

# エネルギー解放率破壊規準による 長さの異なる平行き裂の進展挙動について†

阿 部 孝 弘\* 矢 富 盟 祥\*\*  
橋 本 堅 一\*\*\* 山 本 将 司\*\*\*\*

## The Extension Behavior of Parallel Cracks Based on the Energy Release Rate Criterion

by

Takahiro ABE\*, Chikayoshi YATOMI\*\*,  
Ken-ichi HASHIMOTO\*\*\* and Syouji YAMAMOTO\*\*\*\*

In this paper, we examine the crack extension behavior for a linear elastic body with two parallel cracks. Assuming the isotropy of fracture toughness of the body and judging from the criterion based on the energy release rate, we study the influences of the difference of crack length, the relative position of cracks and the load angle on crack extension behavior. The energy release rate is computed for all the extending crack tips at the onset of crack kinking by using the E-integral which is path independent even for a path containing a kinking crack tip and stationary crack tips.

**Key words:** Crack extension, Energy release rate, E-integral, Crack interaction, Parallel cracks, Plane stress, FEM

### 1 緒 言

き裂干渉問題は、セラミックス、岩石およびコンクリートなどの初期微小き裂を有する材料の耐久性、安全性を把握するために非常に重要な課題であるため、多くの研究成果が報告されている。しかし、き裂干渉問題の解析には、複数個存在するき裂先端の中でどの先端がどの方向に進展するかを把握する必要があるため、解析的あるいは数値的に処理することには多くの困難と煩わしさを伴うことが多い。1983年にYatomi<sup>1)</sup>によって提案されたエネルギー解放率を求めるための経路独立な積分であるE積分は、き裂進展後の応力解析を行なう必要はあるが、周知のJ積分と異なり、準静的なき裂進展である限り、経路内に進展き裂以外のき裂先端やひずみの不連続面を含んでいても、き裂が折れ曲がり進展する瞬間時のエネルギー解放率を求めることができる。そのためE積分はき裂干渉問題には非常に有効な手段であるといえる。また、E積分では全く任意の積分経路を選択できることから、誤差を含みやすいき裂先端近傍における応力などの物理量を使わずに評価できるため、有限要素法による解析を行なう場合、き裂先端に特異要素を用いることなく解析できる。

著者らはこれまでにき裂面に対して垂直の方向に一様

引張（垂直荷重と呼ぶことにする）を受ける帯板中央に主き裂があり、その近傍にそれより長さの短い平行干渉き裂が存在する場合のき裂進展挙動をE積分により解析し、干渉き裂の位置によって主き裂の進展が抑制、助長される位置関係があることを報告している。<sup>2)</sup>また、その場合の実験結果との比較も報告している。<sup>3)</sup>本研究では、まず、垂直荷重が作用する帯板内に、等長さ2本の平行き裂がある場合のエネルギー解放率をE積分によって求め、アクリル板を用いた実験結果と比較検討する。次に2本のき裂長さに差があり、き裂面に対して傾斜した引張荷重（斜向荷重と呼ぶことにする）が作用する場合のき裂進展挙動をE積分によって求めたエネルギー解放率の解析結果から考察する。

き裂進展に関する破壊規準は材料によって異なると考えられるが、本研究では、き裂の進展はエネルギー解放率による破壊規準によるものと仮定し、材料の破壊じん性値の等方性を仮定した。

### 2 解析方法と解析モデル

#### 2.1 解析方法

物質内に複数のき裂が存在する場合、き裂相互の干渉によって、き裂の進展が助長され、材料の見かけ上の強度が小さくなる場合や、逆にき裂の進展が抑制され、材

† 原稿受理 平成13年6月8日 Received June 8, 2001

\* 正 会 員 福井工業高等専門学校環境都市工学科 〒916-8507 鯖江市下司町, Dept. of Civil Eng., Fukui National College of Tech., Geshicho, Sabae, 916-8507

\*\* 正 会 員 金沢大学工学部土木建設工学科 〒920-8667 金沢市小立野, Dept. of Civil Eng., Kanazawa Univ., Kodatsuno, Kanazawa, 920-8667

\*\*\* 正 会 員 徳山工業高等専門学校土木建築工学科 〒745-8585 徳山市久米高城, Dept. of Civil Eng., Tokuyama College of Tech., Kumetakjou, Tokuyama, 745-8585

\*\*\*\* 金沢大学大学院 〒920-8667 金沢市小立野, Graduate Student., Kanazawa Univ., Kodatsuno, Kanazawa, 920-8667

料の見かけ上の強度が大きくなる場合がある。また、直進ではなく折れ曲がって進展する場合が多く、き裂進展挙動は非常に複雑な問題となる。

そこで、本研究では複数き裂の最も基本的なモデルとして、平面応力問題において、均質な等方線形弾性体中に2本のき裂が平行な位置関係で存在する場合を考え、き裂の位置関係、き裂長さの僅かな差違および荷重の载荷角度が、き裂の進展挙動にどのような影響を及ぼすのかを検討した。また、エネルギー解放率は前述の理由により、E積分を用いて求めた。ここに、き裂進展挙動とは、複数個存在するき裂先端の中で、与えられた条件下でどの先端がどの方向に進展する可能性が大きいかを把握することを意味する。

