両方向伝送フィルタの能動RC構成

両方向伝送フィルタの能動 RC 構成

西川　清*　黄　正寿**　武部　幹*

Active RC Realization of Bilateral Transmission Filters

by

Kiyoshi Nishikawa, Jyongsu Hwang and Tsuyoshi Takebe

Abstract

A new method is presented for synthesizing inductorless bilateral transmission filters. The approach is based on replacing each branch immittance in a conventional LC ladder filter by an RC network containing operational amplifiers. It is convenient to construct the filter that the gain of a flat amplifier included in the immittance network is chosen to make the internal elemental active sections to have all-pass characteristics. The design of a sixth-degree Chebyshev band-pass filter with a center frequency of 10 kHz and a bandwidth of 0.2 kHz is considered to illustrate the synthesis procedure. First the amplifiers are assumed to be ideal. However, as the gain deficiency and the phase shift of the amplifier at 10 kHz are likely to be large enough to alter the response of the filter, the element values of the filter must be changed to compensate the effects. The filter was built using operational amplifiers whose unity gain frequency is 2 MHz. The measured loss-frequency response was very flat in the pass band. This shows an outstan ding feature of this method.

1. まえがき

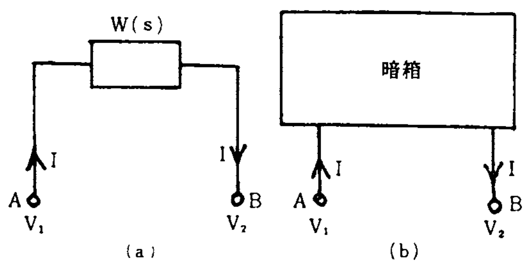
通信用フィルタは，従来数十 MHz 以下の周波数帯域では，個別の R，L，C 素子の相互接続によって構成されていたが，近年の集積回路技術のめざましい発展に伴ない，kHz 以下の帯域においてこれを能動RC集積回路で構成して，画期的に小形化，経済化しようとする研究が，国内外で活発に行なわれている[1][2]。その合成方法を大別すると，指定された伝達関数を二次の基本関数の乗積で表現した後，個々の基本関数をユニラテラルな能動 RC 基本区間で実現し，全体はそれらの縦続接続で実現する方法と，まずバイラテラルな正，負の素子により全回路を合成し，ついでその枝路インミタンスを能動 RC 回路により実現する方法との二つになる。後者の方法は特に両側抵抗終端はしご形リアクタンスフィルタに対しては，この形のフィルタ固有の，枝路インミタンスに対する伝送損失の感度が小さいという特徴が生かされるので注目されているが，従来は枝路インミタンスに含まれる個々のインダクタンスを，ジャイレータ等のインピーダンス変換器を用いて能動 RC 実現することが試みられていた[3]。

*電気工学科　**大学院学生・電気工学専攻

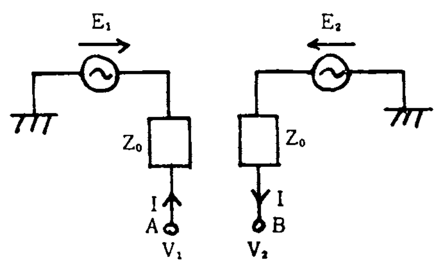
さて，我々は先に任意の一般的駆動点インミタンスの能動RC合成の一方法を提案し[4]その伝送回路網構成への応用について簡単にふれたが，これは前記の個々のインダクタンスの能動RC実現に代り，枝路インミタンスをまとめて能動 RC 回路で構成するものである。この方が枝路インミタンスの次数が高いとき，演算増幅器の所要数が少ない。本文は，この方法を応用して有極狭帯域はしご形フィルタを能動 RC 回路で実現することを取り扱ったもので，リアクタンスフィルタの回路変換に用いるジャイレータのパラメータと，インミタンス実現回路の入力電流調整抵抗の適当な選定により，基本能動回路のQがフィルタ伝達関数の Q の数分の 1 程度ですむという利点があることを示す。

