

マクロクラックに近接したマイクロクラックの発生・合体 によるアコースティック・エミッションに関する研究†

池田直樹* 高野 登**
平島健一*** 広瀬幸雄****

A Study on Acoustic Emission due to Nucleation and Coalescence of a Microcrack in the Proximity of a Macrocrack

by

Naoki IKEDA*, Noboru TAKANO**, Ken-ichi HIRASHIMA***
and Yukio HIROSE****

Acoustic emission (AE) due to microcracking process in the proximity of a macrocrack is theoretically studied. On the basis of some approximations, the AE wave from a crack-opening event is directly related to crack-opening volume as a function of time. It is assumed that two-dimensional cracks open spontaneously under a tensile stress applied at infinity, and that the crack volumes grow to the values of the static solution by a constant rate. The sources are approximated as points located at the center of the cracks. The two-dimensional Green's function for an unbounded medium is utilized in the analysis. It is shown that the interaction between a macrocrack and a microcrack generates additional crack-opening volume for both cracks, whose signals tend to be much larger than those that would emanate from nucleating a solitary microcrack, and the waveforms due to other models.

Key words: Acoustic Emission, Macrocrack with microcrack, Model I deformation, Green function

1 緒 言

以前に著者らの一人は、破断面におけるクラックの生成および microcrack と macrocrack の合体のメカニズムを研究した。¹⁾そこでは、macrocrack の近傍に microcrack が発生するという状況が、大きなアコースティック・エミッションを引き起こし得ることを示した。

本論文では上述の研究結果を踏まえ、macrocrack を含む薄い平板に二つのクラックが一直線上に並んでいる場合の、いろいろの発生・合体によるアコースティック・エミッションを幾つかの近似を用いて扱う。また、すべての計算は平面応力状態として行った。応力解放過程における解析には、グリーン関数による方法を用いた。

2 時間依存のクラック運動による放射場

無限に広がった弾性媒体の領域の変位は $u_k(x, t)$ 、境界面を横切り、その法線 $n_j(\xi)$ 方向の転位 $\Delta u_i(\xi, \hat{t})$ を用いて次のように表される。^{1), 3)}

$$u_k(x, t) = -\int_{\tau}^t \tau_{ij,k}^G(x - \xi, t - \hat{t}) \Delta u_i(\xi, \hat{t}) n_j(\xi) dA(\xi) d\hat{t}. \quad (1)$$

上式の公式には動弾性学的相反関係と適当な放射条件が用いられている。³⁾上式で等方性の弾性媒質を対象とすれば、 $\tau_{ij,k}^G$ は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \tau_{ij,k}^G &= \lambda \delta_{ij} \frac{\partial(u_{p,k}^G)}{\partial \xi_p} + G \left\{ \frac{\partial(u_{j,k}^G)}{\partial \xi_i} + \frac{\partial(u_{i,k}^G)}{\partial \xi_j} \right\} \\ &\equiv \lambda \delta_{ij} (u_{p,k}^G)_{,p} + G \left\{ (u_{j,k}^G)_{,i} + (u_{i,k}^G)_{,j} \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

ここに、 $u_{i,k}^G$ は動的な Green の変位テンソル (グリーン関数) と呼ばれ、無限に広がった弾性媒体に時刻 $\hat{t} = \tau$ で作用する単位荷重についての考察から導き出されたものである。¹⁾ところで、テンソル $u_{i,k}^G$ および $\tau_{ij,k}^G$ はそれぞれ u_i^G および τ_{ij}^G と次式の関係にある。

$$u_i^G = u_{i,k}^G a_k, \quad \tau_{ij}^G = \tau_{ij,k}^G a_k \quad (3)$$

ここに、 a_k は単位点荷重の方向のベクトルの成分である。

以下では 2 次元問題を考える。応力が x_2 方向の無限遠において一様に作用して、クラックが Fig. 1 に示すように x_1 軸に平行に存在する場合、式 (1) は次のように変形される。¹⁾

