

# ホーニング加工における真円度生成機構の解析：第1報，理論的検討

著者	上田 隆司，大森 滋人，杉田 忠彰
雑誌名	日本機械学会論文集 C編 = Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C
巻	56
号	528
ページ	2270-2278
発行年	1990-08-25
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2297/36971">http://hdl.handle.net/2297/36971</a>

doi: 10.1299/kikaic.56.2270

# ホーニング加工における真円度生成機構の解析\*

## (第1報, 理論的検討)

上田 隆司\*<sup>1</sup>, 大森 滋人\*<sup>2</sup>, 杉田 忠彰\*<sup>1</sup>

### Influence of Honing Head Design on Out of Roundness (1st Report, Theoretical Investigation)

Takashi UEDA, Sigeto OMORI and Tadaaki SUGITA

In the honing operation, the influence of the honing head design on the out of roundness of a workpiece is investigated theoretically. Harmonic analysis is applied to fit the curve to the shape of the cross section of the workpiece. Using the three-stick honing head, the amplitude of waves of degree 3, 6, 9, ... is attenuated more rapidly than that of waves of degree 2, 4, 5, 7, ... as the honing proceeds. The four-stick honing head can not attenuate the amplitude of waves of degree 3, 5, 7, 9, ... but attenuates that of waves of degree 2, 4, 6, ... . In the case of the honing head with greater sticking, the amplitude of some waves is amplified. The influence of the space of stick and shoes around the periphery of single-stick honing head on the out of roundness is investigated.

**Key Words:** Manufacturing Technology, Honing Operation, Out of Roundness, Honing Head Design, Harmonic Analysis, Number of Sticks

#### 1. 緒 言

ホーニング加工は研削加工に比較して, 加工時に発生する熱量が小さいため加工変質層の少ない仕上面が得られるとともに, 加工機自身が単純な構造であるにもかかわらず少ない削り代で良好な寸法精度, 形状精度を得ることができるなどの特徴を持っている<sup>(1)</sup>. すなわち, 一般の研削盤では固定された基準面を持ち, 砥石と基準面との距離が加工精度を保持しているのに対し, ホーニング加工機は固定された基準面を持たず, 砥石が加工物との間の力のバランスを保ちながら運動することによって真円度や真直度などの加工精度を得ている. したがって, その構造機構や運動の制御が加工精度に大きく影響する<sup>(2)</sup>.

そこで本研究ではシリンダ内面を定圧でホーニング加工する場合を取り上げ, 複数の砥石が互いにバランスを保ちながら加工してゆく過程をモデル化して考えることにより, 加工物の真円度が向上してゆく機構を理論的に解析した.

#### 使用記号

$a_n, b_n$ : フーリエ係数  
 $a_{nm}, b_{nm}$ : ホーニングヘッド  $N$  回転後の真円度曲線のフーリエ係数  
 $\bar{A}$ : 式(38)で定義される行列  
 $C_n$ :  $n$  次の波の振幅(フーリエ係数)  
 $C_{nm}$ : ホーニングヘッド  $N$  回転後の真円度曲線の  $n$  次の波の振幅  
 $C_r$ : 比例定数  
 $H_n$ : 式(27)で定義される式  
 $K$ : 比例定数(ばね定数)  
 $n$ : 次数  
 $N$ : ホーニングヘッドの回転回数  
 $N_s$ : 砥石本数, および砥石番号  
 $P_n$ : 定常的砥石圧力  
 $P_b$ : 加工面の凹凸によって砥石に生ずる圧力  
 $P(\theta)$ : 全砥石圧力  
 $r$ : 半径  
 $r_o$ : 基準円の半径  
 $\delta r_N(\theta)$ : ホーニングヘッド  $N$  回転後の加工物半径増加量  
 $R_{ns}$ : 加工面の凹凸による砥石  $N_s$  の半径方向変位

\* 平成2年3月23日 関西支部第65期定時総会講演会において講演, 原稿受付 平成元年6月14日.

<sup>1</sup> 正員, 金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野2-40-20).

<sup>2</sup> ミノルタカメラ(株) (〒590 堺市大山西町3-91).

$\delta R_0(\theta)$ : 初期真円度曲線  
 $\delta R_N(\theta)$ : ホーニングヘッド  $N$  回転後の真円度曲線  
 $\delta R(\theta)$ : 真円度曲線  
 $S$ : 砥石作業面積  
 $\theta$ : 角度(ホーニングヘッドの回転角)  
 $\xi_N(\theta)$ : ホーニングヘッド  $N$  回転めにおいて、加工面の凹凸のため全砥石に生じる変位によって砥石 1 が受ける変位  
 $\phi_1, \phi_2$ : 1 本砥石用ホーニングヘッドにおける足の設定角

## 2. 真円度生成機構の解析

図 1 に示すように、シリンダ内面を表す真円度曲線に対し、真円度中心を中心として  $r, \theta$  を変数とする接線極座標を用いると、フーリエ級数により、

$$\delta R(\theta) = -\{r(\theta) - r_0\} = -\sum_{n=2}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots \dots \dots (1)$$

と表すことができる<sup>(3)(4)</sup>。ただし、 $r_0$  は基準円の半径であり、 $\delta R(\theta)$  は正のとき基準円の内側、負のとき基準円の外側を表している。したがって、次数  $n$  の波の振幅  $C_n$  は

$$C_n = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2}$$

で与えられることになる。

図 2 は加工中の加工物の横断面図であり、4 本の砥石をコーンによって加工面に圧着し、この砥石に回転と往復運動を与えることによって加工を行っている。コーンはユニバーサルジョイントを介して駆動系に接続されていることから、砥石の半径方向の動きは砥石間の力の平衡で決まり、コーンは拘束力を持たない。このため、加工面凹凸による各砥石の変位は直接他の砥石に伝達されることになる。そこで、これらの加工状態を考慮して次のような仮定をおいて解析を行うことにする。

