

実現理論による近接固有値を有する構造物の振動特性推定

Vibration characteristics estimation for the structure with closely existing eigenvalues by realization theory

小松正貴*, 奥松俊博**, 岡林隆敏***, 下妻達也****, 深田幸史*****

Masataka Komatsu, Toshihiro Okumatsu, Takatoshi Okabayashi, Tatsuya Shimozuma, Saiji Fukada

* 修士 (工学), (株)日本構造橋梁研究所 (〒101-0032 東京都千代田区岩本町 3-18-16)

** 博士 (工学), 長崎大学大学院 工学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

*** 工博, 長崎大学名誉教授 (〒852-8521 長崎市文教町 1-14)

**** 修士 (工学), 大日本コンサルタント(株) (〒170-0003 東京都豊島区駒込 3-23-1)

***** 博士 (工学), 金沢大学理工研究域 (〒920-1192 金沢市角間町)

In this study, ERA was applied to investigate the estimation accuracy of dynamic characteristics of the structures which have close eigenvalues. Series of numerical analysis to estimate structural frequency and modal damping were conducted for a two-dof model using the simulated external forces induced by impulse force and white noise. The estimation results obtained by these simulations demonstrated good agreement with assumed values. Next, the method was applied to the vibration data induced by human impact excitation for three existing stress ribbon bridges. The results showed that the method can estimate the dynamic characteristics accurately for the structures which have close eigenvalues.

Key word: vibration test, structural identification, realization theory, enclosed eigenvalue,

キーワード: 振動実験, 構造同定, 実現理論, 近接固有値

1. はじめに

斜張橋の桁とケーブルの連成振動, 吊床版橋やキャットウォークなどのように, 吊り形式の構造物の振動実験において, 自由振動波形に **Beating** (うなり) 現象が発生することが知られている. 近年, 橋梁の軽量化や景観を考慮した設計により吊り形式の橋梁の建設が増加してきたが, これらの振動計測において, 「うなり」を伴う振動波形を観測する事例¹⁻⁵⁾が多くなっている. この現象は, 加振したい構造物の対象振動数に近接して他の固有振動数が存在するために発生する. 振動実験においてうなり現象が発生すると, 慣用的な1自由度系を仮定した振動特性推定法は適用できなくなる. また, 周波数領域における方法では, 周波数応答関数の共振点のピークが分離できないために, ハーフパワー法などが適用できなくなる. このように古典的手法の適用が困難なために, 様々な振動特性推定法が提案されてきた.

讃岐ら⁶⁾は, うなりを伴う自由振動波形を2自由度系の時刻歴応答波形と考え, うなりの周期および振幅と2自由度系の固有振動数と減衰定数の関係より, 2自由度

系の固有振動数と減衰定数を推定する方法を提案している. この手法において, 2自由度系の振動数と減衰定数の概算値は計算できるが, 推定値の厳密な誤差の評価はできない. 岩本ら⁷⁾は, 近接固有値問題に拡張カルマンフィルタ⁸⁾による同定方法を適用し, 観測波形に雑音が含まれている場合の同定を行っている. この手法は振動系をモード分解することなく, 振動系の係数を推定できる利点があるが, 非線形推定法であるために, 初期条件の選定や, 測定データの量, 繰り返し回数などにより, 推定の演算時間が長くなる欠点がある.

振動計測の分野では, 高精度な振動特性推定法として, モード解析法が確立^{2,9-10)}されてきた. 著者ら¹¹⁾は, うなりを伴う振動波形に対してモード解析法を適用し, 近接した固有値を有する2自由度系の構造モデルの単位衝撃応答関数と周波数伝達関数を, 実測から求められるそれらの関数に非線形最小二乗法により曲線適合させて振動数と減衰定数を推定する手法を提案した. また, 米田ら¹²⁾はGAによる推定法を提案している. これらの手法は, 高い精度の推定は実現できたが, 初期条件を設定して, 繰り返し計算をする必要があり, 遠隔計測など

自動計測に適していない。モード解析法に時間領域推定法があり、この手法と関係するものに ARMA モデル推定法^{13~15)}がある。この手法は実現理論の1つの推定法であるが、次の実現法 ERA と比べると演算が直接的ではない。

近年、制御工学分野から発展してきた実現理論^{16,17)}を振動特性推定分野に適用した ERA(Eigen Realization Algorithm)手法^{18~20)}が普及し、衝撃応答による確定的手法や常時微動による確率的手法^{21,22)}が確立してきた。著者らは、遠隔モニタリングによる自動振動計測の分野に、実現理論^{23~26)}を適用してきた。これらの手法を適用した損傷診断^{27,28)}の分野の研究が多く報告されている。

実現理論による振動特性推定法はコンピュータの高性能化により可能になった手法であり、特異値分解を核とする代数的線形演算に基づいて推定を実現している。そのために、モード解析のように初期値を仮定することなく演算が可能であり、測定データから構造モデルを実現する理論構成になっているので、計測データを自動的に処理することが可能で、精度の高い振動特性推定が可能である。

本論文は、実現理論による振動特性推定法を、近接固有値を有する構造系の振動特性推定問題に適用し、実現理論による振動特性推定法の有効性と推定精度の評価を行ったものである。まず、実現理論による振動特性推定法について、近接固有値の分解能を評価するために、数値シミュレーションを実施した。具体的には、近接固有値を有する2自由度系の衝撃応答と常時微動応答より振動数と減衰定数の推定を行い、確定論と確率論から近接固有値の推定分解能の評価を行った。次に、実用的な視点から本手法を吊床版橋3橋の衝撃加振試験の実験結果に適用し、実構造物に対する本手法の有効性を検証した。さらにモード解析法との比較により、本推定手法の簡便性と推定精度について評価した。

2. 実現理論 (ERA) による振動特性推定法^{18~20)}

2.1 運動方程式の状態方程式による表現

ここでは、実現理論 (ERA) の概要について説明する。計測データから逆推定する運動方程式を次式で考える。

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{c}\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{k}\mathbf{z}(t) = \mathbf{d}\mathbf{f}(t) \quad (1-1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{e}\mathbf{z}(t) \quad (1-2)$$

ここに、 $\mathbf{z}(t) \in \mathbf{R}^n$ 、 $\mathbf{f}(t) \in \mathbf{R}^r$ 、 $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^m$ は、節点ベクトル、外力ベクトル、観測ベクトルであり、 n 、 r 、 m は自由度、外力の作用点、観測点の数を表す。

$\mathbf{m} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{k} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ はそれぞれ質量行列、減衰行列、剛性行列であり、 $\mathbf{d} \in \mathbf{R}^{n \times r}$ 、 $\mathbf{e} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ は、それぞれの外力の作用点を選択する行列、および観測点を選択する行列である。運動方程式を状態方程式で表し、時間刻み Δ で離散化すると以下のように表される。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{f}(k) \quad (2-1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \quad (2-2)$$

ここに、 $\mathbf{x}(k)$ は $[\mathbf{z}(k)^T \quad \dot{\mathbf{z}}(k)^T]^T \in \mathbf{R}^{2n}$ で表される状態変数、 $\mathbf{f}(k) \in \mathbf{R}^r$ は離散化された外力、また $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^m$ は、一般化された離散化された観測値である。なお、状態行列 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ と外力行列 $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{2n \times r}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{A} = e^{\bar{\mathbf{A}}\Delta} \quad , \quad \mathbf{B} = (e^{\bar{\mathbf{A}}\Delta} - \mathbf{I})\bar{\mathbf{A}}^{-1}\bar{\mathbf{B}} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{\mathbf{A}} \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ と $\bar{\mathbf{B}} \in \mathbf{R}^{2n \times r}$ は連続系の運動方程式(1)の係数行列から構成される。

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{m} \\ \mathbf{m} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m} \end{bmatrix} \quad , \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{m} \\ \mathbf{m} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

さらに、 $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{m \times 2n}$ は式(2-2)で定義された観測行列である。

2.2 衝撃応答から推定する場合 (確定論)

$k=0$ の時刻において、外力作用点 s のみに $\mathbf{f}_p(0) = [0 \cdots 1 \cdots 0]^T$ の衝撃力が作用する外力を考える。

$k \neq 0$ では $\mathbf{f}_s(k) = \mathbf{0}^T$ である。この外力に対応する観測点の応答を $\mathbf{y}_s(k)$ で表す。外力列 $s = 1 \cdots r$ を考える。

$$\mathbf{F}(k) = [\mathbf{f}_1(k) \cdots \mathbf{f}_r(k)] = \mathbf{I}\delta_{k0} \quad (5)$$