本研究では、線形弾性体を対象としたため、き裂進展によるエネルギー解放率を求めるE積分公式は、次式で与えられる。<sup>4)</sup>

$$E(l) = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} \left( \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial l} - \mathbf{u} \cdot \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial l} \right) d\Gamma \quad (1)$$

ここで、 $\Gamma$ は進展き裂先端を含む領域の境界、 $\mathbf{s}$ 、 $\mathbf{u}$ は $\Gamma$ 上での表面応力ベクトルおよび変位ベクトルであり、 $l$ はき裂長さである。式(1)を有限要素法に適用するため、 $l$ に関する微分項を、き裂進展前と進展後の値で2点差分近似すると、

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \mathbf{s}_i(l) \cdot \frac{\mathbf{u}_i(l + \Delta l) - \mathbf{u}_i(l)}{\Delta l} - \frac{\mathbf{s}_i(l + \Delta l) - \mathbf{s}_i(l)}{\Delta l} \cdot \mathbf{u}_i(l) \right\} \quad (2)$$

となる。式(2)で $n$ は経路における節点の数、 $\mathbf{s}_i$ は積分経路上の節点力ベクトル、 $\mathbf{u}_i$ は節点変位ベクトルである。 $\Delta l$ はき裂進展長さであり、 $\phi(l)$ 、および $\phi(l + \Delta l)$ は、それぞれ、き裂進展前と進展後のモデルの物理量 $\phi$ を表す。E積分では、き裂進展前と進展後のモデルについて有限要素解析を行い、それぞれで得られた積分経路上の物理量を式(2)に代入しエネルギー解放率を求める。進展後においてき裂先端を折れ曲がらせた要素分割を用いることにより、折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率が求まる。

## 2・2 解析モデル

解析を行ったモデルはFig. 1に示すように、横幅 $W$ の無限長帯板中央に平行な2本のき裂A、Bが存在する場合を想定し、载荷角度 $\gamma$ の斜向荷重を受けるものとした。

き裂長さとき裂配置の位置関係の僅かな違いがき裂進展挙動へどのような影響を及ぼすか検討するため、まず最初に、载荷角度 $\gamma = 90^\circ$ 、すなわち垂直荷重を受ける状態で、上側のき裂Aの水平方向(き裂面方向)の位置、および長さ $2a$ を固定し、下側のき裂Bの長さ $2b$ を変えたときにおける、き裂Bの右先端が折れ曲がり進展する瞬間時のエネルギー解放率をE積分により求めた。このとき、A、B両き裂の左端の水平方向の位置は固定した。また、2本のき裂の鉛直方向(き裂面方向と直角な方向)の間隔 $h$ (以後、鉛直き裂間隔と呼ぶ)を変化させた場合についても同様の解析を行った。次に斜向荷重が作用

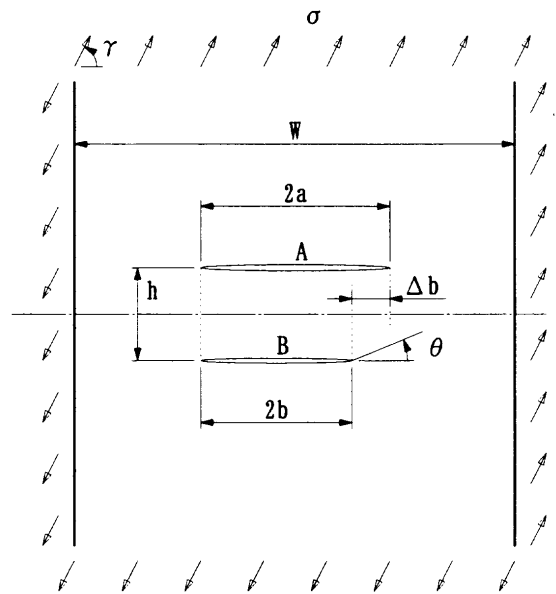


Fig. 1. Parallel two cracks.

