乱流強制対流熱・物質同時移動における相似性について

乱流強制対流熱・物質同時移動における相似性について

滝本 昭* 林 勇二郎* 佐藤保幸**

Study on the Analogy between Heat and Mass Transfer under Turbulent Focred Convection

by

Akira Takimoto, Yujiro Hayashi and Yasuyuki Sato

Abstract

Problems of simultaneous heat and mass transfer were investigated for turbulent forced convection around a submerged flat plate whose surface was maintained at a uniform temperature.

The analyses were performed for the analogeous relationship between heat and mass transfer considering the thermodynamical equilibrium in the convective fields. The calculated results were fairly agreement with the experimental results obtained by the Naphtalene sublimation technique.

1. 緒　　言

物質移動を伴なう対流熱伝達は，凝縮，しみ出し冷却，着霜等の問題と関連して，工学的に極めて重要である。この種の問題は、厳密には熱と物質の単独の移動現象として扱えず，時には同時移動あるいは温度と濃度の共存場の観点で把えねばならない。例えば，壁面で高物質流束を伴なう場合には一方拡散にもとづく界面速度の存在は無視できず、これは流れ場の構造の変化として熱伝達に著しい影響を及す[1),2),3)]。また，濃度差にもとづく浮力効果や混相流としての物性の評価も，時には重要となる。しかしながら，多くの場合，凝縮性気体が移動物質の対象となるこの種の問題では，共存場における温度と濃度の熱力学的関係が最も優先させて考慮されねばならない。即ち，凝縮性気体の過飽和に依存して生ずる気流中でのミストの生成あるいはそれらの壁面への付着は、移動場の機構を大きく変化させることになり，これは熱と物質伝達の相似性の成立限界として，輸送方程式そのものの大巾な修正を必要とすることになる。

著者らは，これまで層流強制対流[4)]および層流自然対流下[5),6)]での熱・物質移動問題を対象に，温度と濃度の熱力学的平衡を考慮することにより，熱と物質伝達の相似性およびその成立の限界を理論的，実験的に明らかにしてきた。

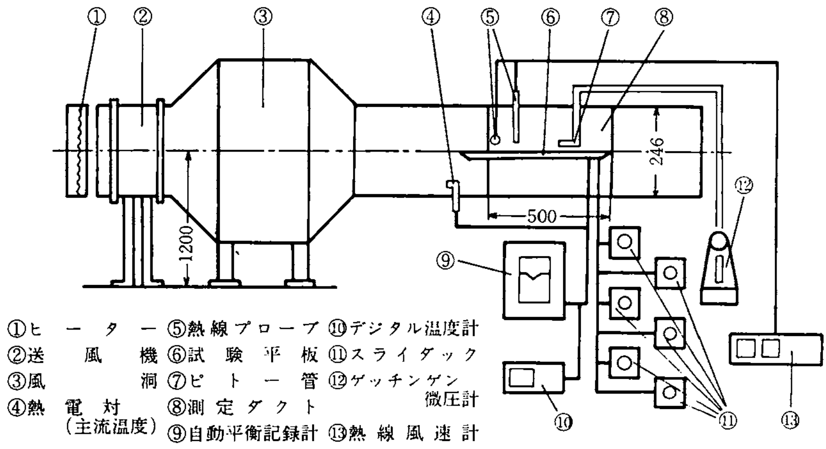
本研究は，上述の問題点を層流場におけると同様な観点から，周期変動を伴なう乱流場で検討し，実験的な考察を加えた。実験試料としては固体ナフタリンを用い，溶融鋳造した水平板上に発達する

* 機械工学第2学科，** ㈱日本電装

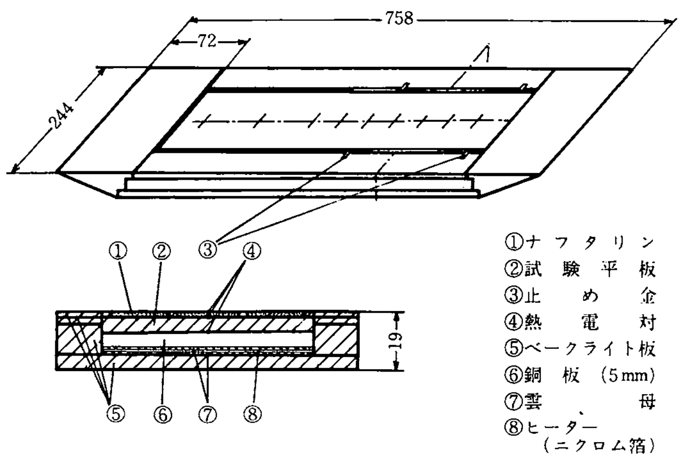
乱流強制対流下で昇華実験を行った。尚，実験範囲は，局所レイノルズ数 $Rex = 1.5 \times 10^5 \sim 5.5 \times 10^5$ であった。

