4.3 コントローラの設計 提案した手法によりコントローラ $K(s)$ の設計を行う．設計パラメータを

適切に設定することで 2.3 節の制御問題に対する解となるコントローラを実現する．

4.1 節の一般化プラントの構成法に沿って，設計パラメータ $W_v(s)$ ， $W_w(s)$ ， ρ ， Θ のそれぞれの意味を勘案し，シミュレーションと制御実験を繰り返すことにより以下に示すパラメータを最終的に選定した．

$$\begin{aligned} W_v(s) &= \frac{5.0 \times 10^4}{s + 0.010}, & W_w &= 0.3 \\ \Theta &= \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 0.00010 \end{bmatrix} \\ \rho &= 4.0 \times 10^{-7} \end{aligned} \quad (24)$$

このパラメータを使って，上記の D - K イテレーションを 2 回繰り返し，コントローラ $K(s)$ が求められた．ここで $\mu_\Delta[F_l(P, K)]$ のピーク値は，0.805 である．ここで (20) 式のブロック構造に対して定数スケーリング行列を用いた．得られたコントローラを以下に示す．

$$\begin{aligned} K(s) &= \frac{8.496 \times 10^8 (s + (48.68 \pm 20.39i))}{(s + (330.59 \pm 655.7i))} \\ &\quad \times \frac{(s + 7.1955)}{(s + 811.19)(s + 0.01)} \end{aligned} \quad (25)$$

またこのときの (3) 式を満たす最大の重み行列 N は， $4.561157 \times 10^{-3} \times I$ である．ここで計算の簡単のために N の自由度を $N = nI$ と限定している． n は正のスカラで I は一般化プラントと等しい次数を持つ単位行列である．正定行列 N をこのように限定するのは，解析後の評価を容易にするためである．

図 4 に (25) 式の $K(s)$ を用いた $\mu_\Delta[F_l(P, K)]$ の上界， $\bar{\sigma}(DF_l(P, K)D^{-1})$ をそれぞれ実線，破線で示す．

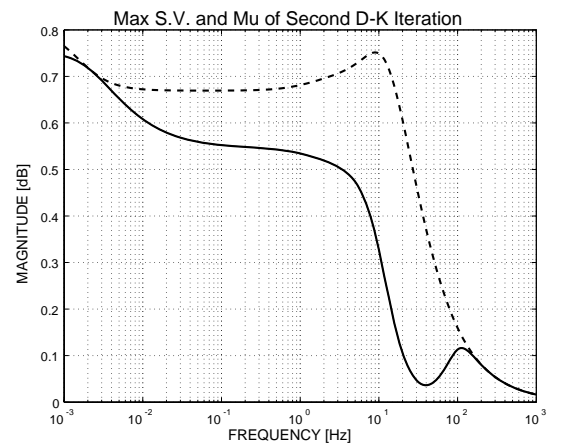


Fig. 4 $\bar{\sigma}$ and μ plots of the second D - K iteration

図 4 より， μ のピーク値が 1 未満であるので (7) 式のロバスト性能条件を満たしていることが分かる．

続いて，本提案法によるコントローラと，比較のため H_∞ DIA 制御によって設計したコントローラ⁽¹⁾の周

波数応答を図5に示す．以下では提案法によるコントローラ $K(s)$ を $K_{\mu DIA}(s)$ と、従来の H_{∞} DIA 制御によって設計したコントローラを $K_{DIA}(s)$ と表現する．

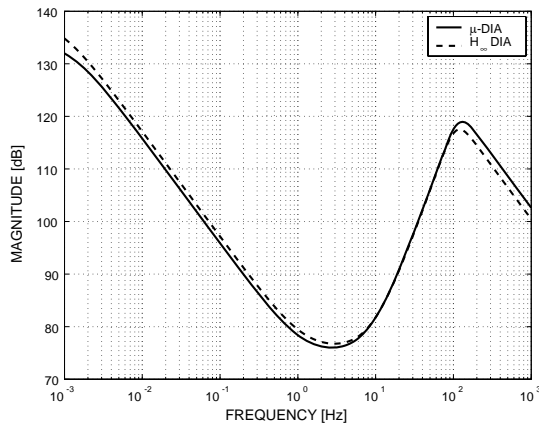


Fig. 5 Frequency Responses of Two Controllers

ここで、これらの2つのコントローラの設計には、(24)式で与えられる同一の設計パラメータを用いている．

提案コントローラ $K_{\mu DIA}(s)$ と H_{∞} DIA コントローラ $K_{DIA}(s)$ を用いて N 値と構造化特異値 μ を計算した結果を表2に示す．この表により、 D - K イテレーションによってスケーリング行列を用いて一般化プラント P を更新することにより、 N の値が増加し、一方 μ の値は減少していることが確認できる． N の増加は過渡応答性の向上、つまり初期状態の不確かさに対する性能向上を意味し、 μ の減少はロバスト性能の向上を示し、ともに特性が改善されたことが分かる．

