

## A Brief Review of Small Neutrino Mass in Various Extended Models

金沢大学理学部  
末松大二郎

最近数年間に渡る太陽ニュートリノや大気ニュートリノの詳細な観測は、ニュートリノ振動現象の存在を強く示唆するとともに、レプトン部分のフレーバー構造についてかなり詳細な情報を与えつつある。今や小さなニュートリノ質量と有意なニュートリノ混合を与え得るように素粒子の標準模型を拡張することは、模型の構成上不可避の要請となったといっても過言ではない。このレビューではこの状況を踏まえ、これまでゲージ階層性問題を解決する目的で提案されてきた標準模型を越える代表的な理論的枠組を概観し、その各々の枠組においてニュートリノ質量やニュートリノ混合がどのように理解され得るのかという視点から、それぞれの枠組が内包する問題点等について考えてみたい。

## 1. Introduction

素粒子の標準模型 (SM) は LEP 等における電弱相互作用に関する精密実験を通して驚くべき成功を示して来た。ニュートリノ質量に関する問題を除けばこれまで実験結果と矛盾するような深刻な問題は知られていない。しかしながら、この模型は理論的にはいくつかの大きな課題を抱えた模型と考えられている。すなわち、弱い相互作用を特徴づけるスケール  $M_W$  の起源がどこにあるのかについてこの模型は答えることができない。この問題はまた、 $M_W$  がなぜプランクスケール  $M_{pl}$  に比べて極めて小さい領域に安定なエネルギースケールとして存在し得るのかという形で定式化され、ゲージ階層性の問題として言及されることも多い。さらに、この模型は現在知られている素粒子のフレーバー構造、すなわち、世代の起源や世代数の説明、クォーク・レプトンの質量、混合角、CP 位相などについて定量的説明を与えることができない。これらは理論に含まれる自由なパラメータとして扱われ、実験結果からそれらの値を決定するという状況に留まっている。

このような状況の中で、最近のニュートリノ振動に関する観測結果は標準模型を越える理論的枠組が存在する可能性を実験的に示唆するものであると考えられ極めて興味深い。これらの実験結果は少なくとも、ニュートリノに零でない質量が存在することを示唆しており、このことは標準模型においてはその存在が考慮されていなかった右巻ニュートリノ、及びレプトン数の破れのいずれか、あるいはその両方を模型に組み込むことを要求しているように思われる。

これらの実験結果の中から、ニュートリノの質量や世代混合について、さらには標準模型を越える物理について、どのようなことを学び取ることができるのか、あるいはもっと踏み込んで、今後標準模型を越える模型の構築に当たって我々はどの方向に進むべきなのか、これらについての手がかりを探り出すことが現在の素粒子物理に強く望まれている最大の課題の一つであることに疑いの余地はないであろう。このレビューにおいてこのような大きな問題に答えることは到底不可能ではあるが、これまでに提案されて来たゲージ階層性の問題を解決しようという様々な試みの中において、小さなニュートリノ質量や有意なニュートリノ混合がどのように理解され得るのかという視点からいくつかの例を取りあげ、その問題点等を概説することをこのレビューにおける目標としたい [1]。

## 2. Solutions to the gauge hierarchy problem

ゲージ階層性の問題は、弱い相互作用のスケール  $M_W$  の起源は何か、なぜ  $M_W$  はプランクスケール  $M_{\text{pl}}$  に比して極めて小さい値を安定に取り得るのかという切り離すことのできない2つの側面を持つと考えられる。この問題への解答を求めて、この20年近く標準模型を越える物理についてその枠組が考えられて来たといっても過言ではないだろう。代表的な枠組に、力学的対称性の破れに基礎を置くテクニカラー模型、ボゾンとフェルミオン間の対称性を利用する超対称模型、時空の次元を5次元以上に拡張する余次元模型等がある。テクニカラー模型は電弱相互作用の精密実験などにより、既に現実的な可能性としては排除された感があり、近年の研究の中心は後者の2つにほぼ絞られていると言えよう。特に、余次元模型は新しい可能性として、この数年精力的に研究が行われて来ている。ここでは、これらについてゲージ階層性の問題を解決する枠組としてのそれぞれの特徴を概観し、次節のそれぞれの枠組におけるニュートリノ質量の取扱の問題へと話をつなげることにしよう。

**超対称模型**[2]: 標準模型においては、ゲージ対称性  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  の破れはヒッグス場の真空期待値によってもたらされ、これにより弱い相互作用スケール  $M_W$  が決定されると考えられている。ところが、この基本スカラー場であるヒッグス場は量子補正に関して2次発散を含み、その結果、摂動のある次数で  $M_W$  を適切な大きさに設定できたとしても、さらに高次の量子補正により模型の適用限界のスケール (典型的にはプランクスケール  $M_{\text{pl}}$ ) にまで  $M_W$  は補正されてしまう。2次発散が存在する限り、 $M_W$  は弱い相互作用のエネルギー領域に安定には存在し得ない。ボゾンとフェルミオン間の対称性を導入することにより、2次発散を理論から取り除くことで  $M_W$  を安定化させようというのが超対称模型における基本的考え方と言える。実験的には超対称性の存在は確認されていないので、この対称性は弱い相互作用のエネルギースケールの領域で破れている必要がある。超対称性の破れが新たに2次発散をもたらすこと無くうまく導入されるならば (このような超対称性の破れは'軟らかい破れ'と呼ばれる)、 $M_W$  の起源を説明することも可能となる。実際、トップクォーク等の湯川結合が強ければ超対称性の破れの結果現れるヒッグス場の質量に対する量子補正の結果、ヒッグス場の真空期待値が望ましい領域に現れ得ることが知られている。このような方向で構成されたもっとも単純な模型は、標準模型を最低限必要な拡張だけで超対称化した模型で最小超対称標準模型 (MSSM) と呼ばれ、これまでのところ現象論的には何の矛盾ももたらさず、ゲージ階層性の問題に対するうまい解を与えているかに見える。ところが、MSSM には  $\mu$  問題と呼ばれるゲージ階層性問題の名残とも言える問題が存在している。MSSM の超対称ポテンシャルには  $\mu$  項と呼ばれるヒッグスカイラル超場  $H_1, H_2$  の混合項  $\mu H_1 H_2$  が存在する。この項はヒッグススカラー場と超対称多重項を組むフェルミオン (ヒグシーノのと呼ばれる) の質量や正しい真空構造の実現のために MSSM においては欠くことのできない項であり、 $\mu$  のエネルギースケールは  $M_W$  程度であることが要求される。しかしながら、 $\mu$  は超対称ポテンシャルに含まれるエネルギースケールであり、素朴にはその大きさは理論の適用限界、たとえば  $M_{\text{pl}}$  と取るのが最も自然である。もし、このMSSMにおける  $\mu$  問題がMSSMの何らかの拡張により解決されるならば、超対称模型はより満足の行くゲージ階層性問題への解となると思われる。また、この問題をいかに解決するかは、超対称模型に新たなエネルギースケールを導入する可能性を考える上で非常に

示唆的であり、ここで使われるアイデアはニュートリノ質量を考える際にも応用できる点に注意しておくことは有用である。

さて、この問題に対する最も自然な解決法はエネルギースケール  $\mu$  を超対称性の破れに結びつけることであるが、このような解決策はその基礎とするエネルギースケールにより大きく2分され得るように思われる。すなわち、一つは  $\mu$  項の起源を高エネルギー領域に求める解であり、もう一つは低エネルギー領域にそれを求める解である。前者の代表的なシナリオのひとつは、ケーラーポテンシャル  $K$  に

$$K \supset \frac{1}{M_{\text{pl}}} \bar{Z} H_1 H_2 \quad (1)$$

のような項を導入するというものである [3]。ここで反カイラル場  $\bar{Z}$  において超対称性の  $F$  項による破れが発生した場合、有効超対称ポテンシャルに超対称性の破れの大きさ  $\bar{F}_Z$  と関係づけられた望ましい大きさを持つ  $\mu$  項が現れることが知られている。もう一つの高エネルギー解は超対称ポテンシャル  $W$  に SM のゲージ群について1重項であるカイラル超場  $\phi$  との間に繰り込み不可能な

$$W \supset \frac{\phi^{n+1}}{M_{\text{pl}}^n} H_1 H_2 \quad (2)$$

のような項を導入するもので、 $\phi$  が何らかの原因により十分大きな真空期待値を取れば<sup>1</sup>、適切な大きさを持つ  $\mu$  項を生み出すことが可能となる [4]。