2.　実験装置および方法

実験装置概要および試験平板の詳細を各々第1図,第2図に示す。装置は，送風機，風洞，水平ダクト



第1図　実験装置概要



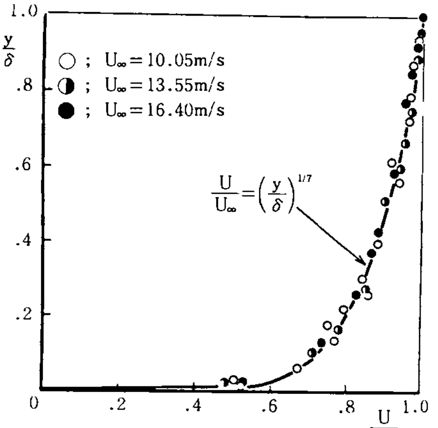
第2図　試験平板

（内面寸法ロ246×1500mm 長），試験平板および測定計器類からなる。予備実験において，水平ダクト内の速度分布は壁面ごく近傍を除いて均一流であること，また，主流乱れは試験平板を設置しない場合で最大約0.2%であることが装置特性として確認された。試験平板はベークライト製で，比較的低速でも乱流状態が得られる様に，その寸法を758×244mm とした。また，平板上の流れが乱れない様，先端および後端部をナイフエッジとし，先端に66mm の助走区間を設けた。平板加熱のための熱源には10mm 巾のリボン状ニクロム箔を用い，任意の表面温度分布が得られる様に流れ方向にも分割して，各部分は独立な電気回路を設置した。

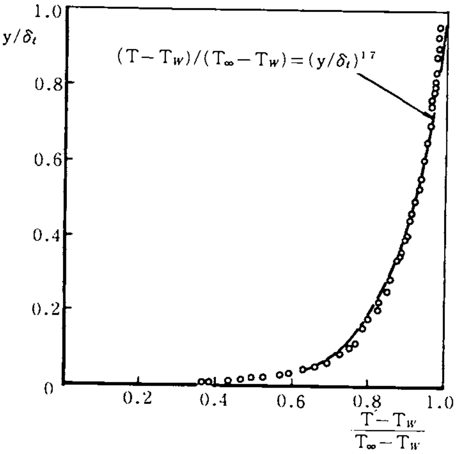
実験は，ナフタリンを鋳造した試験平板を測定ダクト中央部に流れに平行に設置し，主流温度および壁面*温度一定の定常状態で行った。測定は，壁面温度，主流温度，ナフタリン昇華量（物質伝達率）供給熱量（熱伝達率）および境界層内の速度，温度，乱流変動の各分布に対して，それぞれ流れ方向の所定の位置で行われた。壁面温度はナフタリン層表面下 0.5mm の深さに埋め込んだ 6 点のϕ0.2 mm 銅一コンスタンタン熱電対により，昇華量は 2/1000mm 精度のダイヤルゲージを流れ方向平板中心線上に沿って移行させ，約 10～60 分間隔で深さの変化を測定した。供給熱量は厚さ 5 mm のベークライト平板（熱伝導率 λ_b＝0.25Kcal/mh℃）の上下の温度差により熱流束比較法で求め，輻射熱損失および昇華潜熱の損失を差引いて算出した**。また，速度および温度分布はそれぞれ内径 0.3，外径 0.7mm のピトー管および ϕ25um 銅―コンスタンタン熱電対を用い，流れ方向中心線上で壁面近傍まで垂直に移動させ測定された。乱流変動の測定には定温度型熱線風速計による関[7]らの方法が用いられた。また，濃度の過飽和にもとづく相似性の成立範囲の実験として，固―気相の相変化（昇華）特有の蒸気の壁面への付着の現象として観察を行った。この際，流れ方向に壁面温度の僅かの分布をもたせることにより，付着位置等の限界条件に関する測定精度を高めた。なお，本実験の風速は，10 05～16.4 m/s，主流および壁面温度は各々 5 ～30℃，20～60℃の範囲である。