する場合に、全てのき裂先端におけるエネルギー解放率を算出し、エネルギー解放率最大の破壊規準に従って検討した。

解析に用いた有限要素近似モデルは、Fig. 2に示す分割で帯板幅 $W = 10\text{cm}$ 、縦方向の長さを $17.32\text{cm}$ とし、正三角形を基本とした定ひずみ三角形要素を用い、正三角形の大きさを縦方向で変えて3層に分けた分割とした。き裂の入る中央部分は、横方向160等分割、縦方向48等分割とし、積分経路は5本の経路を設定した。き裂進展方向は $0^\circ, \pm 15^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, \pm 75^\circ, \pm 90^\circ$ の13方向とした。

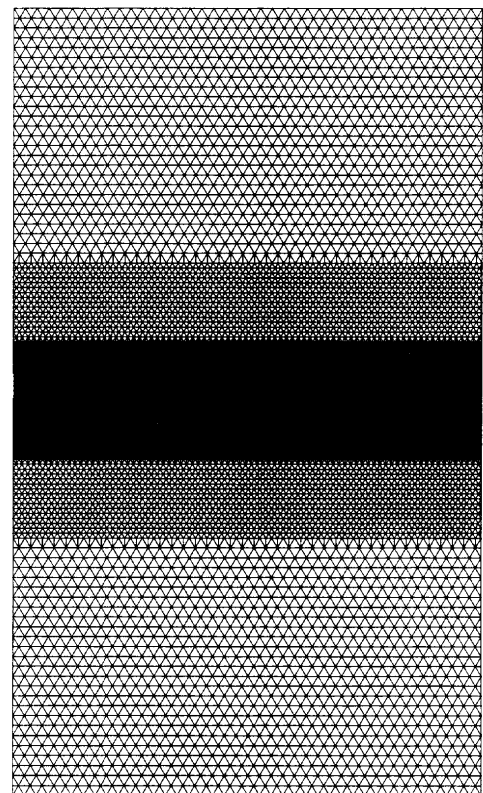


Fig. 2. Finite element model.

### 3 結果と考察

#### 3・1 2本のき裂長さが異なる場合の進展き裂先端における結果と考察

3・1・1 E積分による解析結果 Fig. 3は、载荷角度を $90^\circ$ 、すなわち、垂直荷重を受けるものとし、き裂Aの長さ $2a$ を $2\text{cm}$ 、鉛直き裂間隔 $h$ を $0.22\text{cm}$ とし、き裂Bの長さ $2b$ をき裂Aと等長の場合および等長からそれぞれ $0.0625\text{cm}$ 、 $0.125\text{cm}$ 増減させた場合の、き裂長さを変えたき裂B右先端のE積分によるエネルギー解放率の解析結果である。ただし、縦軸はE積分による算出値を無限板中央にき裂Aと同じ長さのき裂が1本だけあり、それが直進進展するときの解析解<sup>5)</sup>で除して正規化してある。横軸は折れ曲がり角度 $\theta$  (上向きを正とする)である。

Fig. 3から、き裂Bが長いほどエネルギー解放率は大きくなり、 $2b$ を $2a$ より長くしても、正規化したエネルギー解放率の最大値は $1.0$ を下回っている。したがって、今回の範囲でのき裂長さの違いならば、たとえば、き裂Bの長さがき裂Aよりも長くても、正規化した値は $1.0$ より小さく、平行なき裂では、き裂が1本の場合より2本の場合の方が、材料の荷重方向の見かけの引張破壊強度は大きくなる傾向があると言える。また、き裂長さが $0.0625\text{cm}$ 異なるだけで、正規化したエネルギー解放率最大の値は $0.14 \sim 0.23$ 程度変化し、エネルギー解放率は2本のき裂長さの差の変化に敏感であると推測できる。等長の場合き裂先端近傍では、互いのき裂の存在により応力の伝達が遮断される。片方のき裂が長ければ、長いき裂先端は他方よりも右に存在することから、遮断の影響が小さくなる。このことによりエネルギー解放率の大きさが変化する。エネルギー解放率が最大となる方向は、き裂Bの長さがき裂Aより短いとき、 $-15^\circ$ と下向きであるが、き裂Aと等長になり、き裂Aより長くなるほど、 $-15^\circ$ に比べ $0^\circ$ の値が大きくなり、き裂長さが大きくなるほど、

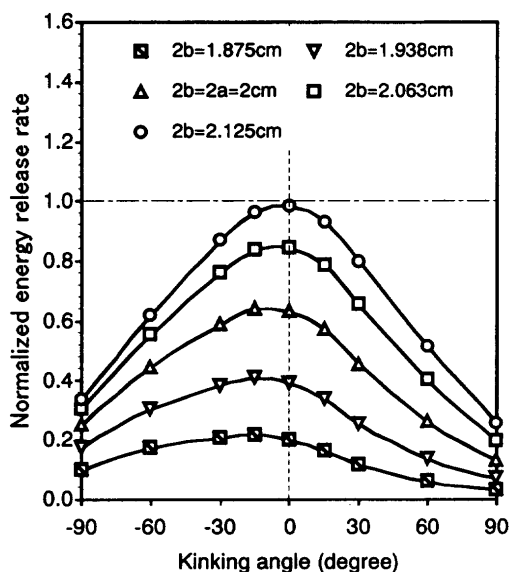


Fig. 3. The variations of energy release rate of a right side tip of crack B;  $2a = 2\text{cm}$ ,  $h = 0.22\text{cm}$ .

