

# Free Vibration of Clamped Square Plates with Multi-Holes

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-03 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: Sato, Hidenori メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.24517/00011704">https://doi.org/10.24517/00011704</a>

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



# 周辺固定多孔正方形板の自由振動

佐藤 秀紀\*

## Free Vibration of Clamped Square Plates with Multi-Holes

by

Hidenori SATO

### Abstract

Natural frequencies and modes of clamped square plates with multi-holes are investigated theoretically and experimentally. The numbers of square or circular holes in a plate are 1~25. The total area of the holes in a plate is constant regardless of the number and the shape of the holes. The theoretical analysis for the cases of square holes is done by using the finite element method. As a result, it is found that the plates with five or more holes have almost the same natural frequencies, independently of the number and the shape of the holes. These frequencies are rather low or nearly equal and the mode shapes are almost the same, compared with those of no-hole plate. Agreement between calculated and experimental results for the plates with square holes is generally good.

### 1 緒 言

板の振動については古くから多くの研究者によって研究が進められてきた。これら板に関する研究のこれまでの成果は *W. Leissa* によって *NASA* の報告書<sup>1)</sup>にまとめられている。しかし、これまでの研究の多くは均一板についてであり、実用上比較的多くの例をみる有孔板についてはそれほど多くの報告をみない。しかも有孔板の研究のほとんどが単一孔板である。単一孔板については、円孔円板が最も多く研究されているが、その紹介は文献(1)に詳しい。その他、円孔長方形板<sup>2)</sup>、円孔正方形板<sup>3)</sup>、四角孔正方形板<sup>4)</sup>などの報告がある。しかし、2個以上の孔をもつ多孔板については、著者の知る限りその報告例をみない。

本研究では、1~25孔の孔をもつ周辺固定多孔正方形板の固有振動数、固有モードを数値計算および実験により調べる。孔形状としては四角形(正方形)および円形を用い、四角孔板については有限要素法による数値解析を行う。これらにより、多孔板の孔数・形状が固有振動数・固有モードに及ぼす影響を明らかにする。

---

\* 機械工学科

## 2 四角孔板の有限要素法による解析

正方形の孔をもつ板の有限要素解析に用いた板要素は、12の自由度をもつ長方形要素であり、その変位関数は次式で表わされる。

$$W = A_1 + A_2 \bar{x} + A_3 \bar{y} + A_4 \bar{x}^2 + A_5 \bar{x}\bar{y} + A_6 \bar{y}^2 + A_7 \bar{x}^3 + A_8 \bar{x}^2 \bar{y} + A_9 \bar{x}\bar{y}^2 + A_{10} \bar{y}^3 + A_{11} \bar{x}^3 \bar{y} + A_{12} \bar{x}\bar{y}^3 \quad (1)$$

ただし、 $W$  は板の変位、 $\bar{x}=x/a$ 、 $\bar{y}=y/b$ 、 $a$ 、 $b$  はそれぞれ  $x$  軸、 $y$  軸方向の要素辺の長さ、 $A_1 \sim A_{12}$  は未定定数。

板形状は次節で示すように、孔を中央に関して対称に配置してあるので、解析には板の1/4の領域を用いた。1孔及び13孔の場合の要素分割の例を1図に示す。

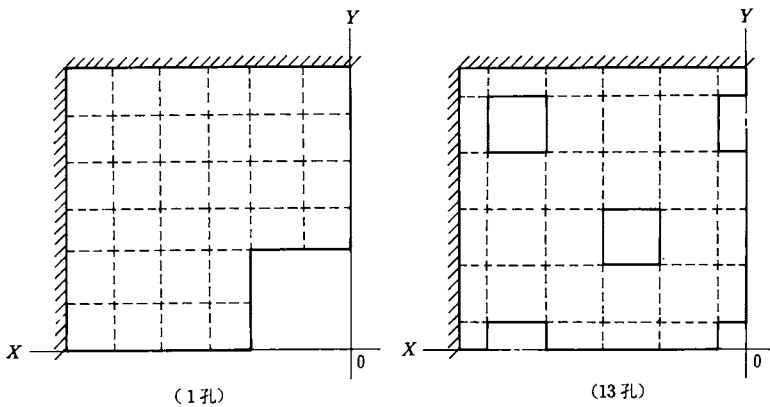


図1 要素の分割例

これらの板の振動モードは、対称性を考慮すると以下の3種類に分類でき、それらに対応して境界条件が定まる。

- (1) 2軸対称モード (0-X軸, 0-Y軸に対して対称; 2軸ローラ支持)
- (2) 1軸対称モード (例えば0-X軸に対称; 0-X軸ローラ支持, 0-Y軸単純支持)
- (3) 2軸非対称モード (0-X軸, 0-Y軸に対して非対称; 2軸単純支持)