仮定 1 真円度曲線は加工物の軸方向に一様とする。したがって、砥石の往復運動は考慮せず回転運動により加工が進行してゆくものとする。

仮定 2 加工は砥石の中心線上で行われるものとする。

仮定 3 砥石には変位に比例した力が作用し、切削力はその力に比例するものとする。

仮定 4 加工面の凹凸によって受ける砥石の変位およびこれによって砥石に作用する力は常に半径方向を向いているものとする。

仮定 5 砥石軸の中心と基準円の中心は一致しているものとする。

### 2.1 3 本砥石ホーニングヘッド

図 3 にシリンダ内の 3 本砥石の配置を示す。基準円のみを示し、真円度曲線は略している。まず、シリンダ内面の凹凸による砥石 1 の変位を考えてみる。各砥石の凹凸による半径方向の変位を  $R_1, R_2, \dots, R_{N_s}$  とすると(砥石圧力を増大させる中心方向を正とする)。

砥石 2 の変位  $R_2$  の、砥石 1 への影響は：

$$-R_2 \cos(2\pi/3) = R_2/2$$

砥石 3 の変位  $R_3$  の、砥石 1 への影響は：

$$-R_3 \cos(4\pi/3) = R_3/2$$

また、砥石 1 自身の変位が  $R_1$  であることからシリンダ内面の凹凸によって砥石 1 が受ける変位  $\xi_1(\theta)$  は

$$\xi_1(\theta) = R_1 + \frac{R_2}{2} + \frac{R_3}{2} \dots \dots \dots (2)$$

ところが、シリンダ内面の凹凸は真円度曲線(1)で表されていることから、初期状態を  $\delta R_0(\theta)$  と表すと、

$$R_1 = \delta R_0(\theta), R_2 = \delta R_0\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right), R_3 = \delta R_0\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$$

となる。ただし、

$$\delta R_0(\theta) = -\sum_{n=2}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots \dots \dots (3)$$

これらを式(2)に代入すると

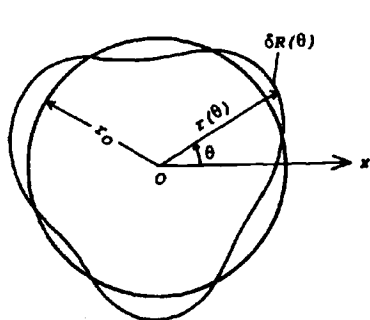


図 1 接線極座標および真円度曲線

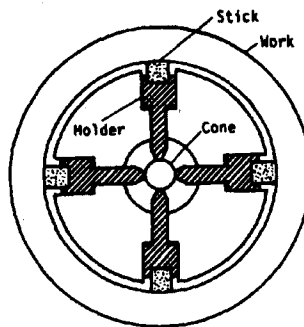


図 2 加工状態にある加工物の横断面図

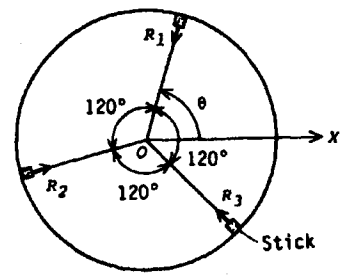


図 3 3 本砥石の加工モデル横断面図

$$\xi_1(\theta) = \delta R_0(\theta) + \frac{1}{2} \left\{ \delta R_0 \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \delta R_0 \left( \theta + \frac{4\pi}{3} \right) \right\} \dots\dots\dots (4)$$

式(4)により、砥石1がシリンダ内面の凹凸によって受ける変位  $\xi_1(\theta)$  が求まる。ここで、比例定数(ばね定数)を  $K$  とおけば、仮定3により変位  $\xi_1(\theta)$  によって砥石1に作用する砥石圧力  $P_0$  は

$$P_0 = \frac{K\xi_1(\theta)}{S} \dots\dots\dots (5)$$

となる。ただし、 $S$  は砥石作業面積である。定常的に砥石に与えられている圧力を  $P_n$  とすると、全砥石圧力  $P(\theta)$  は

$$P(\theta) = P_n + P_0 = P_n + \frac{K\xi_1(\theta)}{S} \dots\dots\dots (6)$$

となる。仮定3より、シリンダは  $P(\theta)$  に比例した量だけ切削されることから、比例定数を  $C_r$  とおけば、砥石1による1回転後の加工物の半径増加量  $\delta r_1(\theta)$  は

$$\delta r_1(\theta) = C_r P(\theta) = C_r \left\{ \frac{K\xi_1(\theta)}{S} + P_n \right\} \dots\dots (7)$$

で表される\*\*。

さて、3本砥石の場合、各砥石が同時に加工することから、砥石が  $2\pi/3$  回転すると初期の加工面はなくなり、砥石は新しい加工面に入ることになる。ところが、3本の砥石は同じ条件で配置され、おなじ切削性能を持っていることから、個々の砥石の加工を考える必要はなく、砥石1を代表として考えればよい。すなわち、砥石1のみが加工を行い、他の2本の砥石は真円度曲線の凹凸を伝える働きをすとし、砥石1が1回転したときに新しい真円度曲線ができあがるものとする。この考え方は砥石本数が増した場合にも適用することができ、砥石本数は単に加工速度に影響するものと考えればよい。