一方、後者のシナリオの代表例は、標準模型のゲージ群について1重項の場  $S$  を持ち込み、それとヒッグス場との繰り込み可能な相互作用項を

$$W \supset \lambda S H_1 H_2 \quad (3)$$

のように超対称ポテンシャル  $W$  に導入するというものである。もし、MSSM の場合と同じように軟らかい超対称性の破れに対する量子補正の効果により、 $S$  が真空期待値を持つことになるならば、 $\mu$  スケールは  $\mu = \lambda \langle S \rangle$  という形で実現されることになる。ただし、このシナリオにおいては裸の  $\mu$  項が何らかの対称性の結果として禁止されていることが必要となる。そのような対称性として、 $Z_3$  のような離散対称性を用いる模型 (NMSSM) [5] や余分な  $U(1)$  ゲージ対称性の存在を仮定する模型 [6] などが提案されている。

$\mu$  の起源を高エネルギー領域に求める模型では、弱い相互作用のエネルギー領域では模型は MSSM に収束しており、MSSM と比較した場合に新たな現象の出現は期待できない。他方、後者の低エネルギー領域に  $\mu$  の起源を求める模型では、ヒッグス部分や中性フェルミオン (ニュートラリーノと呼ばれる) 部分にカイラル超場  $S$  からの新たな寄与があり、MSSM とは異なる現象論的特性を見せる可能性がある。

以上見て来たように、超対称模型はゲージ階層性問題に対して自己完結的枠組を与える可能性を持っている。現時点でのこの枠組の最大の課題は超対称性の破れの起源と超対称性の破れを標準模型を構成する場へと伝搬する機構の解明である。模型の現象論的特性は強くこれらの問題に依存しているにも係わらず、残念ながら我々は現時点においてこれらに対する満足のいく解答を持っていないというのが現状である。

<sup>1</sup> 超対称性を破ることなく  $\langle \phi \rangle \gg M_W$  を実現するには、 $\phi$  のスカラーポテンシャルが  $D$  項及び  $F$  項について平坦な方向を持っていることが要求される。ここでは、そのような条件が満足されているものとする。

余次元模型[7, 8]: 標準模型におけるヒッグス場の2次発散に起因する弱い相互作用スケール  $M_W$  の量子補正に対する不安定性の問題は、理論の適用限界を TeV スケール程度の弱い相互作用領域まで引き下げることによっても解決することができる。理論の切断スケールを弱い相互作用スケールに採ることにより、仮にヒッグス場に関して2次発散が存在してもなお量子補正は  $M_W$  程度に留まることになり、不安定性は原理的に問題となくなるからである。このような可能性として余次元模型がある。ある適当な特徴を備えた半径  $R$  にコンパクト化した余次元空間の存在を考えた場合、重力相互作用から要求される理論の基本的エネルギースケール  $M_s$  は  $M_{\text{pl}}$  である必要は無くなり、例えば、それを TeV スケールに採ることも可能となる。以上が余次元模型がゲージ階層性問題に対する解と成り得る大まかな理由である。このような余次元模型では、 $1/R$  以下のエネルギースケールでは通常の4次元模型として考えることができるが、 $1/R$  と  $M_s$  の間のエネルギースケールでは、余次元空間のコンパクト化の結果生ずる  $n/R$  ( $n$  は整数) で特徴づけられる質量を持つ無限個のカルザ・クラインモード (KK モード) が物理現象に関与してくるという特徴を持つ<sup>2</sup>。現在知られている範囲でゲージ階層性の問題の解決を目指すこのような余次元模型には2つの代表的シナリオが存在する。

一つは文字通り極端に大きな余次元空間の存在を仮定するシナリオである [7]。簡単な例として、5次元時空を考え、これが4次元のミンコフスキー時空と半径  $R$  の円周  $S^1$  にコンパクト化したとしよう。その上で、この時空において重力場は5次元時空全体 ('bulk' と呼ばれる) を伝搬するが、標準模型を構成するクォークやレプトン等の場は  $S^1$  上の適当な位置に存在する4次元面 ('brane' と呼ばれる) 上に局在していると考え。特に標準模型の場が局在する 'brane' は 'visible brane' と呼ばれる。このような設定の下では、'brane' と 'bulk' の各々を伝搬する場との相互作用は、'brane' 上の4次元理論として正準規格化された場を用いて書き下すならば、余次元空間の体積に由来する  $1/(RM_s)^{1/2}$  という抑制因子を持つことになることが容易に分かる。一般に、 $n$  個の余次元を持つ時空においては全ての方向の半径が等しく  $R$  であるとした場合、この因子は  $1/(RM_s)^{n/2}$  の形を持つ。この結果、4次元理論におけるプランク質量は高次元理論の基本的エネルギースケール  $M_s$  と

$$M_{\text{pl}}^2 \simeq R^n M_s^{n+2} \quad (4)$$

の関係で結ばれることになる。例えば、 $n=2$  と採った場合、ゲージ階層性の問題が解消されるように  $M_s \sim 1 \text{ TeV}$  となるためには、 $R \sim 1 \text{ mm}$  であれば良い。現在の様々な実験的な制限からは、このような可能性は必ずしもすぐに排除されるものではなく、逆に LHC など次期の高エネルギー加速器においてその存在が観測される可能性を持つものとして注目されている。

もう一つのシナリオは、Randall と Sundrum により提案されたシナリオ (RS 模型) で [8]、前者のように極端に大きな余次元空間の存在は必要としない。このシナリオでは、5次元時空が4次元のミンコフスキー時空と長さ  $R$  の線分  $S^1/Z_2$  にコンパクト化したとし、線分の2つの端点 ( $Z_2$  の固定点となっている) 上に 'brane' の存在を仮定する。重力場は前のシナリオの場合と同様 'bulk' を伝搬すると考え、標準模型の場は一方の端点 ( $\phi = \pi$  で

<sup>2</sup> KK モードは様々な物理的効果をもたらす得るがその代表的な例として結合定数のエネルギースケールの変化に伴う変動が対数的変動ではなく、巾的な変動を示すことがあげられる [9]。

指定する)に存在する'brane'上に局在しているものとする。このような設定の下でアインシュタイン方程式を解くことにより、次のような計量が解として得られる。

$$ds^2 = e^{-2kR|\phi|} \eta^{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu - R^2 d\phi^2. \quad (5)$$

明らかに、この時空は前の大きな余次元空間を持つ模型とは異り、5次元めの座標  $\phi$  に依存して4次元時空におけるスケールの測度が増減するような構造を持っている。 $k$  は質量次元を持つパラメータで5次元方向の曲率と関係している。この結果、端点  $\phi = \pi$  においては、4次元のプランク質量は高次元理論の基本的エネルギースケール  $M_s$  と

$$M_{\text{pl}}^2 = \frac{M_s^3}{k} (1 - e^{-2kR\pi}) \quad (6)$$

の関係式で継ることになる。これは、前のシナリオとは異り、 $M_s \sim k \sim M_{\text{pl}}$  となることを示している。ところが、面白いことに上記の計量における4次元部分のスケールの尺度を変化させる指数因子(これをワープ因子と呼ぶ)の存在のため、場の正準規格化の結果、 $\phi = \pi$  における'brane'上においては全ての質量次元を持つ量は、 $m = e^{-kR\pi} m_0$  のように元々の5次元理論の中での質量スケール  $m_0$  に対して、ワープ因子による大きな抑制効果を受けることになる。たとえば、 $m_0 \sim M_{\text{pl}}$  の場合、 $kR \sim 12$  と採れば  $m$  は TeV スケールの量となり、'visible brane' 上でゲージ階層性の問題を解消してしまうことが可能となる。

