

土壌加温における土壌温度の解析的近似解

関 平和・小森友明

(金沢大学工学部土木建設工学科)

Approximate Analytical Solution of Soil Temperature in Soil Warming

Hirakazu SEKI and Tomoaki KOMORI

(Department of Civil Engineering, Faculty of Technology,
Kanazawa University, Kanazawa 920, Japan)

To get a theoretical basis for the dynamic characteristics of a soil warming process, an approximate solution of soil temperature at the unsteady state was derived analytically. The calculated results of soil temperature and intensity of heat source by warm water were in good agreement with the calculated results by the numerical solution. The time reaching the steady state estimated here agreed well with the empirical result reported previously. The transfer function between the intensity of heat source as an input and the soil temperature as a response, and the transfer functions between the several disturbances and the response were evaluated from the approximate analytical solution. These transfer functions would be useful to investigate the dynamic behavior and an appropriate control system of the soil warming process theoretically.

Key words: Analytical solution, Soil temperature, Soil warming, Transfer function.

キーワード: 解析解, 伝達関数, 土壌温度, 土壌加温

1. 緒 言

作物の生育適地温を維持するための土壌加温操作については、加温に必要な熱量、操作条件などについて板木(1976)らによりこれまで膨大な実験データに基づく設計基準が詳細に得られており、一見、発掘すべき新たな研究対象がないように思われる。しかし、近年ではマイクロ・コンピューターの導入などにより温室環境の高度制御が可能になってきており、その制御機能を有効に利用するという観点に立てば、地温変動の動特性をより詳細に明らかにしておく必要がある。そのためにはまず、加温過程の数学的なモデル化により伝熱機構を把握し、これまでに土壌加温に関して得られた経験的な設計基準や数値の理論的根拠を明確にすることが重要であろう。

加温過程は厳密には熱・水分の同時移動過程であるが、前報(Seki and Komori, 1990)で示唆したように、通常の加温条件下では温度分布に及ぼす水分移動の影響が

それほど顕著ではなく、多くの場合、熱伝導モデルによる近似計算が可能であると思われる。加温過程における土壌内の熱収支式(熱伝導方程式)、境界条件、初期条件が与えられれば、差分法などの数値解法により温度変化の数値シミュレーションを行うことは容易である(関・小森・梶川, 1987; 関・小森, 1987)。しかし、数値解によるシミュレーションは最終結果を与えるものの土壌温度に及ぼす個々の環境因子の影響を直接的に与えるものではないので、土壌温度の動特性を把握するための本質的な解決にはならない。環境因子が地温に及ぼす影響の物理的な機構を把握し、それらを個別に評価するためには、できることなら地温分布の解析的な厳密解もしくは近似解を導くことが望ましい。

そこで、本報では、温水循環方式による土壌加温システムにおける土壌温度の解析的近似解を誘導し、数値解との比較により、近似解の妥当性を検討した。更に、近似解を用いて土壌加温過程の動特性を把握するための基礎となる伝達関数を導いた。

2. 理論的な取扱い

Fig. 1に示すように、床表面が近似的に水平で、加温用温水管が床表面から一定深さの位置に等間隔に配置されるような幾何学的に簡単な栽培土壌床を想定する。又、植生の影響は考えないものとする。前報(Seki and Komori, 1990)で述べたように実際の土壌加温操作では温水管の出入口水温差は小さく、土壌内では管軸方向の温度勾配が管半径方向の温度勾配に比べて極めて小さくなるのが普通である。又、ここで計算例に使用した試料土は、見掛け密度が1130 kg/m³、含水率(湿量基準)が32.8%で、有効熱伝導率は迅速熱伝導率計(昭和電工製QTMD II型)で予め測定した結果によれば、20~50℃の温度範囲において、0.56~0.71 kcal/mhr℃でそれほど大きな差異はなかった。一方、土壌表面から温室内空気への水分損失は表面の混合比H_sと温室内の混合比H_∞との差を推進力として起こるが、後述の計算条件を考慮して温室内気温を5℃、相対湿度を60%とし、表面と温室内空気の混合比の差H_s-H_∞と温度差T_s-T_∞の関係をFig. 2のごとく図示すると表面温度が10℃~25

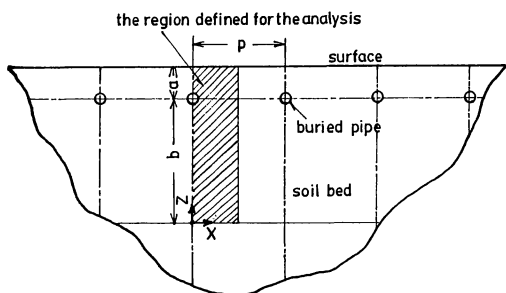


Fig. 1. Layout of the pipe arrangement of a soil warming system.

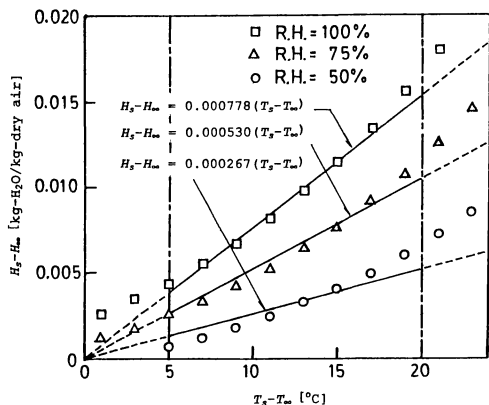


Fig. 2. Relation between $H_s - H_\infty$ and $T_s - T_\infty$ when $T = 5^\circ\text{C}$ and $H_\infty = 0.00323 \text{ kg-H}_2\text{O/kg-dry air}$.