その直進性は顕著になると言える。このことも、き裂B右先端の水平方向の位置がき裂A右先端よりも右に存在することによる。

き裂進展挙動を把握するためには、各き裂配置(き裂長さおよびき裂の位置関係)におけるエネルギー解放率の最大値およびその方向が重要となる。そこで、各き裂配置におけるエネルギー解放率を $E_{\text{max}}$ とし、以降この $E_{\text{max}}$ によって考察を行なう。

Fig. 4は、き裂Bの長さの増減によるき裂B右先端の $E_{\text{max}}$ の変化を鉛直き裂間隔 $h$ ごとに表したものである。縦軸は $2b = 2a$ の場合の $E_{\text{max}}$ を基準とした相対的な増減割合であり、横軸はき裂Bの長さの増減分 $\Delta b$ を $2a$ で除して無次元化した値である。Fig. 4で、Fig. 3の結果は、 $h = 0.22\text{cm}$ のときの曲線で表わされるが、この曲線は傾きは大きく、き裂Bがき裂Aと等長のときから $0.0625\text{cm}$  (Fig. 4の横軸の大きさが $3.125\%$ )大きくしただけで $E_{\text{max}}$ は $31.8\%$ も増加し、前述のように非常に敏感であると言える。 $h$ が大きくなるにしたがい、き裂Aの影響が弱まるため、き裂長さの増加による $E_{\text{max}}$ の増加割合は小さくなり、 $h$ を $2.17\text{cm}$ としたときのそれは $5.4\%$ と僅かになった。

Fig. 5は、 $h$ の増加による $E_{\text{max}}$ の変化をき裂Bの長さごとに表わしたものである。横軸は $h/2a$ である。 $h$ の小さい、A、B両き裂が接近した状態では、き裂長さの違いによるエネルギー解放率の差は著しく敏感だが、2つのき裂が離れるにしたがい、その影響は小さくなり、収束していくという自明の結果が得られた。しかし、き裂Bの長さがき裂Aと等長あるいは長い場合に $h$ の増加に伴って $E_{\text{max}}$ に極小値が存在するという興味深い結果が得られた。これらの解析を $2a$ の値を $1.5\text{cm}$ 、 $1.0\text{cm}$ と変えて行っても、同様の結果が得られた。

$h$ の増加に伴い、極小値が存在することを等長の場合で考察すると、 $h$ がかなり大きい場合には、き裂相互の影響がなくなり、き裂1本の場合に収束する。 $h$ が小さ

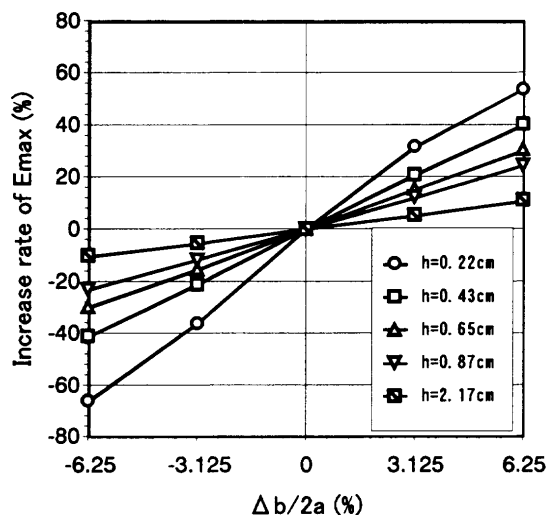
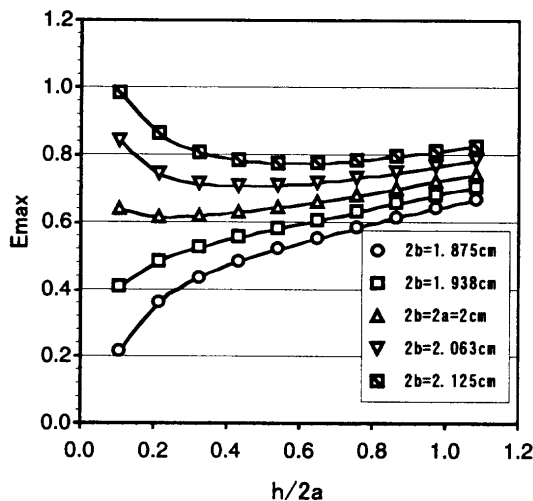


Fig. 4. The variations of the increase rate of  $E_{\text{max}}$  with the length of crack B;  $2a = 2.0\text{cm}$ .

Fig. 5. The variations of  $E_{max}$  with  $h$ ;  $2a = 2.0\text{cm}$ .