2. インミタンスの能動 RC 合成法の概略[4]

第 1 図に示す，端子A，B 間に接続された任意の一般的駆動点アドミタンス $W(s)$ と等価な回路として第 2 図を考える。図において E_1, E_2 は A, B 間の電位差 V_1-V_2 で制御される電圧源であって，次式で与えられる。

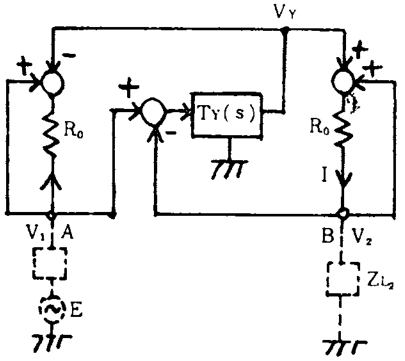


第 1 図　任意の駆動点アドミッタンス$W(s)$とその等価暗箱



第 2 図　電圧制御電圧源と Z_0 による $W(s)$ の実現

$$\left.\begin{aligned} &E_1=V_1-V_Y,\ E_2=V_2+V_Y \\ &V_Y=Z_0W(s)(V_1-V_2) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

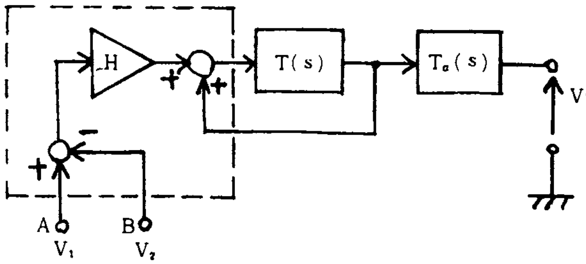


第 3 図　Z_0 として抵抗を用いた構成

Z_0 をある抵抗 R_0 に選び，$T_Y(s)=R_0W(s)$ と置くと，式(1)より第 2 図の構成は第 3 図のように変形できる。ただし図中点線で示したのは，端子A，B に接続される外部回路網を等価的に表わしたものである。ここで

$$\left.\begin{aligned} &W=\frac{1}{R_0}\cdot\frac{m_1+n_1}{m_2+n_2} \\ &m_1,\ m_2：偶多項式,\ n_1,\ n_2：奇多項式 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

と表わして置く。次に伝達関数 $T_Y(s)$ $(=R_0W(s))$ を実現するには，まず $T_Y(s)$ を比較的低 Q の左半面極のみを含む関数 $T_a(s)$ $(=R_0W_a(s))$ と，高 Q ないし実周波数軸を含む右半面内にある極を含む関数 $T_b(s)$ $(=R_0W_b(s))$ との積で表わし，これらをそれぞれ実現して，全体はこれらの縦続接続とする。具体的構成は第4図に示すように，$T_a(s)$ は安定な基本区間の無帰還縦続接続とし，$T_b(s)$ は安定な基本区間の縦続接続 $T(s)$ に正帰還をかけ，それに定増幅器 H を縦続接続した構成である。ここで



第4図　V_Y を与える回路

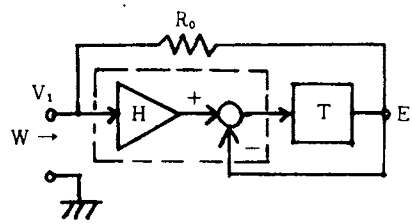
$$T_b(s)=\frac{HT(s)}{1-T(s)} \tag{3}$$

であり，$T(s)$ の分母は，H の値を調節して Hurwitz 多項式ならしめることが常に可能である。

次に一端接地インミタンスの場合，つまり第3図において $V_2=0$ の場合は，V_1 側のみを構成すれば良い。この場合回路を簡単化するため $E_1=V_1-V_Y$ を一つにまとめて実現する。すなわち

$$T_Y(s)=\frac{E_1}{V_1}=1-R_0W \tag{4}$$

これは前と同様第4図の回路で実現できるが，特に $T_a(s)=1$ の場合は第5図となる。$T_b(s)$ における帰還結合は減算形でも良いので，図はそれを示している。このとき