$$u_k(x, t) = -\int_{\tau}^t \int_A \tau_{22,k}^G(x - \xi, t - \hat{t}) \cdot \Delta u_2(\xi, \hat{t}) dA(\xi) d\hat{t}. \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \tau_{22,1}^G &= (\lambda + 2G) (u_{2,2}^G)_{,2} + \lambda (u_{1,1}^G)_{,1} \\ \tau_{22,2}^G &= (\lambda + 2G) (u_{2,2}^G)_{,2} + \lambda (u_{1,2}^G)_{,1} \end{aligned} \quad (5)$$

† 原稿受理 平成 12 年 9 月 1 日 Received Sep. 1, 2000

* 金沢大学大学院 〒920-1192 金沢市角間町, Graduate Student, Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-1192

** 富山大学工学部機械知能システム工学科 〒930-8555 富山市五福, Dept. of Mech. and Intellectual Sysetms, Toyama Univ., Gofuku, Toyama, 930-8555

*** 山梨大学工学部土木環境工学科 〒400-0016 甲府市武田, Dept. of Civil Eng. & Envi. Eng., Yamanashi Univ., Takeda, Kofu, 400-0016

**** 金沢大学理学部計算科学科 〒920-1192 金沢市角間町, Dept. of Computational, Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-1192

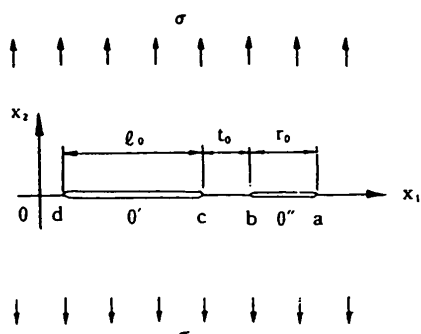


Fig. 1. Two collinear cracks subjected to uniform stress.

これらの成分については例えば、Eason らの論文において与えられている。²⁾

いま、転位 $\Delta u_i(\xi, \hat{\tau})$ が Fig. 2 に示すような時間に関してヘビサイドのステップ関数型の依存性をもつと仮定する。すなわち、

$$\Delta u_i(\xi, \hat{\tau}) = \Delta u_i(\xi) \cdot H(\hat{\tau} - \tau). \quad (6)$$

このとき、式 (1) における変位 u_k は次式で表される。

$$u_k(x, t) = -\int_A \tau_{ij,k}^H(x - \xi, t - \tau) \cdot \Delta u_i(\xi) \cdot n_j(\xi) dA(\xi). \quad (7)$$

ここに、

$$\tau_{ij,k}^H(x - \xi, t - \tau) = \int_{\tau}^t \tau_{ij,k}^G(x - \xi, t - \hat{\tau}) d\hat{\tau}. \quad (8)$$

次に、 $\Delta u_i(\xi, \hat{\tau})$ が時間に関して線形変化するランプ型と仮定する。すなわち、

$$\Delta u_i(\xi, \hat{\tau}) = \Delta u_i(\xi) \cdot R(\hat{\tau} - \tau), \quad (9)$$

ここに、

$$R(\hat{\tau} - \tau) = \begin{cases} 0 & \text{for } \hat{\tau} \leq \tau \\ \hat{\tau} - \tau & \text{for } \tau \leq \hat{\tau} \end{cases} \quad (10)$$

このときの変位 u_k を求める理論式は次のようになる。

$$u_k(x, t) = -\int_A \tau_{ij,k}^R(x - \xi, t - \tau) \cdot \Delta u_i(\xi) \cdot n_j(\xi) dA(\xi). \quad (11)$$

ここに、

$$\tau_{ij,k}^R(x - \xi, t - \tau) = \int_{\tau}^t \tau_{ij,k}^R(x - \xi, t - \hat{\tau}) d\hat{\tau} \quad (12)$$

