

オートパラメトリック吸振器による多自由度系の制振(機械力学, 計測, 自動制御)

著者	岩田 佳雄, 小松? 俊彦
雑誌名	Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers
巻	C 76
号	762
ページ	253-258
発行年	2010-02-25
URL	http://hdl.handle.net/2297/24683

オートパラメトリック吸振器による多自由度系の制振*

岩田 佳雄*¹, 小松崎 俊彦*¹Vibration Control of Multi-Degree-of-Freedom System
by Autoparametric Vibration AbsorberYoshio IWATA*² and Toshihiko KOMATSUZAKI*²School of Mechanical Engineering, Kanazawa University,
Kakuma-machi, Kanazawa-shi, Ishikawa, 920-1192 Japan

Vibration control of a main system, which is modeled by two-degree-of-freedom spring-mass system, with two autoparametric vibration absorbers has been experimented and simulated. Every autoparametric vibration absorber consists of a pendulum and a torsion spring around its support point. Such a vibration absorber has no restriction on its vibration direction. The autoparametric resonance takes place at the first natural frequency of the main system in the only pendulum corresponding to the first mode and at the second natural frequency in another pendulum corresponding to the second mode. Then the resonance vibration of the main system is controlled by the autoparametric resonance of the pendulums. A vibration system with multi-resonances can be easily controlled by the autoparametric vibration absorbers because each of the vibration absorbers does not have influence on the others mutually. The effect of the pendulum damping on the autoparametric resonance is investigated by simulation and it is found that an optimal value of the pendulum damping exists for the vibration control over the resonance.

Key Words: Dynamic Absorber, Vibration Control Device, Vibration Control, Nonlinear Vibration, Coupled Vibration

1. 緒 論

機械構造物の振動を抑えるために線形動吸振器⁽¹⁾が広く利用されている。この動吸振器の最適設計法は古くから確立されており、これによって広い振動数範囲での制振が可能になっている。また多自由度系の複数の共振を対象とした複数個の動吸振器の設計法が報告されており^{(2)~(5)}、動吸振器の設置によって固有振動数が増えること、動吸振器間で相互に影響を及ぼすこと、などへの対策が提案されている。

一方、振子のオートパラメトリック共振を利用した吸振器が提案されており^{(6)~(8)}、この設置によって自由度の増加がないこと、比較的狭い振動数範囲でのみ動作すること、1/3 次分数調波共振のような非線形系特有の共振に対しても有効であること、などが報告されている。著者らは振子式オートパラメトリック吸振器の1自由度系に対する制振特性について詳細に調べ、その有効性を報告している⁽⁹⁾。本報ではオートパラメトリック吸振器の利用を容易にするため、支点回りのねじりばねを復原力とした振子系を製作し、これを2

個用いて2自由度系の制振を試みる。通常の振子と違い、ねじりばねの採用によって鉛直方向のみならず水平方向の振動に対しても使用できること、ばね定数と慣性モーメントを変えることによって所望の固有振動数をもちかつ様々な大きさの振子系が製作できること、などの利点がある。実験によって2自由度系に対する制振効果を確認し、シミュレーションによってオートパラメトリック吸振器の制振特性を明らかにする。

2. 2階建て構造物の制振実験

2・1 振子装置と2階建て構造物 本報では支点回りにねじりばねを持つ振子を使用する。これにより水平面内で振動する振子が可能となり、かつ慣性モーメントやねじりばね定数を変えることによってその固有振動数を調整することができる。この振子をオートパラメトリック吸振器として利用する。図1に製作したオートパラメトリック吸振器を示す。角変位を検出するためのポテンショメータの軸を支点として振子を取り付け、その軸回りにねじりばねを設置することによって振子系を構成した。減衰については特に与えることなく、自然に存在するものを利用した。固有振動数の微調整はネジ止めされた重りの位置を変えて行っ