第5図　一端接地インミタンスの実現

$$\left.\begin{aligned} E_1&=\frac{HT}{1+T}V_1 \\ T&=\frac{1-R_0W}{(H-1)+R_0W} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

なお，第4図，第5図の点線範囲内は演算増幅器1個で実現できる。特に $W(s)$ がリアクタンス関数の場合について述べると，

1° $R_0W(s)=sB/A$　　形；$H=2$ と選ぶと

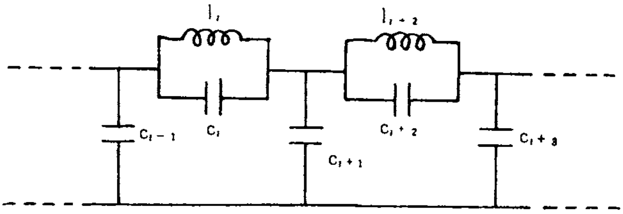
$$T(s)=\frac{A-sB}{A+sB}\text{；全域通過関数} \tag{6}$$

2° $R_0W(s)=A/sB$　　形；$H=2$と選ぶと

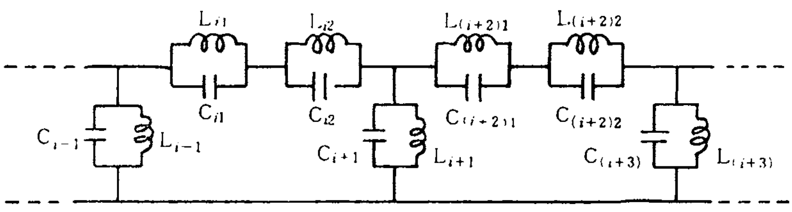
$$T(s)=-\frac{A-sB}{A+sB}\text{；全域通過関数} \tag{7}$$

3. 有極狭帯域はしご形フィルタの能動 RC 実現

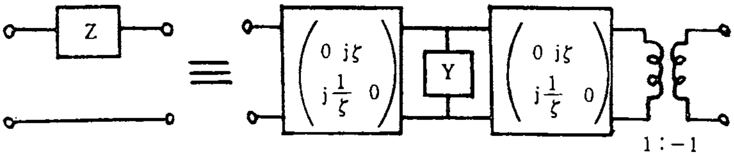
一般に第6図(a)に示すπ形構造の有極低域フィルタから，リアクタンス周波数変換により帯域フィルタを導くと，第6図(b)の回路が得られる。この回路においては周知のように狭帯域である程，並列腕のインピーダンスに比べ直列腕のインピーダンスが著るしく大きくなり，製作困難であるので，虚ジャイレータを用いて第7図に示すように直列腕を並列腕に変換し，インピーダンスを下げる。ここで，