い場合にはき裂相互の影響が大きくなり、進展が抑制され、エネルギー解放率は減少する。しかし、さらに  $h$  が小さい場合、すなわち  $h$  が 0 になる極限を、2本のき裂が1本となると考えれば、エネルギー解放率は、 $h$  が非常に小さい場合もき裂1本の状態に近づくことになる。き裂長さが異なる場合には長い方のき裂1本に相当することとなる。その結果極小値が存在することになる。この現象は興味深い事もあり、次に、実際にそのような傾向があるか検証実験を行なった。

**3・1・2 実験結果と考察** 実験は、 $h$  の小さい供試体を加工することが困難なので、縦横 20cm、厚さ 3mm のアクリル板（アクリライト：三菱レイヨン製）に、 $2a = 2b = 4\text{cm}$ 、 $h$  を 0.5cm、1.0cm、3.0cm としき裂を挿入した供試体をそれぞれ 5 枚作成し、instron5581 型万能試験機を用いて、荷重速度 0.1mm/min の変位制御で引張試験を供試体が破断するまで行い、最大荷重を求めた。き裂の挿入方法は、刃幅 0.4mm 糸鋸を用いて所定の位置に切り込みを入れた後、き裂先端を明確にするため切り込み先端を、ピンバイスを用いて直径 0.4mm の圆弧とし、さらに工作用カッターで切欠を入れることとした。<sup>3)</sup> また、き裂1本の場合の引張実験も行なった。その結果を Fig. 6 に示す。き裂挿入方法の影響で実験結果には多少のバラツキが見られた。そのため、Fig. 6 では 5 つの実験結果から最大および最小を外した 3 つの平均を取ってある。また、縦軸はき裂1本の実験結果の平均値で除して無次元化した最大荷重値である。

Fig. 6 より最大荷重は、 $h$  の増加に伴って増加し、再び減少していることがわかる。すなわち、 $h$  の増加に伴い、極大値が存在していることを表わしている。エネルギー解放率と最大荷重の関係を考えれば、エネルギー解放率が大きいほどき裂が進展する可能性が大きくなり、見かけ上の材料の強度は小さくなる。つまり、最大荷重は小さくなることを意味する。逆にエネルギー解放率が小さければ、最大荷重は大きくなる。したがって、Fig. 6 に極大値が存在することは、Fig. 5 に極小値が存在することの裏付けとなり、Fig. 5 における解析結果の妥当性が検

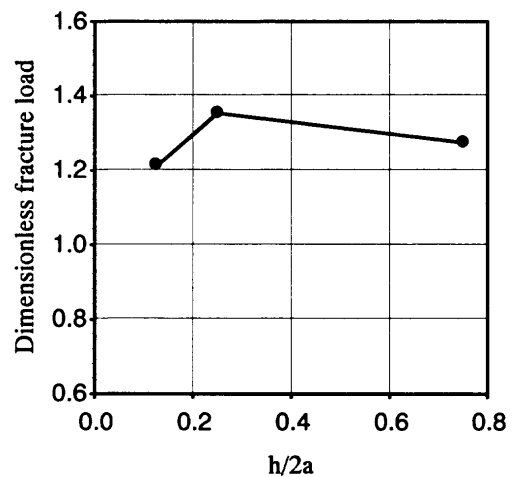


Fig. 6. The relationship between the fracture load and the crack interval for the experiment.

証されたと言える。

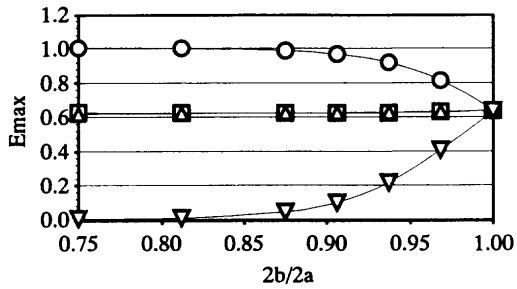
### 3・2 斜向荷重が作用する場合の解析結果と考察

2本のき裂のうち、一方のき裂長さを変化させ、変化させた方のき裂の先端でのエネルギー解放率を求め、前述の結果を得たわけであるが、一方のき裂の長さが短くなれば、当然、他方のき裂が進展する可能性が大きくなる。そこで次に、き裂 B の長さ  $2b$ 、および鉛直き裂間隔  $h$  を変化させた幾つかのき裂配置において、き裂 A、B の左右両先端でのエネルギー解放率を求め、一方のき裂の長さの違いが、他方のき裂の進展挙動にどのような影響を及ぼすのか検討することにした。また、荷重の載荷角度  $\gamma$  を変え、載荷角度による影響についても合わせて考察することにする。