ただし、ローラ支持とは、その辺に直角な方向の傾き、および支持力が0である境界条件を意味する。

数値計算は各モードに分けて行い、それぞれ3次までの固有振動数、固有モードを、べき乗法を用いて求めた。固有振動数の整理には以下の無次元振動数を用いた。

$$\lambda a^2 = \omega \sqrt{\frac{\gamma h}{gD}} a^2 \quad (2)$$

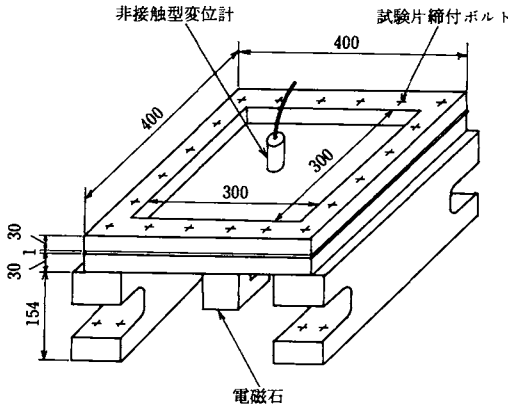
ここに、 $a$  = 正方形板の一辺の長さ、 $\omega$  = 固有角振動数、 $h$  = 板厚、 $\gamma$  = 板の比重量、 $g$  = 重力の加速度、 $D$  = 板の曲げ剛性 =  $Eh^3/12(1-\nu^2)$ 、 $\nu$  = ポアソン比、 $E$  = ヤング率。

### 3 実 験

実験は厚さ 1mm の構造用圧延鋼板から一辺 400mm の正方形板を切り出し、周囲幅 50mm を固定部とし、残りの一辺 300mm の正方形を試験部とした。固定部は 14mm 径のボルト 20 本で厚さ 30mm の上下の固定枠に固定した。試験片固定の状況を 2 図に示す。試験片の孔形状は正方形と円形の 2 種類とし、孔の配置・個数は対称性を考慮して 3 図に示した形式で 1, 5, 9, 13, 25 個の 5 種類とした。孔の大きさは直径 120mm の 1 円孔の場合を基準にとり、孔形・孔数が異なっても 1 枚の板の孔の全面積は等しくなるように孔寸法を表 1 のように定めた。

実験は電磁石加振による共振法を用いた。すなわち、非接触型の変位計を用いて板の変位を検出し、加振波形と共にシンクロスコープに入れて両者のリサージュ図形より共振点を求めて固有振動数とする。振動モードは板上に砂を播いて *chladni* の図形を描かせることにより求めた。試験片のヤング率は、同じ鋼板から試験片の辺に沿った 90° 方向の異なる、幅 9mm ・長さ 200mm の細片を切り出し、長さを変えた片持りの固有振動を測定して計算により求めた。測定の結果、方向により約 5% の差異が認められたが、計算およびデータ整理には両者の平均値  $E = 1.96 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$  を用いた。なお、比重  $\gamma = 7.75 \times 10^{-6} \text{ kgf/mm}^3$  である。

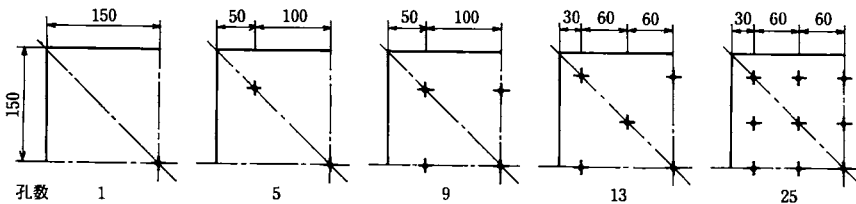
固定条件の非対称性、板材質の不均一性を考慮して、実験は全て試験片を 90° 回転させた場合も行い、固有振動数についてはそれらの平均値をとった。実際には 2~3% 程度の差異であった。また、1 軸対称モードの場合は実験的には近接した振動数で節線が 90° 回転した二つの共振モードが生ずるが、これは本来重根となるべきものが板の異方性、境界条件の非対称などから分離して現われたものであるので実験結果のモード図では一方のみを記した。なお、比較のため孔のない均一平板についての実験も行った。



2 図 試験片固定要領

1 表 有孔板孔寸法 (単位mm)