3.　熱と物質伝達の相似性について

3.1.　乱流基礎データー　第 3 図は，境界層内の速度分布の結果を無次元表示したものであり，壁面近傍を除いた実験値は流速に無関係に 1/7 乗則で表わされる理論値を満足している。このことは第 4 図に示される温度分布に対しても同様であり，流速，主流および壁面温度，平板位置に無関係に理論と合致し，さらに第 5 図に示すように平板先端からの距離 x の増加に伴ない理想的な乱流温度境界層の発達が確認される。ただし，理論と実験との比較において，平板先端部（長さ x_0＝66mm）における熱および物質に対する助走区間の影響は，第 6 図[8]に示すように，熱伝達率に関して最大 3 %であり，従って，ここでは速度，温度および濃度の境界層はすべて平板先端から発達するものとして扱う。第 7 図に乱流変動成分についての結果を同様な実験系で行った Klebanoff[9]による結果と比較して示

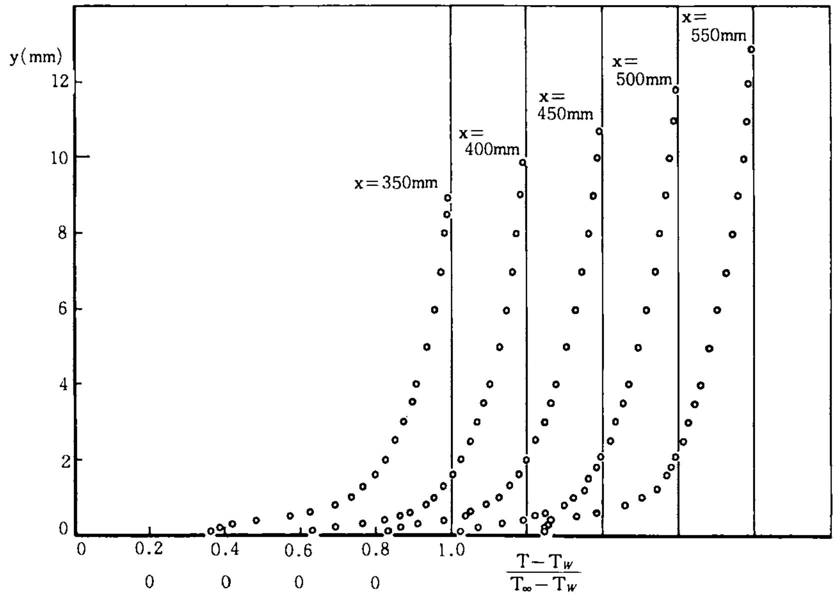


第 3 図　速度プロフィル

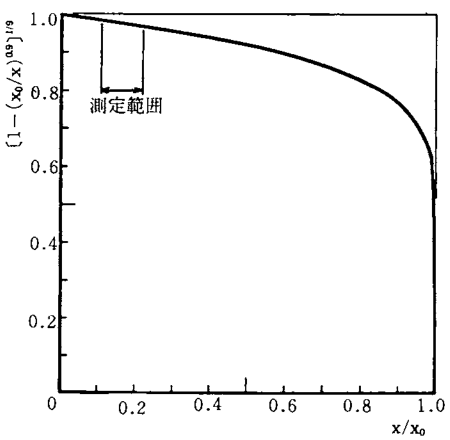


第 4 図　温度プロフィル

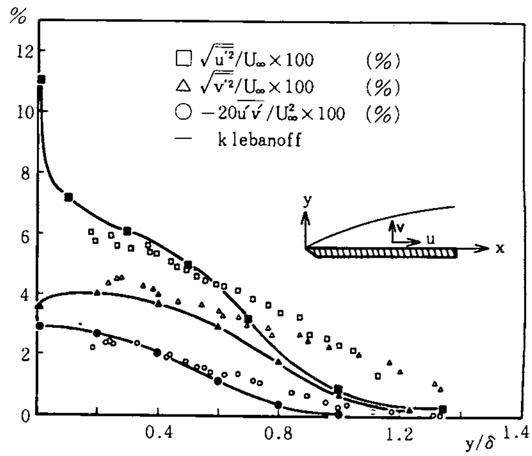
* 試験平板表面，** 輻射熱損失および潜熱の損失は各々全熱量の約 15%および 5 %であった。