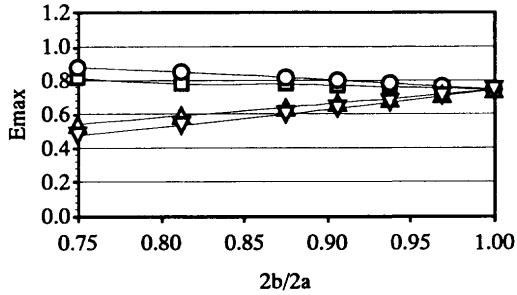
Fig. 7 は  $\gamma = 90^\circ$ 、 $2a = 2.0\text{cm}$  とし、 $2b$  を  $2a$  と等長とした場合および等長から  $2b$  を短くしていった場合における、各き裂先端での E 積分によるエネルギー解放率の解析結果から得られた  $E_{max}$  の変化を示した。横軸はき裂長さを変えたき裂 B の長さとして固定したき裂 A の長さの比  $2b/2a$  である。鉛直き裂間隔  $h$  を種々変化させて解析を行ったが、ここでは  $h = 0.22\text{cm}$  ( $h/2a = 0.108$ ) とした結果を (a) に、 $h = 2.17\text{cm}$  ( $h/2a = 1.08$ ) とした場合の結果を (b) に示した。また、同じき裂配置で載荷角度を変えた、 $\gamma = 75^\circ$  の結果を Fig. 8 に、 $\gamma = 60^\circ$  の結果を Fig. 9 に示した。また、Table I にはこれらの解析結果から、き裂 A 両端においてエネルギー解放率が最大となったき裂折れ曲がり角度を示した。Table I 中の太字はき裂 A 両先端でエネルギー解放率が大きい方の先端を表す。

ここで説明の都合上、き裂 A 右先端における  $E_{max}$  を単にき裂 A 右と呼ぶことにする。他の先端においても同様である。

$h$  の小さい Fig. 7(a) では、2本のき裂長さが等しい  $2b = 2a$  ( $2b/2a = 1.0$ ) の場合は、荷重状態、き裂配置が上下対称になるため、4つのき裂先端におけるエネルギー解放率は等しい。Table I より、このとき、エネルギー解放率が最大となる方向は、上側にあるき裂 A は上向き  $15^\circ$  であるから、下側にあるき裂 B は下向き  $15^\circ$  となる。き裂



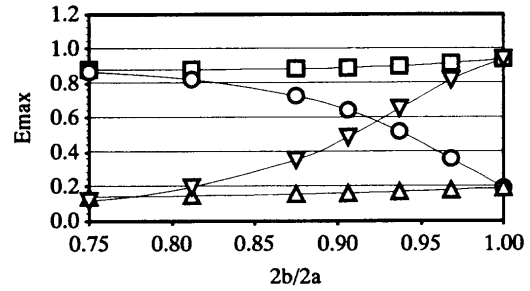
(a)  $\gamma=90^\circ$ ,  $h/2a=0.108$



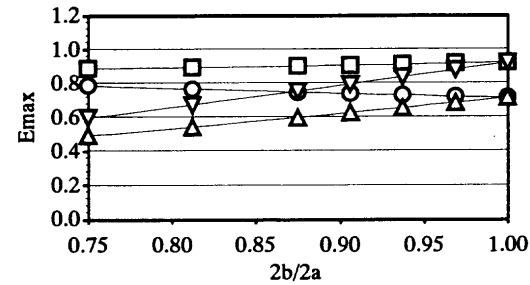
(b)  $\gamma=90^\circ$ ,  $h/2a=1.08$

□ crack A left    ○ crack A right  
 ▲ crack B left    ▼ crack B right

Fig. 7. The variations of  $E_{max}$  for all crack tips ( $\gamma=90^\circ$ ).



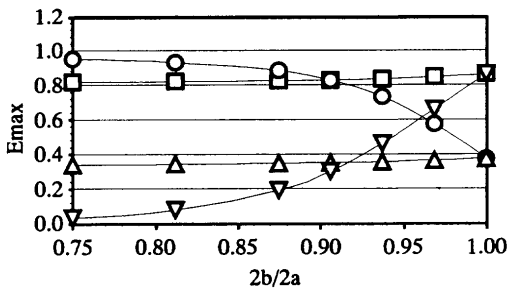
(a)  $\gamma=60^\circ$ ,  $h/2a=0.108$



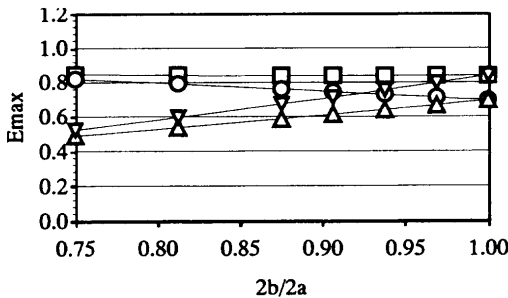
(b)  $\gamma=60^\circ$ ,  $h/2a=1.08$

□ crack A left    ○ crack A right  
 ▲ crack B left    ▼ crack B right

Fig. 9. The variations of  $E_{max}$  for all crack tips ( $\gamma=60^\circ$ ).



(a)  $\gamma=75^\circ$ ,  $h/2a=0.108$



(b)  $\gamma=75^\circ$ ,  $h/2a=1.08$

□ crack A left    ○ crack A right  
 ▲ crack B left    ▼ crack B right

Fig. 8. The variations of  $E_{max}$  for all crack tips ( $\gamma=75^\circ$ ).

Table I. The kinking angle for which the energy release rate takes the maximum.