℃の範囲において混合比の差は温度差にほぼ比例するものとみなせる。ただし、H_sの算定に当たり土壌表面の相対湿度は明らかではないので、ここでは50%、75%、100%の場合を想定した。従って、上記湿度条件の下では潜熱損失速度も顕熱及び長波放射損失速度と同様に近似的に表面と温室内の温度差に比例するものと考えて差し支えないだろう。

以上のことから、数学的モデル化に当たり、次のような仮定を設定する。

- (1) 加温過程において土壌の熱的物性値は温度によらず一定とみなせる。
- (2) 温水管の出入口水温差は小さく、管内水温は近似的に一定とみなされる。
- (3) 土壌表面からの全熱損失速度は、顕熱伝達係数h_s、潜熱伝達係数h_{sl}、長波放射伝達係数h_rの和で与えられる複合伝熱係数Uに温度差T_s-T_∞を乗じたものとして与えられる。

以上の仮定に基づき、座標系をFig. 1のようにとれば栽培床内の熱伝導方程式、境界条件、初期条件は以下のごとく記述される。

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (0 < x < p/2) \quad (1)$$

$$T = T_0 \quad (z = 0) \quad (2)$$

$$-K \frac{\partial T}{\partial z} = U(T - T_\infty) - q_r(\theta) \quad (z = a + b) \quad (3)$$

$$-K \left\{ \frac{x}{R} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{z-b}{R} \frac{\partial T}{\partial z} \right\} = U_p(T_i - T) \quad [(z-b)^2 + x^2 = R^2] \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (x = 0) \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (x = p/2) \quad (6)$$

$$T = T_0 \quad (\theta = 0) \quad (7)$$

ただし、式(2)は加温期間内において実質的に加温による昇温効果の及ばないような十分に深い位置を考え、その位置ではほぼ一定温度に保たれるものとして設定した条件である。式(2)-(7)を満たす式(1)の解析的厳密解を得るのは極めて困難であるが、もし、 $R \ll a, b$ 、すなわち温水管の管径が土壌断面の大きさに比べて相対的に小さければ、温水管を近似的に線熱源とみなし得るので、求める温度T(x, z, θ)を次のような二つの温度変数T₁(x, z, θ)とT₂(z, θ)の和で表すことにより解析的近似解を求めることができる。

$$T(x, z, \theta) = T_1(x, z, \theta) + T_2(z, \theta) \quad (8)$$

ここで、 T_1 は点($x=0, z=b$)なる位置に強さ $Q(\theta)$ なる連続的熱源があり、土壤床上、下面の温度が0の場合の温度場を表し、 T_2 は床下面の温度が T_0 で表面から気温 T_∞ の室内へと熱放散があり、表面へ強度 $q_r(\theta)$ なる短波有効放射が到達する場合の温度場を表す。 T_1, T_2 の基礎式、境界条件、初期条件はTable 1のごとく示される。紙面の都合上、解の誘導過程は割愛するが、 T_1 の解は対源法(川下, 1971, 関・小森・梶川, 1986)により以下のごとく導かれる。

対源法によれば、 T_1 の解はFig.3のごとく実発熱源の上下方向に定められた間隔で仮想的に配置された発熱源及び吸熱源群を考え、それら総ての熱源によって形成される温度場で与えられる。熱源が配置される面内の任意の点(x_0, z_0)に存在する1つの熱源+ $Q(\theta)$ による温度場は、

$$\int_0^\theta \frac{Q(\lambda)}{4\pi K} e^{-\frac{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2}{4(a+b)^2(\theta-\lambda)}} \frac{d\lambda}{\theta-\lambda}$$

で与えられるから、Fig.3に示した各熱源(x 方向に $m = -\infty \sim \infty$, z 方向に $n = -\infty \sim \infty$)による温度場を重ね合わせれば、次のような T_1 の解が得られる。

$$T_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^\theta \frac{Q(\lambda)}{4\pi K} \frac{e^{-\frac{A}{\theta-\lambda}} - e^{-\frac{B}{\theta-\lambda}}}{\theta-\lambda} d\lambda \quad (9)$$

ただし、式中の A, B は、

$$A = \frac{1}{4} \left[\left\{ \frac{b}{2(a+b)} (\xi - 2m) \right\}^2 + \left(\zeta - 2n - \frac{b}{a+b} \right)^2 \right] \quad (10)$$

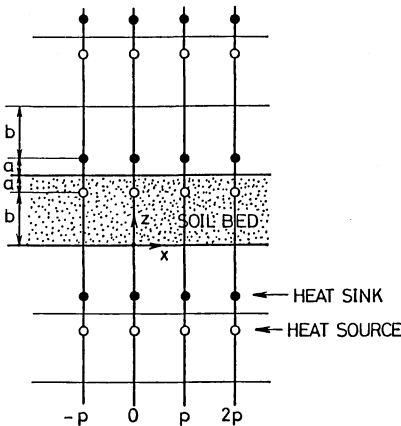


Fig. 3. Fictitious arrangement of heat sources and sinks for soil bed for cultivation of plants.

$$B = \frac{1}{4} \left[\left\{ \frac{b}{2(a+b)} (\xi - 2m) \right\}^2 + \left(\zeta - 2n + \frac{b}{a+b} \right)^2 \right] \quad (11)$$

で、 θ, ξ, ζ は次のような無次元変数を表す。

$$\theta = \frac{\kappa \theta}{(a+b)^2} \quad (12)$$

$$\xi = \frac{x}{p/2} \quad (13)$$

$$\zeta = \frac{z}{a+b} \quad (14)$$

一方、 T_2 の解はラプラス変換法により以下のごとく導かれる。

$$T_2 = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + T_0 \quad (15)$$

ただし、式中の Φ_1, Φ_2, Φ_3 は、

$$\Phi_1 = B_i (T_\infty - T_0) \left\{ \frac{\zeta}{1+B_i} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2 \sin \alpha_j \zeta \cdot e^{-\alpha_j^2 \theta}}{(B_i^2 + B_i + \alpha_j^2) \sin \alpha_j} \right\} \quad (16)$$

$$\Phi_2 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2 \alpha_j^2 \sin \alpha_j \zeta \cdot e^{-\alpha_j^2 \theta}}{B_i^2 + B_i + \alpha_j^2} \int_0^\theta e^{\alpha_j^2 \tau} Q_r(\tau) d\tau \quad (17)$$

$$\Phi_3 = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2 \alpha_j^2 \sin \alpha_j \zeta \cdot e^{-\alpha_j^2 \theta}}{B_i^2 + B_i + \alpha_j^2} \int_0^\theta e^{\alpha_j^2 \tau} F(\xi, \tau) d\tau \quad (18)$$