* 原稿受付 2009年6月26日。

*¹ 正員、金沢大学機械工学系(〒920-1192 金沢市角間町)。
E-mail: iwata@t.kanazawa-u.ac.jp

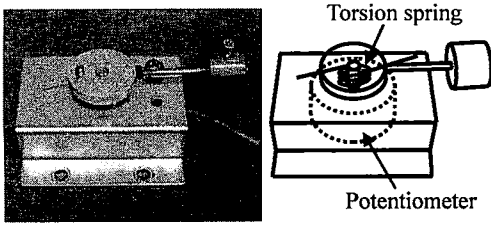


Fig. 1 Pendulum device

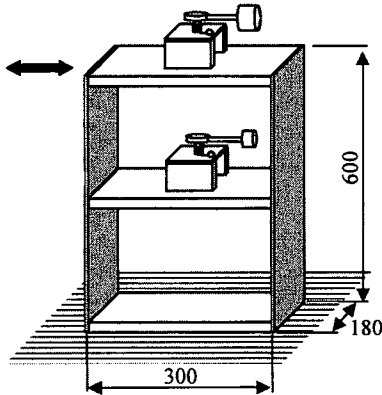


Fig. 2 Two floors structure

た。1台当たりの総質量は約200gである。

図2に示すような主系2階建て構造物を用意し、この1次共振および2次共振の振幅を小さくすることを目的に、2つのオートパラメトリック吸振器を最上階と中央階に設置して振動実験を行った。2階建て構造物は高さ600mm、幅300mm、奥行き180mmの大きさと、支柱は厚さ0.8mmのリン青銅板、各階は厚さ12mmのジュラルミン板からなっており、水平方向に振動する。その実験風景を図3に示す。中央階に柔らかいばねを介して加振機を取り付け、この構造物を加振した。1次と2次のモード形状から、最上階には1次モード制振用、中央階には2次モード制振用の吸振器を、図3のように設置した。この状態での2階建て構造物の1次固有振動数は1.80Hz、2次固有振動数は4.84Hzであった。したがって最上階の振子の固有振動数は0.90Hz、中央階の振子は2.42Hzになるようにその重りの位置を変え、各吸振器の振子の固有振動数を調整した。また各階及び加振機の振動変位をレーザー変位計により測定した。

2.2 実験結果 2階建て構造物の1次固有振動数付近の1.65Hzから1.95Hz、2次固有振動数付近の4.75Hzから4.95Hzまで、加振機の振動数を0.01Hzずつ上げ、定常振動時の振幅を測定した。

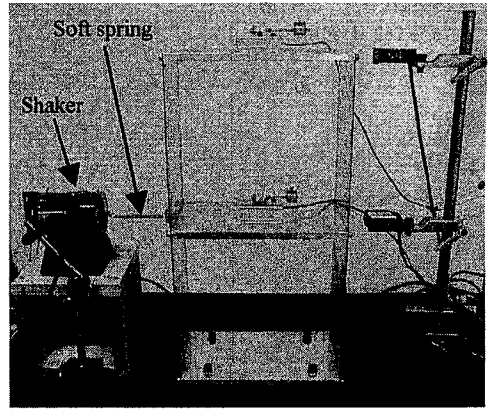
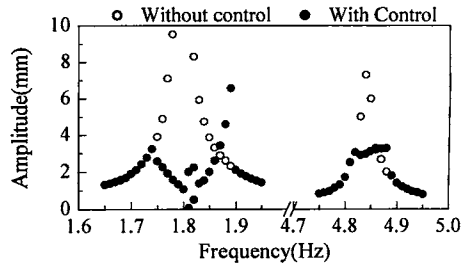
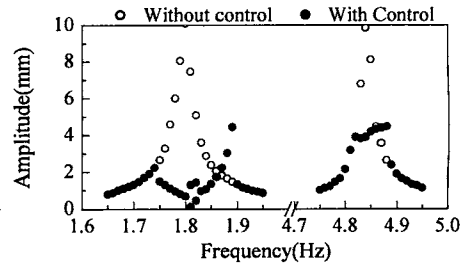