ここに δ_{k0} はクロネッカーのデルタである。この衝撃力列に対応する応答列を並べた行列

$\mathbf{\Lambda}(k) = [\mathbf{y}_1(k) \cdots \mathbf{y}_r(k)] \in \mathbf{R}^{m \times r}$ が得られる。式(2)より、この衝撃力列に対応する応答列としてマルコフパラメータが得られる

$$\mathbf{\Lambda}(k) = \mathbf{C}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B} \quad (6)$$

これは、多点加振、多点観測の衝撃応答である。このマルコフパラメータからハンケル行列を構成する。

$$\mathbf{H}(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}(k) & \cdots & \mathbf{\Lambda}(k+l-1) \\ \mathbf{\Lambda}(k+1) & \cdots & \mathbf{\Lambda}(k+l) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{\Lambda}(k+s-1) & \cdots & \mathbf{\Lambda}(k+s+l-2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここに、 $\mathbf{H}(k-1) \in \mathbf{R}^{(m \cdot s) \times (r \cdot l)}$ となり、 $\mathbf{\Lambda}(k) \in \mathbf{R}^{m \times r}$ 行列を $(s \times l)$ ブロックで構成した形になっている。ハンケル行列 $\mathbf{H}(0)$ は可観測行列 \mathbf{P}_s と可制御行列 \mathbf{Q}_l に分解される。

$$\mathbf{H}(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{s-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{l-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} = \mathbf{P}_s\mathbf{Q}_l \quad (8)$$

さらに、 $\mathbf{H}(0)$ を特異値分解すると

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \approx \mathbf{U}_n\mathbf{S}_n\mathbf{V}_n^T \quad (9)$$

となる。ここに、 \mathbf{S} の要素が有意な値をとる次数を n とする。次に、式(8)と同じく $\mathbf{H}(1)$ を分解すれば、状態行列 \mathbf{A} と観測行列 \mathbf{C} は

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_n \mathbf{S}_n^{-\frac{1}{2}} \mathbf{H}(1) \mathbf{V}_n^T \mathbf{S}_n^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{E}_s \mathbf{P}_s \quad (11)$$

のように得られる。\$\mathbf{E}_s\$ は \$\mathbf{P}_s\$ の上から \$m\$ 行を抽出する行列で

$$\mathbf{E}_s = [\mathbf{I}_m \ \mathbf{0}_m \ \dots \ \mathbf{0}_m] \in \mathbf{R}^{m \times (m-s)} \quad (12)$$

で与えられる。得られた状態行列 \$\mathbf{A}\$ の複素固有値より、固有振動数と減衰定数が得られ、また \$\mathbf{A}\$ の固有ベクトルと観測行列 \$\mathbf{C}\$ より振動モードが得られる。この過程は【付録 A】に示した。

2.3 常時微動から推定する場合（確率論）

式(1)の外力を白色雑音 \$\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r\$ として考える。離散時間パラメータを \$\tau\$ とすると、

$$\mathbf{f}(\tau) = \mathbf{w}(\tau) \quad (13)$$

となる。白色雑音系列 \$\mathbf{w}(\tau)\$ の平均値と自己相関関数行列は

$$E[\mathbf{w}(\tau)] = \mathbf{0}, \quad E[\mathbf{w}(\tau)\mathbf{w}(k)] = \mathbf{Q}\delta_{\tau k} \quad (14)$$

で与えられる。ここで、\$E[\]\$ は数学的平均の演算子である。また、\$\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{r \times r}\$ は白色雑音の強度行列であり、\$\delta_{\tau k}\$ はクロネッカーのデルタである。応答 \$\mathbf{x}(\tau)\$ の平均値を \$E[\mathbf{x}(\tau)] = \mathbf{0}\$ とすると、共分散行列

$$\mathbf{R}(\tau) = E[\mathbf{x}(\tau)\mathbf{x}(\tau)^T] \quad (15)$$

で定義される。式(2-1)の共分散を計算すると共分散方程式²¹⁾

$$\mathbf{R}(\tau+1) = \mathbf{A}\mathbf{R}(\tau)\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^T \quad (16)$$

が得られる。常時微動のモデルとして \$\tau \rightarrow \infty\$ とした場合の定常過程を考えると、\$\mathbf{R}(\tau+1) = \mathbf{R}(\tau) = \mathbf{R}\$ となり、共分散方程式は

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{Q}\mathbf{B}^T \quad (17)$$

で表される。次に、観測値 \$\mathbf{y}(\tau)\$ の自己相関行列は

$$\mathbf{\Lambda}(k) = E[\mathbf{y}(\tau+k)\mathbf{y}(\tau)^T] = \mathbf{C}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{G} \quad (18)$$

で与えられる。ここに、\$\mathbf{G} = \mathbf{A}\mathbf{R}\mathbf{C}^T\$ としている。常時微動の場合は、観測値の自己相関関数行列が、マルコフパラメータと同じ形になる。そこで、常時微動の自己相関行列を用いて、観測振動のみから振動特性を推定することが可能である。

2.4 実測データの処理

(1) 衝撃応答より推定する場合（確定論）

構造物の \$l\$ 点に衝撃力を加えた場合、時間刻み \$\Delta\$ でサンプリングした観測値 \$\hat{\mathbf{y}}_l(k)\$ を \$\hat{\mathbf{y}}_l(1) \sim \hat{\mathbf{y}}_l(N)\$ として \$m\$ 列の \$N\$ 個のデータを得る。加振点を \$1 \sim r\$ 点まで変えて行

い、

$$\hat{\mathbf{\Lambda}}(k) = [\hat{\mathbf{y}}_1(k) \cdots \hat{\mathbf{y}}_r(k)] (k=1 \cdots N) \quad (19)$$

\$(m \times r)\$ ブロックのデータ \$\hat{\mathbf{\Lambda}}(k)\$ を \$(k=1, \dots, N)\$ まで収録する。\$\hat{\mathbf{\Lambda}}(k)\$ が実測によるマルコフパラメータになっている。このブロックデータ行列から \$\mathbf{H}(0)\$ と \$\mathbf{H}(1)\$ を構成することにより、式(10)(11)より状態行列 \$\mathbf{A}\$ と観測行列 \$\mathbf{C}\$ を求めることができる。

(2) 常時微動より推定する場合（確率論）

常時微動の観測データ \$\tilde{\mathbf{y}}(\tau) \in \mathbf{R}^m\$ を平均値 \$\mathbf{0}\$ になるように前処理する。観測データの自己相関行列

$$\tilde{\mathbf{\Lambda}}(k) = \frac{1}{N} \sum_{\tau=1}^N \mathbf{y}(\tau+k)\mathbf{y}(\tau)^T \quad (20)$$

を構成する。\$\tilde{\mathbf{\Lambda}}(k)\$ を \$k=1 \dots M\$ まで求めるためには、観測データ \$\tilde{\mathbf{y}}(\tau)\$ は、\$\tau=1 \cdots N+M\$ まで収録する必要がある。このブロックデータ行列から \$\mathbf{H}(0)\$ と \$\mathbf{H}(1)\$ を構成することにより、式(10)(11)より状態行列 \$\mathbf{A}\$ と観測行列 \$\mathbf{C}\$ を求めることができる。

3. 近接固有値を有する 2 自由度系構造物のモデル化

3.1 近接固有値を有する 2 自由度系

対象モデルは、図-1 のような 2 つの質点間をばね \$k_{12}\$ で繋いだ 2 自由度系構造物モデルである。このモデルに外力を作用させ、設定した振動数で振動する場合を考える。図のような 2 自由度系構造物モデルに外力が作用する場合、運動方程式は次式で与えられる。

$$m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1 \dot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + k_{12}(x_1(t) - x_2(t)) = f_1(t) \quad (21)$$

$$m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 \dot{x}_2(t) + k_2 x_2(t) + k_{12}(x_1(t) - x_2(t)) = f_2(t) \quad (22)$$

ここで、質量 \$m_1=m_2=m\$、剛性 \$k_1=k_2=k\$、\$k_{12}=rk\$ とし、非減衰振動を考えると、系の固有円振動数は次式で表される。

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k(1+2r)}{m}} \quad (23)$$

式(23)で表されるように質量と剛性が等しい場合、\$r\$ の値を変化させることで系の振動数を接近させたり、離したりすることができる。ここでは \$r\$ の値を変化させ、近接した固有振動数を与えることにより、うなり現象を有する 2 自由度系構造モデルを構成する。

3.2 衝撃加振シミュレーションと振動特性推定

図-1 に示す 2 自由度系モデルに衝撃加振力が作用した場合の応答計算を行い、得られた応答から振動特性の推定を数値解析ソフトウェア MATLAB で行った。以下に詳細を記す。

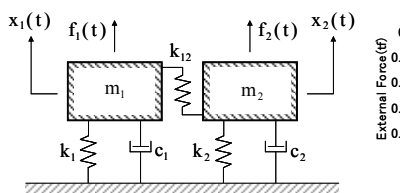


図-1 2自由度系構造物モデル

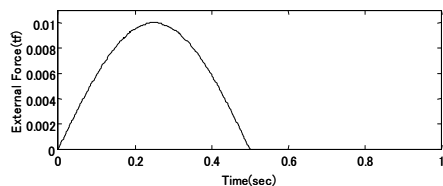


図-2 作用外力 (衝撃加振力)