Table 2 Comparison between H_{∞} DIA and μ -DIA

	H_{∞} DIA $K_{DIA}(s)$	μ -DIA $K_{\mu DIA}(s)$
N	4.31351×10^{-3}	4.56116×10^{-3}
μ	0.886434	0.805364

5. 制御実験による検証と実験

前節で得られたコントローラ $K_{\mu DIA}(s)$ と H_{∞} DIA コントローラ $K_{DIA}(s)$ を磁気浮上システムに適用し、制御実験による理論検証を行う．これにより提案法の過渡応答性能とロバスト制御性能を確認する．

表2の解析結果から、コントローラ $K_{\mu DIA}(s)$ が良好な過渡応答性能とロバスト性能を有することが期待される．この特性を制御実験により検証することを本節の目的とする．

なお、磁気浮上システムは非線形性が強いことで知られているが、本実験では平衡点近傍での実験を行っ

ており、非線形性の影響は無視できると考える．磁気浮上システムの平衡点移動に対する線形ロバスト制御の限界については文献(12)が参考になることを付記する．

5.1 過渡応答性能の評価 まず、得られた2つのコントローラを用いて制御系は安定性を良好に保持した．つぎに、過渡応答性能を確認するためにステップ状の目標値信号を与えた際の時間応答を確認した．ここでステップ信号の大きさは1[mm]とした．このとき電磁力と浮上体(鉄球)の距離が3[mm]から4[mm]へと変化する．実験結果を図6に示す．

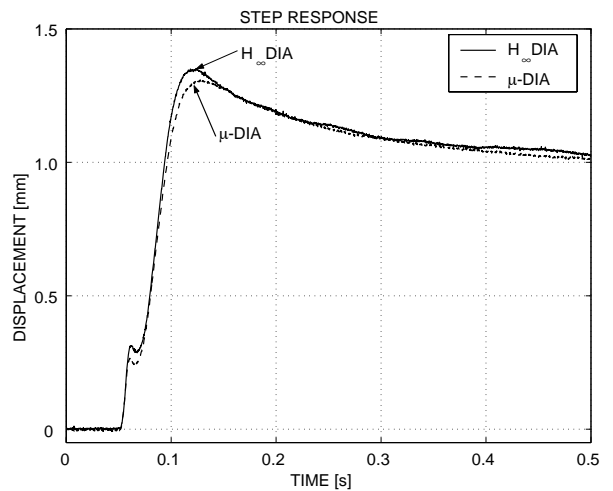


Fig. 6 Step Responses of Two Controllers

コントローラ $K_{\mu DIA}(s)$ と $K_{DIA}(s)$ の応答を比較すると、オーバーシュートの大きさが μ -DIA 制御 ($K_{\mu DIA}(s)$) では小さく抑えられ、 N の評価が妥当であることが確認された．

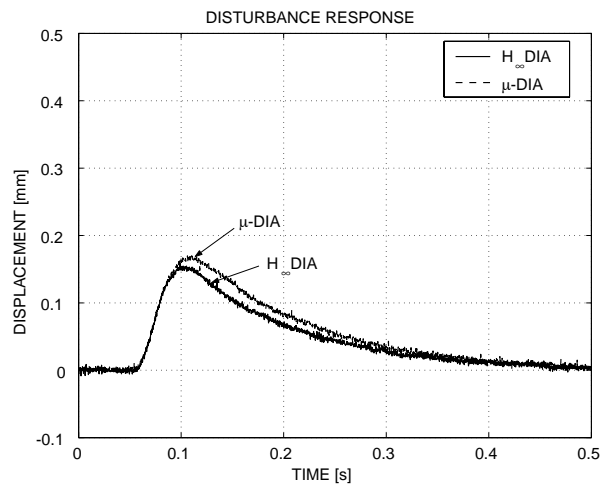


Fig. 7 Disturbance Responses of Two Controllers

さらに、目標値応答だけでなく制御系の総合的な評

価のために、外乱応答を計測した。その結果を図7に示す。これは定常吸引力の約25[%]に相当する0.7[N]相当の擬似力外乱を鉛直下向きに加えた結果である。

H_∞ DIA コントローラのほうがオーバーシュートが小さく、定常状態への収束時間も早くなっていることが分かる。図5の結果から低周波ゲインは H_∞ DIA コントローラ $K_{DIA}(s)$ が高く、良好な外乱除去性能を有していることが分かる。

