

コースティックス法による混合モード荷重下における 応力拡大係数の測定[†]

広瀬 幸雄* 生水 雅之** 川岸 雄一***
佐々木 敏彦* 平島 健一****

Measurement of Stress Intensity Factor under Mixed-Mode Loading by the Method of Caustics

by

Yukio HIROSE*, Masayuki SHOZU**, Yuichi KAWAGISHI***,
Toshihiko SASAKI* and Ken-ichi HIRASHIMA****

As one of optical methods, the method of caustics is useful for determining the stress intensity factor. In this paper, the method of caustics was applied to the specimens with an oblique crack. The results obtained are summarized as follows: (1) The method of caustics is a useful technique to determine the stress intensity factors K_I and K_{II} separately under mixed-mode loading. (2) The existing theory used for measurement of this method is effective only when the initial curve radius r_0 is larger than the minimum initial curve radius r_0^{\min} determined in this study. It is recognized that the value of r_0^{\min} decreases as the ratio of K_{II} to K_I increases. (3) The 3-D stress field exists in the vicinity of crack tip, while the state of stress is nearly plane-strain deformation in the case of mode I loading. In the case of mixed-mode loading, the state of stress is approximately plane-stress deformation as the ratio of K_{II} to K_I increases. (4) A correction is proposed to obtain the values of K from caustic images in the case of $r_0 < r_0^{\min}$.

Key words: The method of caustics, Stress intensity factor, Mixed-mode loading, Initial curve, Three-dimensional stress field

1 緒 言

実際の機械・構造物は、引張負荷ばかりではなくせん断やねじり負荷などを複合的に受けた混合モード荷重下にあり、内在する欠陥やき裂などの応力集中部を起点に破壊が発生することはよく知られている。き裂先端近傍の応力場の強さを表すパラメータの1つである応力拡大係数を測定するのに有効な光学的手法としてコースティックス法がある。この手法は最初、透明な材料に対して考案され、その後表面反射型の方法が開発され金属などの不透明な材料に対しても適用可能となり、さらに近年においては熱負荷に対するき裂進展挙動¹⁾やセラミックスなどの動的破壊挙動の解析²⁾さらには異材境界における応力拡大係数の測定³⁾や面内混合モードに関する研究^{4)~8)}にも応用され、今日に至るまで数多くの研究がなされている。

高橋・清水はコースティックス法の理論の適用例⁹⁾として混合モード荷重下の場合について述べているが測定精度については言及していない。測定精度についてはモードI荷重下において、島田・佐々木¹⁰⁾、Rosakis and Ravi-Chandar¹¹⁾らが検討を行っており、初期曲線 r_0 が測定

精度に及ぼす影響が明らかにされており、切欠き先端から板厚の半分程度まで広がっている3次元応力場が主因であると考えられている。また筆者らは別報で、切欠き先端部に各種開き角を導入し、開き角による応力特異性が測定精度に及ぼす影響を報告した。

そこで本研究では表面反射型コースティックス法を用いて、斜め切欠きを有する試験片に引張負荷を与え、得られた像の大きさより応力拡大係数 K の測定を行い、斜め切欠き角度による混合モード負荷状態が測定精度に与える影響について実験的に検討を行った。その際、コースティックス法では重要な因子となる初期曲線 r_0 の大きさを中心に混合モード負荷状態による切欠き先端の応力状態との関係について考察を行うものとする。

2 表面反射型コースティックス法における 斜め切欠きの場合の基礎式¹³⁾

Fig. 1のように斜め切欠きを有する試験片に面内引張負荷を与え収束光を入射し、スクリーンに反射させた場合を考える。切欠き先端の応力集中部においては板厚変化によって光路長が変化する。その結果スクリーン上には光が集中して明るい包絡線ができ、その内側は光の来

† 原稿受理 平成7年4月10日 Received Apr. 10, 1995

* 正会員 金沢大学大学院自然科学研究科 〒920-11 金沢市角間町, Dept. of Mat. Sci. & Eng., Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-11

** 学生会員 金沢大学大学院 〒920-11 金沢市角間町, Graduate Student, Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-11

*** 金沢大学大学院 〒920-11 金沢市角間町, Graduate Student, Kanazawa Univ., Kakuma-machi, Kanazawa, 920-11

**** 正会員 山梨大学工学部土木環境工学科 〒400 甲府市武田, Dept. of Civil & Envi. Eng., Yamanashi Univ., Takeda, Kofu, 400

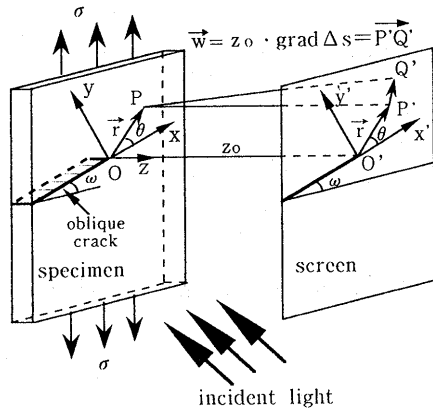


Fig. 1. Schematic illustration of basic principle for method of caustics.