すると、 $N$  回転後の真円度曲線を  $\delta R_N(\theta)$  とすると、シリンダ内面の凹凸から砥石1が受ける変位  $\xi_N$  は式(4)と同様の考え方により、

$$\xi_N(\theta) = \delta R_{N-1}(\theta) + \frac{1}{2} \left\{ \delta R_{N-1} \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \delta R_{N-1} \left( \theta + \frac{4\pi}{3} \right) \right\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。一方、1回転後の真円度曲線  $\delta R_1(\theta)$  は  $\delta R_1(\theta) = \delta R_0(\theta) - \delta r_1(\theta)$  より、式(7)を代入すれば、

$$1 \text{ 回転後} : \delta R_1(\theta) = \delta R_0(\theta) - C_r \left\{ \frac{K\xi_1(\theta)}{S} + P_n \right\}$$

となる。同様に、

$$2 \text{ 回転後} : \delta R_2(\theta) = \delta R_1(\theta) - \delta r_2(\theta) = \delta R_1(\theta) - C_r \left\{ \frac{K\xi_2(\theta)}{S} + P_n \right\}$$

⋮

$$N \text{ 回転後} : \delta R_N(\theta) = \delta R_{N-1}(\theta) - C_r \left\{ \frac{K\xi_N(\theta)}{S} + P_n \right\} \dots\dots\dots (9)$$

と表されることから、これらの式を加え合すると、

$$\begin{aligned} \delta R_N(\theta) &= \delta R_0(\theta) - \frac{C_r K}{S} \{ \xi_1(\theta) + \xi_2(\theta) + \dots + \xi_N(\theta) \} - C_r P_n N \\ &= \delta R_0(\theta) - \frac{C_r K}{S} \sum_{i=1}^N \xi_i(\theta) - C_r P_n N \dots\dots (10) \end{aligned}$$

すなわち、 $N$  回転後の真円度曲線は式(10)で与えられることになる。式(10)より、 $C_r P_n N$  は  $\theta$  に依存せず定数であり、真円度曲線に影響しないことがわかる。そこで、式(9)において  $P_n$  の項を省略し、

$$\delta R_N(\theta) = \delta R_{N-1}(\theta) - \frac{C_r K}{S} \xi_N(\theta) \dots\dots\dots (11)$$

と書き直すことができる。

式(8)、(11)を用いることにより、ホーニングヘッドが1回転するごとに変化する真円度曲線を順次求めてゆくことができる。

1回転後、すなわち  $N=1$  のとき、式(8)に式(3)を代入すると、

$$\begin{aligned} \xi_1(\theta) &= - \sum_{n=2}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[ \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ a_n \cos n \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) + b_n \sin n \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right\} + \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ a_n \cos n \left( \theta + \frac{4\pi}{3} \right) + b_n \sin n \left( \theta + \frac{4\pi}{3} \right) \right\} \right] \\ &= - \sum_{n=2}^{\infty} \left( 1 + \cos \frac{2n\pi}{3} \right) (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

したがって、式(11)に式(12)を代入すると

$$\delta R_1(\theta) = - \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 + \cos \frac{2n\pi}{3} \right) \right\} \times (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots\dots\dots (13)$$

$N=2$  のとき、同様に

$$\begin{aligned} \xi_2(\theta) &= - \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 + \cos \frac{2n\pi}{3} \right) \right\} \\ &\quad \times \left\{ \left( 1 + \cos \frac{2n\pi}{3} \right) (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \right\} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

したがって

\*\*  $\delta r_1(\theta)$  が常に正となるように十分大きく砥石圧力  $P_n$  を設定すればシリンダ内面の凹凸によって砥石が加工面から離れる状態は生じない。

$$\delta R_2(\theta) = -\sum_{n=2}^{\infty} \left\{ 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 + \cos \frac{2n\pi}{3} \right) \right\}^2 \times (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots (15)$$

以下、同様の手順を繰返してゆくと、最終的に砥石が  $N$  回転した後の真円度曲線  $\delta R_N(\theta)$  は

$$\begin{aligned} \delta R_N(\theta) &= -\sum_{n=2}^{\infty} \left\{ 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 + \cos \frac{2n\pi}{3} \right) \right\}^N \\ &\quad \times (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \\ &= -\left( 1 - \frac{C_r K}{2S} \right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{ a_{3m-1} \cos(3m-1)\theta \\ &\quad + b_{3m-1} \sin(3m-1)\theta \} \\ &\quad - \left( 1 - \frac{2C_r K}{S} \right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{ a_{3m} \cos 3m\theta + b_{3m} \sin 3m\theta \} \\ &\quad - \left( 1 - \frac{C_r K}{2S} \right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{ a_{3m+1} \cos(3m+1)\theta \\ &\quad + b_{3m+1} \sin(3m+1)\theta \} \dots (16) \end{aligned}$$

ここで、振幅に注目すると、次数が3の倍数の波には  $(1 - 2C_r K/S)^N$ 、他の波には  $(1 - C_r K/2S)^N$  の係数がかかっている。ところが、一般の加工では

$$0 < \frac{C_r K}{S} < 1 \dots (17)$$

であることから

$$0 < \left( 1 - \frac{2C_r K}{S} \right) < \left( 1 - \frac{C_r K}{2S} \right) < 1$$

なる関係が成り立っている\*\*\*。したがって、加工が進行して砥石の回転回数  $N \rightarrow \infty$  となるとき、次数が3の倍数の波の振幅は他の波のそれよりも速く減衰してゆくことになる。すなわち、3本砥石のホーニングヘッドでは、3、6、9、……の次数の波は速く減衰し、2、4、5、7、……の次数の波はゆっくり減衰してゆくことになる。しかし、いずれの係数も  $N \rightarrow \infty$  で零となることから、3本砥石の場合、加工時間を長くすれば真円度は確実に向上してゆくことになる。