関数 $R(\hat{\tau})$ および $H(\hat{\tau})$ の間には次のような関係が認められる。

$$\frac{d}{d\hat{\tau}} R(\hat{\tau} + \tau) = H(\hat{\tau}) \quad (13)$$

以下では、この時間に関して Fig. 3 に示したような組み合わせランプ関数を利用して次のような場合を考える。

$$\Delta u_i(\xi, \hat{\tau}) \equiv \Delta u_i(\xi) [R(\hat{\tau} - \tau)]_{\tau_2}^{\tau_1} \quad (14)$$

この場合の変位 u_k は次式で表される。

$$u_k(x, t) = \int_A \left[\tau_{ij,k}^R(x - \xi, t - \tau) \right]_{\tau_2}^{\tau_1} \cdot \Delta u_i(\xi) \cdot n_j(\xi) dA(\xi). \quad (15)$$

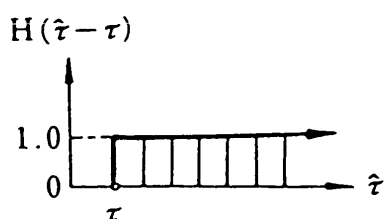


Fig. 2. Heaviside's function.

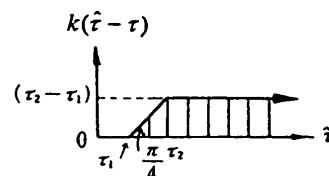


Fig. 3. Combined Ramp function.

ここに、

$$\tau_{ij,k}^R \Big|_{r=\tau_1} = \int_{\tau}^t \tau_{ij,k}^H(x - \xi, t - \hat{\tau}) d\hat{\tau}, \quad (l=1,2) \quad (16)$$

さて、問題を 2次元のモード I 変形、すなわち応力が x_2 方向に作用してクラックが x_1 上に存在する場合に限定する。これはクラック開口によって体積膨張が生じ、それがアコースティック・エミッションとして伝達されると考えるものである。⁴⁾ u_k が Fig. 3 に示すような時間に関する関数であることから、式 (15)、(16) から次式が得られる。¹⁾

$$u_k(x, t) = \sum_{n=1}^N \left[\tau_{22,k}^R(x - \xi, t - \hat{\tau}) \right]_{\tau_2}^{\tau_1} \Delta u_2(\xi_1, 0) d\xi_1 \quad (17)$$

ここに、 $u_k(x, t)$ は x_3 軸に沿う単位厚さ当たりの変位である。 $\tau_{22,k}^R$ は式 (8) および式 (12) のグリーンのテンソル u_{ij}^G の積分の適切な結合によって求められる。幾つかの手続きを行った後に、最終的に次式が得られる。¹⁾

$$\left. \begin{aligned} r_{22,1}^R &= \frac{A_0 x}{C_L r^4} \operatorname{Re} \left\{ \left[-\frac{1}{3} \left(1 - \frac{4y^2}{r^2} \right) (\tau_L^2 - r^2)^{3/2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\lambda}{2G} r^2 + y^2 \right) (\tau_L^2 - r^2)^{1/2} \right] \right. \\ &\quad \left. - \kappa^3 \left[-\frac{1}{3} \left(1 - \frac{4y^2}{r^2} \right) (\tau_T^2 - r^2)^{3/2} + y^2 (\tau_L^2 - r^2)^{1/2} \right] \right\}, \\ r_{22,2}^R &= \frac{A_0 x}{C_L r^4} \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{4y^2}{r^2} \right) (\tau_L^2 - r^2)^{3/2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\lambda}{2G} r^2 + y^2 \right) (\tau_L^2 - r^2)^{1/2} \right] \right. \\ &\quad \left. - \kappa^3 \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{4y^2}{r^2} \right) (\tau_T^2 - r^2)^{3/2} + x^2 (\tau_L^2 - r^2)^{1/2} \right] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{\pi \kappa^2}, \kappa = \frac{C_L}{C_T}, \tau_L = C_L(t - \tau), \tau_T = C_T(t - \tau) \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