第5図 境界層内温度分布の発達



第6図 助走区間における補正項



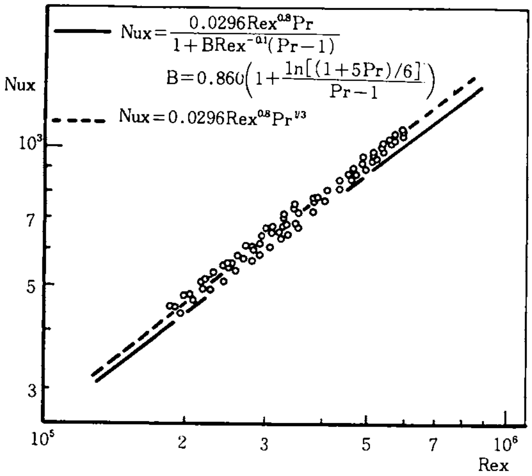
第7図 境界層内乱れ分布

す。図中，○印は $u'v'$ 成分，△印は平板垂直方向変動成分 $\sqrt{\overline{v'^2}}$，および□印は平板流れ方向変動成分 $\sqrt{\overline{u'^2}}$ についての結果である。Klebanoff の結果とは，レイノルズ数，主流乱れ等の条件が異るため必ずしも一致していないが，傾向は良く一致している。以上の基礎データーにより，本実験はほぼ理想的な乱流状態下で行われたものと考えられる。

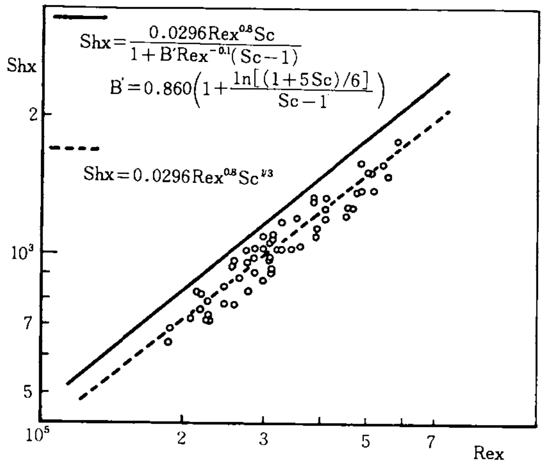
3.2. 熱および物質伝達率 第8図に熱伝達率についての結果を無次元化し，局所ヌッセルト数を用いレイノルズ数に対して示す。図中，実線は次式で与えられる von kármán[8]による理論値であり，

$$Nux = \frac{0.0296Rex^{0.8}Pr}{1+BRex^{-0.1}(Pr-1)} \tag{1}$$

$$B = 0.86\left[1+\frac{ln\ \{(1+5Pr)/6\}}{Pr-1}\right]$$



第８図　Nux と Rex の関係



第９図　Shx と Rex の関係

点線は Johnson[10] らによる次の実験式を表わす。

$$Nux = 0.0296\ Rex^{0.8}Pr^{1/3} \tag{2}$$

本実験によれば，乱流熱伝達率は von kármán の理論値よりやや大きく，Johnson らの実験式に近い結果を示している。

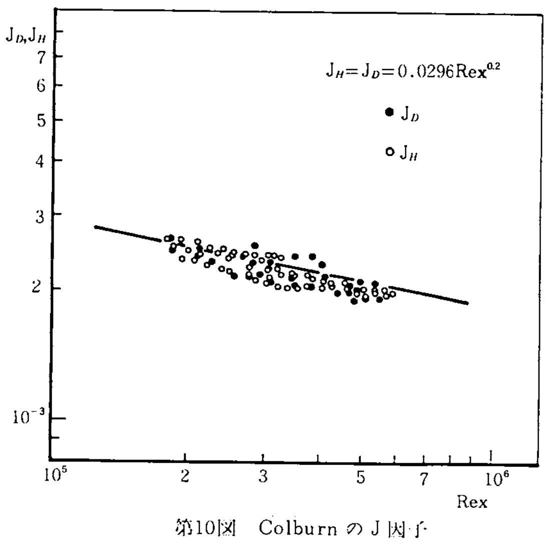
一方，物質伝達率についての結果を第９図に無次元化して，局所シャウッド数を用いレイノルズ数に対して示す。図中，実線および点線は熱伝達の場合と同様，次式の von kármán の理論値および Johnson の実験式である。

$$Shx = \frac{0.0296\,Rex^{0.8}Sc}{1+B'.Rex^{-0.1}(Sc-1)} \tag{3}$$

$$B' = 0.86\left[1+\frac{ln\ \{(1+5Sc)/6\}}{Sc-1}\right]$$

$$Shx = 0.0296\,Rex^{0.8}Sc^{1/3} \tag{4}$$

ただし，式 (4) については，式 (2) より相似関係（$Pr \rightarrow Sc$, $Nux \rightarrow Shx$）を用いて求めたものである。同図より明らかなように，物質伝達に対する実験結果は熱伝達に対する場合と同様，von kármán の理論より式 (4) で表わされる実験式と最大誤差 10%以内で良く一致している。従来，乱流強制対流下における水平平板物質伝達についての実験的測定あるいは理論的考察に関してはほとんど報告がなく，また，熱伝達との相似性についても明らかではなかったが，本実験の結果によれば，乱流強制対流下の平板の熱物質同時移動については両者に相似性があり，Johnson の実験式が適用できると考えられる。なお，緒言で述べた熱・物質同時移動場に対して考慮