Load angle (degree)	$2b/2a$	Kinking angle (degree)			
		$h/2a=0.108$		$h/2a=1.08$	
		crack A left	crack A right	crack A left	crack A right
90	1.000	15	15	0	0
	0.969	15	0	0	0
	0.938	15	0	0	0
	0.906	15	0	0	0
	0.875	15	0	0	0
	0.813	15	0	0	0
	0.750	15	0	0	0
75	1.000	15	0	30	-15
	0.969	15	0	30	-15
	0.938	15	-15	30	-15
	0.906	15	-15	30	-15
	0.875	15	-15	30	-15
	0.813	15	-15	30	-15
	0.750	15	-15	30	-15
60	1.000	45	-15	45	-45
	0.969	45	-15	45	-45
	0.938	45	-30	45	-45
	0.906	45	-30	45	-45
	0.875	45	-45	45	-45
	0.813	45	-45	45	-45
	0.750	45	-45	45	-45

Bの長さが短くなるのに伴いき裂A右は大きくなり、き裂1本の値1.0に収束していく。き裂B右は小さくなっていき、 $E_{max}$ は0に収束する。また、き裂A左、き裂B左はあまり変化しない。両き裂とも、左先端に比べ、き裂長さを変化させた側の右先端におけるエネルギー解放率の方がき裂長さの違いによるエネルギー解放率の変化が著しく、エネルギー解放率の変化は、き裂長さの違いに依存し、さらにき裂先端の水平方向の位置の違いがき裂進展挙動に大きく影響を及ぼすことがわかる。2bを短くしていった場合、4つのき裂先端中で、き裂A右が最大となり、その方向は、Table Iよりほぼ直進方向となる。

hの大きなFig. 7(b)では、Fig. 7(a)と同様に等長の場合には、すべての先端における $E_{max}$ は等しいが、hが小さい場合に比べて、前節で述べたように値は大きくなる。また、エネルギー解放率が最大となる方向はほぼ直進となる。等長の場合から、2bを短くすると、Fig. 7(a)と同様にき裂A右は大きくなり、き裂B右は小さくなるが、き裂相互の位置が離れているためその変化は緩やかであり、エネルギー解放率が最大となる方向もTable Iよりほぼ直進となる。

$\gamma = 75^\circ$ の場合の解析結果であるFig. 8では、 $2b = 2a$ のときには、き裂面に対する荷重方向が等しい先端である、き裂A左とき裂B右、およびき裂A右とき裂B左がそれぞれ等しい値となる。そして荷重方向に対して鈍角側のき裂先端であるき裂A左とき裂B右が大きい。hが小さいFig. 8(a)で、2bを短くしていくと、き裂A左、き裂B左はあまり変化しないが、き裂B右は小さく、き裂A右は大きくなっていく。そして、2bがある値よりも小さくなると、き裂A右はき裂A左よりも大きく

なり、荷重方向よりもき裂長さの差の影響が大きくなる。エネルギー解放率が最大となる方向は、き裂A左が最大ときは上向き $15^\circ$ であり、き裂A右が最大となるときは下向き $15^\circ$ である。

hが大きいFig. 8(b)では、鈍角側と鋭角側との差は小さくなり、また、2bがある程度小さくなくても、き裂A右がき裂A左よりも大きくはならない。このとき、き裂A左が最大となり、その方向は、上向き $30^\circ$ であり、き裂面に対する荷重角度が小さくなると、エネルギー解放率が最大となる方向が大きくなる傾向にあるといえる。

$\gamma = 60^\circ$ のときの結果であるFig. 9では、 $\gamma = 75^\circ$ のときとほぼ同様が得られたが、hが小さいときにも、き裂A左が最大となり、荷重角度の影響が大きい。また、エネルギー解放率が最大となる方向は、さらに大きくなった。

以上の結果より、エネルギー解放率が最大となるき裂先端とその折れ曲がり角度の関係を描くとTable IIのようになる。なお、 $\gamma = 45^\circ, 30^\circ$ としたときも $\gamma = 60^\circ$ のとき同様の結果が得られたが紙面の都合で省略する。

次に荷重角度と最大エネルギー解放率 $E_{max}$ の関係をFig. 10に示す。Figs. 7, 8, 9からわかるように4つのき裂先端でエネルギー解放率が最大となるのは、き裂長さの長い、き裂Aの先端であることから、Fig. 10(a)には、等長の場合( $2b/2a = 1.0$ )の各荷重角度におけるき裂A両端の $E_{max}$ を、Fig. 10(b)には $2b/2a = 0.75$ の場合についての $E_{max}$ を示した。き裂A左は実線で、き裂A右は破線で示してある。Fig. 10(a)より、等長の場合、き裂面に対して斜向荷重が作用すると、鉛直き裂間隔hに差があっても、荷重角度に対して鈍角側にあるき裂A左が鋭角側にあるき裂A右より大きい。また、荷重角度

Table II. The predicted behavior of kinking angles.