**2.2 4本砥石ホーニングヘッド** 図4にシリンダ内の4本砥石の配置を示す。図3と同様、真円度曲線は略している。凹凸による各砥石の変位を  $R_1, R_2, R_3, R_4$  とすると

$$\begin{aligned} \text{砥石2の変位 } R_2 \text{ の, 砥石1への影響は:} \\ -R_2 \cos(\pi/2) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{砥石3の変位 } R_3 \text{ の, 砥石1への影響は:} \\ -R_3 \cos(2\pi/2) = R_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{砥石4の変位 } R_4 \text{ の, 砥石1への影響は:} \\ -R_4 \cos(3\pi/2) = 0 \end{aligned}$$

したがって、砥石1が受ける変位  $\xi_1(\theta)$  は3本砥石ホーニングヘッドの場合と同様に考えると

$$\begin{aligned} \xi_1(\theta) &= R_1 + R_3 \\ &= \delta R_0(\theta) + \delta R_0(\theta + \pi) \end{aligned}$$

$$= -2 \sum_{m=1}^{\infty} (a_{2m} \cos 2m\theta + b_{2m} \sin 2m\theta) \dots (18)$$

ゆえに

$$\begin{aligned} \delta R_1(\theta) &= -\left( 1 - \frac{2C_r K}{S} \right) \sum_{m=1}^{\infty} (a_{2m} \cos 2m\theta \\ &\quad + b_{2m} \sin 2m\theta) - \sum_{m=1}^{\infty} (a_{2m+1} \cos(2m+1)\theta \\ &\quad + b_{2m+1} \sin(2m+1)\theta) \dots (19) \end{aligned}$$

以下、同様の手順を繰返してゆくと

$$\begin{aligned} \delta R_N(\theta) &= -\left( 1 - \frac{2C_r K}{S} \right)^N \sum_{m=1}^{\infty} (a_{2m} \cos 2m\theta \\ &\quad + b_{2m} \sin 2m\theta) - \sum_{m=1}^{\infty} (a_{2m+1} \cos(2m+1)\theta \\ &\quad + b_{2m+1} \sin(2m+1)\theta) \dots (20) \end{aligned}$$

$0 < \left( 1 - \frac{2C_r K}{S} \right) < 1$  であることから、4本砥石ホーニングヘッドの場合、偶数次数の波は減衰するが、奇数次数の波は全く減衰しないことになる。すなわち、2、4、6、……の次数の波を除去できるが、3、5、7、……の次数の波はそのまま残ってしまうことがわかる\*\*\*。

**2.3  $N_s$ 本砥石ホーニングヘッド** 3本砥石、および4本砥石ホーニングヘッドにおける考え方をそのまま延長すると、 $N_s$ 本砥石が等間隔に配置されている一般的な場合に拡張することができる。図5にシリンダ内の  $N_s$ 本砥石の配置を示す。凹凸による各砥石の変位を  $R_1, R_2, \dots, R_{N_s}$  とすると、

$$\begin{aligned} \text{砥石2の変位 } R_2 \text{ の, 砥石1への影響は:} \\ -R_2 \cos(2\pi/N_s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{砥石3の変位 } R_3 \text{ の, 砥石1への影響は:} \\ -R_3 \cos(4\pi/N_s) \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned} \text{砥石 } N_s \text{ の変位 } R_{N_s} \text{ の, 砥石1への影響は:} \\ -R_{N_s} \cos(2(N_s-1)\pi/N_s) \end{aligned}$$

また、砥石1自身の変位が  $R_1$  であることからシリンダ内面の凹凸によって砥石1が受ける変位  $\xi_1$  は

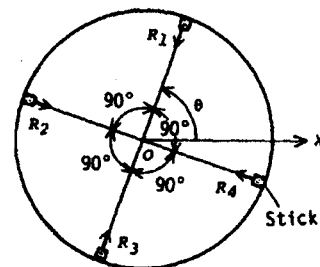


図4 4本砥石の加工モデル

\*\*\* 式(18)より明らかのように、2本砥石ホーニングヘッドは4本砥石ホーニングヘッドと同じになる。

\*\*\* 第2報図7の脚注参照。

$$\begin{aligned} \xi_1(\theta) = & R_1 - R_2 \cos\left(\frac{2\pi}{N_s}\right) - R_3 \cos\left(\frac{2\pi}{N_s} \times 2\right) \\ & - R_4 \cos\left(\frac{2\pi}{N_s} \times 3\right) - \dots - R_{N_s} \cos\left\{\frac{2\pi}{N_s}(N_s-1)\right\} \\ & \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

式(3)で表されるシリンダ内面の初期真円度曲線を用いると、

$$\begin{aligned} \xi_1(\theta) = & \delta R_0(\theta) - \delta R_0\left(\theta + \frac{2\pi}{N_s}\right) \cos \frac{2\pi}{N_s} \\ & - \delta R_0\left(\theta + \frac{4\pi}{N_s}\right) \cos \frac{4\pi}{N_s} - \dots\dots \\ & - \delta R_0\left(\theta + \frac{2\pi}{N_s}(N_s-1)\right) \cos\left\{\frac{2\pi}{N_s}(N_s-1)\right\} \\ & \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

したがって、 $N$ 回転後の真円度曲線を  $\delta R_N(\theta)$  とすると、シリンダ内面の凹凸から磁石1が受ける変位  $\xi_N$  は式(22)より、

$$\begin{aligned} \xi_N(\theta) = & \delta R_{N-1}(\theta) - \delta R_{N-1}\left(\theta + \frac{2\pi}{N_s}\right) \cos \frac{2\pi}{N_s} \\ & - \delta R_{N-1}\left(\theta + \frac{4\pi}{N_s}\right) \cos \frac{4\pi}{N_s} - \dots\dots \\ & - \delta R_{N-1}\left(\theta + \frac{2\pi}{N_s}(N_s-1)\right) \cos\left\{\frac{2\pi}{N_s}(N_s-1)\right\} \\ & \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