Fig. 3 Experimental system



(a) Top floor



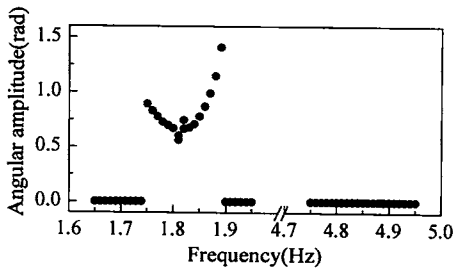
(b) Middle floor

Fig. 4 Response curves of floors in experiment

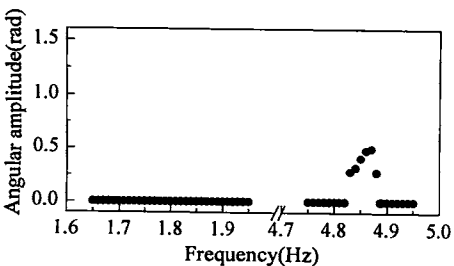
1.95 Hzと4.75 Hzの間では大きな振動が起きないことを確認している。各振動数において加振機の振幅を等しくし、中央階に一定振幅の加振力が作用するようにした。各固有振動数付近における各階の応答曲線を図4に示す。○は振子の回転を拘束して吸振器を動作させなかった場合で、大振幅の共振が発生していることがわかる。●は振子を吸振器として動作させた場合の応答を示す。1.81 Hzと1.82 Hzにおいてそれぞれ●が2個描いてあるが、これらのはうなりの発生を意味し、最大と最小の振幅を表している。1次固有振

動数 1.80 Hz 及び 2 次固有振動数 4.84 Hz 付近の振幅は吸振器の作用によって小さくなっているのがわかる。しかし吸振器の作用にもかかわらず 1 次の共振峰の右側の 1.87~1.89 Hz, 2 次の右側の 4.87~4.88 Hz において振幅が大きくなっており, 特に 1 次共振においてそれが顕著である。この種の吸振器の特徴として下に凸な応答曲線になることが多く, この結果共振峰から離れた振動数において, 吸振器が動作しない状態より振幅が大きくなる場合がある⁽¹⁰⁾。

図 5 にそれぞれの吸振器振子の角振幅について測定した結果を示す。横軸は加振振動数を示しているが, 振子はこの 1/2 の振動数で振動することを確認している。1 次共振付近においては最上階の吸振器のみが振動しており, これによって主系構造物の振動が抑えられていることがわかる。なお図 4 のうなりの発生に対応し, 最上階の振子においてもうなりが発生している。2 次共振付近においても中央階の振子のみが動作し, 主系構造物を制振していることがわかる。したがって主系の各共振のみでそれぞれ動作するオートパラメトリック吸振器により, 吸振器相互の影響を考慮することなく 2 つの共振を制振することができ, 多自由度系の制振に対して有効であることがわかる。最上階の振子の応答曲線は下に凸, 中央階のものは上に凸になっているが, 最上階の振子の減衰比が中央階のものより小さいためである。これについては後に考察す