第10図　Colburn の J 因子

すべき諸点は，ナフタリン蒸気—空気系の本実験範囲では，界面速度の影響（最大10^{-5}m/sで約0.1%），物性値への影響（最大1%）および濃度浮力の影響（0.5%）として，無視されるものである。

次に，熱・物質伝達の相似性を検討するために，ColburnのJ因子を用い，その結果を第10図に示す。図中，○印は熱伝達を表わす　J_H（$=Nux/RexPr^{1/3}$）を，●印は物質伝達を表わすJ_D（$=Shx/RexSc^{1/3}$）因子を示す。また，図中の実線は式(2),(4)より求まる次の関係式を表わす。

$$J_H = Nux/RexPr^{1/3} = J_D = Shx/RexSc^{1/3} = 0.0296Rex^{-0.3} \qquad (5)$$

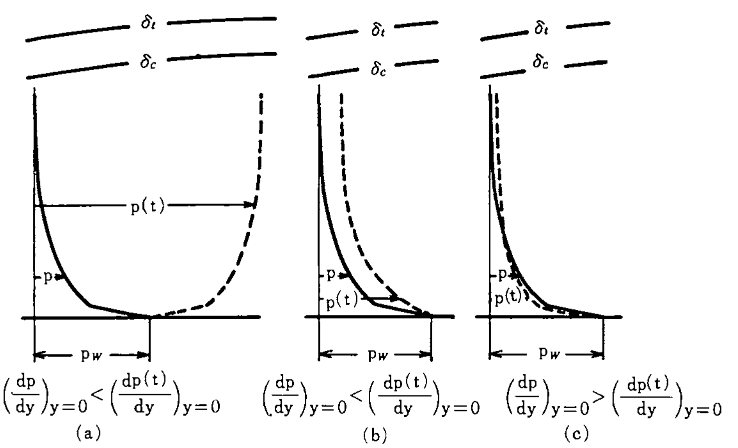
同図より，本結果はほぼ式(5)の関係を満足し，両者に相似性が成り立つことが明らかとなった。

4. 飽和モデルによる熱・物質伝達の相似性の成立範囲について

熱・物質同時移動場においては，緒言で述べたように温度と濃度の熱力学的関係を考慮することが必要となる。即ち，温度に対して与えられる飽和蒸気圧と実際の蒸気圧の関係が重要になる。例えば境界層内のどこかで蒸気が過飽和状態になり，それが核生成のための臨界値に達していればミストの生成が可能となる。また，過飽和の状態が壁面近傍に存在すれば，蒸気の壁面への再付着が生じ，固—気相の系では凝結結晶の成長が起る[5]。いずれにせよ，壁面での蒸気圧勾配は高くなり，物質移動速度は同一条件下で熱力学的関係を考慮しない結果に比べて増加することになる。また，温度分布についても，相変化に伴なう潜熱発散の影響のため変化し，解析的にも複雑な系となる。以上のように，熱力学的関係の考慮は熱・物質同時移動場での両者の相似性を問題にする上で重要であり，結果的には相似性の成立範囲を与える。

この種の問題は，体系および凝縮性成分により，飽和モデルと臨界過飽和モデルに大別される。前者はいわゆる露点支配による場合即ち過飽和状態としての凝縮性成分の存在が起こらない場合で，後者は自己核生成に代表されるような場合で，準安定状態として過飽和蒸気の存在が起る場合を意味する。ここでは，多くの凝縮性気体に当てはまる飽和モデルにより，相似性の成立範囲を理論的に解析し，ナフタリン昇華法による実験と比較検討する。

4.1. 理論解析　第11図に，乱流境界層内における蒸気圧分布 p（実線）と温度に対する飽和蒸気圧分布 $p(t)$（点線）の関係について示す。壁面での蒸気圧は飽和となっているため，両者は一致す