上式中の C_L および C_T はそれぞれ縦波および横波の速度であり、次のように定義された量である。

$$C_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}, \quad C_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (20)$$

ここに、 ρ は考察している弾性媒体の密度であり、 λ および G はラーメ定数で、ヤング率 E およびポアソン比 ν を用いて次のように表される。

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (21)$$

式 (18) は数値的に取り扱うことが容易である。さらに、実際の問題に対して $\tau_{ij,k}^R$ がグリーン関数 u_{ij}^G の積分において現れる階段関数の対数やグリーン関数の平方根の逆数に関して特異性をもたないことも、数値的に現象を把握するという目的に対して大変都合がよい。第 4 章で述べる解析においてランプ関数を用いた「擾乱」を表現する。

3 クラックより発せられるアコースティック

・エミッションの数値モデル

前述の仮定に基づくクラックの運動に伴って発する波動を規定するために、以下に述べる三種類のモデルを設定する。

Model 1: 単一のクラック (Fig. 4 参照)

荷重の作用によりクラックが新たに作られる。新しいクラックは時間に関するランプ関数の一次結合によってその成長が記述され、 x_2 方向に長さが $0 \sim 2a_0$ まで進行する。また、荷重の作用により部材内に存在していたクラックが変化する。この変化は時間に関するランプ関数の一次結合によって表現されるものとする。クラックは x_1 方向に長さが $2a_0$ まで進行する。

Model 2: 相互作用する二つのクラック (Fig. 5 参照)

x_2 軸にそって macrocrack が存在する。クラックには大きさ σ の一軸性引張応力が加わっている。時間間隔

$r_0/2v_0$ の間に、長さ r_0 、体積 V_0^R の microcrack が生成する。この microcrack の生成に伴い速度 v_1 の信号が、microcrack の中心 o から macrocrack の中心 o' へと放射される。その信号を受けて時間間隔 $l_0/2v_0$ の間に macrocrack の体積が $(V^L - V_0^L)$ まで変化する。macrocrack の変化に伴い速度 v_1 の信号が、macrocrack の中心 o' から microcrack の中心 o へと放射される。その信号を受けて時間間隔 $r_0/2v_0$ の間に、microcrack の体積が $(V^R - V_0^R)$ まで変化する。

Model 3: 二つのクラックの合体 (Fig. 6 参照)

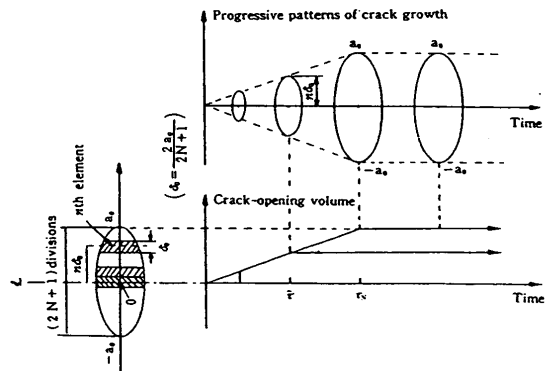
Model 2 の過程の後に、macro-, micro-の両クラックの端が合体して一つの大きなクラックになる。

4 各種のモデルに基づいた数値計算結果

以下の計算では、レイリー波による破壊のための信号伝達を仮定する。その数値計算ではポアソン比を 0.29 としてあることからその速度 C_R は横波速度 C_T に対して $C_R = 0.926C_T$ である。

Model 1 ; クラックの生成

このモデルに対する計算結果を Fig. 7 に示した。Fig. 7 において縦軸にクラックの垂直方向 (x_2) の変位 u_2 が示されている、その領域はゼロから $x_2 = H = 10 \times 2a_0$ までの範囲である。図中において荷重によりクラックが変形する時間の違いに対応して、各々の図に三種類の異なる線



τ_n : time delay of crack-opening for n -th element from the first crack-opening initiation at origin O.
 τ_N : time of perfect crack-opening of crack length $2a_0$.