μ -DIA コントローラは、ロバスト制御性能を考慮しているために外乱除去性能が H_∞ DIA 制御に比べ劣化したと考えられる。

5.2 質量変動に対するロバスト制御性能の評価
ここでは2つのコントローラのロバスト制御性能を確認する。提案法は H_∞ DIA 制御に μ -シンセシスを統合し、スケーリング行列を利用することにより、過渡応答性能とロバスト性能の向上を目的としている。

表2の解析結果から、 μ -DIA コントローラ $K_{\mu DIA}(s)$ が H_∞ DIA コントローラ $K_{DIA}(s)$ よりもロバスト制御性能に優れていることが期待される。そこで浮上体を公称質量である286[g]の鉄球から表3に示す質量を有する鉄球に変化させて浮上実験を行い、応答の変化を確認する。

Table 3 Mass Change of the Iron Ball

	Mass of the Ball [g]	Varying Rate
0	286(nominal val.)	0%
1	440	+54%
2	534	+87%

それぞれのコントローラにステップ状の目標値信号を与えた場合の時間応答を確認した。実験結果を図8, 9に示す。このときのステップ信号の大きさは、図6と同様に1[mm]としている。この結果より H_∞ DIA コントローラの応答は質量が重くなるにしたがってオーバーシュートが大きくなるのが分かる。それに比べて、 μ -DIA コントローラでは質量の変動に伴ってオーバーシュートが変動するものの、その変動幅は H_∞ DIA コントローラよりも小さく抑えられていることが分かる。

表4に、2つのコントローラのオーバーシュートの変動率をまとめる。それぞれの数値は、公称質量における各コントローラのオーバーシュートの大きさを基準とした増加割合[%]である。この表から μ -DIA コントローラは H_∞ DIA コントローラに比べて変動率が小さく、パラメータ変動に対してもロバスト制御性能を保持していることが分かる。これについては図5の周波数応答において、 μ -DIA コントローラの間周波数帯のゲインが H_∞ DIA 制御に比べて下がり、これによりロバスト性が向上したものと考えられる。

Table 4 Overshoot Comparison in Two Controllers

	Varying Rate[%]	
	440[g]	534[g]
H_∞ DIA : $K_{DIA}(s)$	2.24	3.73
μ -DIA : $K_{\mu DIA}(s)$	0.75	2.61

以上の2種類の実験により、 μ -DIA 制御は H_∞ DIA 制御の過渡応答特性と良好なロバスト制御性能の両方の特性を合わせ持った制御方法であることが確認できた。

煩雑な記載を避けるため、ここでは浮上体の質量を増加させる結果しか記載していないが、減少させる場合においても同様の結果が得られていることを付記しておく⁽¹³⁾。

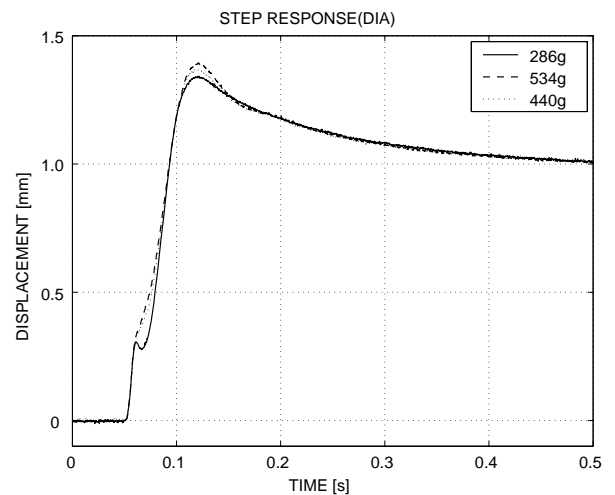


Fig. 8 Step Responses with Mass Change (H_∞ DIA)