これらの余次元時空模型においては、'brane'の配位やコンパクト化した空間の大きさ  $R$  の決定は模型の成否にとって基本的に重要な課題であるが、これらの背後にどのような力学が存在するのか等については、今のところほとんど未解決のまま残されている。現時点においては、これらを仮定した上で模型の性質について多くの議論が行われているが、これらの問題の解明が今後の研究において欠かすことのできない課題であることは明らかである。

また、これらのシナリオにおいては陽子崩壊やフレーバー転移中性カレント過程などの稀現象に関しても重大な問題が残されている。この問題は、大統一模型やテクニカラー、複合模型以来の古くて難しい問題であり、ここでもそれが問題になるというのはフレーバー物理の難しさを象徴して極めて印象的である。余次元模型におけるこの問題を説明するために'visible brane'上で次のような繰り込み不可能な質量次元5や6の相互作用項の存在を仮定してみよう。

$$\mathcal{L} = \frac{1}{M} \psi_i \psi_j \phi_k \phi_l + \frac{1}{M^2} \psi_i \psi_j \psi_k \psi_l + \dots \quad (7)$$

ここで、 $\psi$  と  $\phi$  はそれぞれフェルミオンとボソンを表す。ここで大きな余次元空間を持つシナリオでは  $M \sim M_s$ 、RSシナリオでは  $M \sim e^{-kR\pi} M_s$  である。一方、ゲージ階層性の問題を余次元空間の存在により説明しようとする限りは、 $M$  は TeV 程度の大きさにせざるを得ない。これらの相互作用項は、適当な場により構成される場合には上述の稀現象に対して議論の余地の無い程に大きな寄与を与えてしまう。したがって、このような繰り込み不可能な高次項を如何に禁止するかが極めて深刻な問題となる。これに対して離散ゲージ対称性による禁止や'brane'の特別な配位による抑制などの可能性が検討されてはいるが、今のところ必ずしも満足のいく成果が得られているとは言いがたい。

さらに、ゲージ結合定数の統一を要請し、それが起こるエネルギースケールを  $M_{\text{GUT}}$  とした場合、両方のシナリオにおいて  $M_{\text{pl}}$ 、 $M_{\text{GUT}}$  及び  $M_W$  の全てを、 $M_s$ 、 $R$ 、 $k$  を調節することにより、無矛盾な形で再現することについてもそれほど話は単純でないことも指摘されている。

余次元模型は多くの課題を抱えてはいるが、従来の様々な問題に対して (特にクォークやレプトンの質量階層構造の説明等に関して) 新たな解決の方向を与える可能性を持つという点で、今後の理論の展開に興味深く有用な方向を示唆しているのではないかと考えられる。

### 3. Expanation of small neutrino mass in each solution for gauge hierarchy problem

標準模型あるいは最小超対称標準模型はニュートリノの質量は零として構成されているが、仮にレプトン数の破れを許すならば、標準模型の構成要素のみでもニュートリノは小さな質量を持ち得ることに注意しておくことは有用である。実際、繰り込み不可能でゲージ不変な相互作用項  $\frac{1}{M}(LH_2)^2$  の存在を許すならば、この項を通して図 1(a) のグラフからニュートリノには  $\frac{v_2^2}{M}\nu_L\nu_L$  なるマヨラナ質量がもたらされる。  $M \sim M_{\text{pl}}$  と採るならば、これは  $10^{-5}$  eV 程度の質量を与え、太陽ニュートリノ問題に対する真空振動解にとって好ましい値となる。しかしながら、このような形でもたらされる質量だけでは、現在知られているニュートリノ振動に係わる実験データ全てを説明するのに要求される幅広い領域に渡った質量スペクトルを作り出すことはできない。したがって、標準模型の何らかの形での実質的な拡張は不可避な要請のように思われる。以下では、ニュートリノ振動に係わる実験データを説明できるような標準模型の拡張の可能性について議論することにしよう。

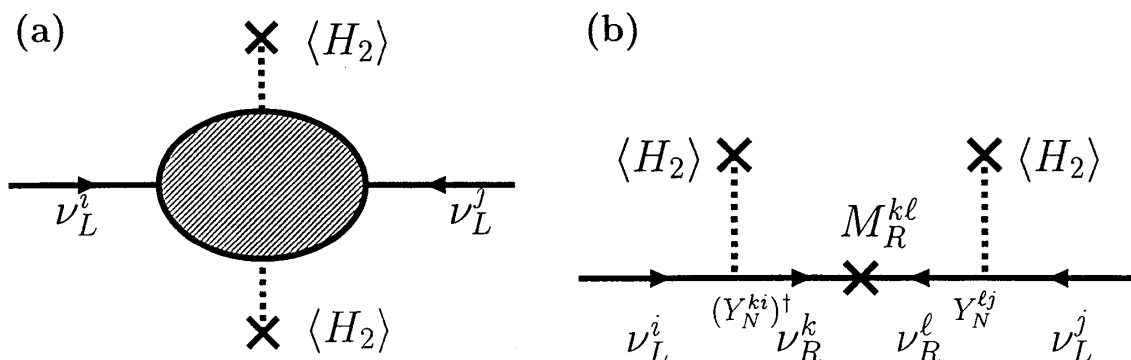


図 1. (a) 標準模型や最小超対称標準模型においてレプトン数が破れている場合にニュートリノ質量をもたらすグラフ。(b) 大きなマヨラナ質量を持つ右巻ニュートリノを導入した場合のニュートリノ質量をもたらすグラフ。

この際、拡張の基本になるのは、右巻ニュートリノの導入である。右巻ニュートリノを導入することにより、ニュートリノに関する湯川結合  $Y_N^{ij}\bar{N}_i L_j H_2$  が構成可能となり、その結果ニュートリノはディラック質量を獲得することになる。しかし、湯川結合  $Y_N$  が他のクォーク・レプトンのそれに比べて不自然な程に小さくない限りは、この質量は大きすぎ

る。この困難を回避するためには右巻ニュートリノのマヨラナ質量として新たな中間エネルギースケールの質量  $M_R$  を導入すれば良い。これにより、図 1(b) のようなグラフを通して左巻ニュートリノに  $Y_N^2 \frac{v_2^2}{M_R}$  という質量が与えられることになる。これはシーソー機構と呼ばれ、例えば、もし  $M_R \sim 10^{15}$  GeV、 $Y_N \sim O(1)$  とするならば、左巻ニュートリノに  $10^{-2}$  eV という小さな質量をもたらすことになる。ここでは簡単のため 1 世代のみで議論を行ったが、3 世代への拡張は容易に行われ、その際得られる左巻ニュートリノの質量行列はディラック質量項を  $\bar{\nu}_R m_D \nu_L$  とした場合

$$m_\nu = m_D^T M_R^{-1} m_D \quad (8)$$

と書くことができる。ここに、 $m_D$  と  $M_R$  はディラック質量行列、右巻ニュートリノのマヨラナ質量行列である。ここで得られた質量は基本的には図 1(a) の繰り込み不可能な相互作用項を通して得られた質量と同じ原理に基づいて得られていることに注意することは有用であろう。改良された点は図 1(a) の相互作用部を繰り込み可能な相互作用として特定し、右巻ニュートリノのマヨラナ質量という新たな自由度を導入することにより、実現可能な左巻ニュートリノの質量に大きな幅を持たせることが可能になったことにある。