Fig. 4. Crack opening patterns of Model 1.

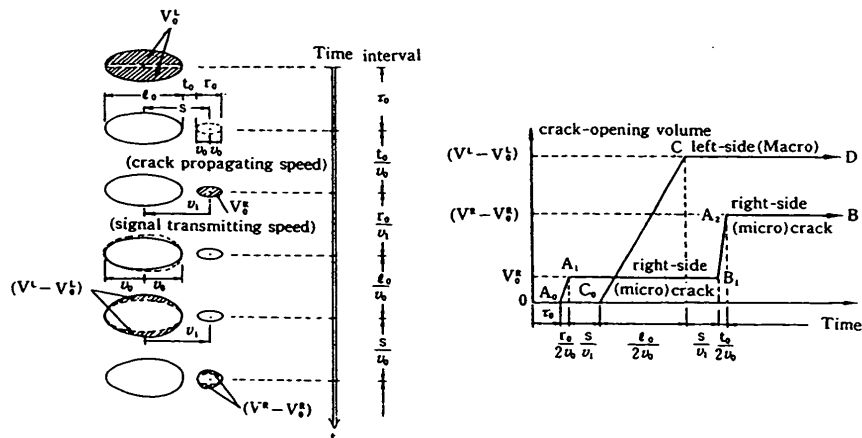


Fig. 5. Crack opening patterns of Model 2.

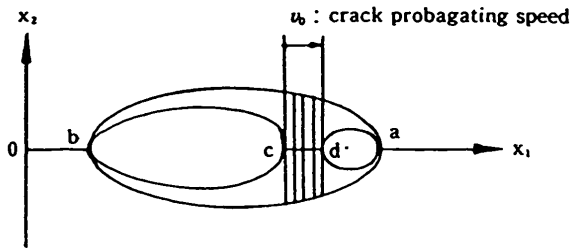
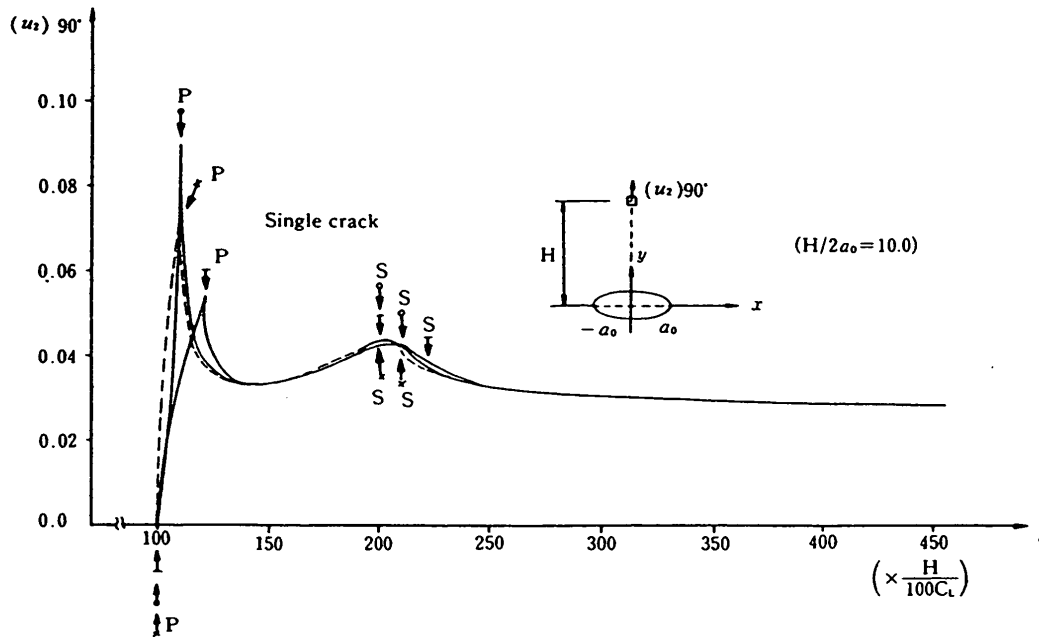


Fig. 6. The two cracks coalesce by fracture.