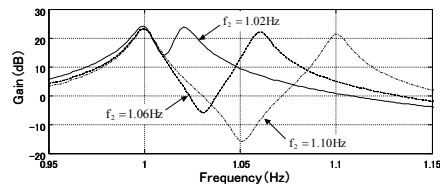
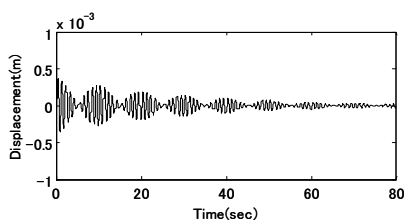
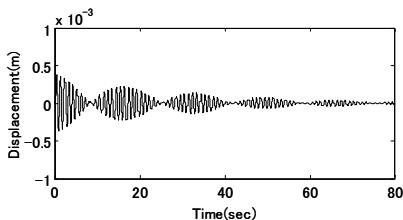


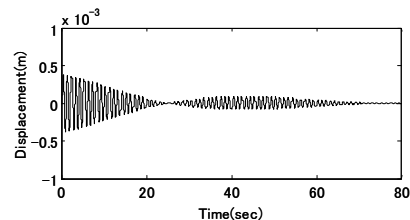
図-3 周波数応答



Case1 ($f_2=1.10\text{Hz}$)



Case2 ($f_2=1.06\text{Hz}$)



Case3 ($f_2=1.02\text{Hz}$)

図-4 衝撃加振力を加えた時の質点1の変位応答

(1) 2自由度系構造物モデルと計算条件

2自由度系構造物モデルの諸量は、質量 $m_1=m_2=9.8\text{kN}$ (1.0tf), 剛性 $k_1=k_2=39474\text{(N/m)}$, 減衰定数 $h_1=h_2=0.005$, 系の左部の固有振動数は $f_1=1.0\text{Hz}$ である。系の右部の固有振動数 f_2 は、 r の値を $f_2=1.10\text{Hz}, 1.06\text{Hz}, 1.02\text{Hz}$ となるように変化させ、それぞれ Case1, Case2, Case3 とする。また外力には、最大加振力 $98\text{N}(0.01\text{tf})$, 作用時間 0.5sec の衝撃加振力を作用させた。時間刻みを $\Delta=0.01\text{sec}$, 解析時間を $T=80\text{sec}$ とし、離散線形システムの時間応答をシミュレーションする MATLAB の関数 `lsim` を用いて状態方程式を解析した。図-2に作用外力、図-3に各ケースの周波数応答を示す。

(2) 応答解析結果

図-4に衝撃加振力を加えた時の各ケースにおける質点1の変位応答を示す。各ケースともうなりの発生が明確に表れており、加振後うなりを伴いながら減衰していく様子が確認できる。図よりうなりの発生間隔は、Case1で約 10sec , Case2で約 15sec , Case3で $40\sim 50\text{sec}$ であり、各ケースの振動数 f_1 と f_2 の差である $0.1\text{Hz}, 0.06\text{Hz}, 0.02\text{Hz}$ とほぼ同じ間隔となった。

3.3 振動特性推定結果

(1) 推定条件

得られた応答波形より、ERA法を用いて振動特性の推定を行った。推定には速度応答を用い、 3sec のデータを一区分として計 20 回の推定を行った。また、解析対象は質点1, 2の多点観測とし、時間刻みは $\Delta=0.01\text{sec}$ の場合について解析を行った。よって推定条件は、観測点数: 2 (質点1, 2), 時間刻み: 0.01sec , 一回の計算に使用するデータ長: 3sec , Hankel行列の行数: 50 , 計算回数: 20 回である。以下に、各ケースの振動特性推定結果を示す。

(2) Case1

図-5にCase1における振動数推定結果を示す。推定結果を見ると、計算回数2回目以降の結果は、振動数および減衰定数とも極めて高い精度で推定が行えており、ばらつきはほぼ見られない結果となった。また、図中の平均値は1回目の推定結果を除いて計算したものであるが、それぞれの平均値も設定値と完全に一致する結果となった。従って、自由振動の波形からは構造物の振動特性を高い精度で推定できるといえる。1回目の推定結果にばらつきが見られるのは、衝撃加振力による影響が応答に含まれているためと考えられる。

(3) Case2

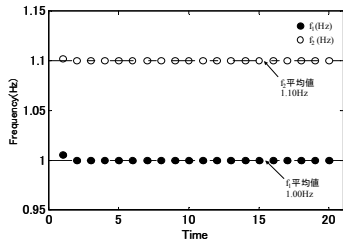
図-6にCase2における振動数推定結果を示す。振動数および減衰定数はCase1と同様に、1回目の推定結果以外は非常に高い精度で行えており、ばらつきはほぼ確認できない。また、各結果の平均値も設定値と完全に一致する結果となった。

(4) Case3

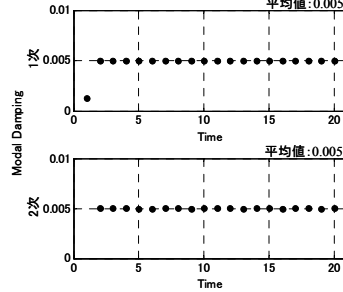
図-7にCase3における振動数推定結果を示す。振動数および減衰定数の推定結果は、他ケースと同様に高精度な結果が得られ、平均値も設定値と同じ値となった。従って、衝撃加振力が作用した場合は振動数の近接幅が小さい場合でも、精度良く推定が行えることを確認した。

(5) 推定結果の評価

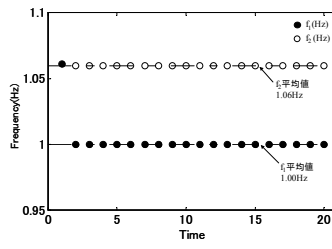
Case1~3の推定結果の平均値と変動係数を表-1に示す。推定振動数の平均値は設定値と一致し、変動係数はいずれの結果も 0% となった。また、減衰定数の推定結果も振動数と同様に平均値は設定値と一致し、変動係数も極めて小さな値となった。衝撃加振力が作用する場合に良好な精度が得られたのは、状態方程式にノイズを考慮した項がないことと、衝撃加振後は設定した減衰定数で減衰することが考えられる。



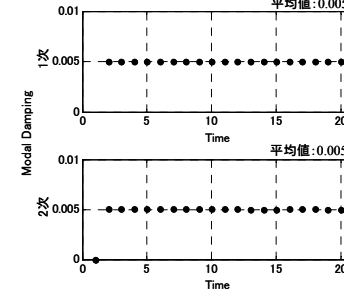
(a)振動数



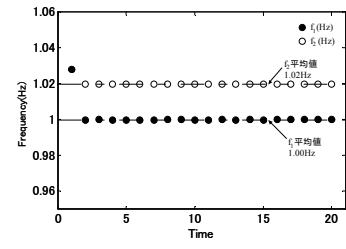
(b)減衰定数

図-5 振動特性推定結果
(Case1, $f_2=1.10\text{Hz}$)

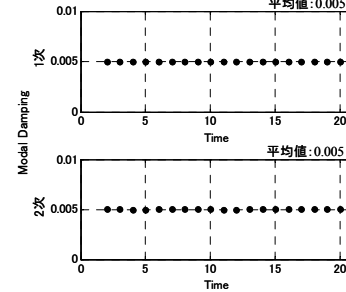
(a)振動数



(b)減衰定数

図-6 振動特性推定結果
(Case2, $f_2=1.06\text{Hz}$)

(a)振動数



(b)減衰定数

図-7 振動特性推定結果
(Case3, $f_2=1.02\text{Hz}$)

表-1 振動特性推定結果の平均値と変動係数

Case	時間刻み Δ (sec)	固有振動数			固有振動数			減衰定数	減衰定数 (1次)			減衰定数 (2次)	
		設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動係数 (%)	設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動係数 (%)		設定値	平均値	変動係数 (%)	平均値	変動係数 (%)
Case 1	0.01	1.00	1.00	0.00	1.10	1.10	0.00	0.005	0.005	0.00	0.005	0.00	
Case 2			1.00	0.00	1.06	1.06	0.00		0.005	0.01	0.005	0.01	
Case 3			1.00	0.00	1.02	1.02	0.00		0.005	0.00	0.005	0.00	

近接した固有振動数を有する構造モデルに対し、衝撃加振力が作用した場合の応答解析を行った。さらに、得られた解析結果より振動特性の推定を行った結果、近接幅の小さいケースでも高精度な推定を行うことができた。以上より、実現理論を用いた手法は、近接固有値を有する構造物に衝撃加振力が作用する場合の振動特性推定に有効であることを確認した。