(a) Top floor



(b) Middle floor

Fig. 5 Response curves of pendulums in experiment

る。

3. シミュレーション

3・1 実験との比較 実験における制振効果及び制振特性の検証のため, 運動方程式を導き, パラメータ値を変えるなどしてシミュレーションを行う。図 6 に示すように, 2 階建て構造物を最上階と中央階からなる 2 自由度系とみなし, 各階に振子が設置されたモデルを考える。リン青銅板の支柱の等価質量を各階に集中させ, ジュラルミン板と振子装置の質量を併せて各階の質量 M_1, M_2 とする。ただしこれらは振子の質量を含まない。支柱のばね定数を K_1, K_2 , 減衰係数を C_1, C_2 とし, x_1, x_2 はそれぞれ M_1 と M_2 の変位を表す。振子の支点回りのばね定数 k_1, k_2 , 同じく減衰係数を c_1, c_2 とし, 図では渦巻きによってそれらを表す。また振子は実験では水平面内で振動するが, 図では重力を考えずに鉛直面内で振動するものとする。振子の質量を m_1, m_2 とし, 振子支点回りの慣性モーメントを J_1, J_2 とする。 l_1 と l_2 は各振子の支点から振子の重心までの距離を示す。 θ_1 と θ_2 は各振子の角変位である。ばね定数 K_0 のばねの端に $A \cos \omega t$ の強制変位を与え, 加振機による変位加振とする。ラグランジュの方程式を利用すると, 運動方程式は式(1)~(4)のように導かれる。

$$(M_1 + m_1)\ddot{x}_1 + C_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + K_1(x_1 - x_2) + m_1 l_1 (\ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$(M_2 + m_2)\ddot{x}_2 - C_1 \dot{x}_1 + (C_1 + C_2)\dot{x}_2 - K_1 x_1 + (K_0 + K_1 + K_2)x_2 + m_2 l_2 (\ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2) = K_0 A \cos \omega t \dots\dots\dots (2)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + c_1 \dot{\theta}_1 + k_1 \theta_1 + m_1 l_1 \dot{x}_1 \sin \theta_1 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + c_2 \dot{\theta}_2 + k_2 \theta_2 + m_2 l_2 \dot{x}_2 \sin \theta_2 = 0 \dots\dots\dots (4)$$

シミュレーションに用いたパラメータの値を表 1 に示す。1 次固有振動数について実験値と一致させた 1 次モードモデル, 2 次固有振動数を一致させた 2 次モ

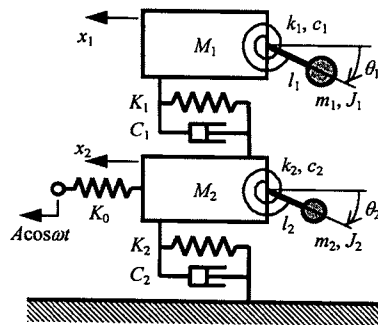


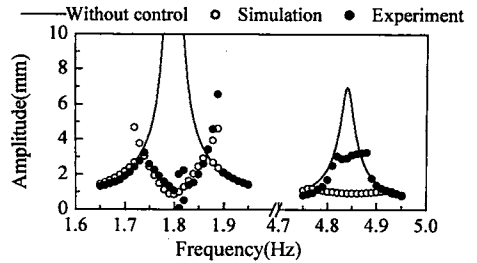
Fig. 6 Analytical model of experimental system

Table 1 Parameters in simulation

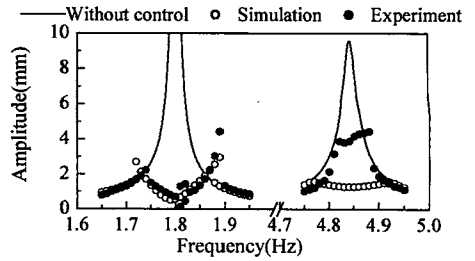
	1st mode model	2nd mode model
M_1	2.16 kg	1.75 kg
M_2	2.56 kg	2.15 kg
K_0	100 N/m	
$K_1=K_2$	720 N/m	
$C_1=C_2$	0.140 Ns/m	
J_1	$3.86 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$	
J_2	$2.02 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$	
m_1	0.0993 kg	
m_2	0.0774 kg	
k_1	0.0123 Nm/rad	
k_2	0.0467 Nm/rad	
c_1	$4.92 \times 10^{-5} \text{ Nms/rad}$	
c_2	$1.38 \times 10^{-4} \text{ Nms/rad}$	
l_1	55 mm	
l_2	46 mm	
A	1.60 mm	