第11図　境界層内蒸気圧pおよび平衡蒸気圧p(t)の分布

る。同図(a), (b)の場合，境界層内全域で p は $p(t)$ より小さく未飽和となっているため，熱力学的に問題にならず安定であるが，(c)の場合には，壁面近傍で p が $p(t)$ より大きく過飽和状態となっており，熱力学的に不安定で，現象として気流中でのミストの生成あるいは壁面への蒸気の再付着を生ずる。

従って，その発生限界は，飽和蒸気圧が温度に対し指数関数となるため，温度の最も高い壁面での条件，即ち壁面での p と $p(t)$ の勾配で次のように与えられる。

$$\frac{dp}{dy}\Big|_{y=0} \geq \frac{dp(t)}{dy}\Big|_{y=0} \tag{6}$$

上式右辺は次のように書き換えられ，

$$\frac{dp(t)}{dy}\Big|_{y=0} = \frac{dp(t)}{dT}\Big|_{y=0}\frac{dT}{dy}\Big|_{y=0} \tag{7}$$

式 (6), (7) の蒸気圧および温度勾配は，各々次のように表わすことができ，

$$\frac{dp}{dy}\Big|_{y=0} = \frac{m_w R T_w}{D} \quad , \quad \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0} = \frac{q_w}{\lambda} \tag{8), (9}$$

また，式 (7) 中の温度と飽和蒸気圧の関係は，Clausius–Clapeyron の関係式より次式で与えられる。

$$\frac{dp(t)}{dT} \approx \frac{L}{R}\cdot\frac{p(t)}{T^2} \quad , \quad \frac{dp(t)}{dT}\Big|_{y=0} \approx \frac{L}{R}\cdot\frac{p_w}{T_w^2} \tag{10}$$

故に，式 (6) に式 (7)〜(10) を代入すると，

$$\frac{L}{R}\cdot\frac{p_w}{T_w^2} \geq \frac{\lambda}{D}\cdot\frac{m_w R T_w}{q_w}$$

となり，熱および物質伝達率を用いて次のように書き表わされる。（主流蒸気濃度 $p_\infty = 0$ とする。）

$$\frac{L}{R}\cdot\frac{T_w - T_\infty}{T_w^2} \geq \frac{Shx}{Nux} \tag{11}$$

以上の結果に，前節の Nux および Shx の関係を代入すると，von kármán の理論値および Johnson の実験式に対して，それぞれ次式 (12), (13) の関係式として相似性の成立限界が与えられる。

$$\frac{L}{R}\cdot\frac{T_w - T_\infty}{T_w^2} \geq \left(\frac{Sc}{Pr}\right)\frac{1+BRex^{-0.1}(Pr-1)}{1+B'Rex^{-0.1}(Sc-1)} \tag{12}$$

$$\frac{L}{R}\cdot\frac{T_w - T_\infty}{T_w^2} \geq \left(\frac{Sc}{Pr}\right)^{1/3} \tag{13}$$

即ち，壁面露点支配となる条件は，壁面温度 T_w と主流温度 T_∞ からなる無次元温度 $T^*(=(L/R)\cdot(T_w-T_\infty)/T_w^2)$ で与えられ，それは Sc 数，Pr 数および Rex 数で関係づけられる。

さらに，上式は各々次のように表わすことができ，

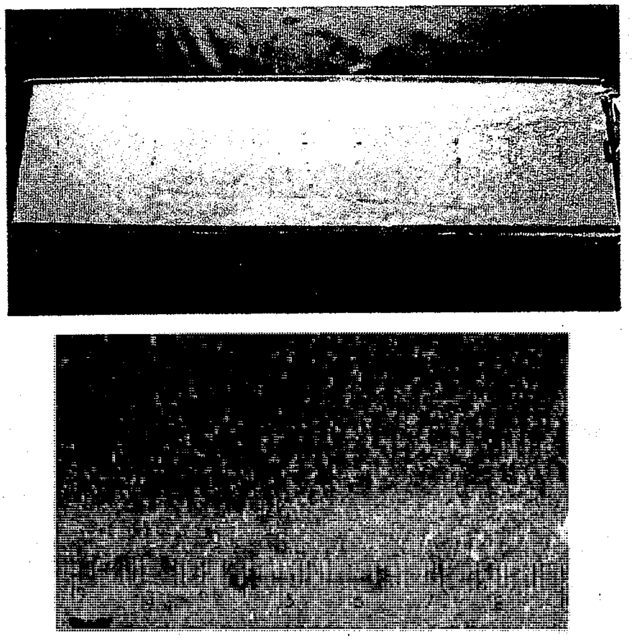
$$T_\infty \leq T_w - \left(\frac{R}{L}\right)\left(\frac{Sc}{Pr}\right)\cdot\left\{\frac{1+BRex^{-0.1}(Pr-1)}{1+B'Rex^{-0.1}(Sc-1)}\right\} T_w^2 \tag{14}$$

$$T_\infty \leq T_w - \left(\frac{R}{L}\right)\cdot\left(\frac{Sc}{Pr}\right)^{1/3} T_w^2 \tag{15}$$