4. 常時微動シミュレーションと振動特性推定

4.1 計算の手順

衝撃加振力が作用する場合と同様に、図-1 に示す2自由度系モデルに常時微動外力が作用した場合の応答計算を行い、得られた応答から振動特性の推定を行う。

本研究では、常時微動外力に時系列データ間に相関のない白色雑音を用いている。そのため、状態方程式の外力の項にノイズによる影響が含まれ、推定結果にばらつきが生じると予想される。また、計算モデルのうなりは比較的長い周期で発生すると考えられる。そこで、推定の際に比較的長い常時微動データを取り出し、取り出した波形の自己相関関数の計算を行い、Hankel 行列を作成

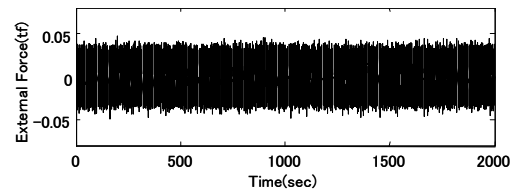


図-8 作用外力

する手順で振動特性推定を行う。自己相関関数を計算することで、ノイズの影響を受けにくくし、推定精度の向上を図ることができる。

構造モデルの諸元は衝撃加振力の場合と同じ値を用い、質点2の固有振動数も衝撃加振力の場合と同じ $f_2=1.10\text{Hz}, 1.06\text{Hz}, 1.02\text{Hz}$ とした (Case1~3)。また、常時微動外力には最大加振力 392N(0.04tf)程度の白色雑音を作用させた。ここでは、加振力を、3章の解析結果(変位)と同等とするため、392Nに変更した。衝撃加振力が作用する場合と比べてより長時間のデータが必要されることを想定し、解析時間を $T=2000\text{sec}$ 、時間刻みを $\Delta=0.001\text{sec}$ として解析を行った。なお、解析手法には、衝撃加振力の場合と同様の手法を用いた。図-8 に作用外力を示す。

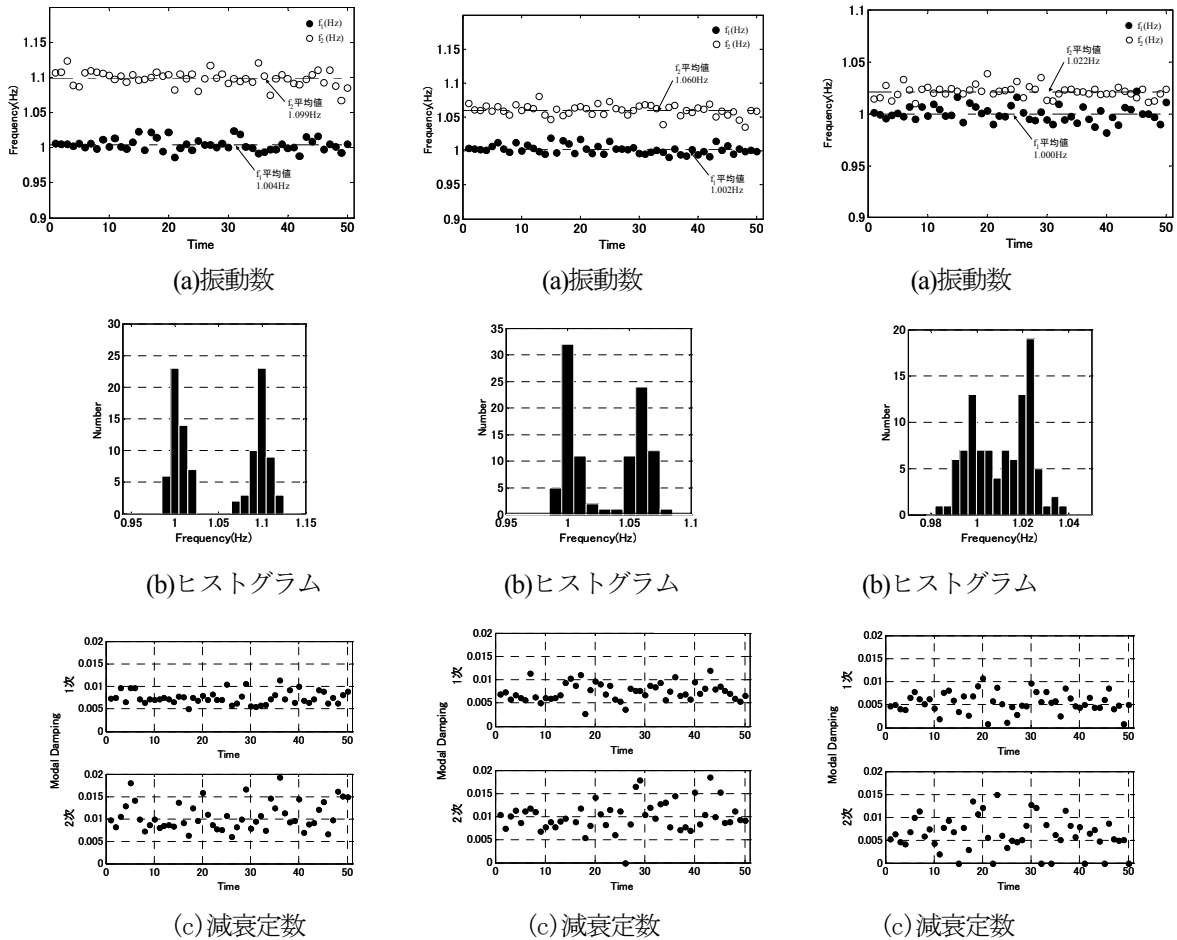
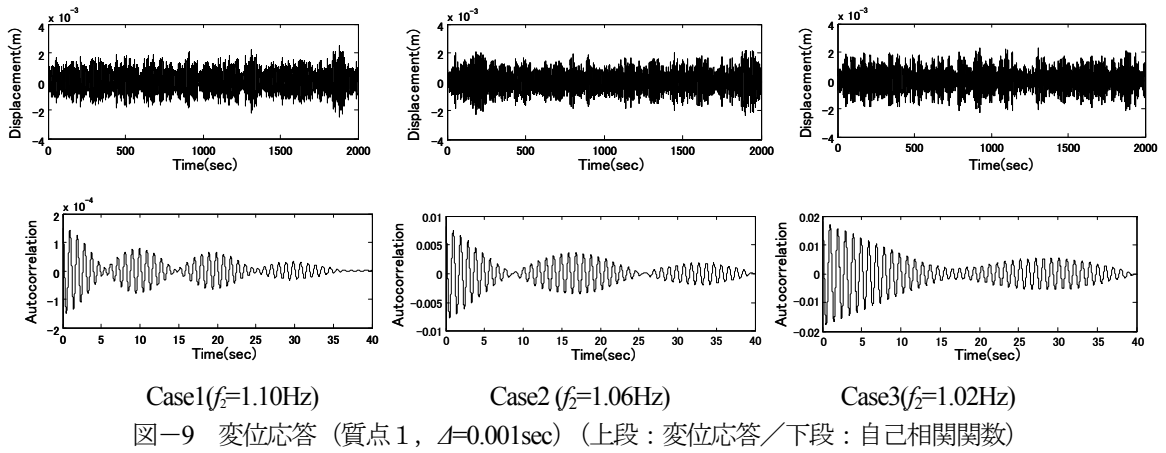


図-10 振動特性推定結果
(Case1, $f_2=1.10\text{Hz}$)

図-11 振動特性推定結果
(Case2, $f_2=1.06\text{Hz}$)

図-12 振動特性推定結果
(Case3, $f_2=1.02\text{Hz}$)

4.2 応答解析結果

図-9に $\Delta t=0.001\text{sec}$ の場合の質点1の変位応答、および自己相関関数を示す。応答波形にはノイズの影響が見られるが、計算した自己相関関数からうなりの発生を確認することができる。

4.3 振動特性推定結果

(1) 推定条件

得られた応答波形より、ERA法を用いて振動特性の推定を行った。推定には、速度応答を用い、40secのデータを一区分として計50回の推定を行った。また、解析対象は質点1, 2の多点観測としてそれぞれ解析を行った。よって推定条件は、観測点の数: 2点(質点1, 2), 時間刻み: 0.001sec, 一回の計算に使用するデータ長: 40sec, Hankel行列の行数: 100, 計算回数: 50回である。