ない暗い領域となり、黒い像ができる。この光の包絡線によって形成される像がコースティック像であり、この像の大きさ、形状から応力拡大係数が求められる。図において試験片上のP点に入射した光が受ける偏り \vec{w} は、試験片とスクリーンとの距離を Z_0 とすると、次式で表すことができる。¹⁴⁾

$$\vec{w} = z_0 \text{grad} \Delta s \quad (1)$$

ここに、 Δs は光路長の変化量を示す。スクリーン上での光の位置を示す \vec{W} はP点の位置ベクトルを \vec{r} として次式で表すことができる。

$$\vec{W} = \lambda_m \vec{r} + \vec{w} \quad (2)$$

ここに、上式中の λ_m は光の倍率を示しており、焦点と試験片の距離を Z_i とすれば λ_m は式(3)で表せる。

$$\lambda_m = (z_0 - z_i) / z_i \quad (3)$$

ここで光学的等方性をもつ試験片に負荷を与えた場合、 \vec{w} は複素平面 ($z = x + iy$) において、切欠き先端での主応力の和 $\sigma_x + \sigma_y$ 、 Z_0 、板厚 t および材料の光学定数 C_f に依存し、複素応力関数 $\Phi(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ を用い、式(1)を書き換え次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} \vec{w} &= C^* \text{grad}(\sigma_x + \sigma_y) = 4C^* \text{grad}[\text{Re} \Phi(z)] \\ &= 4C^* \left(\frac{\partial u}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{e}_y \right) \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 Re は複素関数の実数部を示しており、 $C^* = Z_0 \cdot |C_f| \cdot t$ であり、 \vec{e}_x および \vec{e}_y は x 方向、 y 方向の単位ベクトルを示す。したがって、スクリーン上における光の位置 \vec{W} は式(2)を書き換えて次式となる。

$$\begin{aligned} \vec{W} &= x' \cdot \vec{e}_x + y' \cdot \vec{e}_y \\ &= \left(\lambda_m \cdot x + 4C^* \frac{\partial u}{\partial x} \right) \vec{e}_x + \left(\lambda_m \cdot y + 4C^* \frac{\partial u}{\partial y} \right) \vec{e}_y \end{aligned} \quad (5)$$

コースティック像を特徴づける明るい包絡線は、数学的に極値を持つことと対応しており、次式に示す Jacobian の関数行列式 $J=0$ を満足しなければならない。^{9), 14)}

$$J = \frac{\partial(x', y')}{\partial(x, y)} = 0 \quad (6)$$

上式を解くことにより、次式が得られる。

$$|4C^* \Phi'(z)| = 1 \quad (7)$$

ここに $\Phi(z) = (K_I - iK_{II}) / (2\sqrt{2\pi z})$ であり、¹⁵⁾ この $\Phi(z)$ を

式(7)に代入し $|z|$ について解き、得られた値を r_0 とすると次式が成立する。

$$r = \left(\frac{3}{2} C' \right)^{\frac{2}{3}} (K_I^2 + K_{II}^2)^{\frac{1}{3}} \equiv r_0 \quad (8)$$

ここに、 $C' = C^* / (\lambda_m \sqrt{2\pi})$ であり、 K_I 、 K_{II} はそれぞれ混合モード荷重下においてモード I、II に対応する応力拡大係数の理論値である。この r_0 は初期曲線と呼ばれ、コースティック像の明るい包絡線が試験片のどの部分を反射した光であるかを示しており、この領域は切欠き先端を中心とする半径 r_0 の円周上を表している。