Load angle (degree)	h/2a=0.108		h/2a=1.08	
	2b/2a=1.0	2b/2a=0.75	2b/2a=1.0	2b/2a=0.75
90				
75				
60				

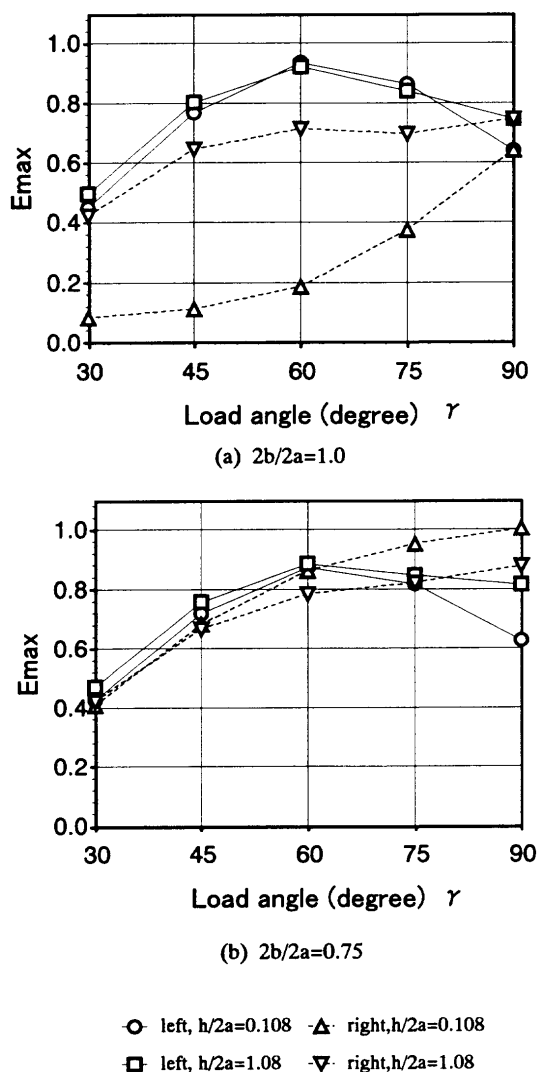


Fig. 10. The variations of  $E_{max}$  of crack A with the load angles.

60°のときのき裂A左が最も大きいことから、き裂面に対して60°の方向に引張力が作用するときにエネルギー解放率が最大となる。

き裂長さに差のある Fig. 10 (b)では、き裂先端の水平方向の位置を固定してある側であるき裂A左は载荷角度に対して Fig. 10 (a)と同様な傾向を示すが、き裂A右はき裂Bの長さが短いことの影響を受けて、き裂面に対し

て垂直に近い引張荷重が作用する場合、き裂A左よりも大きくなる。このことは、き裂長さの差がさらに大きくなれば顕著になると考えられる。载荷角度が小さい場合にはき裂A左とき裂A右には差がなくなる。

#### 4 結 言

本研究では、線形弾性体中にある、平行な2本のき裂を想定し、き裂長さと位置関係、荷重状態の違いがき裂の進展挙動にどのような影響を及ぼすか、き裂進展がエネルギー解放率による破壊規準に従うものと仮定して、解析検討した。その結果、明らかになったことは以下の通りである。

- (1) 2本のき裂が平行な位置関係で存在する場合、その進展挙動は、き裂長さの僅かな変化に対し、敏感であり、このことにはき裂先端の位置関係が影響する。
- (2) 2本のき裂の鉛直間隔が大きくなるにしたがい、き裂相互の影響は小さくなるという自明の結果が得られ、解析の妥当性が検証された。
- (3) き裂長さの差が大きい場合、鉛直間隔の増加に伴い、エネルギー解放率最大の値に極小値が存在する。このことは実験を通して検証できた。
- (4) 2本のき裂が平行な位置関係で存在し、斜向荷重を受けるとき、長い方のき裂の载荷方向に対して鈍角側の先端のエネルギー解放率が最大となるが、载荷角度がき裂面に対して90°に近いときには、き裂長さの影響で鋭角側の先端が最大となる場合もある。
- (5) き裂面に対して60°の方向に引張力が作用するときにエネルギー解放率が最大となる。
- (6) 载荷角度に対して、エネルギー解放率が最大となるき裂先端およびその方向を明らかにすることができた。

#### 参 考 文 献

- 1) C. Yatomi, Int. J of Solid Structure, **19**, 183 (1983).
- 2) 阿部孝弘, 矢富盟祥, 橋本堅一, 材料, **47**, 1059 (1998).
- 3) 橋本堅一, 阿部孝弘, 矢富盟祥, 土木学会構造工学論文集, **44A**, 437 (1998).
- 4) 橋本堅一, 矢富盟祥, 石田 啓, 土木学会論文集, No.513/I-31,17 (1995).
- 5) A. A. Griffith, Proceedings of 1st International Congress for Applied Mechanics, Delft, 53 (1924).