表-2 推定結果の平均値と変動定数

Case	時間刻み Δ (sec)	固有振動数			固有振動数			減衰定数	減衰定数 (1次)		減衰定数 (2次)	
		設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動 係数 (%)	設定値 (Hz)	平均値 (Hz)	変動 係数 (%)	設定値	平均値	変動 係数 (%)	平均値	変動 係数 (%)
Case 1	0.001	1.000	1.004	0.87	1.10	1.009	0.97	0.005	0.008	18.7	0.011	30.0
Case 2			1.002	0.67	1.06	1.060	0.78		0.007	25.6	0.011	39.4
Case 3			1.000	0.79	1.02	1.022	0.57		0.006	40.5	0.006	60.7

(2) Case1

図-10に Case1 における振動特性推定結果を示す。推定の結果、振動数は1.1Hzと1.0Hz付近に集中したが、衝撃加振力の場合と比べてばらつきが大きく、平均値も設定値と完全に一致しない結果となった。振動数推定結果のヒストグラムの分布が固有振動数の位置に集中していることがわかる。減衰定数の結果については推定できているが、設定値である $h=0.005$ よりも高い値となった。これは、常時微動外力が作用する場合には連続的に荷重が作用し、衝撃加振力の場合のように自由減衰とならないためだと考えられる。

(3) Case2

図-11に Case2 における振動特性推定結果を示す。推定振動数は、Case1と同様にばらつきの小さい結果となった。また、ヒストグラムの分布についても、固有振動数の位置に集中していることがわかる。減衰定数推定結果に関しては、Case1と同様に値は得られているが、いずれも設定値と比較して大きな値となった。

(4) Case3

図-12に Case3 における振動特性推定結果を示す。推定振動数は、ばらつきも小さく、平均値も設定値と非常に近い結果が得られた。減衰定数に関しては他ケース同様に振動数と比較してばらつきが大きく、また、設定値から大きく外れる結果となった。

(5) 推定結果の評価

近接固有値を有する構造モデルに、常時微動外力が作用した場合について応答計算を行い、速度応答から振動特性の推定を行った。常時微動外力によるノイズの除去および、長い周期で発生すると予想されるうなりを捉えるため、比較的長時間の常時微動データを取り出し、取り出したデータの自己相関関数から振動特性の推定を行った。Case1~3の推定結果の平均値と変動係数を表-2に示す。推定結果より、衝撃加振の場合と比較してばらつきが見られたが、固有値の近接幅が小さい場合でも概ね良好な推定結果が得られた。従って、近接固有値を有する構造モデルの振動数推定には、実現理論を用いる手法が有効であることを確認した。減衰定数の推定については設定値に近い値が得られず、変動係数も非常に大きな値となった。常時微動を用いて振動特性を推定する場合、計算に使用するデータ長が長くなるため、計算に

表-3 各吊床版橋の諸元

	A橋	B橋	C橋
橋長 m	88.0	85.0	137.0
支間長 m	78.0	76.5	123.0
サグ比	1/34.7	1/34.8	1/30.0
有効幅員 m	1.50	1.50	1.50

表-4 加振実験の条件

	A橋	B橋	C橋
加振位置 m	19.50	19.12	30.75
センサー数 点	5	10	10
サンプリング周波数 Hz	100	100	40
計測時間 sec	80.0	78.0	50.0

表-5 推定条件

	A橋	B橋	C橋
観測点の数 点	5	10	10
時間刻み sec	0.01	0.01	0.025
計算に使用するデータ長 sec	4	4	4
Hankel行列の行数	50	50	50
計算回数 回	20	18	11

要する時間も長くなる傾向にある。計算手法の改善も含めた検討が必要と考えるが、これについては今後の課題とする。

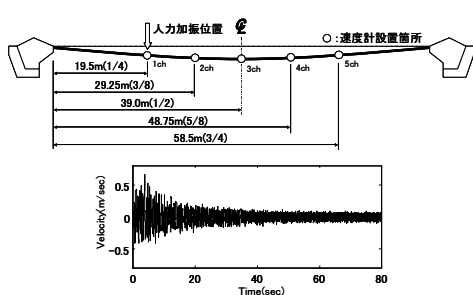
5. 吊床版橋の衝撃加振実験による振動特性推定

5.1 吊床版橋の衝撃加振実験

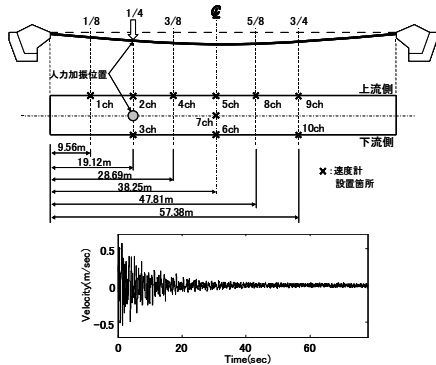
本手法の有効性を検証するために、近接固有値を有する実橋梁3橋の振動特性推定を行った。対象橋梁の形式はいずれも吊床版橋であり、梶川らによって実施された人力加振による衝撃加振実験^{1,29)}で得られた速度応答を本解析に用いた。

5.2 対象橋梁と衝撃加振実験

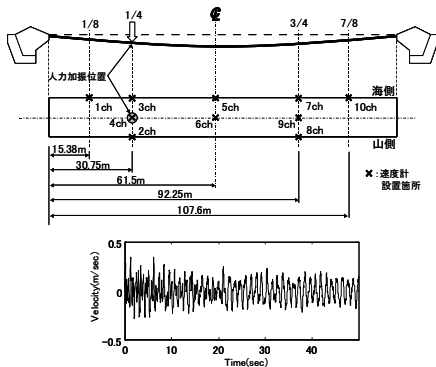
計測対象は既存の吊床版橋3橋である。それぞれA橋、B橋、C橋とし、表-3に各橋梁の諸元を示す。本解析で用いた速度データは、各吊床版橋の1/4L地点で人力加振して得られたものである。表-4に各橋梁における加振実験の条件、図-13に速度計の設置位置と支間中央における速度応答波形を示す。支間長はC橋のみ比較的最長い、各吊床版橋の構造はほぼ同様であり、本論文で対象とする振動次数までのモード形状はいずれも同様であった²⁹⁾。実験で求められた各橋の振動特性の詳細は、文献29)を参照されたい。



(a) A 橋の速度計設置箇所と速度応答 (3ch)



(b) B 橋の速度計設置箇所と速度応答 (5ch)



(c) C 橋の速度計設置箇所と速度応答 (5ch)

図-13 速度計設置位置

5.3 吊床版梁の振動特性推定

衝撃加振実験で得られた速度応答を用いて ERA 法により振動特性の推定を行った。推定条件を表-5 に示す。各ケースの振動特性推定結果を以下に記す。

(1) A 橋の振動特性推定結果

①振動数

A 橋における振動数の推定結果を図-14 に示す。最初の衝撃加振時および、後半部分以外は、0.9, 1.2, 1.9, 2.1, 2.9, 3.5, 3.6, 4.8Hz 付近の固有振動数の存在を確認できる。このように、実現理論を適用した結果、比較的近接した固有値を有する構造物の固有振動数を推定できることを確認している。後半部分については、減衰

により明確な振動数を推定することができていない。また、5.0Hz 以上の振動数に関しては非常にばらつきが大きく、明確な振動数を推定ができていない。表-6 中に表示する平均値、標準偏差および変動係数は、得られた推定結果に対し統計処理を施した値である。2次を除く低次振動においては変動係数が低いことから高精度な推定が行われていることが確認できる。それに対して高次振動においては、変動係数が若干大きくなり、推定精度が低下することが確認された。

②減衰定数

1次から5次までの減衰定数の推定結果を図-15 に示す。減衰定数の推定結果は、固有振動数の場合と比較して、ばらつき傾向にあることが確認できる。推定結果の平均値、標準偏差および変動係数を表したものが表-7 である。全体的に変動係数は振動数の場合と比較して、大きな値となっている。一方で、減衰定数の変動係数は、高次になるに従って小さくなることを確認できる。ただし、各次数の標準偏差において、有意な差は認められない。よってその理由は、減衰定数自体が高次になるに従って大きくなることによる、見掛け上の効果と考えられる。

③振動モード

1次から5次までの振動モード推定結果を図-16 に示す。5次の振動モードについてはセンサの設置箇所が少ないため3次と同じ振動モードとなっているが、これははねじれによる影響と考えられる。

(2) B 橋の振動特性推定結果

①振動数

B 橋における振動数の推定結果を図-17 に示す。最初の衝撃加振時および後半部分において推定結果にばらつきが生じているが、1.0, 1.2, 1.9, 2.4, 3.1, 3.2, 4.2, 5.4Hz 付近に固有振動数が存在することが同図より見てとれる。また、6.0Hz 以上の高次振動に関しては、明確な振動数推定ができていないことがわかる。表-8 は、推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を示したものである。振動次数が高くなるにつれ、推定結果の変動係数が大きくなる（振動数推定精度が低くなる）傾向にあるといえる。以上のように、B 橋に対する振動数推定結果は、橋梁諸元が類似する A 橋の場合と同様となった。