したがって式(8)を式(5)に代入することにより、スクリーン上での像の形状が次式で表せる。

$$\begin{aligned} x' &= \lambda_m r_0 \left\{ \cos \theta + \frac{2}{3} \cos \left(\frac{3}{2} \theta + f(\omega) \right) \right\} \\ y' &= \lambda_m r_0 \left\{ \sin \theta + \frac{2}{3} \sin \left(\frac{3}{2} \theta + f(\omega) \right) \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 $f(\omega) = \tan^{-1}(K_{II}/K_I)$ であり、本研究において K_{II}/K_I の値は体積法により別途求めた値を用いており、各々の ω による値を Table I に示す。式(9)に基づきシミュレーション計算を行い、得られた理論像の形状を Fig. 2 に示す。モード I のみの場合 (図中の (a)) に比べ、モード I とモード II が混在する場合 (図中の (b))、像は切欠きに対して水平方向にずれた形状となることがわかる。 K_I 、 K_{II} の決定には切欠き方向の像の最大、最小直径を用いる方法があるが^{4), 17)}、ここでは G. A. Papadopoulos の考え方に¹⁵⁾ 基づき切欠きに対して垂直方向の像の最大直径 D_t^{\max} より応力拡大係数の決定を行うものとする。すなわち D_t^{\max} は r_0 および λ_m との関係において、式(9)より次式のように表すことができる。

$$D_t^{\max} = \lambda_m \cdot r_0 \cdot \delta_t^{\max}(\omega) \quad (10)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \delta_t^{\max}(\omega) &= 2 \left\{ \sin \left(\frac{2}{5} \pi \right) \cos \left(\frac{2}{5} f(\omega) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} \sin \left(\frac{3}{5} \pi \right) \cos \left(\frac{2}{5} f(\omega) \right) \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

である。したがって斜め切欠きを有する場合の応力拡大係数 $K_{I \text{exp}}$ 、 $K_{II \text{exp}}$ は D_t^{\max} より次式のように求められる。

$$K_{I \text{exp}} = \frac{1.671}{z_0 \cdot t \cdot |C_f|} \left(\frac{1}{\lambda_m} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{D_t^{\max}}{\delta_t^{\max}(\omega)} \right)^{\frac{5}{2}} \cos f(\omega)$$

Table I. Values of $f(\omega)$ on each ω .

ω , deg.	0	30	45	60
$f(\omega)$, deg.	0.0	17.8	26.9	36.0

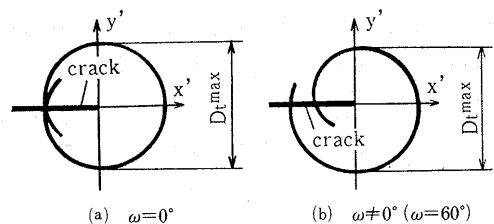


Fig. 2. Theoretical forms of caustic image.

$$K_{I\text{exp}} = K_{I\text{exp}} \cdot \tan f(\omega) \quad (12)$$

また、 K_I 、 K_{II} を合成した応力拡大係数 K^*_{exp} は次式より求められる。

$$K^*_{\text{exp}} = (K_I^2 + K_{II}^2)^{1/2} = \frac{1.671}{z_0 \cdot t \cdot |C_f|} \left(\frac{1}{\lambda_m} \right)^{3/2} \left(\frac{D_t^{\text{max}}}{\delta_t^{\text{max}}(\omega)} \right)^{5/2} \quad (13)$$

3 実験方法

3.1 試験片および光学装置

試験片は市販の板厚 $t=2.0$ mm のアクリル樹脂板を用い、Fig. 3 に示す外形寸法に機械加工後、高速切断機にて角度 $\omega=0^\circ$ 、 30° 、 45° および 60° の斜め切欠きを導入した。なお、切欠き先端の曲率半径 ρ は、すべての試験片に対して $\rho=0.1 \pm 0.02$ mm となっている。また試験片の表面は金で蒸着を施してあり、入射した光が試験片の表面で反射するようになっている。なお本実験で使用した試験片の光学定数は $C_f = -1.28 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ であり、ヤング率 $E=2890 \text{ MPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.37$ である。

次に光学装置の模式図を Fig. 4 に示す。光源は出力 2 mW の He-Ne ガスレーザ (NEC ; GLG-5040) を用い、レーザ光はいったんコリメータで直径 100 mm の平行光となり、次に焦点距離 1000 mm の両凸レンズにより収束光となり試験片に入射する。入射光は試験片の表面で反射してスクリーン上にコースティック像を形成する。このようにして得られた像をスクリーン後方より写真撮影して測定した。なお、スクリーンにはすりガラスを使用し、その面上には 10 mm 間隔の平行線を引き、像の直径を測る際の標準距離として利用した。