これより，この条件はまた，潜熱 L，ガス定数 R，Sc 数，Pr 数を各々系に対して定まる一定値として考えられることにより，T_w と T_∞ の一義的関係で与えられることが判る。

4.2. 実験結果と考察　本実験では，蒸気の過飽和にもとづく現象として気流中でのミストの発生は観察されず，第 12 図に示される如く壁面へのナフタリン蒸気の付着による鱗片状の結晶として観察

→ 流れ方向

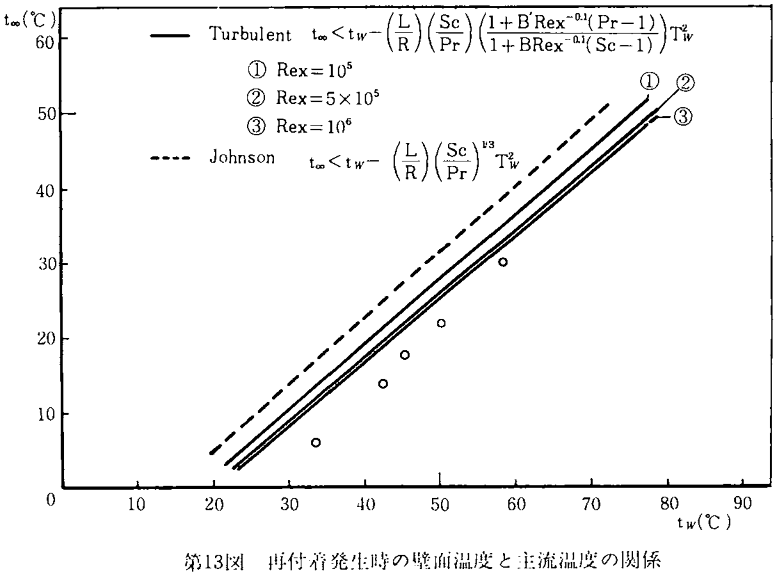


（拡大図）

第12図 平板上再付着の様相

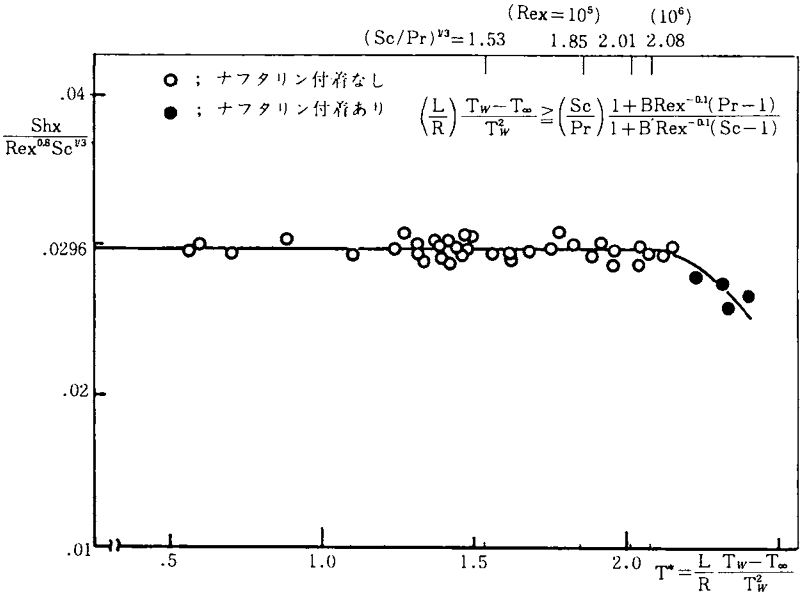
された。実験は前にも述べた如く，精度上壁面温度一様と見なし得る範囲内で壁面に温度分布をもたせて行ったものであり，従って，壁面温度が高い後流ほどナフタリ蒸気の付着が生じ易く，その発生限界は場所的に確認される。

第 13 図は，発生限界の結果を壁面温度と主流温度の関係で表したものであり，図中実線は式 (14) で与えられる理論値で各々① $Rex=10^5$，② 5×10^5，③ 10^6 の場合を示し，点線は式 (15) の半理論値を