ードモデルの2つのモデルを準備し、各共振における振幅について実験とシミュレーションを比較しやすいようにした。具体的には、はりのたわみ式を利用して支柱のばね定数 K_1 と K_2 を最初に決め、次に各固有振動数が実験値と等しくなるように各モードモデルの質量 M_1 と M_2 を決定した。リン青銅支柱の質量の影響が各モードにおいて異なるため、モードモデル間で質量の差が生じたと考えられる。なお、1次モードモデルの1次固有振動数は1.80 Hz、2次固有振動数は4.43 Hz、2次モードモデルについてはそれぞれ1.98 Hzと4.84 Hzになる。主系構造物の減衰係数 C_1 と C_2 については1次モードの減衰自由振動波形が実験とシミュレーションで同じになるように決定した。振子の J_1 と J_2 を形状寸法から求め、この値と振子の固有振動数から k_1 と k_2 を決定した。 c_1 と c_2 については各振子の減衰自由振動波形から得た対数減衰率から算出した。なお c_1 についての減衰比は0.0113、 c_2 については0.0224であった。

シミュレーションから求めた応答曲線を、図7と図8に実験と比較して示す。複数の定常解が予想されたので、シミュレーションでは振子の初期角変位を様々に変えて定常振動時の振幅を求めた。図7は主系構造物の各階の応答曲線であり、実線は2つの振子を拘束した場合、すなわち $\theta_1 = \theta_2 = 0$ とした場合の定常振動解を示す。図8は各振子の応答曲線であり、振子は加振振動数の1/2で振動する。図7と図8において○は

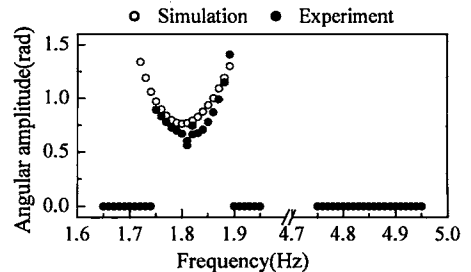


(a) Top floor

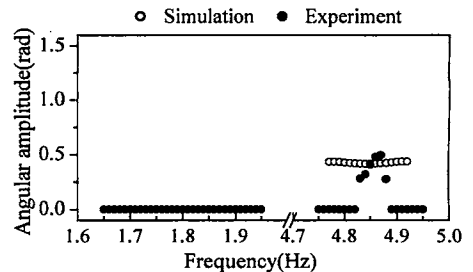


(b) Middle floor

Fig. 7 Response curves of floors



(a) Top floor



(b) Middle floor

Fig. 8 Response curves of pendulums

シミュレーション、●は図4及び図5と同じ実験結果を表す。1次共振付近については主系と振子の○と●はほぼ一致している。しかし2次共振付近において

は、主系の振幅の大きさ及び振子の応答曲線形状に大きな差が見られる。 c_2 を3倍の値にしてシミュレーションを行うとほぼ等しくなることから、 c_2 の同定に不具合があったと考えられる。振子装置全体に作用する振動加速度が原因し、ポテンショメータの軸の摩擦が大きくなったものとみなしている。

図7において実線と一致する○と●は振子が振動しない準自明解、1次共振付近にある下に凸な曲線、及び2次付近にあるほぼ平らな部分の○と●はオートパラメトリック共振の発生を表している。したがって1次と2次の共振において主系構造物が制振されているのは振子がオートパラメトリック吸振器として作用したためであることがわかる。つぎに1次と2次共振における吸振器同士の干渉を確かめるため、1次モードモデルにその2次固有振動数の1/2に調整された吸振器を設置し、シミュレーションを行った。結果として、その2次固有振動数4.43 Hz付近における応答曲線は、図7と図8の2次共振のシミュレーション結果にほぼ一致した。したがって、1次用の吸振器については1次共振においてのみ、2次用の吸振器については2次共振においてのみ振動し、2つの振子は相互に影響を及ぼし合わないことが確認された。