3.2 コースティック像の測定

室内温度を $20 \pm 1^\circ\text{C}$ に保ち、適切な荷重軸あわせを行ったねじ式の自作引張試験機に試験片を取付け光学レベル台上に設置し、光軸あわせをした後、所定の引張荷重を加え停止させた状態で、レーザ光を発射しコースティック像の測定を行った。なお、本研究においては、適切な光学条件を考慮し、負荷応力 $\sigma=2.8 \text{ MPa}$ 、 $Z_0=1000 \text{ mm}$ の一定条件下において、 Z_i を 80~560 mm の範囲内で変化させ、その時に得られたコースティック像の大きさを測定した。測定にあたっては写真撮影により像の直径 D_t^{max} を測定し、式(12)および式(13)より測定値 $K_{I\text{exp}}$ 、 $K_{II\text{exp}}$ および K^*_{exp} を求め、体積力法による

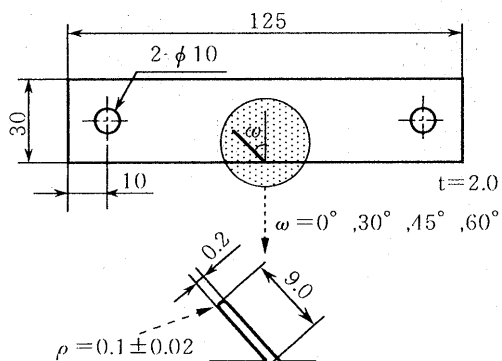


Fig. 3. Shape and dimensions of specimen, in mm.

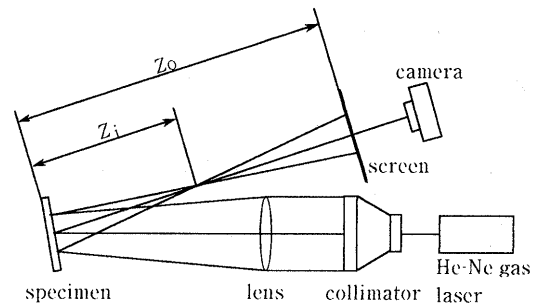


Fig. 4. Schematic illustration of optical equipment.

理論値 $K_{I\text{the}}$ 、 $K_{II\text{the}}$ と比較した。

4 実験結果および考察

4.1 初期曲線 r_0 の影響

前述したようにコースティック像は、試験片の切欠き先端を中心とする半径 r_0 の円周上を反射した光によって形成されるため、切欠き先端近傍の r_0 の大きさに相当する領域の変形状態が測定値の精度に影響を与えることが十分に予想される。そこで Fig. 5 に、 r_0 と応力拡大係数の測定値 K^*_{exp} との関係を各 ω について実験を行い整理したものを示す。図よりわかるように、いずれの ω も r_0 が小さい範囲では r_0 に比例して K^*_{exp} が増加しており、また r_0 がある値以上の範囲では K^*_{exp} は一定となっている。さらにその一定値は ω によって異なった値を示し、 ω が大きくなると減少する傾向がある。このことは従来の測定理論では式(4)に示すように平面応力状態を前提にしているのに対し、実際の試験片切欠き先端部には3次元応力場が成立しており、 r_0 が小さい範囲では板厚方向の応力 σ_z の影響を受けているためと考えられる。特に $\omega=0^\circ$ の場合、 K^*_{exp} が一定となる最小の r_0 の値は 1.1 mm と板厚の半分程度となっており3次元応力場が成立する範囲は、これまでの報告と良く一致している。

次に $Z_i=80, 170, 290, 380, 440$ および 530 mm の場合に、各々の ω を有する試験片で得られた測定値 $K_{I\text{exp}}$ 、 $K_{II\text{exp}}$ をそれぞれ Fig. 6 (a), (b) に示す。図中の実線は体積力法によって求めた K_I 、 K_{II} の理論値を示している。図よりわかるように、 $Z_i \geq 290 \text{ mm}$ においては両図とも測定値と理論値がほぼ一致しているが、 Z_i