が用いられている。これらの曲線はいずれも大差のない形状をしている。各々の曲線には異なる二つのピークが見られる。これらのピークをPおよびSの文字を用いて指し示した。これらのピークは縦波 (Primary Wave) および横波 (Secondary Wave) の伝搬時間の違いに対応して現れたものである。

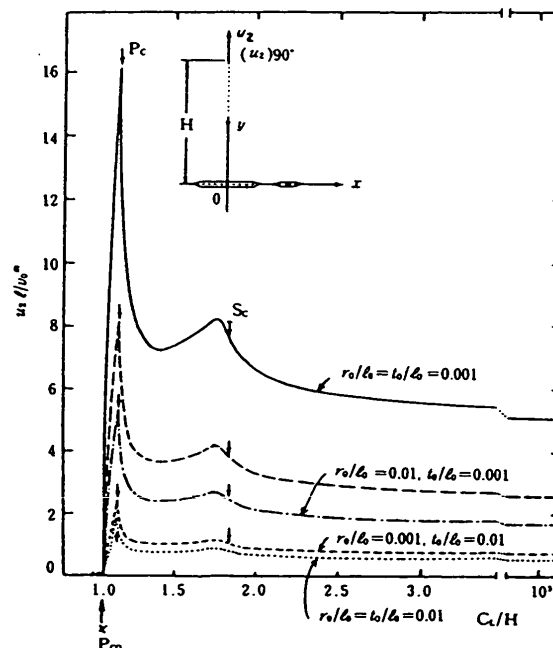
Model 2 ; 相互作用する二つのクラック

このモデルに対する計算結果を Fig. 8 に示した。これ



Wave arrival point(P:longitudinal wave. S:shear wave.)
 ↓ : volume change with space variation. (It divisions between $2a_0$.)
 ↓ : volume change at origin of crack.(opening time: $2a_0/C_R$)
 ↓ : volume change at origin of crack.(opening time: a_0/C_R)

Fig. 7. Vertical displacement along the x_2 -axis.



P_c indicates arrival of longitudinal wave corresponding to point C in Fig.5, etc.

Fig. 8. Waveforms corresponding to the crack-opening events shown in Fig. 7, $H/2a = 10$.

らの計算は, $v_m = 1.4C_T$, $v_0 = v_R$ という条件のもとで行った. ここで v_m は特長的なクラックの生成速度である. また C_T は式 (20) によって定義される横波の速度である. Fig. 5 には macrocrack の垂直方向 (x_2 方向) の変位 u_2 が示されている, 変域は $x_2 = H = 10 \times 2a_0$ までである. この図は macrocrack の u_2 変位の間面が主として縦波に左右されることを表している. 信号の大きさはほぼ macrocrack の大きさの変化によるものである. macrocrack の変形の終了時に発する縦波と横波の到達に対応して二つのピークが認められる.

Model 3 ; 二つのクラックの合体

この場合には, Fig. 5 と同様に Fig. 9 に示されるような長さもしくは時間を表すパラメータによって変形または破壊過程, すなわち, 二つのクラックの合体が表現される. Fig. 9 と Fig. 5 との違いは大きいクラック (macrocrack) の変形の過程を表しているか否かの違いである. 大きいクラックに対応した変形過程を Fig. 10 に示した. Fig. 11 はパラメータを r_0/l_0 , t_0/l_0 として大きなクラックの変形に伴う変位を図示したものである. これらの図は Fig. 8 よりもさらに複雑な形状をしている.