第13図 再付着発生時の壁面温度と主流温度の関係

示す。実験値は再付着の確認の困難さもあり，精度的にはレイノルズ数による差異は認められず，また式 (14) (15) で与えられるいずれの理論値に較べて多少厳しい結果となる。この両者のずれは，壁面への付着がある程度過飽和度を必要とする結晶成長で行われていることに起因するものであり，従って飽和モデルのもとでの理論値より厳しい条件，即ち主流と壁面の温度差がより大きい条件下で現象が生じたものと考えられる。しかしながら，工業的に対象となる凝縮性気体の多くは，飽和モデルのもとで取り扱われるものであり，その意味では傾向的にほぼ満足できる理論解の妥当性は十分と言える。



第14図　$Shx/Rex^{0.8}Sc^{1/3}$ と T^* の関係

第 14 図に式 (12), (13) の無次元温度 T^* と物質伝達率の関係を示す。図中，○印は再付着不発生時，●印は再付着発生時の結果を表わす。同図より明らかなように，再付着により物質伝達率は一定の関係からずれ減少する。このことは，再付着発生の条件すなわち飽和モデルによる本解析により先の熱・物質伝達の相似性の成立範囲が与えられることを意味する。なお，T^* のずれは，第 12 図の場合と同じ理由による。

5. 結　　言

水平平板上での乱流強制対流熱・物質同時移動場での熱と物質伝達の相似性の関係について，飽和モデルにもとづく理論解析とナフタリン蒸気ー空気系で行った昇華実験との比較検討の結果，以下の結論を得た。

(1) 従来，行われていなかった乱流強制対流物質伝達について実験を行い，Johnson らの熱伝達に関する実験式より相似に求まる次の関係式で整理できることが明らかとなった。

$$Shx = 0.0296 Rex^{0.8} Sc^{1/3}$$

(2) 乱流場において，熱と物質伝達の間の相似性が熱力学的安定下で成立することが確認された。

(3) 熱力学的非平衡下（過飽和状態）で凝縮性蒸気の壁面への再付着の現象が観察され，物質移動速度の低下が生ずる。これより，先の相似性の関係が不成立となり，その条件は飽和モデルのもとで解析された壁面温度と主流温度の一義的関係で与えられることが明らかとなった。

参　考　文　献

1）K. Torii, 他, Proc. Third International Heat Transfer Conf., 3, (1966).
2）T. Cebeci, 他, Trans. ASME, Ser. C, 92, (1970), 133.
3）E.M. Sparrow, 他, Trans. ASME, Ser. C, 92, (1970), 117.
4）林・滝本, 日本機械学会論文集, 40巻, 340号, (昭49), 3428.
5）林・滝本, 日本機械学会論文集, 42巻, 353号, (昭51), 261.
6）Y. Hayashi, A. Takimoto and M. Kanbe, Trans. ASME, Ser. C, 98, (1976), 114.
7）関・繁富, 日本機械学会論文集, 39巻, 323号, (昭48), 2137.
8）甲藤, "伝熱概論", 養賢堂, (昭50), 129.
9）H. Schlichting, "Boundary Layer Theory" McGRAW-HILL, (1968), 534.
10）H.A. Johnson, 他, Trans. ASME, 71, (1949), 477.

記　　号

D	拡散係数　(m^2/s)	Rex	レイノルズ数
hx	局所熱伝達率　($Kcal/m^2h°C$)	Shx	シャウッド数
h_{Dx}	局所物質伝達率　(m/h)	Sc	シュミット数
J_H, J_D	コルバーンの J 因子	T	絶対温度　(°K)
L	潜　熱　($Kcal/Kg$)	U	x方向速度成分　(m/s)
m	物質流束　(Kg/m^2h)	u'	x方向変動成分　(m/s)
Nux	ヌッセルト数	v'	y方向変動成分　(m/s)
p	蒸気圧　(Kg/m^2)	x	平板流れ方向距離成分　(m)
$p(t)$	飽和蒸気圧　(Kg/m^2)	y	平板垂直方向距離成分　(m)
Pr	プラントル数	δ	境界層厚さ　(m)
q	熱流束　($Kacl/m^2h$)	λ	熱伝導率　($Kacl/mh°C$)
R	ガス定数　(Kg'-m/Kg)		

（添字）

w	壁面での値	t	温度に関する値
∞	主流での値	c	濃度に関する値

（昭和52年10月12日受理）