図7のシミュレーションでは、1次の共振峰の左右においてオートパラメトリック共振と準自明解の2つの定常状態が存在し、このときオートパラメトリック共振の振幅は準自明解のものより大きくなっている。実験では振動数を上昇させて測定したため、共振峰の左側では準自明解の振幅、共振峰の右側ではオートパラメトリック共振の振幅が観察されたと考えられる。また2次の共振峰においても、微小ではあるが、同じような傾向を観察することができる。一方、実験では1.81 Hzと1.82 Hzにおいてうなりが発生しているが、シミュレーションでは発生していない。主系構造物の1次固有振動数に対して振子の固有振動数の2倍の値が微小に違っていたことが原因しており⁽¹⁰⁾、シミュレーションにおいて振子の固有振動数を僅かに変えて確認したところ、うなりの発生がみられた。

3.2 振子の減衰の影響 図7において主系構造物の応答曲線の形が1次共振と2次共振において大きく異なっている。振子の減衰の大きさが影響していると考えられるので、シミュレーションにおいて c_1 の大きさを変化させ、1次固有振動数付近の応答曲線を調べた。これを図9に示す。○は $c_1=4.92 \times 10^{-5}$ [Nms/rad] のときで、図7と図8の場合に等しい。■は $c_1=2.0 \times 10^{-4}$ [Nms/rad] で○のときの約4倍、△は $c_1=4.0 \times 10^{-4}$ [Nms/rad] の場合を示す。減衰

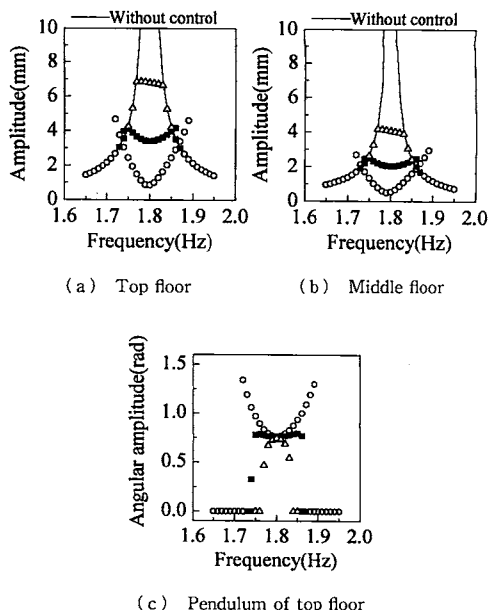


Fig. 9 Effect of top pendulum damping (○ : $c_1=4.92 \times 10^{-5}$, ■ : $c_1=2.0 \times 10^{-4}$, △ : $c_1=4.0 \times 10^{-4}$)

が大きくなるにつれて主系構造物のオートパラメトリック共振の応答曲線は下に凸な曲線から平坦な曲線に変化し、1.8 Hzの1次固有振動数における振幅は順次大きくなる。この結果から、共振の広い範囲で振幅を抑制する最適な減衰が存在することが考えられる。図9(c)に最上階の振子の応答曲線を示すが、減衰が大きくなるにつれて下に凸な応答曲線が上に凸な曲線に変化し、ほぼ平らな曲線のときに主系の共振が広い範囲で制振されるようである。これらのことを参考に実験結果をみると、最上階の振子の減衰を図9の■のように大きく、中央階の振子の減衰を図7のシミュレーション値のように小さくすることによって2つの共振を含む広い範囲で振動をより小さくすることができる。

4. 結 論

オートパラメトリック吸振器による多自由度系の制振を試みた。具体的には、支点回りにねじりばねを持つ振子から構成されるオートパラメトリック吸振器を製作し、主系2自由度構造物に1次共振用と2次共振用の2つのオートパラメトリック吸振器を、構造物の固有モードを考慮して設置した。そして主系の1次と2次の固有振動数の1/2になるように各振子をチューニングして振動実験を行った。さらにシミュレーションによってオートパラメトリック共振の発生と制振特