第6図(a)　有極低域フィルタ

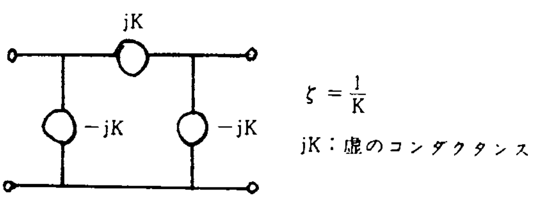


第6図(b)　有極帯域通過フィルタ



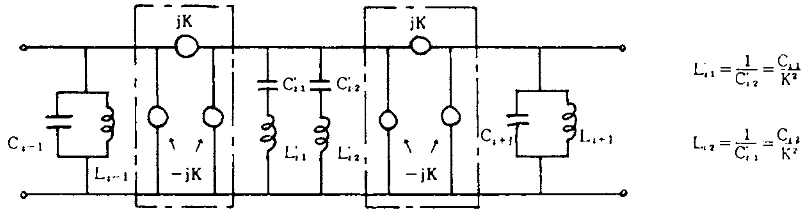
変換式 $Z=\zeta^2Y$

第7図　ジャイレータ変換

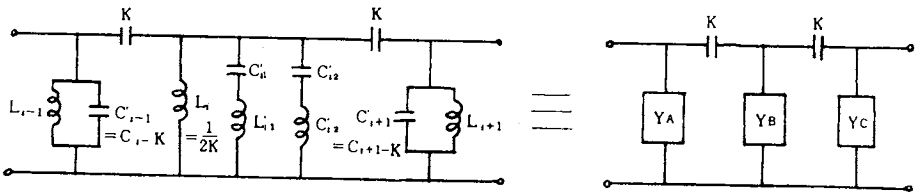


第8図　虚ジャイレータ

虚ジャイレータとしては第8図の回路を用いる。この結果，Π 形一区間を変換した回路は第9図のようになり，ここで $\pm jk$ をフィルタの中心周波数において同一のインピーダンスを持つインダクタンスあるいはキャパシタンスで置き換えると，回路は第10図となり，Y_A，Y_B，Y_C は次のようになる。



第9図　ジャイレータ変換された Π 形一区間回路

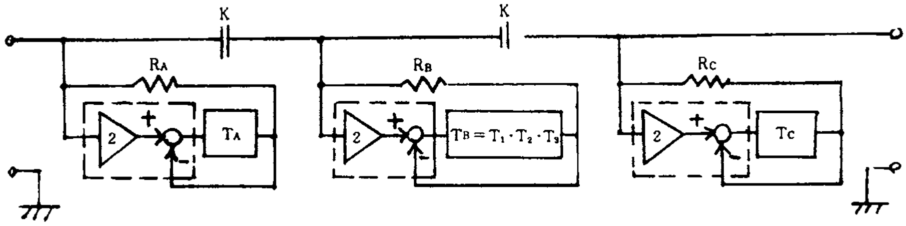


第10図　$\pm jk$ をリアクタンスで置き換えた等価回路

$$Y_A=\frac{s^2+\dfrac{1}{L_{i-1}C'_{i-1}}}{\dfrac{1}{C'_{i-1}}s},\qquad Y_C=\frac{s^2+\dfrac{1}{L_{i+1}C'_{i+1}}}{\dfrac{1}{C'_{i+1}}s} \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned}
Y_B&=\frac{a_1s_4+a_3s^2+a_5}{s^5+a_2s^3+a_4s}\\
a_1&=\frac{1}{L_i}+\frac{1}{L'_{i1}}+\frac{1}{L'_{i2}}=2k+\left(\frac{1}{C_{i1}}+\frac{1}{C_{i2}}\right)k^2\\
a_2&=\frac{1}{L'_{i1}C'_{i1}}+\frac{1}{L'_{i2}C'_{i2}}=\frac{C_{i2}}{C_{i1}}+\frac{C_{i1}}{C_{i2}}\\
a_3&=\frac{1}{L'_{i1}}\left(\frac{1}{L'_{i2}C'_{i2}}\right)+\frac{1}{L'_{i2}}\left(\frac{1}{L'_{i1}C'_{i1}}\right)+\frac{1}{L_i}a_2=a_1+2k(a_2-1)\\
a_4&=\frac{1}{L'_{i1}C'_{i1}L_i'{}_2C'_{i2}}=1\\
a_5&=\frac{1}{L_i}=2k
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

各枝路リアクタンスの実現は第5図による。電圧伝達関数の調整が容易となるように，$H=2$ と選ぶと，それらはいずれも式(7)で表わされる。Y_A，Y_C に対する伝達関数 T_A，T_C は2次，Y_B に対する T_B は5次であり，次式のように与えられる。一 Π 区間の構成は第11図となる。