であり、 $B_i, Q_r(\theta), F(\xi, \theta)$ は、

$$B_i = \frac{U(a+b)}{K} \quad (19)$$

$$Q_r(\theta) = \frac{q_r(a+b)}{K} \quad (20)$$

$$F(\xi, \theta) = - \left. \frac{\partial T_1}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=1} \quad (21)$$

で、 α_j は次式の正根である。

$$\alpha_j \cot \alpha_j + B_i = 0 \quad (22)$$

式(21)の $\partial T_1 / \partial \zeta |_{\zeta=1}$ は ξ によって変化するので、 T_2 は厳密には ξ にも依存する。しかし、数値解(関・小森, 1987)の結果によれば、土壤表面の温度勾配は $\xi = 0 \sim 1$ において10~18%しか変化しなかったので、 $\partial T_1 / \partial \zeta |_{\zeta=1}$ の ξ による変化が小さいものと仮定し、実際の計算では便宜上 $F(\xi, \theta)$ を $\xi = 0$ における値 $F_0(\theta)$ で代表させることとし、次式を用いた。

$$F(\xi, \theta) \doteq - \left. \frac{\partial T_1}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=1}^{\xi=0} = F_0(\theta) \quad (23)$$

なお、式(9)中の $Q(\theta)$ は、温水管壁における熱収支式に T の解を代入して得られる式の根として各時間ごとに

Table 1 Basic equations, boundary conditions and initial conditions for T_1 and T_2

T_1	T_2
Basic equation $\frac{\partial T_1}{\partial \theta} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \right)$	Basic equation $\frac{\partial T_2}{\partial \theta} = \kappa \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}$
Boundary conditions $T_1 = 0$, at $z = 0$ $-2\pi K \lim_{x \rightarrow 0^+} \left\{ x \frac{\partial T_1}{\partial x} + (z-b) \frac{\partial T_1}{\partial z} \right\} = Q$, at a point ($x=0$, $z=b$) $T_1 = 0$, at $z = a+b$ $\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0$, at $x = 0$ or $p/2$	Boundary conditions $T_2 = T_0$, at $z = 0$ $-K \frac{\partial T_2}{\partial z} = U(T_2 - T_\infty) - q_r(\theta) + K \frac{\partial T_1}{\partial z}$, at $z = a+b$
Initial condition $T_1 = 0$, at $\theta = 0$	Initial condition $T_2 = T_0$, at $\theta = 0$

求められる。ただし、ここで導かれた解は太さ 0 の線状熱源を仮定して得られた近似解なので、温水管、すなわち、円柱状熱源の外壁面上のどの位置で熱収支を考えるかによって算出される $Q(\theta)$ の値に差が生ずる。実際の $Q(\theta)$ は、二つの極端な位置、すなわち、管壁の最上部 ($x=0$, $z=b+R$) 及び最下部 ($x=0$, $z=b-R$) における熱収支式 (24) に T の解を代入して得られる $Q_u(\theta)$ と $Q_d(\theta)$ との中間的な値になるものと予想される。

$$-\frac{\partial T}{\partial \zeta} = B_{ip}(T_l - T) \quad (\zeta = \frac{b+R}{a+b} \text{ or } \frac{b-R}{a+b}) \quad (24)$$

ただし、 B_{ip} は、

$$B_{ip} = \begin{cases} \frac{U_p(a+b)}{K} & (\zeta = \frac{b+R}{a+b}) \\ -\frac{U_p(a+b)}{K} & (\zeta = \frac{b-R}{a+b}) \end{cases} \quad (25)$$

$$B_{ip} = \begin{cases} \frac{U_p(a+b)}{K} & (\zeta = \frac{b+R}{a+b}) \\ -\frac{U_p(a+b)}{K} & (\zeta = \frac{b-R}{a+b}) \end{cases} \quad (26)$$

もし、このようにして得られた $Q_u(\theta)$ と $Q_d(\theta)$ とに大差がない場合には両者の算術平均値 $\{Q_u(\theta) + Q_d(\theta)\}/2$ を $Q(\theta)$ とすることができる。

3. 計算条件

温水管の寸法と配管仕様を Table 2 に示す。これらの値は文献 (板木, 1976; 1980, 岡田, 1980) に示された事例を参考に設定したものである。ここで、冬季 (12月~3月) における地表下 1 m における地温を文献 (気象庁, 1982; 内島, 1980) を基に推測すると、北陸地方では $10 \pm 3^\circ\text{C}$ とほぼ一定と思われることから $a+b=1\text{m}$ とした。又、 $a+b=4\text{m}$ として温度分布を計算したところ、温水管近傍の温度分布がほぼ定常状態とみなし得る 10 日後 (240 hr) において、地表下 1 m の温度は初期値よりも約 2.5°C 高くなったが、表面から深さ 0.5 m までの温度分布

の計算結果は $a+b=1\text{m}$ とした場合とほぼ同一の結果を示したので、 $a+b=1\text{m}$ としたことは妥当であったと思われる。なお、温水管は呼び径 30 の塩化ビニル管を用いるものと想定した。計算例に使用した土壌の熱的物性値を Table 3 に示す。これらの値は金沢市錦町地区で採取した栽培土についての測定値である。Table 3 には U , U_p の値も併記した。 U の算出に当たっては、まず接地空気層内の自然対流による熱・水分同時移動を考慮した実験式 (関・小森, 1985) から顕熱伝達係数 h_s 、物質移動係数 k_s を求めた。そして、 h_{sl} は次のように定義されるが、

$$h_{sl} = \frac{k_s(H_s - H_\infty)L}{T_s - T_\infty} \quad (27)$$

Fig. 2 の結果から得られる $(H_s - H_\infty) / (T_s - T_\infty)$ の値を用いて、次式から求めた。

$$h_{sl} = \begin{cases} 0.000267 k_s L & (\text{for } R.H. = 50\%) \\ 0.000530 k_s L & (\text{for } R.H. = 75\%) \\ 0.000778 k_s L & (\text{for } R.H. = 100\%) \end{cases} \quad (28)$$