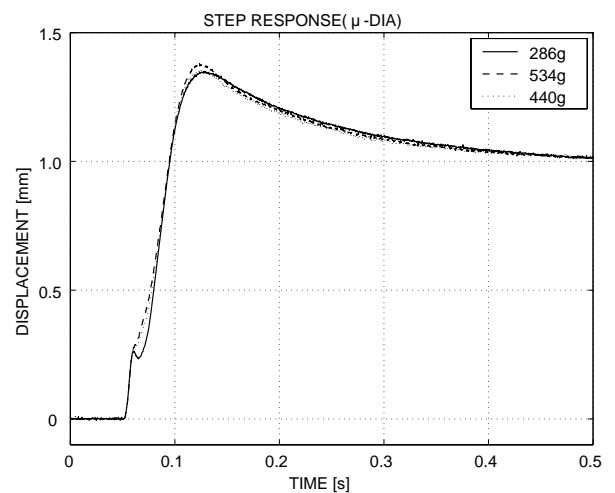


Fig. 9 Step Responses with Mass Change (μ -DIA)

6. お わ り に

本研究では、 $D-K$ イテレーションに H_∞ DIA 制御問題を適用した μ -シンセシスを構築することにより良好な過渡応答特性とロバスト制御性能の両方を有する補償器を構成した。また実際に提案法を磁気浮上システムに対して適用し制御実験により理論検証を行った。

$D-K$ イテレーションによってスケーリング行列を用いて一般化プラントを更新することにより、過渡応答性の指標である N と、ロバスト性能の指標である μ がともに向上可能であることを示した。

制御実験による応答を比較することで μ -DIA 制御は H_∞ DIA 制御より外乱除去性能に劣るが、過渡応答特性とロバスト制御性能に優れることを確認した。

以上により、 $D-K$ イテレーションに H_∞ DIA 制御問題を適用した μ -シンセシスを構築することにより良好な過渡応答特性とロバスト制御性能の両方の特性を有する補償器を実現できることを確認した。

文 献

- (1) T. Namerikawa, M. Fujita, R. S. Smith and K. Uchida, "On the H_∞ Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties," *Trans. SICE*, vol.40, no.3, pp.307-314, 2004.
- (2) K. Uchida, A. Kojima and M. Fujita, " H_∞ Control Attenuating Initial-State Uncertainties," *Int. J. of Control*, vol.66, no. 2, pp.245-252, 1997.
- (3) T. Namerikawa and M. Fujita, " H_∞ Control System Design of the Magnetic Suspension System Considering Initial State Uncertainties," *IEEJ Trans. EIS*, vol.123, no.6, pp.1094-1100, 2003.
- (4) 楊 子江, 宮崎大輔, "電圧制御型磁気浮上系の適応ロバスト非線形制御," 計測自動制御学会論文集, vol.38, no.1, pp.35-44, 2002.
- (5) Y. Uchiyama and M. Fujita, "Application of Two-Degree-of-Freedom Control to Multi-Axis Electro-Dynamic Shaking System Using μ -Synthesis and Adaptive Filter," *JSME International Journal Series C*, vol.46, no.3, pp.828-834, 2003.
- (6) A. Packard and J. Doyle, "The Complex Structured Singular Value," *Automatica*, vol.29, no.1, pp.71-109, 1993.
- (7) P.M. Young and J.C. Doyle, "A Lower Bound for the Mixed μ Problem," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.42, no.1, pp.123-128, 1997.
- (8) M. Fujita, T. Namerikawa and F. Matsumura, " μ -Synthesis of an Electromagnetic Suspension System," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.40, no.3, pp.530-536, 1995.
- (9) T. Hu, Z. Lin, W. Jiang and P.E. Alaire, "Constrained Control Design of Magnetic Bearing Systems," *Proc. of American Control Conf.*, pp.1086-1091, 2003.
- (10) O.F. Storeset and B. Paden, "Infinite Dimensional Models for Perforated Track Electrodynamic Magnetic Levitation," *Proc. of IEEE Conf. on Decision and Control*, pp.842-847, 2002.
- (11) T. Namerikawa and M. Fujita, " H_∞ DIA Control for Magnetic Suspension Systems," *Proc. of the 2004 IEEE Int. Conf. on Control Applications*, pp.1697-1702, 2004.
- (12) T. Namerikawa and M. Fujita, "Uncertainty Structure and μ -Synthesis of a Magnetic Suspension System", *Trans. IEE of Japan* vol.121-C, no.6, 2001.
- (13) 滑川 徹, 瀬戸洋紀, " μ -シンセシスをを用いた H_∞ DIA 制御による磁気浮上系のロバスト制御性能改善", 電気学会産業計測制御研究会, IIC-04-23, pp.127-132, 慶応大学, 2004.