以下では、この小さな質量の生成機構を既に 2 節でその概略について説明を行ったゲージ階層性の問題の解決を目的としたいくつかの典型的枠組の中でより具体的に考えてみることにしたい。まず、最初に 4 次元時空の枠組の中でいくつかの超対称模型を取り上げることにしよう。

#### a. 超対称大統一模型

ゲージ対称性  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  の自発的破れの結果、クォーク・レプトンの質量項を与えることになる湯川結合は、クォークを  $Q(2, 1/6)$ ,  $\bar{U}(1, -2/3)$ ,  $\bar{D}(1, 1/3)$ 、レプトンを  $L(2, -1/2)$ ,  $\bar{N}(1, 0)$ ,  $\bar{E}(1, 1)$  とした場合<sup>3</sup>、超対称ポテンシャルの中に

$$W = Y_U^{ij} \bar{U}_i Q_j H_2 + Y_D^{ij} \bar{D}_i Q_j H_1 + Y_E^{ij} \bar{E}_i L_j H_1 + Y_N^{ij} \bar{N}_i L_j H_2 + M_R^{ij} \bar{N}_i \bar{N}_j \quad (9)$$

として組み込まれる。ここで、 $i, j$  は世代を表す添字であり、右巻ニュートリノのマヨラナ質量を便宜上裸の質量として導入してある。SO(10) や SU(5) に代表されるような大統一模型を考えた場合、ゲージ対称性による制限のため湯川結合定数の間に一定の関係がつくことになる。例えば、SO(10) の場合には 1 世代のクォーク・レプトン全てが 16 表現に含まれるため、上の湯川結合定数は行列として  $Y_U = Y_D = Y_N = Y_E$  を満足することが要求される<sup>4</sup>。また、SU(5) の場合には、10 表現に  $(Q, \bar{U}, \bar{E})$  が、5\* 表現に  $(\bar{D}, L)$  が埋め込まれることになり、その結果、 $Y_D$  と  $Y_E$  の間に  $Y_D^T = Y_E$  のような関係がつけられる。

ここで、これらの湯川結合を対角化するために必要な左巻カイラル超場  $Q$  と  $L$  を構成する  $\hat{U}_L, \hat{D}_L, \hat{N}_L, \hat{E}_L$  への基底変換を

$$\hat{U}_L = V_U U_L, \quad \hat{D}_L = V_D D_L, \quad \hat{N}_L = V_N N_L, \quad \hat{E}_L = V_E E_L \quad (10)$$

<sup>3</sup> ここで、括弧内には  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  に関するそれぞれの表現を与えてある。

<sup>4</sup> 模型に含まれるヒッグス場の構造を複雑にすれば、この条件を緩めることはもちろん可能である。

と書くことにしよう。このとき、クォーク・レプトンの世代間混合の様子を記述する行列  $K_{\text{CKM}}$ 、 $K_{\text{MNS}}$  はそれぞれ

$$K_{\text{CKM}} = V_U^\dagger V_D, \quad K_{\text{MNS}} = V_N^T V_E \quad (11)$$

のように書かれる。現在までの実験結果はクォーク部分においては世代間混合は小さい、すなわち混合行列  $K_{\text{CKM}}$  は対角形に近いが、レプトン部分については、少なくとも大気ニュートリノの観測結果に基づき、第2世代と第3世代間の混合がほぼ最大になっていることが示めされている。このクォークとレプトンにおける世代間混合における大きな違いを、上述のようにクォークとレプトンの関係にゲージ対称性からのかなり強い縛りが存在する超対称大統一模型の中に無矛盾な形で取り込むことは果たして可能なのであろうか。

この問題を考える際に非常に教訓的な例として、SU(5) 模型を取り上げ議論してみよう。重要な点は上記の世代間混合行列  $K_{\text{CKM}}$ 、 $K_{\text{MNS}}$  は、式(11)から分かるように左巻のクォーク・レプトンに関する変換行列のみの情報を含んでいるという事実である。このことに注目することにより、この問題への取り組みの道筋が見えて来る。ここではこのような具体的模型として示唆に富む Altarelli-Feruglio の模型 [10] を紹介したい。彼らの模型の特徴は次の3つの点にまとめられると言って良いだろう。

(i) SU(5) においては

$$\mathbf{10} = (Q, \bar{U}, \bar{E}), \quad \mathbf{5}^* = (\bar{D}, L) \quad \mathbf{1} = \bar{N}$$

のようにクォーク・レプトンは SU(5) の規約表現に埋め込まれる。この多重項構造に注目すると、 $\mathbf{10}$  について小さな世代混合を仮定しつつ、 $\mathbf{5}^*$  については大きな世代混合を要求した場合には、上述した世代間混合行列の性質から  $K_{\text{CKM}}$  には  $\mathbf{5}^*$  の大きな世代混合の影響は現れないが、 $K_{\text{MNS}}$  に大きな世代混合が実現されることが可能となる。

(ii) デイラック質量項  $\bar{\nu}_R m_D \nu_L$  と右巻ニュートリノのマヨラナ質量  $M_R$  について

$$m_D \propto \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix}, \quad M_R \propto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

を仮定した場合、左巻ニュートリノのマヨラナ質量行列はシーソー機構から

$$m_\nu = m_D^T m_D \propto \begin{pmatrix} x^2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

と書き下せる。このとき左巻ニュートリノの世代間混合角  $\theta$  は  $\tan 2\theta = \frac{2x}{1-x^2}$  となり、これは  $x \rightarrow 1$  のとき、世代混合が最大となることを示している。したがって、3世代質量行列にこの構造を含ませることにより、対応する部分の世代混合が最大となり得る。

(iii) 世代構造を制御するには一般に何らかの対称性の存在が必要となる。クォーク・レプトンの質量階層構造をうまく説明する可能性として Froggatt-Nielsen により提唱されたフレーバー  $U(1)_F$  対称性 [11] を用いる。ここで、Froggatt-Nielsen 機構とはフレーバー  $U(1)_F$  について単位チャージ  $-1$  を持ち、標準模型のゲージ群については1重項であるような場  $\phi$  を導入する一方、クォーク・レプトンについては  $U(1)_F$  の整数チャージを付与することに



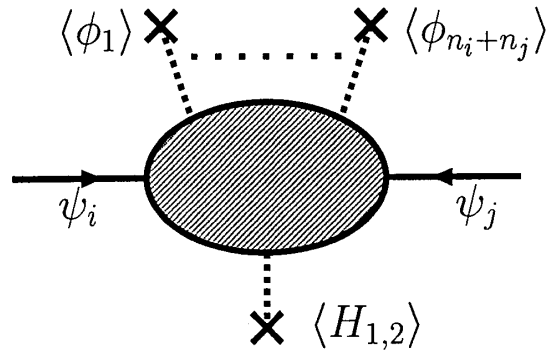


図2. Froggatt-Nielsen の  $U(1)_F$  対称性により、質量項を構成するグラフ。 $n_i + n_j$  の値により、質量階層構造、及び世代間混合が制御される。

より、湯川結合の構造を規定しようとする機構である。たとえば、 $U(1)_F$  の正の整数チャージ  $n_i, n_j$  を持つ左巻フェルミオン  $\psi_i$  と  $\psi_j$  の間の  $U(1)_F$  不変な湯川結合は、 $H$  をヒッグス場としたとき  $\left(\frac{\phi}{M_{\text{pl}}}\right)^{n_i+n_j} H\psi_i\psi_j$  のように書けることになる。この項は  $H$  と  $\phi$  が真空期待値を持つと図2のグラフにより質量項を形成する。

以上の3点は必ずしもこの模型に限られたものではなく、クォーク・レプトンの質量階層構造や世代混合を考える上で一般的に通用する有用な観点であることに注意したい。

ここで実際のクォーク・レプトンの質量行列に (i)、(ii) の性質が組み込まれるように (iii) の  $U(1)_F$  チャージを次のように各世代に付与する。

$$(Q, \bar{U}, \bar{E}) \rightarrow (3, 2, 0), \quad (\bar{D}, L) \rightarrow (3, 0, 0), \quad N \rightarrow (1, -1, 0). \quad (14)$$