又、 h_r は Stefan-Boltzmann の法則に基づいて算出した。 $h_s + h_{sl} + h_r$ として求めた U の値は、 $6.0 \sim 7.4 \text{ kcal/m}^2 \text{ hr}^\circ\text{C}$ となるが、ここでは既報の数値解 (関・小森, 1987) との比較の都合上、そこで用いた値と同一の値 $U = 6 \text{ kcal/m}^2 \text{ hr}^\circ\text{C}$ を用いることとした。 U_p は管材の熱伝導率をその厚さで除した値とした。Table 3 には計算に必要な操作温度条件を列挙した。この内、 T_0 は北陸地方における 12 月から 3 月の間の地表下 1 m における平均地温とした。 T_∞ は冬季においては温室の暖房負荷が比較的大きく、低気温条件にせざるを得ない場合を想定し 5°C とした。温水管温度 T_1 は本報と同一規格の管並びに配管仕様を想定して得られた定常状態に対する別報

Table 2 Specifications and dimensions of the pipe arrangement

Inner diameter of the pipe	Outer diameter of the pipe	Depth of the pipe from soil surface	Distance between the pipe and bottom of soil	Space of the pipe arrangement
d_i [m]	d_o [m]	a [m]	b [m]	p [m]
0.03	0.038	0.15	0.85	0.4

Table 3 Thermal physical properties of the soil bed and heat transfer coefficients

Effective thermal conductivity of soil	Heat Capacity of soil	Apparent density of soil	Overall heat transfer coefficient at the soil surface	Overall heat transfer coefficient between water and soil
K [kcal/mhr °C]	C_p [kcal/kg °C]	ρ [kg/m ³]	U [kcal/m ² hr °C]	U_p [kcal/m ² hr °C]
0.6	0.47	1130	6	40

Table 4 Operating conditions of T_0, T_∞, T_i

Bottom temperature of soil bed for cultivation	Room temperature in a greenhouse	Water temperature in the pipe
T_0 [°C]	T_∞ [°C]	T_i [°C]
10	5	30

(関・小森・梶川, 1986) の計算結果から、代表地温を作物の生育適温約 20 °C に維持するのに最適な温度とした。

地温分布に影響を与えるもう一つの重要な因子として短波有効放射フラックス q_r がある。 q_r はデジタル日射計による野外での日変化の測定結果と、10~3月までの北陸地方の幾つかの気象台測定による日平均値(気象庁, 1982)、温室床面へ供給される短波有効放射フラックスが野外における約 2/3 であるとされていること(古在, 1980)などを考慮して、フーリエ級数にならい次のような周期関数で表した。

$$q_r = q_{r0} + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos \{ \omega_i (\theta + \theta_d) \} \quad (29)$$

ここで、

$$q_{r0} = 40 \quad (30)$$

$$a_i = 80 e^{-0.177 i^2} \quad (31)$$

$$\omega_i = 0.262 i \quad (32)$$

$$\theta_d = 12 \quad (33)$$

4. 計算結果とその考察

4.1 近似解の妥当性

Fig. 4 に、 $\xi=0, 1$ とした場合の $-\partial T_1 / \partial \zeta |_{\zeta=1}$ すなわち $F(\xi, \theta)$ の計算結果と、 $\xi=0 \sim 1$ にわたる $F(\xi, \theta)$ の平均値 $F_{av}(\theta)$ を時間 θ に対して図示した。三者の

差は $\theta=0 \sim 50$ hr まで特に顕著であり、それ以降少くもつ差が小さくなるものの、 $F_0(\theta)$ は $F_{av}(\theta)$ に比べて約 25% 大きく、 $F(\xi, \theta)$ の ξ への依存性が小さいとはいえない。しかし、土壌表面の温度勾配 $-\partial T / \partial \zeta |_{\zeta=1} (= F(\xi, \theta) - \partial T_2 / \partial \zeta |_{\zeta=1})$ の計算結果は Fig. 5 に示すように $F(\xi, \theta)$ を $F_0(\theta)$ で近似した場合でも、 $F(\xi, \theta)$ を $F_{av}(\theta)$ とした場合の結果に比べて全体的に幾分小さい値となるものの両者には大きな差がみられない。これは $F(\xi, \theta)$ を過大に見積もると $-\partial T_2 / \partial \zeta |_{\zeta=1}$ が小さい値となって結果的に $-\partial T / \partial \zeta |_{\zeta=1}$ の誤差を小さくするためと思われる。このことは、 $F(\xi, \theta)$ を $F_0(\theta)$ で近似した場合と $F_{av}(\theta)$ で近似した場合の地温の算出結果を比較したもの一例を Fig. 5 に示したが、結果的に両者に大差が生じないことから明確化される。

以上のことから、 $F(\xi, \theta)$ を $F_0(\theta)$ で近似することは厳密には正しいとは言えないが、そのことが最終的な地温分布の計算結果に及ぼす影響は小さいものと考えられる。

Fig. 7 に $Q_w(\theta)$ と $Q_d(\theta)$ の算出結果を示すが、両者にはほとんど差が認められなかったため、これらの算術平均値として $Q(\theta)$ を見積もることができ、近似解の誘導に当たり温水管を線熱源とみなすという仮定がほぼ妥当であるものと考えられる。

Fig. 8 に、温水管から水平方向に 0.1 m 離れた鉛直面

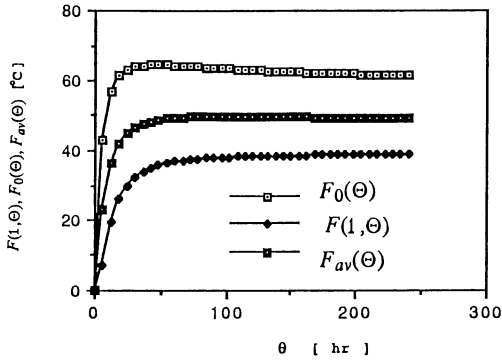


Fig. 4. Comparison of the calculated results of $F_0(\Theta)$ with the calculated results of $F(1, \Theta)$ and $F_{av}(\Theta)$.