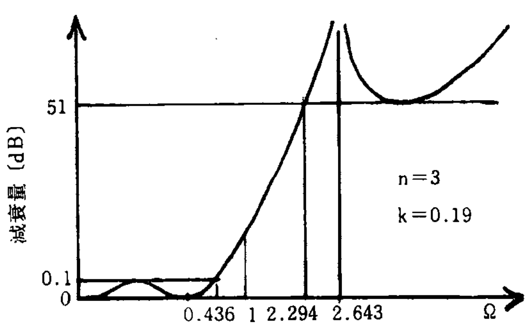
第11図　Π 形一区間の構成

$$
\left.
\begin{aligned}
T_A &= -\frac{s^2 - s/R_A C'_{i-1} + 1/L_{i-1}C'_{i-1}}{s^2 + s/R_A C'_{i-1} + 1/L_{i-1}C'_{i-1}} \\
T_B &= \frac{s^5 - R_L a_1 s^4 + a_2 s^3 - R_L a_3 s^2 + a_4 s - R_L a_5}{s^5 + R_L a_1 s^4 + a_2 s^3 + R_L a_3 s^2 + a_4 s + R_L a_5} \\
&= T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \ (T_2,\ T_3 : \text{双二次},\ T_1 : \text{双一次}) \\
T_C &= T_A \ \text{の式と同形で添字}\ i-1\ \text{を}\ i+1\ \text{で置き換えたもの}
\end{aligned}
\right\} \quad (10)
$$

4. 設　計　例

設計例に用いる規準低域フィルタとして，第12図に示すものを選んだ。その伝達関数は

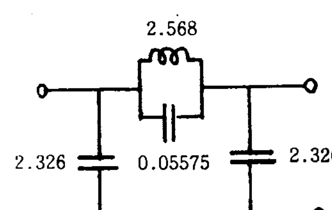
$$
T_L(\Lambda) = \frac{H_L(\Lambda^2 + 2.6430^2)}{(\Lambda + 0.43)(\Lambda^2 + 0.4103276\Lambda + 0.319593)} \quad (11)
$$



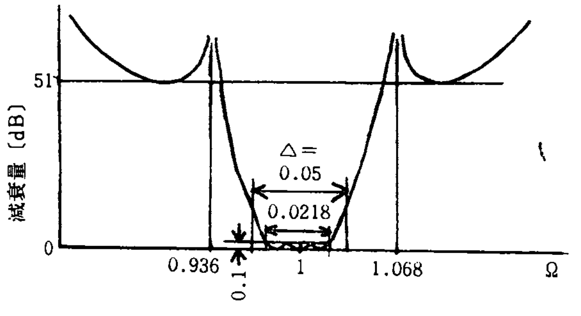
第12図　規準低域フィルタ特性

であり，回路は第13図に示される。これを第14図に示すように比帯域幅 $\Delta = 0.05$ として帯域変換すると，回路は第15図，素子値は次のようになる[5]。

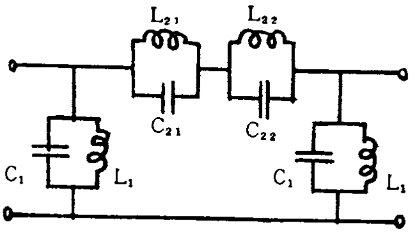
$$
\left.
\begin{aligned}
&L_1 = 0.0214998, \quad L_{21} = 0.418872, \quad L_{22} = 0.478005 \\
&C_1 = 46.512 \quad\ \ , \quad C_{21} = 2.09203\ , \quad C_{22} = 2.38737
\end{aligned}
\right\}
$$



第13図　規準低域フィルタ回路



第14図　規準帯域フィルタ特性



第15図　規準帯域フィルタ回路

このとき，伝達関数の Q は約 100 となる。式(8)，(9)を用いて，Y_A，Y_B は次のように求まる。

$$Y_A=\frac{s^2+46.5121/(46.5121-k)}{s/(46.5121-k)}, \tag{12}$$

$$Y_B=\frac{(2k+0.896877k^2)s^4+(4.03492k+0.896877k^2)s^2+2k}{s^5+2.01746s^3+s} \tag{13}$$