②減衰定数

図-18 に1次から5次までの減衰定数の推定結果を示す。表-9 は、推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を示したものである。推定結果の変動係数は、全体的に振動数の場合と比較して大きいことがわかる。また振動次数が高くなるに従い、変動係数は小さくなる傾向にあることが確認できるが、各次数の標準偏差間には有意な差が認められないことから、A 橋の場合と同様、減衰定数自体が次数とともに大きくなることによる、見掛け上の効果と考えられる。

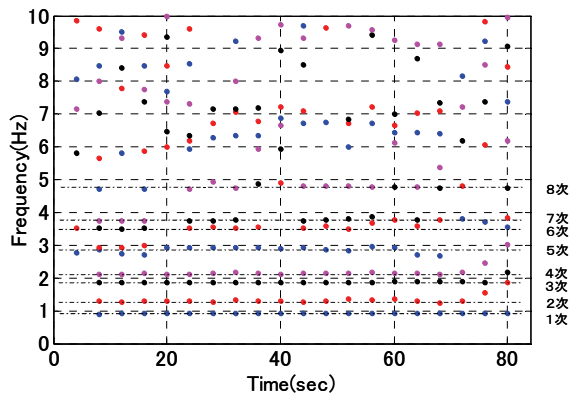


図-14 振動数推定結果 (A 橋)

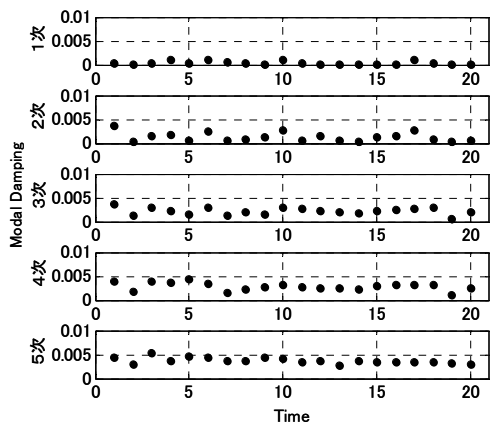


図-15 減衰定数推定結果 (A 橋)

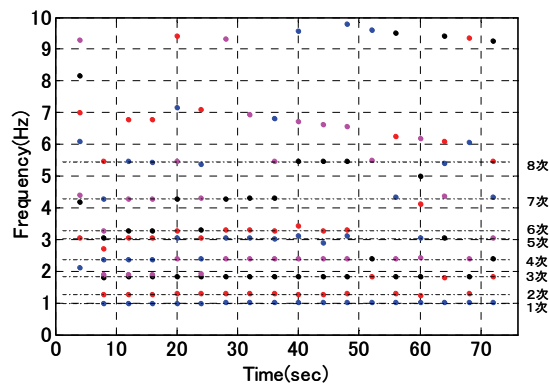


図-17 振動数推定結果 (B 橋)

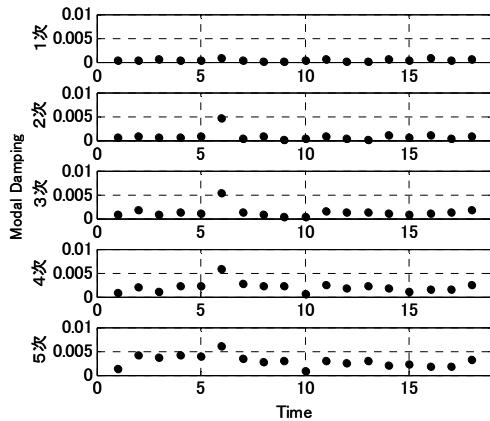


図-18 減衰定数推定結果 (B 橋)

表-6 振動数推定精度の評価 (A 橋)

次数	平均値 Hz	標準偏差 Hz	変動係数 %
1次	0.928	0.009	0.99
2次	1.345	0.146	10.8
3次	1.892	0.070	3.7
4次	2.207	0.212	9.6
5次	2.993	0.326	10.9
6次	3.901	0.904	23.2
7次	4.522	1.165	25.8

表-7 減衰定数推定精度の評価 (A 橋)

次数	平均値	標準偏差	変動係数 %
1次	0.0004	0.0004	100.0
2次	0.0013	0.0010	76.9
3次	0.0022	0.0008	36.4
4次	0.0029	0.0008	27.6
5次	0.0037	0.0006	16.2

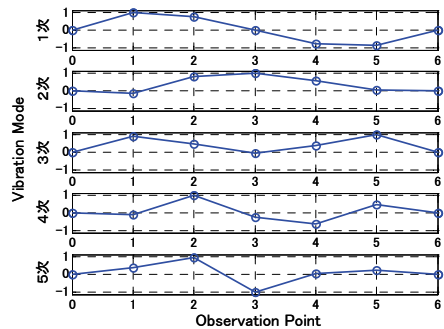


図-16 振動モード推定結果 (A 橋)

表-8 振動数推定精度の評価 (B 橋)

次数	平均値 Hz	標準偏差 Hz	変動係数 %
1次	1.012	0.017	1.65
2次	1.402	0.254	18.1
3次	1.967	0.250	12.7
4次	2.641	0.891	33.7
5次	3.343	1.032	30.9
6次	3.925	1.172	29.8
7次	5.123	2.075	40.5

表-9 減衰定数推定精度の評価 (B 橋)

次数	平均値	標準偏差	変動係数 %
1次	0.0004	0.0002	50.0
2次	0.0009	0.0010	111.1
3次	0.0013	0.0011	84.6
4次	0.0021	0.0011	52.4
5次	0.0029	0.0012	41.4

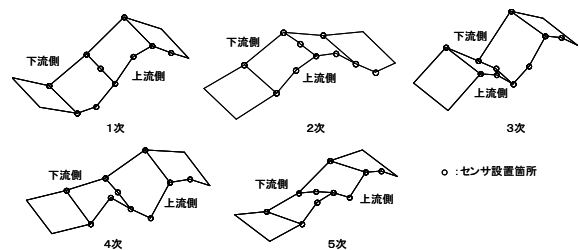


図-19 振動モード推定結果 (B 橋)

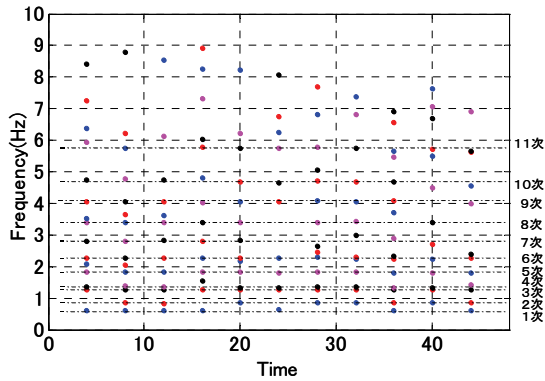


図-20 振動数推定結果 (C 橋)

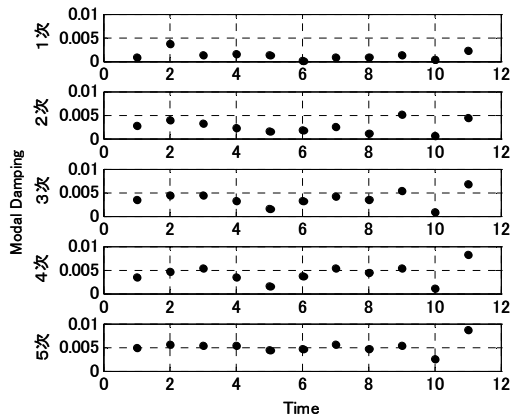


図-21 減衰定数推定結果 (C 橋)

表-10 振動数推定精度の評価

次数	平均値 Hz	標準偏差 Hz	変動係数 %
1次	0.713	0.126	17.7
2次	1.114	0.205	18.4
3次	1.334	0.083	6.22
4次	1.664	0.225	13.5
5次	2.078	0.215	10.3
6次	2.518	0.555	22.0
7次	2.966	0.681	23.0

表-11 減衰定数推定精度の評価

次数	平均値	標準偏差	変動係数 %
1次	0.0013	0.0010	76.9
2次	0.0027	0.0014	51.9
3次	0.0037	0.0016	43.2
4次	0.0042	0.0019	45.2
5次	0.0052	0.0015	28.8

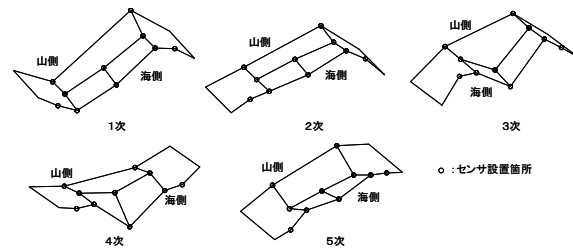


図-22 振動モード推定結果 (C 橋)