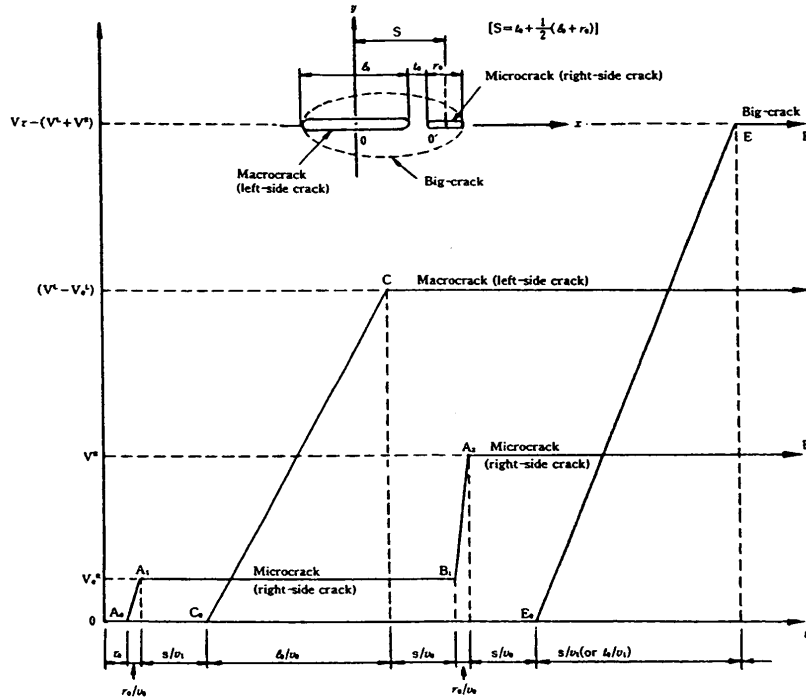


Fig. 9. Crack-opening volumes for Big-crack.

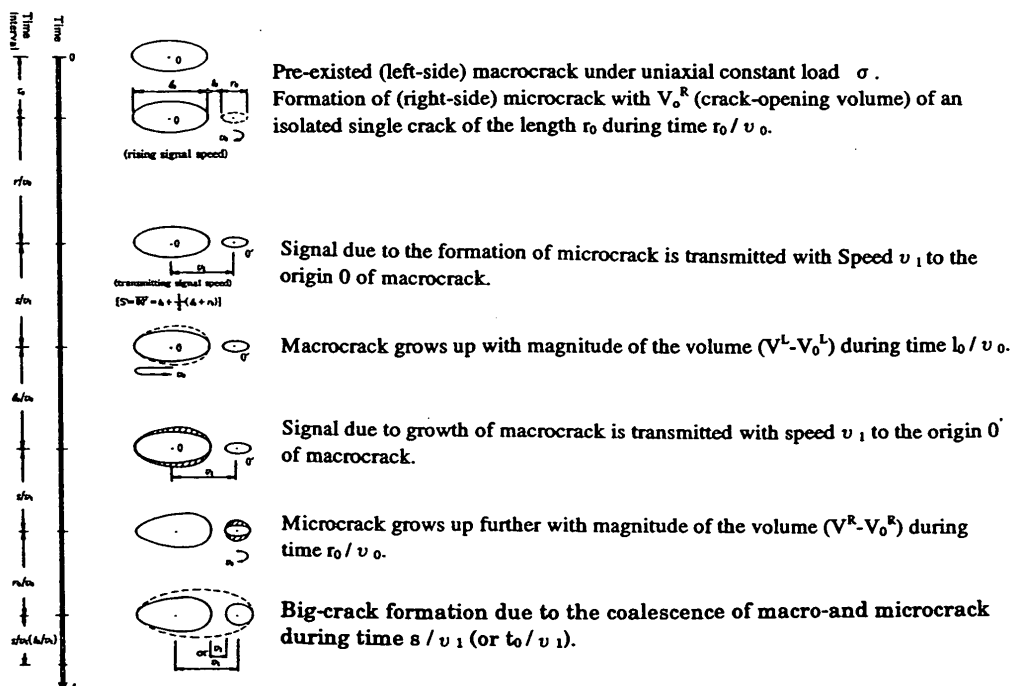
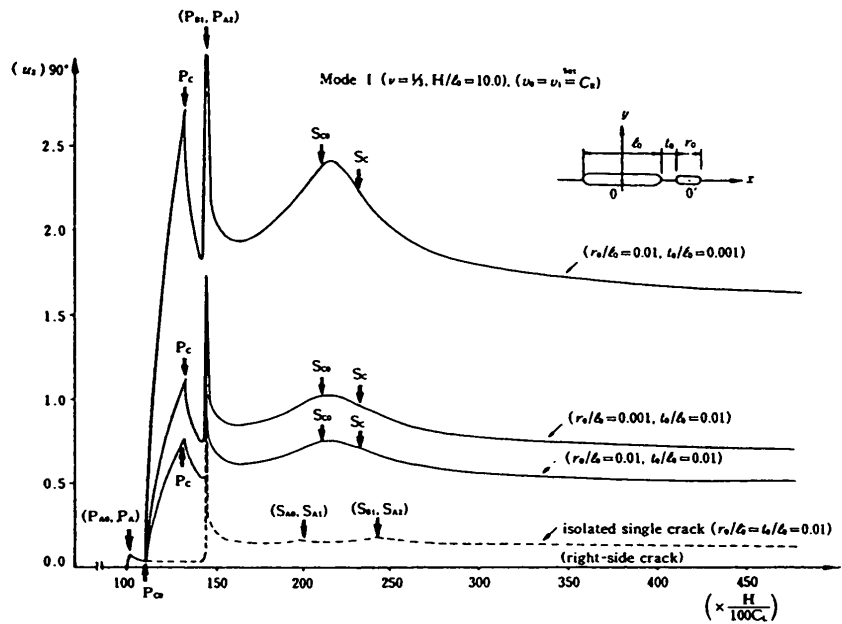