孔 数	四角孔辺長	円孔直径
1	106	120
5	48	54
9	36	40
13	30	34
25	22	24

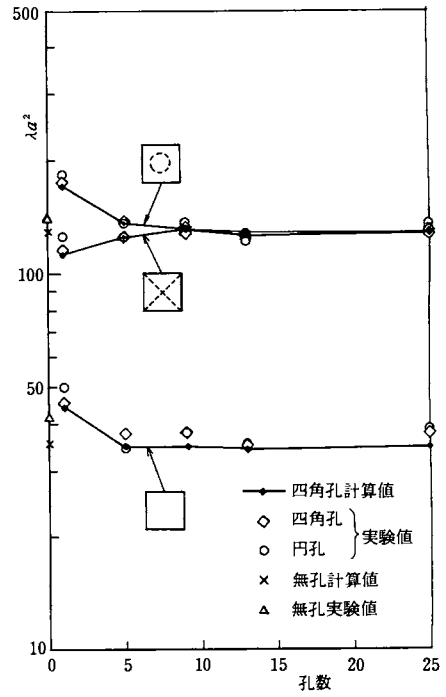


3 図 孔の配置

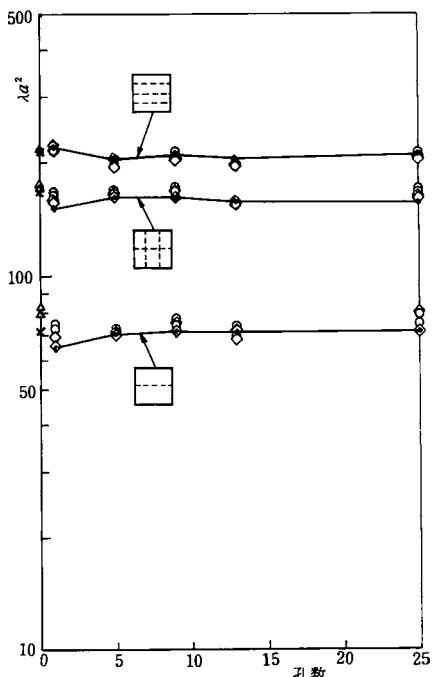
4 結果と考察

図4(a)~(c)には孔数と無次元固有振動数の関係を振動形式ごとに示した。これらの図に示したモード図は無孔板の相当するモード形である。なお、4(b)の1軸対称振動の場合は節線が90°異った実験値も同時に示してある。これらの結果をみると5孔以上では全般的に孔数に関係なく固有振動数は一定の値をとる傾向にある。孔数の固有振動数に与える影響は振動形式によっても多少異なり、2軸対称振動の1次と3次では、1孔と5孔とで20%程度の違いが生じている。これらのモードは、他のモードと比べて、中央部に節線がなく、中央部の質量の固有振動数に与える影響が大きいことが考えられる。したがって、1孔と5孔における中央部の孔の大きさの相違がとくに振動数に大きく影響したものであると思われる。

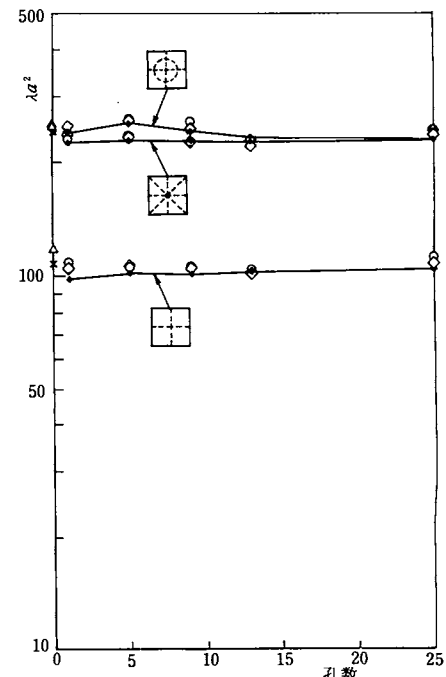
孔形状による固有振動数の違いは2軸対称振動の1孔の場合および1軸対称振動の1孔の場合のそれぞれ低次側にやや表われているようであるが、他の場合はほとんど形状による差異は明確ではない。差異が表われている場合では円孔が四角孔よりも大きい振動数を



4(a)図 孔数と無次元固有振動数の関係、(2軸対称振動)



4(b)図 孔数と無次元固有振動数の関係 (1軸対称振動)



4(c)図 孔数と無次元固有振動数の関係 (2軸非対称振動)

2(a)表 2軸対称モード(2次)