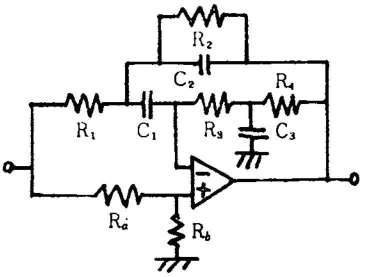
次に式(10)より伝達関数の Q がなるべく小さくなるように R_0 ならびに k を決定する。R_0 は T_A，T_B のどちらに対しても小さくした方が良いが，$T(s)$ の出力演算増幅器の負荷となるので，あまり低く選ぶことは出来ない。我々はフィルタの基準インピーダンス R_N を 1009Ω に選んだので，R_N で正規化した値として $R_A=R_b=0.5$ に選んだ。次に k は $T_B(s)$ に含まれる $T_2(s)$，$T_3(s)$ の Q の二乗和が最小となるような値を電子計算機により求めた。その結果を次に示す。

$$k=0.71435$$

$$T_A(s)=-\frac{s^2-0.0436700s+1.01559}{s^2+0.0436700s+1.01559},\quad Q=23.08 \tag{14}$$

$$T_B(s)=T_1(s)\cdot T_2(s)\cdot T_3(s)$$

$$\left.\begin{aligned}&T_1(s)=\frac{s-0.803798}{s+0.803798},\quad T_2(s)=\frac{s^2-0.0453427s+1.07254}{s^2+0.0453427s+1.07254},\quad Q=22.84\\&T_3(s)=\frac{s^2-0.0940483s+0.828611}{s^2+0.0940483s+0.828611},\quad Q=9.68\end{aligned}\right\} \tag{15}$$



第16図　加 藤 の 回 路

式(14)，(15)の伝達関数はいずれも Q の値が 10～23 と高いので高 Q 向きで感度の低い加藤の回路（第 16 図）[6] を用いた。その伝達関数は

$$T(s)=\frac{1}{1+r}\cdot\frac{(sC_3+G_3+G_4)\{s^2C_1C_2+sC_1(G_2-rG_1)\}+\{s(C_1+C_2)+G_1+G_2\}(sC_3G_3+G_3G_4)}{(sC_3+G_3+G_4)(s^2C_1C_2+sC_1G_2)+\{s(C_1+C_2)+G_1+G_2\}G_3G_4} \tag{16}$$

ただし $r=R_a/R_b$, $G_i=R_i^{-1}$ であり，演算増幅器は理想的としている。ここで

$$C_3=C_1+C_2,\quad G_1+G_2=G_3+G_4 \tag{17}$$

と選定すると，

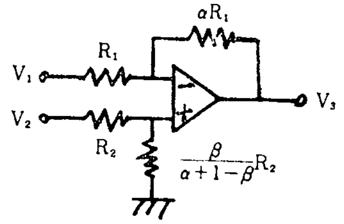
$$T(s)=\frac{s^2-s\left\{\frac{rG_1}{C_2}-\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)G_3-\frac{G_2}{C_2}\right\}+\frac{G_3G_4}{C_1C_2}}{(1+r)(s^2+s\frac{G_2}{C_2}+\frac{G_3G_4}{C_1C_2}} \tag{18}$$

となる。それゆえ全域通過回路の条件は

$$2\frac{G_2}{C_2}+\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)G_3=\frac{rG_1}{C_2} \tag{19}$$