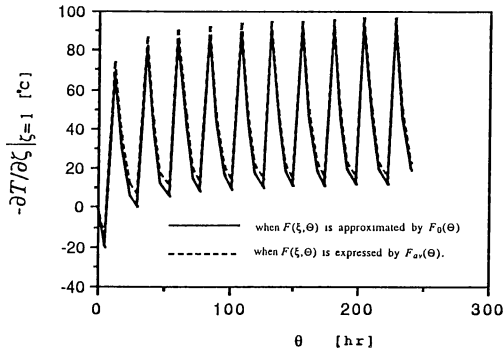


Fig. 5. Comparison of the calculated results of $-\partial T/\partial \zeta|_{\zeta=1} (=F(\xi, \Theta) - \partial T_2/\partial \zeta|_{\zeta=1})$ when $F(\xi, \Theta)$ is approximated by $F_0(\Theta)$ with those when $F(\xi, \Theta)$ is expressed by $F_{av}(\Theta)$.

上 ($x=0.1\text{ m}$) で床表面からの深さが $0.1\sim 0.5\text{ m}$ の範囲にある数箇所温度の計算結果を時間に対して点綴した。なお、図中の一点鎖線は各位置の地温変化のトレンド要素を表す。深さ 0.1 m すなわち $z=0.9\text{ m}$ の位置の温度は q_r の周期的変動に追従して温度振幅が約 3 C の日変動をする。深さ $0.2\sim 0.5\text{ m}$ ($z=0.8\sim 0.5\text{ m}$) の位置の温度も同様な周期的変動を示すが、温度振幅は深さとともに小さくなり、深さ 0.5 m ではほとんど 0 となる。図には差分解析法による数値解の結果 (関・小森, 1987) も破線で併示した。解析解の結果は数値解によるもの比べてやや小さいが、これは、近似解の誘導に当たり T_2 の x 方向すなわち z 方向への熱伝導を無視したため、 x 方向への熱の伝播が幾分遅れるように計算されたためと思われる。しかし、全体的には近似解の結果は数値解の結果とよく一致している。

熱源強度 Q の計算値を時間に対して点綴したものを Fig. 9 に示す。 Q は加温開始直後において極めて大きい

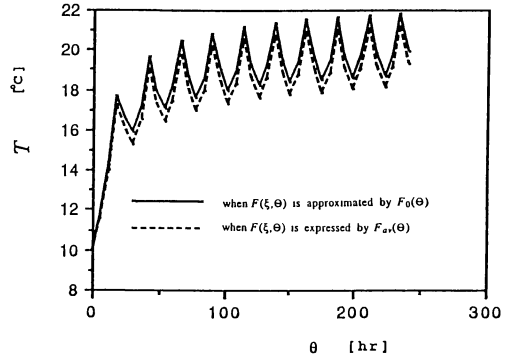


Fig. 6. Calculated results of soil temperature at a point ($x=0.1\text{ m}$, $z=0.9\text{ m}$) when $F(\xi, \Theta)$ is approximated by $F_0(\Theta)$ and those when $F(\xi, \Theta)$ is expressed by $F_{av}(\Theta)$.

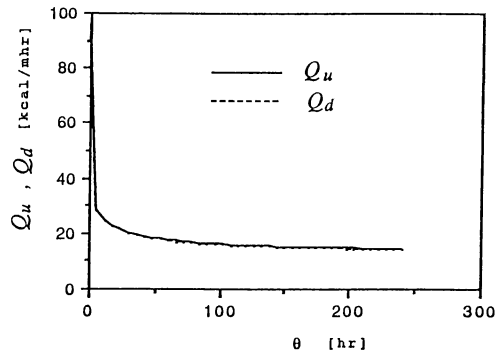


Fig. 7. Comparison of the calculated results of $Q_u(\Theta)$ with those of $Q_d(\Theta)$.

ものの、急速に減少し、 $2\sim 3$ 日の内にはほぼ一定値 ($14\sim 15\text{ kcal/m hr}$) になる。図には数値解による結果も併示した。 $\theta=0\sim 96\text{ hr}$ において近似解の結果は数値解によるもの比べてやや小さいものの変化の傾向、数値ともに数値解の結果と類似している。以上の結果から、ここで提示した近似解は加温過程における地温分布の経時変化を計算するに際しほぼ妥当であるものと考えられる。

4.2 定常状態に達するまでの所要時間

土壌加温において、作物生育上の指標として測定、制御すべき地温 T_c として管から 0.1 m 離れ、地表下 0.1 m の位置の温度をとるのが適当とされている (板木, 1980)。 Fig. 8 において $z=0.9\text{ m}$ の位置の温度が T_c に相当する。そこで、ここでは T_c のトレンド要素の経時変化に着目し、定常状態に達するまでの所要時間を検討する。 Fig. 8 によれば、 T_c のトレンド要素は加温開始から 60 hr の間に 10 C から $18\sim 19\text{ C}$ まで上昇するが、その後、上昇速度は徐々に小さくなる。定常状態に達するには、

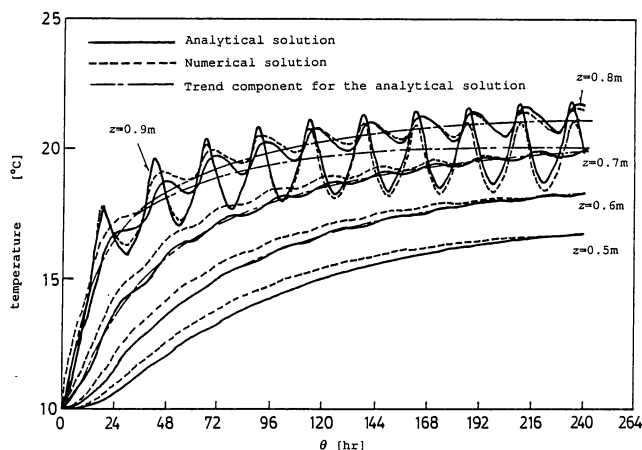


Fig. 8. Calculated results of temperature history in a soil bed for $x = 0.1$ m.