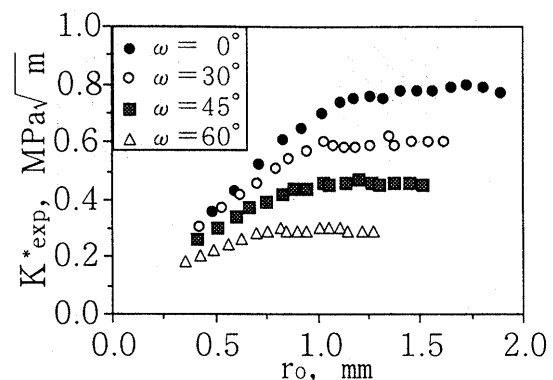
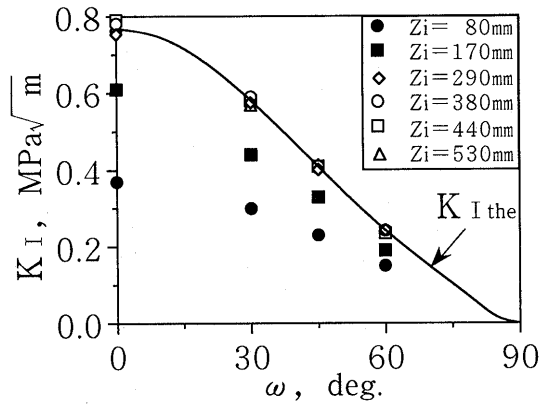
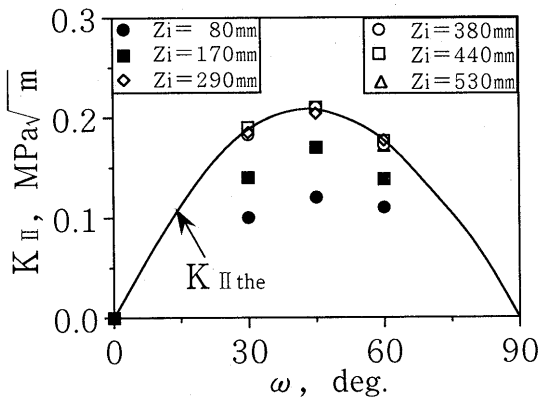


Fig. 5. Relation between initial curve radius and stress intensity factor on each ω .



(a) ω and K_I .



(b) ω and K_{II} .

Fig. 6. Relation between ω and stress intensity factor K_I , K_{II} for each Z_i .

<290 mm においては測定値は理論値より低い値を示しており、 Z_i の減少に伴ってその誤差は増大している。ここで、 $Z_i \geq 290$ mm は Fig. 5 においていずれの ω も K^*_{exp} が一定となる範囲に対応するものであり、この範囲においては K_I , K_{II} をそれぞれ精度よく分離して求めることができることを意味している。Fig. 7 (a)~(d) に $Z_i=290$ mm の場合に実際に得られたコースティック像とシミュレーションによる像を示す。これよりいずれの ω でも両者の大きさは一致していることがわかる。さらに ω が大きくなると像の大きさは小さくなっており、このことは Fig. 5 の結果および Fig. 6 の理論値と一致す

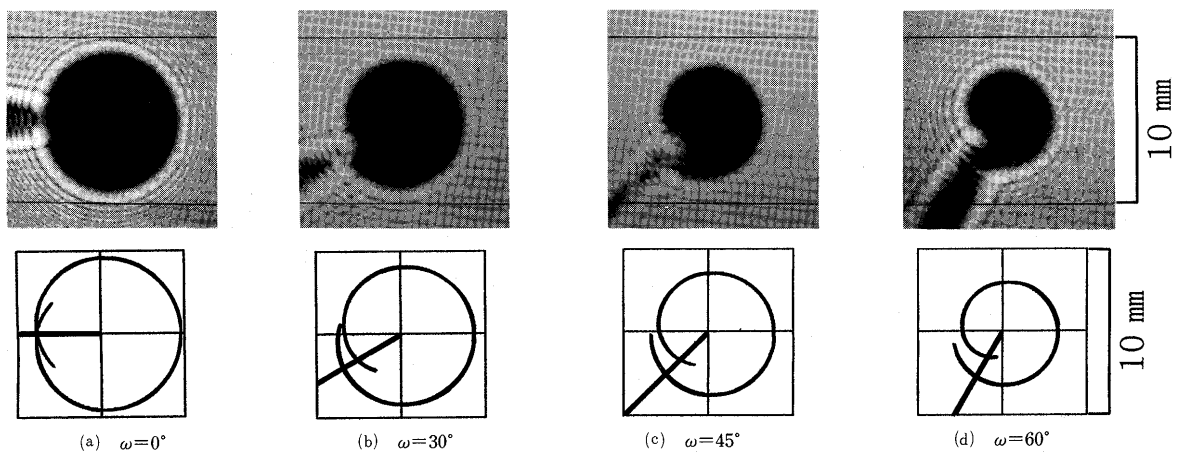


Fig. 7. Experimental and theoretical forms of caustic image of the specimen with oblique crack for $Z_i=290$ mm.