この  $U(1)_F$  チャージに対して不変な上述の湯川結合の構造を決定することにより、以下のような質量行列を得ることができる。

$$m_D^u = \begin{pmatrix} \lambda^6 & \lambda^5 & \lambda^3 \\ \lambda^5 & \lambda^4 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix} v_2, \quad m_D^d = m_D^{eT} = \begin{pmatrix} \lambda^6 & \lambda^5 & \lambda^3 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix} v_1$$

$$m_D^{\nu} = \begin{pmatrix} \lambda^4 & \lambda & \lambda \\ \lambda^2 & 0 & 0 \\ \lambda^3 & 1 & 1 \end{pmatrix} v_2, \quad M_R = \begin{pmatrix} \lambda^2 & 1 & \lambda \\ 1 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \end{pmatrix} \bar{M}. \quad (15)$$

ここで、 $\lambda \equiv \langle \phi \rangle / M_{\text{pl}}$  であり<sup>5</sup>、これらの行列の導出に当たっては  $\lambda$  は 1 に比べて十分小さいという近似の下で計算がなされている。これらの質量行列を用いると質量固有値、及び世代間混合について

$$m_u : m_c : m_t = \lambda^6 : \lambda^4 : 1, \quad m_d : m_s : m_b = \lambda^6 : \lambda^2 : 1, \quad m_e : m_\mu : m_\tau = \lambda^6 : \lambda^2 : 1,$$

$$K_{us}^{CKM} \sim \lambda, \quad K_{ub}^{CKM} \sim \lambda^3, \quad K_{cb}^{CKM} \sim \lambda^2 \quad (16)$$

<sup>5</sup> 超対称性を破らずに大きな真空期待値を実現するという同様な可能性が  $\mu$  問題の解として使われたことを思い出そう。

を得る。さらに、荷電レプトンの質量行列が対角化された基底で左巻ニュートリノの質量行列を書き下すと

$$m_\nu = \begin{pmatrix} \lambda^6 & \lambda^3 & \lambda^3 \\ \lambda^3 & 1 & 1 \\ \lambda^3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \frac{v_2^2}{M} \quad (17)$$

となり、明らかに第2、3世代部分に最大混合の構造が現れている。また、

$$m_1 : m_2 : m_3 = \lambda^3 : \lambda^3 : 1, \quad m_1^2 - m_2^2 = O(\lambda^9)m_3^2, \quad \frac{\cos \theta_{12}}{\sin \theta_{12}} = \frac{\pi}{4} + O(\lambda^3) \quad (18)$$

が導かれる。もし、 $\lambda \sim 0.21$ を仮定するならば、これらの結果はクォーク・レプトンの質量及び混合行列について定性的にはかなり良い特徴を持つことを確かめることができる<sup>6</sup>。

現時点で現象論的な様々なハードルをクリアできることが知られている超対称大統一模型の候補は限られている。したがって、スーパー神岡の実験を中心としてレプトン部分についての知識が飛躍的に増大しているこの時期に、これらのデータを基礎に質量行列の詳細な研究を進めることは、少なくとも超対称大統一模型に関しては模型の選択という観点から極めて有用であるように思われる。また、このような研究の結果として、ある模型に関してフレーバー構造が特定できた場合、 $\mu \rightarrow e\gamma$ に代表されるレプトン数を破る過程やCP対称性の破れについての解析をある程度不定性を取り除いた形で実行できることになることも期待できる。このことは新たな模型選択の段階への道を開いてくれるかも知れない。

#### b. 大きな余次元空間を持たない超弦理論

超弦理論は超対称性を理論に不可欠な要素として含むため、これを超対称模型の基礎理論と考えるのは極めて自然なことと思われる。超弦理論の有効理論にかなり一般的に見られる傾向として、大統一模型の単純群ゲージ構造ではなく、 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)^n$ をゲージ群の構造として持つこと、標準模型のゲージ群に関しては1重項である場が複数存在すること、その中のいくつかは非常に質量が小さく、活性ニュートリノと混合する不活性ニュートリノの候補と成り得ること、等の特徴を挙げることができる。ここでは、そのような特徴を持つ模型においてニュートリノ質量がどのように説明される可能性を持つかについて議論してみたい。

この種の模型において、ニュートリノ質量に関与する超対称ポテンシャルが離散対称性など何らかの対称性の結果として低次項が禁止され、

$$W = c_1 \frac{(\phi\bar{\phi})^{k+2}}{M_{\text{pl}}^{2k+1}} + c_2^{ij} \frac{(\bar{\phi}\phi)^{l_{ij}}}{M_{\text{pl}}^{2l_{ij}+1}} L_i L_j H_2^2 + c_3^{ij} \frac{(\bar{\phi}\phi)^{n_{ij}}}{M_{\text{pl}}^{2n_{ij}}} \bar{N}_i L_j H_2 + c_4^{ij} \frac{(\bar{\phi}\phi)^{p_{ij}}}{M_{\text{pl}}^{2p_{ij}+1}} \phi^2 \bar{N}_i \bar{N}_j + \dots \quad (19)$$

という形を持つとしてみよう。ここで、各項の中  $k, l_{ij}, n_{ij}, p_{ij}$  は0以上の整数とし、 $\dots$ は高次の項からの寄与を表す。また、 $i, j$ は世代の添字である。 $\phi, \bar{\phi}, \bar{N}_i$ はSMゲージ群の1重項のカイラル超場であり、一般にはSMゲージ群以外の余分なU(1)ゲージ対称性のチャー

<sup>6</sup> 太陽ニュートリノ問題については真空振動解に対してかなり良い値を与えている。ただしこの模型は、最近のスーパー神岡による太陽ニュートリノ問題に関しての『大きな混合によるMSW解』が好ましいという最新データの解析結果を信じるならば、修正が必要となることに注意したい。

ジを持つ。<sup>7</sup>ここで、簡単のためにこの余分な U(1) 対称性は 1 つだけとし、 $\phi, \bar{\phi}$  のスカラー成分に関するポテンシャルを書き下した場合、

$$V = \frac{g_X^2 Q_X^2}{2} (|\phi|^2 - |\bar{\phi}|^2)^2 + \left( \frac{c_1(k+2)}{M_{\text{pl}}^{2k+1}} \right)^2 (|\phi^{k+1} \bar{\phi}^{k+2}|^2 + |\phi^{k+2} \bar{\phi}^{k+1}|^2) + m_\phi^2 |\phi|^2 + m_{\bar{\phi}}^2 |\bar{\phi}|^2 \quad (20)$$

のように書ける。ここで、軟らかい超対称性の破れを表す  $\phi, \bar{\phi}$  のスカラーの質量項も導入してある。簡単のため、 $m_\phi^2 = m_{\bar{\phi}}^2$  としよう。これが負になった場合 (これを  $-m^2$  と書く)、このスカラーポテンシャルの最小値は関与するスカラー場の空間において  $|\phi| = |\bar{\phi}| \equiv u$  という  $D$  項について平坦な方向に出現し、

$$u = \left( \frac{1}{c_1(k+2)(2k+3)^{1/2} m M_{\text{pl}}^{2k+1}} \right)^{\frac{1}{2k+2}} \quad (21)$$