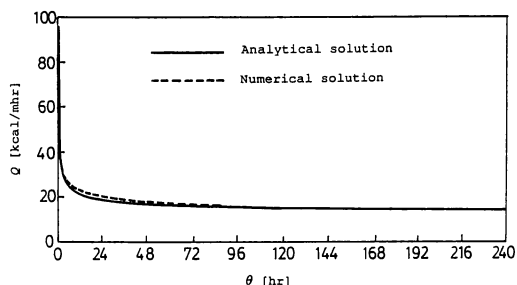


Fig. 9. Change of Q with time.

理論的に無限大の時間が必要であるが、144~168 hr (6~7日)においては T_c のトレンド要素の上昇速度は約0.1°C/dayとなり、ほぼ定常状態に達するものとみなせる。この6~7日という値はこれまでに報告されている数多くの実証データに基づく経験値〔例えば、岡田(1980)〕とほぼ一致している。

4.3 地温変化の動特性

次に、熱源すなわち温水温度の操作による合理的な地温制御のソフトウェアの開発に資するために解析解に基づいて土壤加温システムの「入力」と「応答」の関係を用いて「伝達関数」を用いて表すと次式ようになる。ここで、「入力」を熱源強度 $\mathcal{L}\{Q/(2\pi K)\}$ 、「応答」を土壤温度 $\mathcal{L}\{T-T_0\}$ とし、土壤表面での放熱能 $\mathcal{L}\{B_i(T-T_0)\}$ 、短波有効放射フラックス $\mathcal{L}\{Q_r\}$ を「外乱」とした。ただし $\mathcal{L}\{f(\theta)\}$ は時間の関数 $f(\theta)$ のラプラス変換である。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{T-T_0\} = & G(s)\mathcal{L}\{Q/(2\pi K)\} \\ & + G_{d_1}(s)\mathcal{L}\{B_i(T_\infty-T_0)\} \\ & + G_{d_2}(s)\mathcal{L}\{Q_r\} \end{aligned} \quad (34)$$

ただし、式中の伝達関数 $G(s)$ 、 $G_{d_1}(s)$ 、 $G_{d_2}(s)$ は、

T_1 、 T_2 の解析解、式(9)、(15)より次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} G(s) = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{K_0(2\sqrt{As}) - K_0(2\sqrt{Bs})\} \\ & + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{K_1(2\sqrt{As})\sqrt{s/A} \partial A/\partial \zeta \\ & - K_1(2\sqrt{Bs})\sqrt{s/B} \partial B/\partial \zeta\} \Big|_{\zeta=1} \\ & \times \sinh\sqrt{s}\zeta / (\sqrt{s} \cosh\sqrt{s} + B_i \sinh\sqrt{s}) \end{aligned} \quad (35)$$

$$G_{d_1}(s) = \sinh\sqrt{s}\zeta / (\sqrt{s} \cosh\sqrt{s} + B_i \sinh\sqrt{s}) \quad (36)$$

$$G_{d_2}(s) = G_{d_1}(s) \quad (37)$$

式(34)の関係をブロック線図で表すと、Fig.10のようになる。なお、式(24)に式(34)を代入すれば、温水温度 $\mathcal{L}\{T_1-T_0\}$ を入力変数とした入出力関係は次のように得られる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{T-T_0\} = & G(s) / \{G(s) \Big|_{\zeta=\zeta_0} \\ & - (1/B_i p) (\partial G(s) / \partial \zeta) \Big|_{\zeta=\zeta_0}\} \\ & \times \mathcal{L}\{T_1-T_0\} \\ & + G_{d_1}(s) \mathcal{L}\{B_i(T_\infty-T_0)\} \\ & + G_{d_2}(s) \mathcal{L}\{Q_r\} \end{aligned} \quad (38)$$

ただし、

$$\zeta_0 = \frac{b+R}{a+b} \quad \text{or} \quad \frac{b-R}{a+b} \quad (39)$$

そして、ブロック線図はFig.11のごとく示される。ただし、その場合の動特性は $\mathcal{L}\{Q/(2\pi K)\}$ を入力変数とした場合の動特性が分かれば容易に計算できるので、ここでは $\mathcal{L}\{Q/(2\pi K)\}$ を入力変数とした場合に議論を限定する。

本システムは制御工学上は「分布定数系」(例えば、

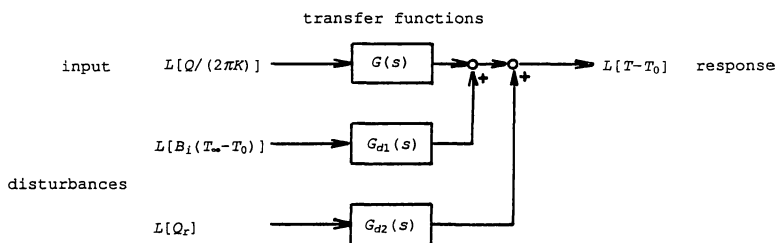


Fig. 10. Block diagram of a soil warming system.