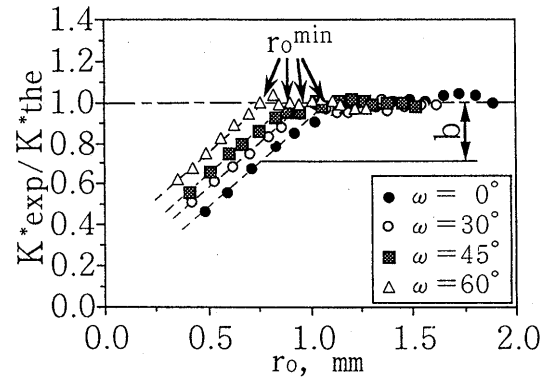


Fig. 8. Relation between initial curve radius and K^*_{exp}/K^*_{the} for each ω .

る結果となっている。

4.2 混合モードの影響

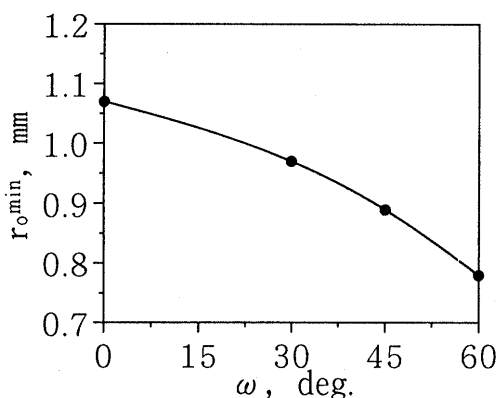
式(8)に示すように、初期曲線 r_0 は混合モード荷重下のものであるため K_I と K_{II} を分離して評価することはできない。したがって以下の考察では合成した応力拡大係数 K^* で検討を行うものとする。Fig. 5 に示したデータを r_0 と測定値と理論値の比 ($=K^*_{exp}/K^*_{the}$) との関係に再整理したものを Fig. 8 に示す。これよりいずれの ω においても、 r_0 がある値以上では測定値は理論値とほぼ一致しているが、その値以下では測定値は理論値より低い値を示しており、 r_0 の減少に伴ってその誤差は大きくなっていることがわかる。そこで $K^*_{exp}/K^*_{the} < 0.95$ の測定データを図中の破線に示すように最小自乗法による直線近似すると、その直線は次式で表すことができる。

$$K^*_{exp}/K^*_{the} = 0.90 \cdot r_0 + a(\omega) \quad (14)$$

ここに、 $a(\omega)$ は ω に依存した定数であり、まとめて Table II に示す。これより ω と $a(\omega)$ は比例関係にあることがわかる。そこで式(14)の直線と $K^*_{exp}/K^*_{the} = 1$ との交点の r_0 の値を r_0^{min} とし、 ω との関係で整理したものを Fig. 9 に示す。これより ω が大きくなると r_0^{min} は減少する傾向にあることがわかる。このことは $\omega=0^\circ$ の場合つまりモード I の荷重のみでは切欠き面の上下ともに引張応力が作用するのに対し、 $\omega \neq 0^\circ$ の場合

Table II. Values of $a(\omega)$ on each ω .

ω , deg.	0	30	45	60
$a(\omega)$	0.04	0.13	0.20	0.30

Fig. 9. Relation between ω and minimum initial curve radius.

はモード I とモード II が混在し、切欠き面を境として圧縮と引張りの両方の応力が存在するためと考えられる。そこで切欠き先端近傍の応力状態について以下のように考察する²¹⁾。

表面反射型コースティック法では、次式に示す光路長の変化量 Δs によりコースティック像が形成される。

$$\Delta s = \Delta t \quad (15)$$

ここに、 Δt は板厚の変化量を示す。ここで切欠き先端部に生じる板厚方向の応力成分 σ_z を考慮すると Δt は次式で表すことができる。

$$\Delta t = \frac{t}{E} \sigma_z - \frac{\nu}{E} t (\sigma_x + \sigma_y) \quad (16)$$

σ_z は平面応力状態のとき $\sigma_z = 0$ 、平面ひずみ状態のとき $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ となり、一般に切欠き先端部において σ_z は次式で表すことができる。

$$\sigma_z = \eta \nu (\sigma_x + \sigma_y) \quad (0 \leq \eta \leq 1.0) \quad (17)$$