性を確かめた。結果を要約するとつぎようになる。

(1) 1次共振付近では1次用の振子のみ、2次共振付近では2次用の振子のみオートパラメトリック共振が発生し、それぞれ主系の振動に影響を及ぼすが、2つの振子相互には影響を及ぼし合わない。オートパラメトリック共振以外の振動数では振子が振動しない準自明解の定常振動になる。

(2) 共振峰の左右においてオートパラメトリック共振と準自明解の2つの安定な定常振動解が同時に存在する場合があり、このときオートパラメトリック共振の主系振幅は準自明解より大きくなる。これ以外のオートパラメトリック共振では主系の振幅は小さくなり、オートパラメトリック吸振器としての効果が現れる。

(3) 主系のオートパラメトリック共振の応答曲線は、振子の減衰が小さいときには下に凸な曲線になり、主系固有振動数での振幅は小さくなる。振子の減衰が大きくなるにつれて平坦な曲線になり、固有振動数での振幅は大きくなる。

(4) 振子のオートパラメトリック共振の応答曲線は、振子の減衰が大きくなるにつれて下に凸な曲線から上に凸な曲線に変化する。

(5) 主系の各共振の広い振動数範囲において振幅を小さくする最適な振子の減衰が存在する可能性がある。

本研究に当たり、当時学生であった箱田有司君と堀口久介君には多大な協力をいただいた。また本研究は科学研究費補助金基盤研究(C)(課題番号17560203)の助成を受けたものである。ここに感謝の意を表す。

文 献

(1) Den Hartog, J.P., *Mechanical Vibration*, (1956),

McGraw-Hill.

- (2) Seto, K., Iwanami, K. and Takita, Y., Vibration Control of Multi-Degree-of-Freedom Systems by Dynamic Absorbers (1st Report, On The Design Method for Dynamic Absorbers), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 50, No. 458 (1984), pp. 1962-1969.
- (3) Yamashita, S., Ookuma, M., Seto, K. and Nagamatsu, A., Simultaneous Optimum Design Method of Dynamic Absorbers for Controlling Multimodes, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 57, No. 534 (1991), pp. 399-406.
- (4) Ookuma, M., Seto, K., Yamashita, S. and Nagamatsu, A., Vibration Control of Structures by Dynamic Absorbers (1st Report, Theoretical Approach), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 52, No. 484 (1986), pp. 3184-3190.
- (5) Yamashita, S., Seto, K., Ookuma, M. and Nagamatsu, A., Vibration Control of Structures by Dynamic Absorbers (2nd Report, Experimental Approach), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 52, No. 484 (1986), pp. 3191-3197.
- (6) Tondl, A., Ruijgrok, T., Verhulst, F. and Nabergoi, R., *Autoparametric Resonance in Mechanical System*, (2000), Cambridge University Press.
- (7) Jo, H. and Yabuno, H., Reduction of Primary Resonance by Nonlinear Coupling with Vibration Absorber, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 73, No. 728 (2007), pp. 1005-1011.
- (8) Yabuno, H., Endo, Y. and Aoshima, N., Stabilization of 1/3-Order Subharmonic Resonance Using an Autoparametric Vibration Absorber, *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 121 (1999), pp. 309-315.
- (9) Song, Y., Sato, H., Iwata, Y. and Komatsuzaki, T., The Response of a Dynamic Vibration Absorber System Using Parametrically Excited Pendulum, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 67, No. 661 (2001), pp. 2763-2769.
- (10) Inoue, T., Ishida, Y. and Yamada, S., Vibration of Translation-Inclination Coupled System Under the Periodic Base Motion (Auto-parametric Resonance, and Influences of Height of Center of Mass, Imbalance of Mass and Difference of Stiffness), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C*, Vol. 72, No. 720 (2006), pp. 2398-2405.