③振動モード

図-19 に1次から5次までの振動モードの推定結果を示す。4次および5次の振動モードについては、下流側の1/4地点および3/4地点にセンサを設置していないため、たわみモードとねじれモードの区別が困難となっていることがわかる。

(3) C 橋の振動特性推定結果

①振動数

図-20 にC 橋における振動数の推定結果を示す。A, B 橋と異なり、最初の衝撃加振時および後半部分において推定結果にばらつきが確認されておらず、全体的に0.7, 0.9, 1.2, 1.3, 1.8, 2.3, 2.8, 3.4, 4.0, 4.7, 5.6Hz 付近に固有振動数が明確に表れている。ばらつきが見られない理由は、振動計測時のサンプリング周波数が40Hz と他の2橋に比べて小さかったことが原因と考えられる。つまりサンプリングが荒くなったことにより、橋梁振動の高次成分が除去され、外力および減衰による影響が薄れた結果、衝撃加振および橋梁の減衰による推定結果のばらつきが見られなかったものと推察できる。表-10 は、推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を示したものであるが、A, B 橋の場合と同様、高次の振動数ほど変動係数が大きくなる結果となった。

②減衰定数

1次から5次までの減衰定数の推定結果を図-21 に示す。また推定結果の平均値と標準偏差および変動係数を表-11 に示す。A, B 橋と同様、推定結果の変動係数は、全体的に振動数の場合と比較して大きく、また振動次数が高くなるに従い、変動係数は小さくなる傾向にあることが確認できる。

③振動モード

図-22 に1次から5次までの振動モード推定結果を示す。B 橋と同様に、4次と5次の振動モードについては、センサの設置箇所が少ないため、たわみモードとねじれモードの区別が困難となっている。

(4) 推定結果の評価

近接固有値を有する構造物として吊床版橋3橋を取り上げ、計測した速度応答から振動特性の推定を行った。振動数の推定結果については、いずれの橋梁においても低次の振動数において卓越した振動数を確認することができたが、高次の振動数についてはばらつきが大きく、明確な振動数を得られなかった。減衰定数の推定結果については、振動数の推定結果と比較してばらつきが大きく、変動係数も大きくなる結果となった。

表-12 振動数推定精度の評価

	次数	固有振動数(Hz)			減衰定数		
		実現理論	モード解析法	相対差 (%)	実現理論	モード解析法	相対差 (%)
A橋	1次	0.928	0.917	-1.19	0.0004	0.0071	1675
	3次	1.892	1.870	-1.16	0.0022	0.0071	222.7
B橋	1次	1.012	0.997	-1.48	0.0004	0.0095	2275
	3次	1.967	1.826	-7.17	0.0013	0.0085	553.8
C橋	1次	0.713	0.619	-13.18	0.0013	0.0023	76.9
	3次	1.334	1.261	-5.47	0.0037	0.0060	62.2

(5) モード解析法による解析結果との比較

実現理論による振動特性推定結果を、モード解析法による解析により過去に推定¹¹⁾した結果と比較したものを表-12に示す。モード解析法については【付録B】に示した。両手法の推定差εは以下の式により評価した。

$$\varepsilon = \frac{(\alpha - \beta)}{\alpha} \times 100 (\%) \quad (24)$$

ここに、αはモード解析法の推定値、βは実現理論による推定値である。

振動数では、実現理論による推定結果は、モード解析法で求めた値より若干高い値を示す結果となったが、差は数%内にあり、全般的に良い一致が見られる。これに対し、減衰定数は実現理論で求められた値は、モード解析法より低く評価され、その差もかなり大きくなる結果となった。このように実現理論は減衰定数の推定精度について課題を残す結果となっている。

モード解析法の手法では、曲線適合によりパラメータ推定を行っているため、推定結果は目視でも判断できる。しかし、非線形最小二乗法を使うために、初期値の設定が必要になる。また、多自由度系の推定は、誤差の集積などにより、実際には困難な場合が多い。

これに対して、実現理論による推定法は、代数演算と特異値分解により構成されているため、初期値の設定が必要なく、さらに、高次振動特性を容易に推定することが可能である。本論文では、近接固有値を有する構造物の振動特性推定に、実現理論を適用できることを確認した。しかし、高次の振動数においてばらつきが大きくなり、良好な推定結果が得られなかったため、今後においては高周波領域における推定精度向上のための工夫²⁰⁾や、計算時間の削減のための方策等について検討する必要があると考える。

6. まとめ

本論文で得られた結果をまとめると以下のようになる。

(1) 近接固有値を推定するために実現理論による振動特性推定法を適用した。推定精度を評価するために2自由度系の自由振動に本手法を適用した。その結果、振動数と減衰定数の推定において精度の高い推定が可能であることが確認できた。

(2) 2自由度系の常時微動シミュレーションに実現理論の手法を適用した。推定を数回繰り返して、変動のある推定値の平均をとることにより、精度の高い推定が可能であることが確認できた。

(3) 実現理論による振動特性推定法を、振動数が近接する振動特性を有する吊床版橋の衝撃加振動計測結果に適用した。各吊床版橋における振動数の推定結果は、いずれの橋梁においても低次の振動数を精度良く推定することができた。しかし、高次の振動数については推定結果のばらつきが大きくなることが確認できた。減衰定数の推定結果は、いずれの橋梁においても振動数と比較して変動係数が大きくなる結果となった。

(4) 実現理論では振動モードについても容易に推定が可能であることを確認した。

(5) 吊床版橋3橋の振動推定法について、モード解析法と実現理論による方法の比較を行った。振動数については実現理論とモード解析法は同程度の推定が得られた。しかし、減衰定数については、実現理論の推定は、かなり小さい値となった。

(6) モード解析法に比べて実現理論法は、初期値の設定が必要なく、また高次振動の推定が可能で利点がある。さらに、常時微動による振動特性推定では、自動的な推定が可能であるため、推定値の統計的処理が可能になる。

以上を示したとおり、近接固有値を有する構造物の振動特性に、実現理論による振動特性推定手法が有効であることを確認した。しかし、高次の振動数においてばらつきが確認されたため、高次の振動数の推定精度を向上させるための工夫が必要である。

付録

【付録A】

状態行列 **A** からの固有振動数と減衰定数の推定^{19, 24~26)}

状態行列 **A** から、共役な対となる異なる複素固有値 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n})$ が得られる。 Γ を **A** の固有値の対角行列、 Ψ を固有ベクトルとする。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_{2n} \end{bmatrix} \quad (\text{A-1})$$

$$\Psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_{2n}] \quad (\text{A-2})$$

式(2)の係数行列 **[A B C]** はそれぞれ $[\Gamma \ \Psi^{-1}\mathbf{B} \ \mathbf{C}\Psi]$ に変換される。状態行列 **A** から $2n$ 個の固有値特 λ_k が得られるが、この固有値は複素数となる。

$$\lambda_k = X_R^k + iX_I^k \quad (\text{A-3})$$

離散系と連続系の固有値の関係は

$$\lambda_k = \exp\left((-h_k\omega_k + i\sqrt{1-h_k^2}\omega_k\right)\Delta) \quad (\text{A-4})$$

で表され、離散系の固有値から連続系の固有値が得られる。

$$h_k\omega_k = -\frac{1}{\Delta} \log \sqrt{(X_R^k)^2 + (X_I^k)^2} \quad (\text{A-5})$$

$$\omega_k \sqrt{1-h_k^2} = \frac{1}{\Delta} \tan^{-1} \frac{X_I^k}{X_R^k} \quad (\text{A-6})$$

また観測点の振動モードは $\mathbf{C}\Psi$ より求めることができる。

【付録B】

モード解析法による振動特性推定^{9~11)}

(1) 2自由度系の時間応答関数と周波数応答関数

式(1)の固有値解析を行うと振動モードが得られる。振動モード $\Phi_k \in \mathbf{R}^{n \times n}$ より構成される振動モード行列を

$$\Phi = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \dots \ \Phi_n] \quad (\text{B-1})$$

で定義する。なお、 $\Phi \in \mathbf{R}^{n \times n}$ である。さらに振動モードを

$$\Phi^T \mathbf{m} \Phi = \mathbf{I} \quad (\text{B-2})$$

となるように基準化する。この Φ を用いると、 \mathbf{c}, \mathbf{k} は、

$$\Phi^T \mathbf{c} \Phi = [2h_k\omega_k], \quad \Phi^T \mathbf{k} \Phi = [\omega_k^2] \quad (\text{B-3})$$

のように対角化できる。ここに ω_k と h_k は、それぞれ k 次の固有円振動数と減衰定数である。

p 点に荷重が作用した場合の l 点の変位応答関数 $y_l(t)$ は、次式で与えられる。

$$y_{lp}(t) = \sum_{k=1}^2 A_{lp}^k \exp(-h_k\omega_k t) \sin(\omega_{dk} t + \theta_{lp}^k) \quad (\text{B-4})$$