となるのがわかる。一方、式(11)より

$$\delta R_N(\theta) = \delta R_{N-1}(\theta) - \frac{C_r K}{S} \xi_N(\theta) \dots\dots\dots (24)$$

であることから、式(23)、(24)を用いて、磁石が1回転するごとに得られる真円度曲線を求めることができる。

1回転後、すなわち  $N=1$  のとき、式(22)または式(23)に式(3)を代入すると、

$$\begin{aligned} \xi_1(\theta) = & - \sum_{n=2}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ a_n \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{N_s}\right) \right. \\ & + b_n \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{N_s}\right) \left. \right\} \cos \frac{2\pi}{N_s} + \dots\dots \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} \left[ a_n \cos n\left\{\theta + \frac{2\pi(N_s-1)}{N_s}\right\} \right. \end{aligned}$$

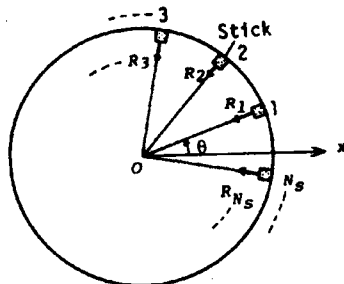


図5  $N_s$ 本磁石の加工モデル

$$+ b_n \sin n\left\{\theta + \frac{2\pi(N_s-1)}{N_s}\right\} \left. \right\} \cos \frac{2\pi}{N_s}(N_s-1)$$

各項を展開し、

$$\begin{aligned} \sin \frac{2\pi(N_s-1)n}{N_s} &= -\sin \frac{2\pi n}{N_s}, \\ \cos \frac{2\pi(N_s-1)}{N_s} &= \cos \frac{2\pi}{N_s} \end{aligned}$$

などの関係を用いて整理すると、

$$\begin{aligned} \xi_1(\theta) = & - \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ 1 - \cos \frac{2\pi n}{N_s} \cos \frac{2\pi}{N_s} \right. \\ & - \cos \frac{4\pi n}{N_s} \cos \frac{4\pi}{N_s} - \dots\dots \\ & \left. - \cos \frac{2\pi(N_s-1)n}{N_s} \cos \frac{2\pi(N_s-1)}{N_s} \right\} \\ & \times (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

したがって、式(24)に式(25)を代入すると、

$$\begin{aligned} \delta R_1(\theta) = & - \sum_{n=2}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) + \frac{C_r K}{S} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ 1 \right. \\ & - \cos \frac{2\pi n}{N_s} \cos \frac{2\pi}{N_s} - \cos \frac{4\pi n}{N_s} \cos \frac{4\pi}{N_s} - \dots\dots \\ & \left. - \cos \frac{2\pi(N_s-1)n}{N_s} \cos \frac{2\pi(N_s-1)}{N_s} \right\} \\ & \times (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \\ = & - \sum_{n=2}^{\infty} H_n (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} H_n = & 1 - \frac{C_r K}{S} \left\{ 1 - \cos \frac{2\pi n}{N_s} \cos \frac{2\pi}{N_s} \right. \\ & - \cos \frac{4\pi n}{N_s} \cos \frac{4\pi}{N_s} - \dots\dots \\ & \left. - \cos \frac{2\pi(N_s-1)n}{N_s} \cos \frac{2\pi(N_s-1)}{N_s} \right\} \dots\dots (27) \end{aligned}$$

$N=2$  のとき、同様に

$$\begin{aligned} \xi_2(\theta) = & - \sum_{n=2}^{\infty} H_n \left\{ 1 - \cos \frac{2\pi n}{N_s} \cos \frac{2\pi}{N_s} \right. \\ & - \cos \frac{4\pi n}{N_s} \cos \frac{4\pi}{N_s} \\ & - \dots - \cos \frac{2\pi(N_s-1)n}{N_s} \cos \frac{2\pi(N_s-1)}{N_s} \left. \right\} \\ & \times (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

より、

$$\begin{aligned} \delta R_2(\theta) = & \delta R_1(\theta) - \frac{C_r K}{S} \xi_2(\theta) \\ = & - \sum_{n=2}^{\infty} H_n^2 (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

以下、同様の手順を繰返してゆくと、最終的に磁石が  $N$  回転した後の真円度曲線  $\delta R_N(\theta)$  は

$$\delta R_N(\theta) = - \sum_{n=2}^{\infty} H_n^N (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \dots\dots (30)$$

ただし、 $H_n$  は式(27)

で与えられることになる。

式(30)の応用例として、3~8本の磁石が等間隔に

配置されているホーニングヘッドに適用してみることにする。

2・3・1  $N_s=3$ 本および $N_s=4$ 本のとき 式(30)から導かれる結果はさきに得られた式(16)および式(20)と同じになる。したがって、式(30)の正しいことがわかる。

2・3・2  $N_s=5$ 本のとき 式(27)より

$$H_n = 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 - 2\cos \frac{2n\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} - 2\cos \frac{4n\pi}{5} \cos \frac{4\pi}{5} \right)$$

式(30)に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \delta R_n(\theta) = & -\left(1 - 2.00 \frac{C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{5m-3} \cos(5m-3)\theta \\ & + b_{5m-3} \sin(5m-3)\theta\} \\ & -\left(1 - 2.00 \frac{C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{5m-2} \cos(5m-2)\theta \\ & + b_{5m-2} \sin(5m-2)\theta\} \\ & -\left(1 + 0.50 \frac{C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{5m-1} \cos(5m-1)\theta \\ & + b_{5m-1} \sin(5m-1)\theta\} \\ & -\left(1 - 2.00 \frac{C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{5m} \cos 5m\theta \\ & + b_{5m} \sin 5m\theta\} \\ & -\left(1 + 0.50 \frac{C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{5m+1} \cos(5m+1)\theta \\ & + b_{5m+1} \sin(5m+1)\theta\} \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