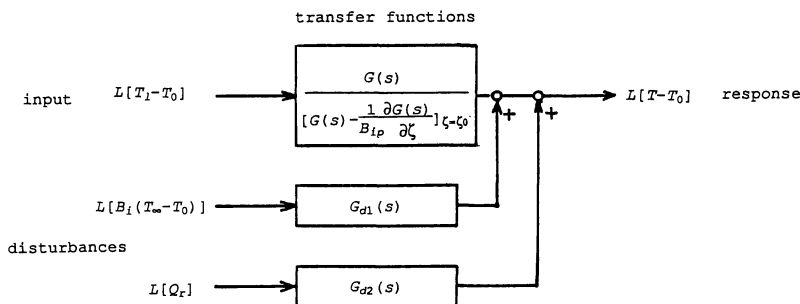


Fig. 11. Block diagram of a soil warming system for the case of $\mathcal{L}[T_i - T_0]$ as an input signal.

プロセス動特性研究会, 1960)に相当するため, 伝達関数 $G(s)$, $G_{d1}(s)$, $G_{d2}(s)$ は極めて複雑な形をしている。従って, 実用上はこれらの伝達関数を使用上便利で簡単な関数形に近似した方が便利である。応答特性の一例として, 入力, 外乱がステップ状に与えられた場合の代表点温度の応答, すなわちインディシャル応答 RIi , $RI d_1$, $RI d_2$ を Fig.12 に示す。これらはいずれも一次遅れ系に対するインディシャル応答に類似した曲線形状をしている。そこで, RIi , $RI d_1$, $RI d_2$ を一次遅れ系に対するインディシャル応答で近似すると,

$$RIi \doteq (RIi)_s (1 - e^{-\frac{\theta}{\theta_{ci}}}) \quad (40)$$

$$RI d_1 = RI d_2 \doteq (RI d)_s (1 - e^{-\frac{\theta}{\theta_{cd}}}) \quad (41)$$

ここで, $(RIi)_s$, $(RI d)_s$ は応答の定常最終値, すなわち無次元静利得を表し, θ_{ci} , θ_{cd} は無次元時定数を表す。 $(RIi)_s$, $(RI d)_s$ は, 式 (35)~(37) から導かれる RIi , $RI d_1 (= RI d_2)$ において, θ を無限大にしたときの極限值であり, 次式で与えられる。

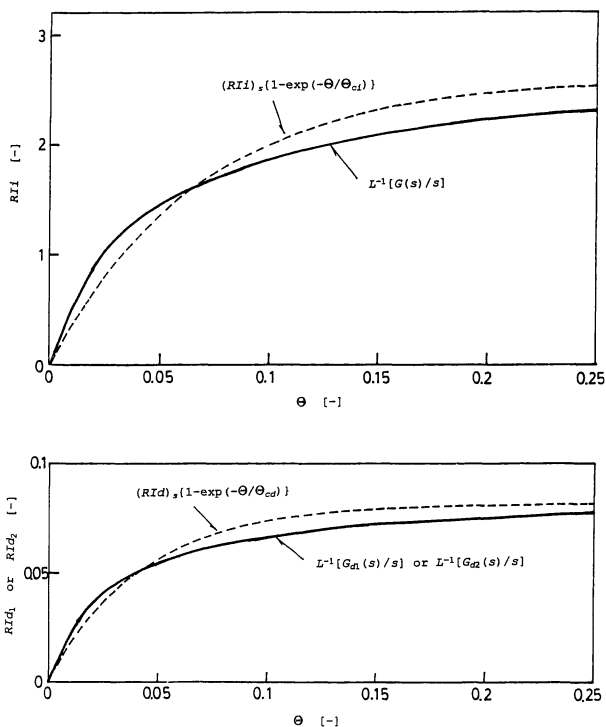


Fig. 12. Indicial responses of $T_c - T_0$ against $Q/(2\pi K)$, $B_i(T_\infty - T_0)$ and Q_r .

$$(RIi)_s = \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \ln \left[\frac{\cosh \left\{ \left(\frac{\xi}{2} - m \right) \frac{p}{a+b} \pi \right\} - \cos \left\{ \left(\zeta + \frac{b}{a+b} \right) \pi \right\}}{\cosh \left\{ \left(\frac{\xi}{2} - m \right) \frac{p}{a+b} \pi \right\} - \cos \left\{ \left(\zeta - \frac{b}{a+b} \right) \pi \right\}} \right] \\ - \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\sin \left\{ \left(1 + \frac{b}{a+b} \right) \pi \right\}}{\cosh \left(\frac{mp}{a+b} \pi \right) - \cos \left\{ \left(1 + \frac{b}{a+b} \right) \pi \right\}} - \frac{\sin \left\{ \left(1 - \frac{b}{a+b} \right) \pi \right\}}{\cosh \left(\frac{mp}{a+b} \pi \right) - \cos \left\{ \left(1 - \frac{b}{a+b} \right) \pi \right\}} \right] \\ \times \frac{\zeta}{1+B_i} \quad (42)$$

$$(RIId)_s = \frac{\zeta}{1+B_i} \quad (43)$$

そして、 θ_{ci} 、 θ_{cd} はそれぞれ

$$RIi = 0.632 (RIi)_s \quad (44)$$

$$RIId_1 = RIId_2 = 0.632 (RIId)_s \quad (45)$$

となるまでの無次元所要時間として求めることができる。この場合、 $G(s)$ 、 $G_{d_1}(s)$ 、 $G_{d_2}(s)$ は次式で近似される。

$$G(s) \doteq s \mathcal{L} \left[(RIi)_s (1 - e^{-\frac{\theta}{\theta_{ci}}}) \right] \\ = \frac{(RIi)_s / \theta_{ci}}{s + 1/\theta_{ci}} \quad (46)$$

$$G_{d_1}(s) = G_{d_2}(s) \\ \doteq s \mathcal{L} \left[(RIId)_s (1 - e^{-\frac{\theta}{\theta_{cd}}}) \right] \\ = \frac{(RIId)_s / \theta_{cd}}{s + 1/\theta_{cd}} \quad (47)$$