となる。ここで、離散対称性により、 $k, l_{ij}, n_{ij}, p_{ij}$  の各々が適当な値を採るならば、(19) 式に従い Froggato-Nielsen 的な機構により質量階層構造と非自明な世代混合を持つニュートリノ質量行列が出現し得る。実際、 $m = 1 \text{ TeV}$  で  $k = 7$  の場合、 $u \sim 10^{18} \text{ GeV}$  というエネルギースケールが導入され、(15) 式における  $\lambda$  と同じ役割を果たす抑制因子  $u/M_{\text{pl}}$  ( $\sim 0.1$ ) がもたらされる<sup>8</sup>。ここでは具体例の説明は行わないが、この種のモデルでの注目すべき側面は、超対称大統一モデルと比較して湯川結合への群論的縛りが強くないため、超対称ポテンシャル中の右巻ニュートリノのマヨラナ質量を与える項の巾  $p_{ij}$  の世代毎の設定の仕方によっては右巻ニュートリノの一部のみが重くなり、残りの右巻ニュートリノは左巻ニュートリノと同様、シーソー機構により軽くなるということが起こり得ることである。このような場合には、軽い右巻ニュートリノは不活性ニュートリノとしてニュートリノ振動現象に関与し得ることになる。

このようなモデルにおけるニュートリノ振動現象を超対称大統一モデルの場合と比較してみることは興味深い。活性ニュートリノ間のニュートリノ振動についてはこれらのモデル間で区別はつかないが、活性ニュートリノと不活性ニュートリノの間のニュートリノ振動が存在するような場合には、この現象は二つのモデルを区別するのに非常に有用であるかも知れない。この観点からは、太陽ニュートリノ問題が  $\nu_e - \nu_s$  により、大気ニュートリノ問題が  $\nu_\mu - \nu_\tau$  によって説明されるという可能性は非常に興味深いものであるように思われる。しかし、残念ながら、最近のスーパー神岡の太陽ニュートリノのデータ解析の結果はこの可能性は活性ニュートリノ間の振動による説明と比較して好ましくないものとなっているようである。ただし、非常に楽観的立場に立つならば、ニュートリノ振動の観測は、SM ゲージ群の 1 重項の活性ニュートリノ部分との相互作用に制限を与えるため、その制限を注意深く解析することにより超弦モデルへの情報を獲得できるという可能性も皆無ではないかも知れない。

### c. R パリティを破る模型 [13, 14]

<sup>7</sup> 簡単のため、 $\bar{N}_i$  以外の SM の 1 重項として余分な U(1) について逆チャージを持つ  $\bar{\phi}, \phi$  のみを考えているが、他に 1 重項を導入することにより、超対称ポテンシャルに多様な構造を持たせ得る。

<sup>8</sup> このスケールの導入は  $\mu$  問題に対する 2 つ目の解と同様のものである。このような方向でのニュートリノ質量の議論には例えば [12] などがある。

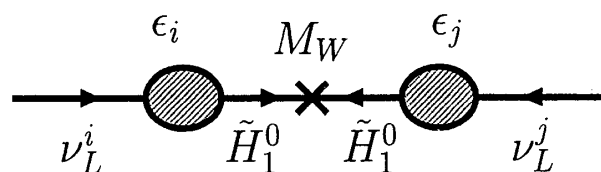


図3.  $R$  パリティの破れによりもたらされるニュートリノ質量。斜線の入った円形部分が  $R$  パリティを破る相互作用を表し、その大きさが  $\epsilon_i$  で表されている。

超対称模型においては個々の場に対して、それと超対称多重項を構成するスピンの異なる場が存在する。そのため、模型のなかにはニュートリノ以外に中性フェルミオンが複数含まれることになる。これらは総称してニュートラリーノと呼ばれる。MSSM においては、このニュートラリーノ部分は中性の弱ゲージ場と中性ヒッグススカラー場の相棒のフェルミオン ( $\lambda_{W_3}, \lambda_B, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0$ ) から構成される。

ところで、一般に SM のゲージ対称性について不変な超対称ポテンシャルを MSSM の場の内容の下で書き下した場合、通常の湯川結合以外に  $QL\bar{D} + LL\bar{E} + \bar{U}\bar{D}\bar{D}$  も含まれる。ところが、これらの項の存在は陽子崩壊に対して非常に危険な次元 5 や 6 の有効相互作用をもたらす。これに対して通常、成分場に対しては  $R_p = (-1)^{3B+L+2S}$  の形で定義される  $R$  パリティについて不変性を模型に要求することでこれらの危険な項を禁止する<sup>9</sup>。ここで  $R_p$  の定義式に現れる  $B, L, S$  はそれぞれ、バリオン数、レプトン数、スピンを表す。

ニュートリノとニュートラリーノはこの  $R$  パリティで区別されており、 $R$  パリティが厳密な対称性である限り、これら 2 つの場が混合することは無い。ところが、陽子崩壊を引き起こす項の存在は禁止しつつ、この  $R$  パリティを破る項の存在が仮に許されるならば様々な興味深い現象を模型にもたらすことになる。ニュートリノ質量に関してニュートリノとニュートラリーノの間に混合が許される結果、超対称模型に特有な新たな可能性が開けることになる。例えば、 $\epsilon_i$  を質量次元を持つ定数として超対称ポテンシャルにゲージ不変ではあるが  $R$  パリティを破る  $\epsilon_i L_i H_2$  という項を加えることを考えてみよう。この項の導入はニュートリノとニュートラリーノの間に混合を引き起こす。3 世代のニュートリノを含めて考えた場合、MSSM においてはニュートリノ質量の評価にはニュートリノとニュートラリーノから構成される  $7 \times 7$  行列を考える必要が出て来る。そのため話は若干複雑になるが、基本的にはシーソー機構により、 $\epsilon_i^2/M_W$  程度の質量がニュートリノにもたらされることになると考えて良い。これが  $10^{-1}$  eV 程度の値を得るには  $\epsilon_i \sim 100$  keV であれば良いことになる。

ここで問題となるのは前述した  $\mu$  問題の場合と同様、新たな超対称なエネルギースケール導入に関しての不自然さの問題である。 $\epsilon_i$  は  $\mu$  と同じように超対称な質量スケールであるにも係わらず、なぜこのような小さな値をとり得るのか。この問題に対する解も  $\mu$  問題

<sup>9</sup>  $R$  パリティは標準模型に含まれる粒子については +1 を、その超対称相棒粒子については -1 の値をとることに注意しよう。

と同様の方向で考えられるかも知れない。たとえば、 $\epsilon_i$  項を

$$\epsilon_i L_i H_2 \rightarrow y_i \frac{\phi^{n_i+1}}{M_{\text{pl}}^{n_i}} L_i H_2 \quad (22)$$

のように置き換えることである。もし、 $y_i = O(1)$ 、 $n_i = 1$  でかつ  $\langle \phi \rangle \sim 10^7$  GeV が実現されるならばこれは、 $10^{-1}$  eV 程度のニュートリノ質量を実現することになる。また、 $\mu$  問題の第1の解の場合と同様、ケーラーポテンシャルに  $\bar{Z} L_i H_2$  を加えることによっても適当な  $\bar{F}_Z$  の値を設定することにより、この問題を解決することができるであろうことは容易に想像がつく [15]。

さて、この質量生成模型を実際に  $\nu_e - \nu_\mu$  や  $\nu_\mu - \nu_\tau$  などのニュートリノ振動に適用してみることを考えよう。この場合特別な事情を考えない限り、<sup>10</sup> ニュートリノは  $\hat{H}_2^0$  以外のニュートラリーノと質量混合はないので実質的には  $7 \times 7$  行列の中の  $(L_i, \hat{H}_2^0)$  部分に注目することになる。左巻ニュートリノ  $\nu_L^i (\equiv L_i)$  のマヨラナ質量が無い場合を考えると、この部分の質量行列は

$$\left( \begin{array}{ccc|c} & & & \epsilon_1 \\ & O & & \epsilon_2 \\ & & & \epsilon_3 \\ \hline \epsilon_1 & \epsilon_2 & \epsilon_3 & M_W \end{array} \right) \quad (23)$$