ところが、

$$\left(1 + 0.50 \frac{C_r K}{S}\right) > 1$$

より、 $\left(1 + 0.50 \frac{C_r K}{S}\right)^N$  は  $N \rightarrow 0$  で発散することになる。したがって、 $5m \pm 1$  の次数の波は加工が進行するとともに増大してゆくことになる。すなわち、5本砥石ホーニングヘッドでは、2, 3, 5, 7, 8, 11, ……の波を取り除くことはできるが、4, 6, 9, 11, ……の波は逆に増幅されることになる。

2・3・3  $N_s=6$ 本のとき 式(27)より

$$H_n = 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 - \cos \frac{n\pi}{3} + \cos \frac{2n\pi}{3} + \cos n\pi \right)$$

式(30)に代入して

$$\begin{aligned} \delta R_n(\theta) = & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{6m-4} \cos(6m-4)\theta \\ & + b_{6m-4} \sin(6m-4)\theta\} \\ & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{6m-3} \cos(6m-3)\theta \\ & + b_{6m-3} \sin(6m-3)\theta\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{6m-2} \cos(6m-2)\theta \\ & + b_{6m-2} \sin(6m-2)\theta\} \\ & -\left(1 + \frac{C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{6m-1} \cos(6m-1)\theta \\ & + b_{6m-1} \sin(6m-1)\theta\} \\ & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{6m} \cos 6m\theta + b_{6m} \sin 6m\theta\} \\ & -\left(1 + \frac{C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{6m+1} \cos(6m+1)\theta \\ & + b_{6m+1} \sin(6m+1)\theta\} \\ & \dots\dots\dots(32) \end{aligned}$$

したがって、6本砥石ホーニングヘッドでは、5, 7, 11, 13, ……の次数の波は次第に成長してゆくことになり、これ以外の次数の波は減衰することになる。

2・3・4  $N_s=8$ 本のとき

$$\begin{aligned} \delta R_n(\theta) = & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m-6} \cos(8m-6)\theta \\ & + b_{8m-6} \sin(8m-6)\theta\} \\ & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m-5} \cos(8m-5)\theta \\ & + b_{8m-5} \sin(8m-5)\theta\} \\ & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m-4} \cos(8m-4)\theta \\ & + b_{8m-4} \sin(8m-4)\theta\} \\ & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m-3} \cos(8m-3)\theta \\ & + b_{8m-3} \sin(8m-3)\theta\} \\ & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m-2} \cos(8m-2)\theta \\ & + b_{8m-2} \sin(8m-2)\theta\} \\ & -\left(1 + \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m-1} \cos(8m-1)\theta \\ & + b_{8m-1} \sin(8m-1)\theta\} \\ & -\left(1 - \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m} \cos 8m\theta + b_{8m} \sin 8m\theta\} \\ & -\left(1 + \frac{2C_r K}{S}\right)^N \sum_{m=1}^{\infty} \{a_{8m+1} \cos(8m+1)\theta \\ & + b_{8m+1} \sin(8m+1)\theta\} \\ & \dots\dots\dots(33) \end{aligned}$$

となることから、8本砥石ホーニングヘッドでは、7, 9, 15, 17, ……の次数の波が増幅してゆき、他の次数の波が減衰してゆくことになる。

以上の結果をまとめると、次のようになる。

3本砥石  $n=2, 4, 5, 7, \dots\dots$

の減衰が遅い

4本砥石  $n=3, 5, 7, 9, \dots\dots$

が加工されずに残る

- 5本砥石  $n = 4, 6, 9, 11, \dots$   
が增幅される。
- 6本砥石  $n = 5, 7, 11, 13, \dots$   
が增幅される
- 7本砥石  $n = 6, 8, 13, 15, \dots$   
が增幅される
- 8本砥石  $n = 7, 9, 15, 17, \dots$   
が增幅される

したがって、 $N_0$ 本砥石ホーニングヘッドの場合には  $n = (N_0 \pm 1), (2N_0 \pm 1), \dots$  の波が增幅されることが推定できる。すなわち、5本以上の砥石で加工する場合には增幅される波があり、初期形状に注意する必要がある。しかし、高次の波は振幅が小さいことから長時間加工する場合を除き、大きな問題になることはない。実際の加工で問題になるのは主に振幅の大きい  $n = 2, 3$  次の波であり、 $n=2$  すなわち円形状に対しては3本以外の砥石本数が、 $n=3$  すなわち三角形に対しては4本以外の砥石本数が適することになる。また、逆に円形状に仕上げたい場合には3本砥石で加工すべきであるといえる。

#### 2.4 1本砥石ホーニングヘッドによる加工

2.4.1 真円度曲線の導出 1本砥石で加工しようとするとき、2本の足(shoe)を設けて3本砥石の場合と同じ力の平衡状態を作り出して加工を行っている。しかし、このとき2本の足の設定位置により砥石の加工性能は影響される。そこで、図6のように2本の足の設定位置を砥石からの角度  $\phi_1, \phi_2$  で表し、 $\phi_1, \phi_2$  が真円度の生成に及ぼす影響について検討することにする。