ここで、 $l=1, 2, p=1, 2$ である。また ω_{dk} は減衰固有円振動数 $(\omega_{dk} = \sqrt{1-h_k^2}\omega_k)$ 、 $A_{lp}^k = \Phi_{lk}\Phi_{pk}$ である。ここに Φ_{lk} は k 次振動モードの l 点の値である。なお、 θ_k は曲線適合の誤差を吸収させるパラメータである。 p 点に荷重が作用した場合の l 点の変位の応答周波数伝達関数は、

$$G_{lp}(\omega) = \sum_{k=1}^2 \left\{ \frac{A_{lp}^k}{-\omega^2 + \omega_k^2 + 2ih_k\omega_k\omega} \right\} + R_{lp} + iI_{lp} \quad (\text{B-5})$$

で与えられる。なお、 R_{lp} と I_{lp} は曲線適合誤差を吸収させるパラメータである。

(2) 曲線適合による振動特性推定

時間領域における構造同定では、2自由度系で表された式(B-4)が目的関数となる。ここで、求めるものは、次式で与えられる8個のパラメータである。

$$\alpha = [\omega_k \ h_k \ A_{lp}^k \ \theta_k \ \omega_{k+1} \ h_{k+1} \ A_{lp}^{k+1} \ \theta_{k+1}]^T \quad (\text{B-6})$$

うなりを伴う実測データ $\hat{y}(k) (k=1, \dots, N)$ が N 個得られたとする。ここに k は時刻 Δ で離散化したサンプリング時間である。実測データと式(B-4)の二乗誤差 ϵ_{lp}^t が最小となるように、非線形最小二乗法により曲線適合させる。

$$\epsilon_{lp}^t = \sum_{k=1}^N [\hat{y}(k) - y_{lp}(k, \alpha)]^2 \quad (\text{B-7})$$

ここで、 $y_{lp}(k, \alpha)$ は推定パラメータ α を有する目的関数(B-4)である。次に周波数領域の推定法を述べる。2自由度系で表された式(B-5)が推定関数となる。ここで、求めるものは、次式で与えられる8個のパラメータである。

$$\alpha = [\omega_k \ h_k \ B_{lp}^k \ \omega_{k+1} \ B_{lp}^{k+1} \ h_{k+1} \ R_{lp} \ I_{lp}]^T \quad (\text{B-8})$$

p 点に加えた衝撃力と l 点の実測の変位応答をFFTでフーリエ変換して、周波数伝達関数 $\hat{G}_{lp}(s) (s=0, \dots, M-1)$ が得られる。ここに s は周波数刻み $\Delta\omega = 2\pi/L$ で離散化したサンプリング円周波数である。ここに、 L は測定時間 $(L=NT)$ である。実測データと式(B-5)の二乗誤差 ϵ_{lp}^ω が最小となるように、非線形最小二乗法により曲線適合させる。

$$\epsilon_{lp}^\omega = \sum_{s=0}^{M-1} \left(\left| \hat{G}_{lp}(s) - G_{lp}(s, \alpha) \right|^2 \right) \quad (\text{B-9})$$

ここで $G_{lp}(s, \alpha)$ は、推定パラメータ α を有する推定式(B-6)である。

参考文献

- 1) 角本周, 梶川康男: PC吊床版橋の減衰定数の評価と振動使用性照査における影響, 土木学会論文集 No.612/I-46, pp.337-348, 1999.
- 2) 山口宏樹, 高野晴夫, 小笠原政文, 下里哲弘, 加藤真志, 岡田淳: 鶴見つばさ橋の振動実験による動的特性の同定, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.247-258, 1996.
- 3) 米田昌弘: 歩行者によって誘起される吊床版橋の動的応答特性とその設計用使用性評価式, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.351-362, 2001.
- 4) 権 映録, 畑中章秀: 高欄設置用の薄型 TMD を用いた既設歩道橋の制振対策, 橋梁と基礎, 36 巻 12 号, pp.23-27, 2002.

- 5) 森尾敏, 平川良浩, 島田昌樹, 三木英通: 鉄道高架橋から伝播する地盤振動に見られる「うなり」現象, 土木学会論文集, No.701/III-58, pp.421-432, 2002.
- 6) 讃岐康博, 大塚良隆, 大舩孝美, 金子鉄男: Beating 波形からの各単振動の対数減衰率算出法, 第2回橋梁振動に関するコロキウム論文報告集, pp.109-114, 1989.
- 7) 岩本政巳, 藤野陽三: 自由振動減衰波形からの固有振動数の近接した2自由度線形系のパラメータ同定, 土木学会論文集, No.450/I-20, pp.141-149, 1992.
- 8) 長山智則, 阿部雅人, 藤野陽三, 池田憲二: 常時微動計測に基づく非比例減衰系の非反復構造逆解析と長大吊橋の動特性の理解, 土木学会論文集, No.745/I-65, pp. 155-169, 2003.
- 9) 長松昭男: モード解析, 培風館, 1985.
- 10) 岡林隆敏, 原忠彦, 龍博志: 周波数領域多自由度曲線適合法による道路橋の振動特性同定, 構造工学における数値解法シンポジウム論文集, 第19巻, pp.43-48, 1995.
- 11) 岡林隆敏, 山森和博, 讃岐康博, 田村太郎: 近接固有値を有する構造物の振動特性推定, 土木学会論文集, No.633/I-49, pp.93-102, 1999.
- 12) 米田昌弘, 真本卓充: GA を適用したうなり波形の減衰定数推定法, 土木学会第60回年次学術講演会, pp.1093-1094, 2005.
- 13) 丸山 収, 相沢 旬, 星谷 勝: ARMA モデルによる既存構造物の動特性同定, 土木学会論文集, Vol.416/I-13, pp. 439-447, 1990.
- 14) 金澤健司, 松井徹哉: ARMA モデルによるスペクトル解析と振動モード同定, 日本建築学会構造系論文集, 第554号, pp.71-78, 2002.
- 15) 岡林隆敏, 中 忠資, 奥松俊博, 郝 婕馨: 多次元 AR モデルを用いた常時微動による橋梁振動特性推定法と推定精度の検討, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.2, pp.474-487, 2008.
- 16) Ho, B.L. and Kalman, R.E.: Effective Construction of linear state-variable models from input/output functions, Regelungstechnik, Vol.14, No.12, pp.545-548, 1966.
- 17) Ljung, L.: System Identification -Theory for the User (2nd ed.), Prentice-Hall, 1999.
- 18) Juang, J.N. and Pappa, R.S.: An eigen system realization algorithm for modal parameter identification and modal reduction, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol.8, No.5, pp.620-627, 1985.
- 19) Juang, J.N.: Mathematical correlation of modal Parameter identification methods via system realization theory, *International Identification of Analytical and Experimental Modal analysis*, Vol.2, No.1, pp.1-18, 1987
- 20) Juang, J.N.: *Applied System Identification*, Prentice Hall PTR, 1994.
- 21) 片山徹: システム同定, 朝倉書店, 2004.
- 22) Wenzel, H. and Pichler, D.: *Ambient vibration monitoring*, John Wiley & Sons, Ltd., 2005.
- 23) 奥松俊博, 岡林隆敏, 田代大樹, 要谷貴則, Jawaid, B.A.: 橋梁遠隔モニタリングシステムによる鋼ラングートラス橋の固有振動数の推移観測, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.53A, pp.844-852, 2007.
- 24) Ali, M.R., Okumatsu, T. Okabayashi, T. and Jawaid B.A.: Dynamic characteristics estimation from the ambient vibration of existing bridge by realization theories, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.55A, pp.284-294, 2009.
- 25) Ali, M.R., Okabayashi, T.: System identification of highway bridges from ambient vibration using subspace stochastic realization theories, *An International Journal of Earthquake Engineering and Earthquake Effects on Structures*, Vol.2, No.2, 2011
- 26) Ali, M.R., Okabayashi, T and Okumatsu, T.: Ambient vibration data re-sampling by cubic spline interpolation for high accurate estimation of bridge dynamic characteristics using realization theory, *Journal of Structural Engineering*, JSCE, Vol.57A, 2011.
- 27) Zhang, Q.W.: Statistical damage identification for bridges using ambient vibration data, *Computers and Structures*, No.85, pp.476-458, 2007.
- 28) 吉岡勉, 原田政彦, 山口宏樹, 伊藤信: 斜材の実損傷による鋼トラス橋の振動特性変化に関する一検討, 構造工学論文集, Vol.54A, pp.119-208, 2008.
- 29) 梶川康男, 深田宰史, 吉川裕晃: 単径間 PC 吊床版歩道橋の振動特性, 構造工学論文集, Vol.44A, pp.811-817, 1998.

(2012年9月28日受付)