ここに η は平面ひずみ状態への寄与分を示す定数であり、 $\eta = 1.0$ では切欠き先端部で完全な平面ひずみ状態が成立していることを意味する。ここで、式 (17) を式 (16) に代入することにより次式を得る。

$$\Delta t = -\frac{t}{E} \nu (1 - \eta) (\sigma_x + \sigma_y) \quad (18)$$

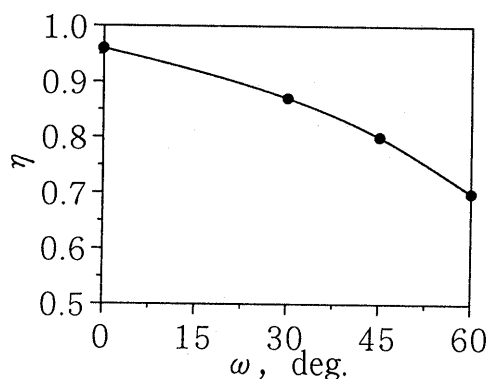
したがって、光路長の変化量 Δs は次式のように示される。

$$\Delta s = t a (\sigma_x + \sigma_y) \quad (19)$$

よって、3次元応力場における光学定数 C_f は次式で表すことができる。

$$C_f = a = -(1 - \eta) \frac{\nu}{E} \quad (20)$$

上式よりわかるように、切欠き先端近傍では σ_z が生じるため $\eta \neq 0$ となり、 $|C_f|$ の値が減少する。従来の測定理論ではこのことを考慮に入れておらず、 r_0 の全範囲において $\eta = 0$ としているため、 $r_0 < r_0^{\min}$ で測定値は理論値より低い値を示すものと考えられる。

Fig. 10. Relation between ω and η .

したがって、Fig. 8 において $r_0 \geq r_0^{\min}$ では平面応力状態が支配的であるため $K_{\text{exp}}^*/K_{\text{the}}^* \approx 1$ となっており、 $r_0 < r_0^{\min}$ では3次元の応力状態にあるため K_{exp}^* は K_{the}^* より低くなり、 r_0 の減少に伴い K_{exp}^* も減少し平面ひずみ状態に近づいていく。つまり図中の b は平面応力状態から平面ひずみ状態への寄与分を意味していることになる。ここで平面応力状態の光学定数を C_0 とすれば、寄与分 b は次式で表せる。

$$b = 1 - \frac{K_{\text{exp}}^*}{K_{\text{the}}^*} = 1 - \frac{C_f}{C_0} = \eta \quad (21)$$

そこで、Fig. 8 の近似直線を外挿し、 $r_0 = 0$ における η ($=b$) の値を求め、それぞれの ω で整理したものを Fig. 10 に示す。これより、 $\omega = 0^\circ$ の場合は切欠き先端近傍ではほぼ平面ひずみ状態となっているが、 ω が大きくなるとつまり K_{II} の割合が大きくなると平面応力状態に向かって変化していくことがわかる。

4.3 応力拡大係数測定法の改善法

上述したように、切欠き先端近傍では σ_z が存在し、光学定数が増加するために、 $r_0 < r_0^{\min}$ では測定値は理論値より低い値を示すことになる。そこであらかじめ r_0 の値を求め、その値に合わせて C_f の値を変えれば、 r_0 の値に関係なく正しい応力拡大係数の値が得られることになる。この場合の測定手順を Fig. 11 にまとめて示す。まず、任意の測定条件でコースティック像を測定し、式 (10) より r_0 の値を計算する。次に r_0 が r_0^{\min} より大きい場合は $\eta = 0$ として式 (12) および (13) より応力拡大係数の値を決定すればよい。しかし r_0 が r_0^{\min} より小さい場合はそのときの η の値を式 (14) および (21) より求め、さらに式 (20) より C_f を計算し、応力拡大係数の値を決定することになる。以上の方法により、 r_0 と測定値と理論値の比との関係で再整理したものを Fig. 12 に示す。これより r_0 の全範囲において測定値と理論値はほぼ一致しており、本補正法の有効性が認められる。

5 結 言

表面反射型コースティック法を用い、混合モード荷重下における応力拡大係数の測定を行い、初期曲線 r_0 が測定精度に及ばず影響について検討を行ったところ、以下のような結論が得られた。

(1) 表面反射型コースティック法は、斜め切欠きを有する試験片に引張荷重を与えた混合モード荷重下にお

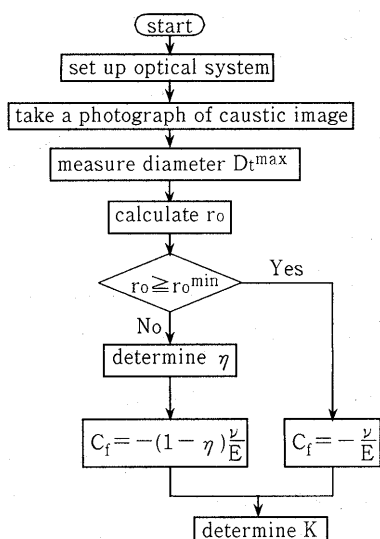


Fig. 11. Arrangements of correction of experimental stress intensity factor.