図6ではこれまでと同様基準円のみを描いており、砥石および足1、足2の変位をそれぞれ  $R_1, R_2, R_3$  とする。すると、1回転めの砥石1の変位  $\xi_1$  は2.3節と同様の考え方により

$$\xi_1(\theta) = R_1 - R_2 \cos \phi_1 - R_3 \cos \phi_2 \dots (34)$$

ただし、 $90^\circ \leq \phi_1 \leq 180^\circ, 180^\circ \leq \phi_2 \leq 270^\circ$

ところが、 $R_1 = \delta R_0(\theta), R_2 = \delta R_0(\theta + \phi_1), R_3 = \delta R_0(\theta + \phi_2)$  より、式(3)を用いて書き直すと

$$\xi_1(\theta) = - \sum_{n=2}^{\infty} [a_n (\cos n\theta - \cos n(\theta + \phi_1)) \cos \phi_1$$

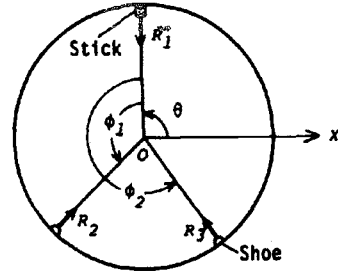


図6 1本砥石の加工モデル

$$- \cos n(\theta + \phi_2) \cos \phi_2] + b_n \{ \sin n\theta - \sin n(\theta + \phi_1) \cos \phi_1 - \sin n(\theta + \phi_2) \cos \phi_2 \} \dots (35)$$

となる。したがって、1回転後の加工面の真円度曲線は式(11)より

$$\begin{aligned} \delta R_1(\theta) &= \delta R_0(\theta) - \frac{C_r K}{S} \xi_1(\theta) \\ &= - \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \left\{ a_{0n} \left\{ 1 - \frac{C_r K}{S} (1 - \cos n\phi_1 \cos \phi_1 - \cos n\phi_2 \cos \phi_2) \right\} + b_{0n} \left\{ \frac{C_r K}{S} (\sin n\phi_1 \cos \phi_1 + \sin n\phi_2 \cos \phi_2) \right\} \right\} \cos n\theta \right. \\ &\quad \left. + \left[ a_{0n} \left\{ - \frac{C_r K}{S} (\sin n\phi_1 \cos \phi_1 + \sin n\phi_2 \cos \phi_2) \right\} + b_{0n} \left\{ 1 - \frac{C_r K}{S} (1 - \cos n\phi_1 \cos \phi_1 - \cos n\phi_2 \cos \phi_2) \right\} \right] \sin n\theta \right] \dots (36) \end{aligned}$$

ただし、 $a_{0n} = a_n, b_{0n} = b_n$  で、初期真円度曲線のフーリエ係数である。

ここで、ホーニングヘッド1回転後の真円度曲線の調和解析を

$$\delta R_1(\theta) = - \sum_{n=2}^{\infty} (a_{1n} \cos n\theta + b_{1n} \sin n\theta)$$

と置けば、式(36)より  $a_{1n}, b_{1n}$  は

$$\begin{pmatrix} a_{1n} \\ b_{1n} \end{pmatrix} = \bar{A} \begin{pmatrix} a_{0n} \\ b_{0n} \end{pmatrix} \dots (37)$$

と表すことができる。

ただし、

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 - \sum_{i=1}^2 \cos n\phi_i \cos \phi_i \right), & \frac{C_r K}{S} \sum_{i=1}^2 \sin n\phi_i \cos \phi_i \\ - \frac{C_r K}{S} \sum_{i=1}^2 \sin n\phi_i \cos \phi_i, & 1 - \frac{C_r K}{S} \left( 1 - \sum_{i=1}^2 \cos n\phi_i \cos \phi_i \right) \end{pmatrix} \dots (38)$$

以下、同様の手順を繰返してゆくと、 $N$ 回転後の真円度曲線  $\delta R_N(\theta)$  を



表 1  $|\bar{A}|^{1/2}$  の値

	$\phi_1$	$\phi_2$	n=2	n=3	n=4	n=5	...
(a)	180°, 180°		0.980	1.000	0.980	1.000	...
(b)	120°, 240°		0.995	0.980	0.995	0.995	...
(c)	160°, 230°		0.984	0.989	0.994	0.986	...
(d)	165°, 195°		0.973	1.004	0.980	0.995	...

$$\delta R_N(\theta) = - \sum_{n=2}^{\infty} (a_{Nn} \cos n\theta + b_{Nn} \sin n\theta) \dots (39)$$

とおけば,  $a_{Nn}, b_{Nn}$  は

$$\begin{pmatrix} a_{Nn} \\ b_{Nn} \end{pmatrix} = \bar{A} \begin{pmatrix} a_{0n} \\ b_{0n} \end{pmatrix} = \dots = \bar{A}^N \begin{pmatrix} a_{0n} \\ b_{0n} \end{pmatrix} \dots (40)$$

と表すことができる。n 次の波の振幅  $C_{Nn}$  が

$$C_{Nn} = (a_{Nn}^2 + b_{Nn}^2)^{1/2} \dots (41)$$

で与えられることから,

$$C_{Nn} = |\bar{A}|^{N/2} (a_{0n}^2 + b_{0n}^2)^{1/2} \dots (42)$$

となる。したがって,  $|\bar{A}|^{1/2}$  の値の大きさが 1 より大きければその次数の波は増幅され, 逆に 1 より小さければその波は減衰すると判別することができる。

2.4.2 具体例への適用 式(38)を用いて, 種々の角度  $\phi_1, \phi_2$  に対して  $|\bar{A}|^{1/2}$  を計算した結果が表 1 である。なお,  $C_r K/S = 0.01$  としているが,  $0 < C_r K/S \ll 1$  を満足する値であればよい。