孔数		1	5	9	13	25
四角	計算					
	$\lambda a^2$	113	125	131	126	128
円孔	実験					
	$\lambda a^2$	116	127	128	123	127
円孔	実験					
	$\lambda a^2$	126	126	131	123	131

2(b)表 1軸対称モード(2次)

孔数		1	5	9	13	25
四角	計算					
	$\lambda a^2$	151	161	161	157	156
円孔	実験					
	$\lambda a^2$	157	162	162	155	160
円孔	実験					
	$\lambda a^2$	163	164	167	154	166

2(c)表 2軸非対称モード(2次)

孔数		1	5	9	13	25
四角	計算					
	$\lambda a^2$	226	228	226	226	228
円孔	実験					
	$\lambda a^2$	236	233	226	220	233
円孔	実験					
	$\lambda a^2$	236	234	226	227	236

もつ場合が多いようである。結局、5 孔以上の板では孔の形状による影響はほとんど考慮するほどではないといえよう。

四角孔の場合の計算値と実験値との比較では 2 軸対称振動の 1 次をのぞいて、ほとんどの場合よい一致をみている。2 軸対称振動の 1 次は全体のモードの中でも最低次のものであり、板の加工時の変形、材質の不均一性、境界条件の非対称性など諸々の条件の影響が一番現れやすい場合であるので、実験値のばらつきも大きいものと思われる。

無孔の均一平板の固有振動数と多孔板のそれとを比べると、孔数の多い多孔板の値はわずかに低めであるがそれほど変化がないことがわかる。四角孔の場合の 25 孔の計算値と無孔板のそれとの比較では 2 ~ 6 % 程度の差異である。

3(a)表 四角孔 2 軸対称モード

次数	1 次		2 次		3 次	
孔数	1	13	1	13	1	13
計						
$\lambda a^2$	44.3	34.2	113	126	171	129
実						
$\lambda a^2$	45.4	34.9	115	123	176	125

3(b)表 四角孔 1 軸対称モード

次数	1 次		2 次		3 次	
孔数	1	13	1	13	1	13
計						
$\lambda a^2$	64.8	70.8	151	157	218	204
実						
$\lambda a^2$	69.3	72.1	157	155	225	193

3(c)表 四角孔 2 軸非対称モード

次数	1 次		2 次		3 次	
孔数	1	13	1	13	1	13
計						
$\lambda a^2$	98.4	102	226	226	239	230
実						
$\lambda a^2$	105	101	236	220	249	227

振動モードについては、孔数・孔形状による相異を各振動形式ごとに2次モードのみについて表2(a)~(c)に示し、各次数による相異を四角孔の1孔と13孔について表3(a)~(c)に示した。これらの結果によるとモード形は孔数によらず基本的にはほとんど同じであり、無孔板の場合のパターンと等しい。ただし、中心に対して同心円の節線をもつ2軸対称モードの3次においては、1孔の場合に孔の影響を受けてモードが変形しているのがみられる。このことが固有振動数の値を変化させることになっていることは前記のとおりである。孔形状によるモード形の差異は全体としてはほとんど認められないが、2軸対称モードの2次では孔数・孔形により、ややモードが異っている例がみられる。モードについても計算値と実験値はほぼよい一致をみているといえよう。

## 5 結 言

以上要約すると、孔面積の総和が等しい四角孔・円孔をもつ周辺固定多孔正方形板の固有振動数、固有モードを有限要素法による数値計算及び実験により調べた。その結果、用いた多孔板および振動数範囲では次のことが明らかとなった。

- (1) 5孔以上の多孔板では孔数、孔形にそれほど関係なくほぼ一定の固有振動数となり、それらの値は無孔板の固有振動数よりわずかに低いか、ほとんど同じである。
- (2) 振動モードは一部を除いて孔数・孔形によらず基本的には無孔板のものと等しい。
- (3) 実験結果は一部行った計算結果とほぼよい一致をみた。

最後に、卒業研究として協力された織田光秋、中島泰人、川合誠の諸君及び装置製作等に協力された本学技官小川孝吉氏に感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- (1) W. Leissa, *Vibration of Plates*, NASA SP-160 (1969).
- (2) 高橋, 円孔のある長方形板の振動, 日本機械学会論文集, 24-139, (昭33), 183.
- (3) 川井・泉, 有孔板の振動について, 航空宇宙技術研究所資料, 89号.
- (4) P. Paramasivam, *Free Vibration of Square Plates with Square Openings*, *J. Sound & Vibr.*, 30-2 (1973), 173.

(昭和54年6月30日受理)