と書ける。 $\epsilon_i \ll M_W$  で、ニュートリノ混合がこの行列により基本的に制御されるのであれば、その大きさは  $\epsilon_i$  の間の比により制御されることになる。このような可能性はニュートリノの世代間混合が  $R$  パリティを破る項によって決まるという点で非常に興味深いが、問題は零でないニュートリノの質量固有値は一つだけであるという点にある。したがって、実際のニュートリノ振動の説明に必要なニュートリノの質量階層構造を実現するためには、左巻ニュートリノのマヨラナ質量に対する別の起源を導入することが必要となる。これが、もし上の  $\epsilon_i$  により生み出されるニュートリノ混合の特性を変えないような摂動であるならば、そのような可能性は超対称模型特有のものとなり得る。左巻ニュートリノのマヨラナ質量の起源の候補としては

$$\frac{\phi^{n_{ij}}}{M_{\text{pl}}^{n_{ij}+1}} L_i L_j H_2^2, \quad \frac{\phi^{n_{ij}}}{M_{\text{pl}}^{n_{ij}}} L_i L_j \Phi \quad (24)$$

などが考えられるかも知れない。ここで、 $\Phi$  は  $SU(2)_L$  の3重項ヒッグスのカイラル超場である。これらの世代構造をどのように制御するかがまた問題となるが、そのような候補としてここでも離散対称性が考えられるが、それが  $R$  パリティの破れのもたらすニュートリノ混合と調和したものになり得るか否かは全く非自明な問題である。<sup>11</sup>

次に、余次元模型における小さなニュートリノ質量生成の可能性について考えよう。いま、'bulk' を伝搬するフェルミオンを右巻ニュートリノと考え、左巻ニュートリノは通常

<sup>10</sup> ここでは、ニュートリノと超対称多重項を組むスカラー場は真空期待値を持たないと仮定している。もし、これらが真空期待値を持つことを許す場合には中性弱ゲージノとニュートリノの間にも混合が起こり、事情は大きく違って来る [14]。

<sup>11</sup> このようにニュートリノ混合に特別な物理的背景があるという考え方はニュートリノ質量行列を考える一つの方向を与えるものかも知れない。 $R$  パリティの破れとは異なる模型でこのような方向での質量行列についての現象論的議論も存在する [16]。

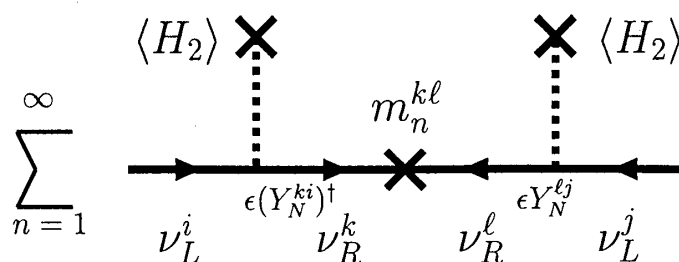


図 4. 余次元模型においてニュートリノ質量をもたらすグラフ。中間状態には無限個の KK モードが伝搬する。

の標準模型の場と同じように 'visible brane' に局在していると考え。このような設定では、2節で述べたように右巻ニュートリノと左巻ニュートリノの間の湯川結合は強く抑制され、その結果として、小さなニュートリノ質量が実現されることになる。この事情を通常のシーソー機構と余次元模型における機構の比較を通して見てみることは示唆的である。

通常のシーソー機構では図 1(b) のように中間状態に飛ぶ右巻ニュートリノの質量が大ききことにより、左巻ニュートリノの質量は強く抑制されるが、余次元模型の場合は図 4 のように中間状態を飛ぶ KK モードは  $n/R$  ( $n \geq 0$ ) 程度の質量を持ち決して重くはないが、湯川結合が極めて小さな値を持つ因子  $\epsilon$  により強く抑制される結果として、小さな左巻ニュートリノ質量が実現される可能性が出て来るという点に特徴がある。この事情をそれぞれのシナリオの中でもう少し詳しく見てみることにしよう。

#### d. 大きな余次元模型 [17]

この模型では湯川結合を抑制する因子  $\epsilon$  は

$$\epsilon = \frac{1}{(2\pi M_s R)^{n/2}} \quad (25)$$

と書ける。ここで、 $n$  は余次元空間の次元数であり、 $R$  と  $M_s$  はそれぞれ等方向にコンパクト化した余次元空間の半径と高次元理論の基本的エネルギースケールである。これらの大きさにより、 $\epsilon$  の値、さらにはニュートリノの質量が決められることになる。ここで、 $N^{(i)}$  は 'bulk' を飛ぶフェルミオンの  $i$  番目の KK モードを表すことにすれば、生成されるマヨラナ質量の固有状態は、 $(\nu_L, N^{(0)}, N^{(1)}, N^{(2)}, N^{(3)}, \dots)$  の混合状態であり、ニュートリノの質量行列は

$$\begin{pmatrix} 0 & m & m & m & \dots \\ m & 0 & 0 & 0 & \dots \\ m & 0 & \frac{1}{R} & 0 & \dots \\ m & 0 & 0 & \frac{2}{R} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (26)$$

で与えられる<sup>12</sup>。  $m$  は  $\epsilon$  因子により抑制された湯川結合からもたらされる質量を表す。この行列の対角化によりもたらされ、 $\nu_L$  がその主要部分を占有する固有状態の質量が図 4 で与

<sup>12</sup> ここでは、簡単のため 'bulk' を伝搬するフェルミオンを 1 つに限り、その裸の質量を 0 と採った場合を例として扱っている。

えられると考えれば良い。<sup>13</sup> 質量行列の形から予想されるように、この模型では活性ニュートリノ間のニュートリノ振動以外に活性ニュートリノと不活性ニュートリノ間の振動も僅かではあるが発生することになるという特徴を持つ。

この模型において、 $\frac{1}{M_s} L_i L_j H_2^2$  のようなレプトン数を破る項の存在は致命的である。なぜなら、ゲージ階層性の問題を解決するためには  $M_s$  は TeV 領域に設定されることになり、その結果、この項は  $M_W$  スケール程度の余りに大きな質量を左巻ニュートリノに与えてしまうことになるからである。レプトン数のような大域的対称性は量子重力的效果や超弦理論における非摂動的効果により破れ、厳密な対称性としては存在し得ないという議論に従うならば [18]、上述のレプトン数を破る項の存在は避けられないことになる。したがって、このような項を禁止する機構の存在の是非はこの模型にとっては極めて重大な課題であると言えよう。この問題を回避する可能性として、離散ゲージ対称性による制限、レプトン数の破れを 'visible brane' から遠く離れた 'brane' 上に制限する可能性等の議論がなされてはいるようではあるが、明確な結論は得られていないように思われる。

#### e. RS 模型

RS シナリオにおけるニュートリノ質量の模型として、ここでは Grossmann-Neubert の模型 [19] を紹介することにしよう。 $S^1/Z_2$  に 5 次元目の空間がコンパクト化すると仮定する RS 模型では 'bulk' を伝搬する  $Z_2$  不変なディラック質量  $m$  を持つフェルミオンに対して 5 次元方向に  $Z_2$  不変性と無矛盾な形で適当な境界条件を課すことにより、KK モードの中に  $\phi = 0$  の 'brane' 上に局在する右巻のゼロモード解を含ませることができる。このゼロモードの波動関数の振幅は、 $\phi = \pi$  に存在する 'visible brane' 上で極端に強く抑制される。この結果生ずる抑制因子は図 4 の湯川結合への抑制因子  $\epsilon$  として機能し、 $\nu = m/k$  を用いて

$$\epsilon = e^{-kR\pi(\nu - \frac{1}{2})} \quad (27)$$

と書けることがわかる。ただし、 $\epsilon$  が非常に小さな値をとり抑制因子の役割を果たすのは  $\nu > 1/2$  の場合に限ることに注意しよう。これを実際のニュートリノ振動に応用するために 'bulk' 上に  $m_1$  と  $m_2$  の質量を持つ 2 つのディラックフェルミオンを導入し、'visible brane' 上の左巻ニュートリノ ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) と KK モードが作る質量行列の中の右巻ゼロモード ( $N_{1R}^{(0)}, N_{2R}^{(0)}$ ) が関与する部分行列  $M$  に注目する。この模型では右巻ゼロモード以外の KK モードの質量は非常に大きく、'visible brane' 上の左巻ニュートリノとゼロモード以外の KK モードとの混合は非常に小さいため、ニュートリノ振動を考える際にはこの扱いで十分である。<sup>14</sup> この質量行列  $M$  は、ヒッグス場の真空期待値を  $v$ 、さらに  $x_i, y_i$  をオーダー 1 の係数として

$$(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau) \begin{pmatrix} x_e \epsilon_1 v & y_e \epsilon_2 v \\ x_\mu \epsilon_1 v & y_\mu \epsilon_2 v \\ x_\tau \epsilon_1 v & y_\tau \epsilon_2 v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{R1}^{(0)} \\ N_{R2}^{(0)} \end{pmatrix} \quad (28)$$