表 1 より, (a) は 2 本の足が重なった場合で, 2 本砥石で加工した場合に相当し, 4 本砥石ホーニングヘッドと同じ条件で加工していることになる。(b) は等間隔に配置された 3 本砥石ホーニングヘッドに相当する。(a) では奇数の波が残り, (b) では 3 の倍数の波が速く減衰するという結果は 2.1, 2.2 節の結果と同

じである。(c) は文献(5)で使われていたホーニングヘッドであり, 振幅の大きい  $n=2, 3$  の波がいずれもよく減衰していくことから, 優れたホーニングヘッドといえる。(d) では  $n=3$  の波が増幅されていくことがわかる。

### 3. 結 言

ホーニングヘッド形状, すなわち砥石本数や砥石の配置が加工物の真円度に及ぼす影響について, 真円度曲線を調和解析することにより理論的に検討を加えた。その結果, 3 本砥石ホーニングヘッドでは, 3, 6, 9, ……の次数の波は速く減衰し, 2, 4, 5, 7, ……の次数の波はゆっくり減衰した。これに対し, 4 本砥石ホーニングヘッドでは 2, 4, 6, ……の次数の波を除去できるが, 3, 5, 7, ……の次数の波はそのまま残ってしまった。さらに砥石本数が増えると, 砥石本数により減衰する次数の波, 増幅してゆく次数の波が異なってくるのがわかった。また, 1 本砥石ホーニングヘッドで加工する場合を取り上げ, 2 本の足の設置角の違いが真円度に及ぼす影響についても解析しその有効性について検討を加えた。

### 文 献

- (1) 上田・平野・杉田, 機論, 55-516(1988), 2228.
- (2) ホーニング技術研究会編, ホーニングハンドブック, (1978), 143, ホーニング技術研究会.
- (3) 中田, 工学解析, (1980), 77, オーム社.
- (4) 進村・会沢, 機論, 49-445, C(1983), 1587.
- (5) Juchem, H. O., *Honing With Diamond and CBN Abrasives*, *Industrial Diamond Review*, 4(1984), 209.

## 討 論

〔質問〕 進村 武男〔宇都宮大学工学部〕

(1) 厳密に言えば, 式(7)は砥石 1 が  $2\pi/3$  回転した後の半径増加量であり,  $2\pi/3$  回転以上では砥石 2, 3 の加工による影響が加味されると考えられる。この意味で, 2272 ページ左欄 14 行めに記述されている「1 回転後の加工物の半径増加量」にあたらぬのではないか。

(2) このことは, 2272 ページ左欄 26~29 行めに記述された内容が「第 2 報の実験的検討において述べたように, ホーニング加工における真円度曲線の変化は極めて緩やかであり, したがって, 砥石 2, 3 が通過することによる真円度曲線の変化は微小であり, 砥石 1 への影響も無視できると考える。そこで, 砥石 1

のみが加工を行い, 他の 2 本の砥石は………できあがるものとする。」とすべきではないか。例えば, 第 2 報の実験的検討でも述べられているように, 砥石 2, 3 が加工作用する場合と, これが加工に関与しないシュー (shoe) におきかえられた場合との間に差があると考えことは至極自然のように思われる。

(3) 2276 ページ左欄 19 行め「また, 逆にだ円形状に仕上げたい場合には 3 本砥石で加工すべきであるといえる。」は, むしろ「3 本砥石での加工がそれ以外の砥石本数による加工よりもだ円形状を維持しやすいといえる。」程度の意味ではないか, ご見解をお伺いしたい。

〔回答〕 (1) 2272 ページ左欄 14 行めに述べているように「式(7)は砥石 1 による 1 回転後の加工物

の半径増加量]を表しており、砥石2、砥石3についても同様のことがいえる。

(2) 2272 ページ左欄 18 行め以降に詳しく述べているように、砥石1は $2\pi/3$ 回転すると砥石2が加工した面に入る。したがって、ホーニングヘッドが $2\pi/3$ 回転する間に砥石1、砥石2、砥石3それぞれが加工した面の真円度曲線を求め、この結果をつなぎ合わせれば1回加工した後の真円度曲線が求まる。ところが、論文中でも述べているように、砥石1、砥石2、砥石3はすべて同じ切削性能を持っていることから、個々の砥石を考える必要はなく、砥石1を代表として考えればよいわけである。したがって、砥石1が、回転角が0から $2\pi/3$ までは砥石1そのもの、 $2\pi/3$ から $4\pi/3$ までは砥石2、 $4\pi/3$ から $6\pi/3$ までは砥石3と考えればよいことになる。すなわち、砥石1が1回転することは、3本砥石ではホーニングヘッドが $2\pi/3$ 回転したことに相当し、4本砥石では $2\pi/4$ 、5本砥石では $2\pi/5$ 、6本砥石では $2\pi/6$ 、……、それぞれ回転したこ

とに相当するわけである。このことからわかるように、1本砥石に比べ3本砥石ではホーニングヘッド1回転当たりの加工速度が3倍になる。

3本砥石の場合、砥石2、砥石3が加工面の凹凸によって変位を受け、その影響を砥石1が受けると考えているが、砥石2、砥石3はshoeとは異なり、面を加工しながらその凹凸の影響を受けているわけである。このとき、砥石2、砥石3が受ける凹凸の影響は自身が加工する前の形状なのか、それとも加工直後の形状なのか、という問題がある。本研究では、加工前の形状の影響を受けるとしているが、第2報2272ページ右欄5行めに述べているように実際の加工では砥石切入深さが真円度のオーダに比べてはるかに小さいことから、1回の加工による真円度曲線の変化は小さく、本研究の取扱いが妥当であるといえる。

(3) ご指摘のとおり、だ円形状の加工物を3本砥石以外のホーニングヘッドで加工すれば、急速にこの形状が失われるということである。