Table 2, 3の数值を用いて、代表点($\xi=0.5$, $\zeta=0.9$)についての $(RIi)_s$ 、 $(RIId)_s$ 、 θ_{ci} 、 θ_{cd} を求めると、

$$(RIi)_s = 2.60 \quad (48)$$

$$(RIId)_s = 0.0818 \quad (49)$$

$$\theta_{ci} = 0.0672 \quad (50)$$

$$\theta_{cd} = 0.0422 \quad (51)$$

これらの数值を式(40)、(41)に代入して得られた計算結果をFig.12に破線で示す。実線と破線は概してよく一致しており、式(46)、(47)で表された伝達関数は適切な制御動作を持つ調節計の選定もしくはマイクロ・コンピュータによる制御プログラムの開発に役立てることができるだろう。

5. 結 言

温水管式土壌加温操作を対象に、非定常状態における土壌温度の解析的近似解を誘導し、以下の知見を得た。

1) 加温過程における土壌温度 T の厳密解を解析的に導くことは困難であるが、 T が熱源のみによって形成される温度場 T_1 と、土壌表面からの放熱及び土壌表面へ

到達する短波有効放射によって形成される温度場 T_2 の2つの温度場の重ね合わせによって与えられるものとして、解析的近似解を求めることができた。近似解による土壌温度と熱源強度の計算結果は差分法による数値解の結果と良好に一致し、近似解の妥当性が示された。

2) 土壌温度が定常状態に達するまでの所要時間を近似解から見積もった結果によれば、実地試験に基づいてこれまでに知られている結果とほぼ一致するものと思われた。

3) 数値解法では地温変化に及ぼす個々の環境因子の影響を直接的に定量化することはできないが、ここで導かれた解析的近似解によれば、温水の熱源強度を「入力」、代表地温を「応答」とみなしたときの伝達関数と、「外乱」である短波有効放射フラックスと土壌表面からの放熱能が「応答」に及ぼす影響を表す伝達関数を理論的に導くことができた。これらの伝達関数はマイクロ・コンピュータなどによる合理的な地温制御システム開発のための理論的基礎となるだろう。

使用記号

a	土壌表面から温水管理設置位置までの距離	[m]
B_i	Bio数	[-]
b	土壌底面から温水管理設置位置までの距離	[m]
C_p	土壌の比熱	[kcal/kg °C]
$G(s)$, $G_{d_1}(s)$, $G_{d_2}(s)$	伝達関数	[-]
h_r	長波放射伝達係数	[kcal/m ² hr °C]
h_s	顕熱伝達係数	[kcal/m ² hr °C]
h_{sl}	潜熱伝達係数	[kcal/m ² hr °C]
H_s	土壌表面における混合比	[kg-H ₂ O/kg-dry air]
H_{∞}	温室内の混合比	[kg-H ₂ O/kg-dry air]
K	土壌の有効熱伝導率	[kcal/mhr °C]
k_s	物質移動係数	[kg/m ² hr ΔH]
L	水の蒸発潜熱	[kcal/kg]
p	温水管の配管間隔	[m]
Q	温水管の熱源強度	[kcal/mhr]

q_r	温室床面(土壌表面)へ供給される日射強度	[kcal/m ² hr]
R	温水管外半径	[m]
RI_i	入力に対するインディシャル応答	[-]
RI_{d_1}	外乱に対するインディシャル応答	[-]
RI_{d_2}	外乱に対するインディシャル応答	[-]
T	土壌温度	[°C]
T_i	土壌床初期温度	[°C]
T_s	土壌表面温度	[°C]
T_∞	温室内気温	[°C]
T_c	代表地温	[°C]
T_l	温水温度	[°C]
U	土壌表面での複合伝熱係数	[kcal/m ² hr°C]
U_p	温水管と土壌との接触部における総括伝熱係数	[kcal/m ² hr°C]
x	水平方向距離	[m]
z	鉛直方向距離	[m]
ρ	土壌の見掛け密度	[kg/m ³]
κ	土壌の有効熱拡散率	[m ² /hr]
θ	時間	[hr]
Θ	無次元時間	[-]
ξ	無次元距離	[-]
ζ	無次元距離	[-]

引用文献

板木利隆, 1976: 施設栽培における暖房方式ならびにトマト, キュウリの気・地温制御に関する研究, 神奈川

園試, 1-83.
 板木利隆, 1980: 第9章 栽培好適環境, 「温室設計の基礎と実際(三原義秋編著)」, 養賢堂, 88-101.
 川下研介, 1971: 熱伝導論, オーム社, 155-159.
 気象庁, 1982: 日本気候表 その2 日射量の地点別月別平年値(1951-1980年).
 古在豊樹, 1980: 第7章 温室気候, 「温室設計の基礎と実際(三原義秋編著)」, 養賢堂, 54-64.
 岡田益己, 1980: 第15章 暖房, 「温室設計の基礎と実際(三原義秋編著)」, 養賢堂, 182-204.
 プロセス動特性研究会, 1960: プラントのダイナミックス, 化学工業社, 41-43.
 関 平和・小森友明, 1985: 下方から加温された土壌表面からの熱・水分損失, 日本農業気象学会北陸支部会誌, **10**, 67-72.
 関 平和・小森友明・梶川 誠, 1986: 温室内土壌加温に必要な熱量の一算定法(定常状態の場合), 日本農業気象学会北陸支部会誌, **11**, 39-44.
 関 平和・小森友明・梶川 誠, 1987: 育苗床加温における非定常伝熱過程について, 日本農業気象学会北陸支部会誌, **12**, 27-32.
 関 平和・小森友明, 1987: 土壌加温における非定常伝熱過程のシミュレーション, 日本農業気象学会全国大会講演要旨, 106-107.
 Seki, H. and Komori, T., 1990: Heat and Moisture Transfer in Soil Warming by Circulating Warm Water in a Buried Pipe Line, *J. Agr. Met.*, **45**(4), 217-226.
 内島善兵衛, 1980: 第1編第1節 耕地における太陽エネルギーの吸収と配分, 施設農業への新エネルギーの利用〔太陽・風編〕, フジテクノシステム, 39-90.