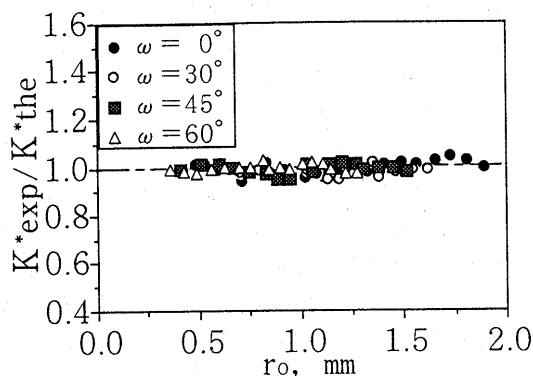


Fig. 12. Relation between initial curve radius and $K^*_{\text{exp}}/K^*_{\text{the}}$ after a revision with oblique crack.

いても、応力拡大係数を測定する上で有効な手法であり、 r_0 が試験片板厚の半分程度以上の範囲においては K_{I} 、 K_{II} をそれぞれ分離して求めることが可能である。

(2) 混合モード荷重下において、従来のコースティック法に関する測定理論が有効な範囲は、測定時の初期曲線 r_0 が本研究で得られた r_0^{min} の値よりも大きいときであり、また r_0^{min} は K_{II} の割合が大きくなると減少する傾向がある。

(3) 切欠き先端近傍では ω によらず3次元の応力状態であるがモードIの荷重下ではほぼ平面ひずみ状態に近く、モードIIの割合が大きくなると平面応力状態に向かって変化していくことがわかる。

(4) $r_0 < r_0^{\text{min}}$ の範囲においても板厚方向の応力 σ_z を考慮に入れた補正を行うことにより、コースティック像の大きさから応力拡大係数の理論値の推定が可能である。

なお、本論文での成果は同様にしてFRPなどの力学的異方性材料や接合界面の強度評価にも応用可能である。これらについては別の機会に発表することにした。

参考文献

- 1) 青木照子, 石田瑞穂, 高橋 賞, 日本機械学会論文集, A-60, 1379 (1994).
- 2) 末次正寛, 清水紘治, 高橋 賞, 日本機械学会論文集, A-59, 693 (1993).
- 3) 清水紘治, 津曲 治, 金本克也, 高橋 賞, 非破壊検査, 43, 783 (1994).
- 4) 西岡俊久, 橋高弘幸, 日本機械学会論文集, A-54, 1061 (1988).
- 5) 橋高弘幸, 西岡俊久, 日本機械学会論文集, A-55, 568 (1989).
- 6) 西岡俊久, 村上竜一, 松尾 諭, 日本機械学会講演論文集, No. 904-1, 74 (1990).
- 7) 西岡俊久, 村上竜一, 大石幸治, 前田直美, 日本機械学会論文集, A-58, 1353 (1992).
- 8) 村上竜一, 西岡俊久, 松尾 諭, 橋高弘幸, 日本機械学会論文集, A-58, 400 (1992).
- 9) 高橋 賞, 清水紘治, 機械の研究, 37, 485 (1985).
- 10) 島田平八, 佐々木敏彦, 日本機械学会論文集, A-49, 579 (1983).
- 11) A. J. Rosakis and K. Ravi-Chandar, Int. J. Solids Structures, 22, 121 (1986).
- 12) 生水雅之, 佐々木敏彦, 広瀬幸雄, 非破壊検査, 44, 337 (1995).
- 13) G. A. Papadopoulos, "Fracture Mechanics", p. 30 (1993) Springer-Verlag London Limited.
- 14) P. Manogg, Glastechnische Berichte, 39, 323 (1966).
- 15) 文献13) のp. 38.
- 16) 西谷弘信, 陳 玳珩, "体積力法", p. 167 (1987) 培風館.
- 17) J. F. Kalthoff, "Shadow Optical Method of Caustics", Handbook on Experimental Mechanics, p. 430 (1987) PRENTICE-HALL, INC.
- 18) 清水紘治, 高橋 賞, 日本機械学会論文集, A-55, 2342 (1989).
- 19) 佐々木敏彦, 島田平八, 非破壊検査, 32, 390 (1983).
- 20) 鈴木新一, 細田康司, 日本機械学会論文集, A-55, 1974 (1989).
- 21) 末次正寛, 清水紘治, 高橋 賞, 日本非破壊検査協会講演概要集 (秋季大会), p. 165 (1994).