<sup>13</sup> 抑制因子  $\epsilon$  が極端に小さいにも係わらず、中間状態を飛ばす KK モードの質量が小さいためこれが  $\epsilon$  の効果を打ち消すように作用し、適切な質量を与えることが可能となっている。

<sup>14</sup> 完全な質量行列は左巻状態 ( $\nu_{Li}, N_{L1}^{(1)}, N_{L2}^{(1)}, \dots$ ) と右巻状態 ( $N_{R1}^{(0)}, N_{R2}^{(0)}, N_{R1}^{(1)}, N_{R2}^{(1)}, \dots$ ) から構成されるディラック質量行列の形をとる。KK モードの中のゼロモード以外は図 4 のグラフにより、 $\nu_{Li}$  にマヨラナ質量をもたらすが、この模型ではそれらは十分小さく無視できる。

のように書ける。これから得られる質量固有値には、 $\epsilon_1, \epsilon_2$  を適当に設定することにより階層的構造を持たせることが可能である。特に興味深いのはこの質量行列の構造から、左巻ニュートリノの世代間混合は一般に大きくなるという点である。これを確かめるには  $MM^\dagger$  を対角化するのに必要なユニタリ行列の構造を見ることになるが、この場合の世代間混合角  $\theta_{ij}$  について  $\tan 2\theta_{ij}$  の表式はオーダー 1 の係数  $x_i, y_i$  のみで決定され、その中には  $\epsilon_1, \epsilon_2$  が現れない。その結果、特別な状況を考えない限り  $\tan 2\theta_{ij}$  はオーダー 1 の値をとり、一般的に大きな世代間混合が期待されることになる。

この模型においても、小さなニュートリノ質量を実現するためにレプトン数の保存が仮定されている。もし、これを仮定しなければ、'bulk' を飛ぶフェルミオンはマヨラナ質量項を持ち得ることになり、KK モードから  $\phi = 0$  の 'brane' に局在するゼロモードは消えてしまう。また、'visible brane' 上には  $\frac{1}{M} L_i L_j H_2^2$  のような項も許されることになる。ここで  $M$  はワープ因子による抑制を受けており、TeV 領域の値になってしまうことに注意しよう。以上のような事情から、この模型においてもレプトン数の破れは致命的である。しかし、前述のようにこの対称性を要求することには困難がある。したがって、離散ゲージ対称性のような新たな対称性によりこれらの危険な項の存在を禁止できない限り、この模型の適用可能性には問題が残るように思われる。

#### 4. Summary

以上、ゲージ階層性の問題を解決するべく構築された枠組である超対称模型と余次元模型において小さなニュートリノ質量、およびニュートリノの世代混合がいかに説明されるのかについて、いくつかの例をとりその可能性を概観してきた。超対称模型においては、それらの可能性のいずれにおいても繰り込み不可能な相互作用項が質量階層構造を説明する際に極めて重要な役割を果たすこと、及びこの相互作用項のフレーバー構造をいかに制御するかが本質的に重要であることを強調した。個人的にはこのような制御機構として離散ゲージ対称性を重要な可能性としてとらえている。

余次元模型においては、前節で強調したように、これまで提起されているニュートリノ質量の模型のいずれにおいてもレプトン数の保存が前提とされているように思われる。もし、この仮定を取り去った場合、ニュートリノ質量の小ささを説明する余次元模型に特徴的な可能性が、特殊な brane 配位等を考えることにより生き残り得るのか否かは興味深い問題である。ここでは具体的な説明を省略したが、一般的可能性として余次元模型は、結合定数に対してエネルギースケール変化に伴う巾変動をもたらすという性質を基礎に質量階層構造を説明する新たな機構を提起している点でも興味深い。

さらに、余次元模型で提起された質量階層構造を説明する新たな機構と類似の可能性を全く別の理論的枠組の中で実現する可能性を探るという試みも、ニュートリノ質量の考察、さらにはクォーク・レプトンのフレーバー構造の解明において非常に興味深い可能性のように思われる [20]。このような可能性は、超対称模型において繰り込み不可能な項の存在に頼った現在の議論の枠組を大きく広げてくれるかも知れない。



## 参考文献

- [1] R. N. Mohapatra and P. B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*, Second Edition (World Scientific, 1998); R. N. Mohapatra, hep-ph/9910365.
- [2] H.-P. Nilles, Phys. Rep. **110** (1984) 1; H. E. Haber and G. C. Kane, Phys. Rep. **117** (1985) 75.
- [3] G. F. Giudice and A. Masiero, Phys. Lett. **B206** (1988) 480.
- [4] J. A. Casas and C. Muñoz, Phys. Lett. **306** (1993) 228.
- [5] H. P. Nilles, M. Srednicki and D. Wyler, Phys. Lett. **B129** 364; J.-P. Derendinger and C. A. Savoy, Nucl. Phys. **B237** (1984) 364.
- [6] D. Suematsu and Y. Yamagishi, Int. J. Mod. Phys. **A10** (1995) 4521; M. Cvetič and P. Langacker, Phys. Rev. **D54** (1996) 3570.
- [7] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Lett. **B429** (1998) 263; I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Lett. **B436** (1998) 257.
- [8] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 3370.
- [9] K. R. Dienes, E. Dudas and T. Gherghetta, Phys. Lett. **B436** (1998) 55.
- [10] G. Altarelli and F. Ferruccio, Phys. Lett. **B451** (1999) 388.
- [11] C. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. **B147** (1979) 277.
- [12] P. Langacker, Phys. Rev. **D58** (1998) 93017; D. Suematsu, Int. J. Mod. Phys. **A15** (2000) 3967.
- [13] J. W. F. Valle, hep-ph/9808292; M. A. Díaz, J. C. Romão and J. W. F. Valle, Nucl. Phys. **B524** (1998) 23.
- [14] G. G. Ross and J. W. F. Valle, Phys. Lett. **B151** (1985) 375; J. Ellis, G. Gelmini, C. Jarlskog, G. G. Ross and J. W. F. Valle, Phys. Lett. **B150** (1985) 142; A. Masiero and J. W. F. Valle, Phys. Lett. **B251** (1990) 273; J. C. Romão, C. A. Santos and J. W. F. Valle, Phys. Lett. **B288** (1992) 311.
- [15] N. Arkani-Hamed, L. Hall, H. Murayama, D. Smith and N. Weiner, hep-ph/0006312.
- [16] D. Suematsu, Prog. Theor. Phys. **96** (1996) 611; Phys. Lett. **B392** (1997) 413; Prog. Theor. Phys. **99** (1998) 483.
- [17] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali and J. March-Russell, hep-ph/9811448; K. R. Dienes, E. Dudas and T. Gherghetta, hep-ph/9811428; G. Dvali and A. Y. Smirnov, hep-ph/9904211
- [18] L. Krauss and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 1221.
- [19] Y. Grossman and M. Neubert, Phys. Lett. **B** (2000)
- [20] A. E. Nelson and M. J. Strassler, hep-ph/0006251