Fig. 10. Schematic diagram of crack formation and growth.

Fig. 11. Vertical displacement along the x_2 -axis.

5 結 言

種々の仮定の下になされた計算の結果より、アコースティック・エミッションの特徴は、その起源となるクラックの運動に依存している。また、macrocrack と microcrack が平行して存在するような場合は macrocrack によって強く支配されると共に、両者の合体によってさらに大きな信号になると予測できる。

近い将来において実験的な検証等によってここで得られた結果の妥当性が証明されることが望まれる。

参 考 文 献

- 1) JD. Achenbach, K. Hirashima and K. Ohno, Journal of Sound and Vibration, **89**(4), 523 (1983).
- 2) G. Eason, J. Fulton and I. N. Sneddon, Phil. Trans. Roy. Soc. London, **A248**, 575 (1956).
- 3) N. Cristescce, "Comprehensive Rock Engineering" (ed. JA Hudson), Vol I, Rock Mechanics (1993) Principles, Pergamon Press.
- 4) K. Aki and P. G. Richards, "Quantitative seismology: Theory and Methods", (1980) W. H. Freeman & Co..
- 5) 平島健一, アッケンバッハ, 土木学会論文報告集, **341**, 97 (1984).
- 6) 平島健一, 山梨大学工学部研究報告別刷, **34**, 79 (1983).
- 7) T. Yokobori, M. Ohashi and M. Ichikawa, Rep. Res. Inst. Strength & Fracture, Tohoku Univ., **1**, 33 (1965).
- 8) L. R. F. Rose, Int. J. Fracture, **17**, 45 (1981).
- 9) A. K. Head and N. Louat, Aust. J. Phys., **8**, 1, (1955).
- 10) IN. Sneddon and M. Lowengrab, "Crack problems in the classical theory of elasticity", Chap.2 (1969) John Wiley & Sons.
- 11) JD. Achenbach, AK. Gautesan and H. McMaken., "Ray methods for waves in elastic solids with applications to scattering by cracks", Chap.2 (1982) Pilman Advanced Publishing Program.