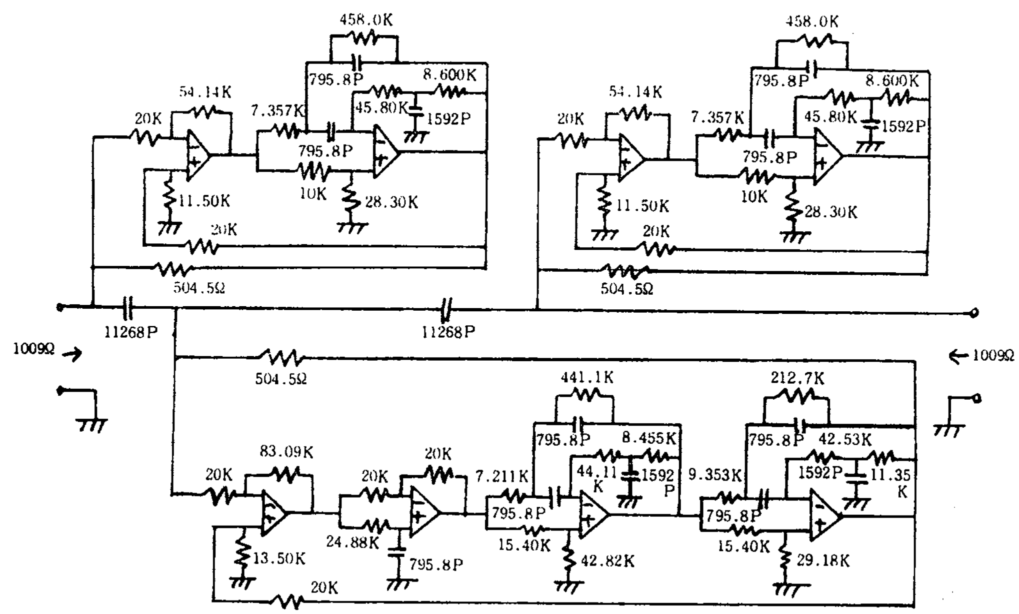
である。

次に帰還ループを作るための加算回路を第17図に示す。これらの能動RC回路の基準インピーダンスは，フィルタのそれに無関係に定めることができる。本試作においては約20kΩに選定した。一方フィルタの基準インピーダンスは1009Ω，中心周波数は10kHzと選んだ。能動RC構成したフィルタの全回路を第18図に示す。



$V_3=-\alpha V_1+\beta V_2$

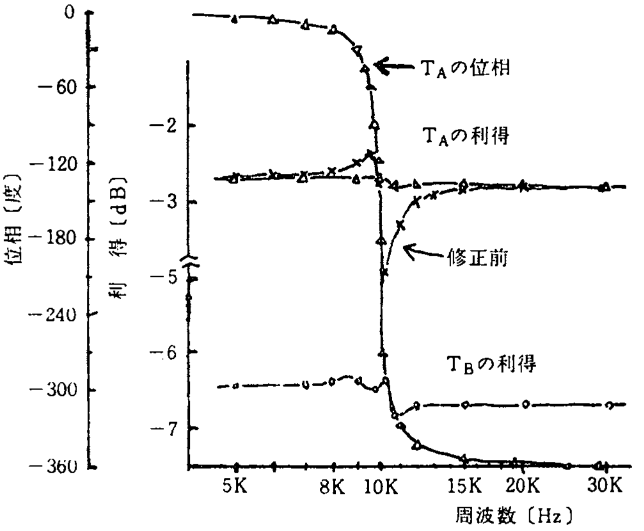
第17図　加 算 回 路



第18図　能動ＲＣ構成による帯域フィルタ回路

5. 実験とその解析

直流利得約 105 dB，零 dB 利得周波数約 2 MHz の演算増幅器(日電 μPC 157A)を用い，試作を行なった。この増幅器の 10 kHz における利得は 40 数 dB，位相回転は約 90 度である。これを理想増幅器として設計した二次全域通過回路の周波数特性の測定結果は，第 19 図に例を示すように，その共振周波数の近傍で利得特性が約 ±1 dB のリップルを持っている。そこでこの増幅器の利得の不足と位相回転の影響を解析する。



第19図　全域通過回路の周波数特性

いま目的とした $T(s)$，すなわち演算増幅器の利得Aが無限大であるときの $T(s)$ を

$$T(s)=\frac{s^2-as+b}{s^2+as+b} \tag{20}$$

と表わすとき，A を考慮に入れるとこれは次のようになる。

$$T(s)=\frac{s^2-as+b}{(1+r)(1+A^{-1})(s^2+as+b+\frac{A^{-1}}{1+A^{-1}}has)} \tag{21}$$

ここで $h=(1+r)G_1/G_2-2$ である。いま演算増幅器の特性を

$$\mathrm{A}=\frac{A_0}{1+\frac{s}{\omega_p}} \tag{22}$$

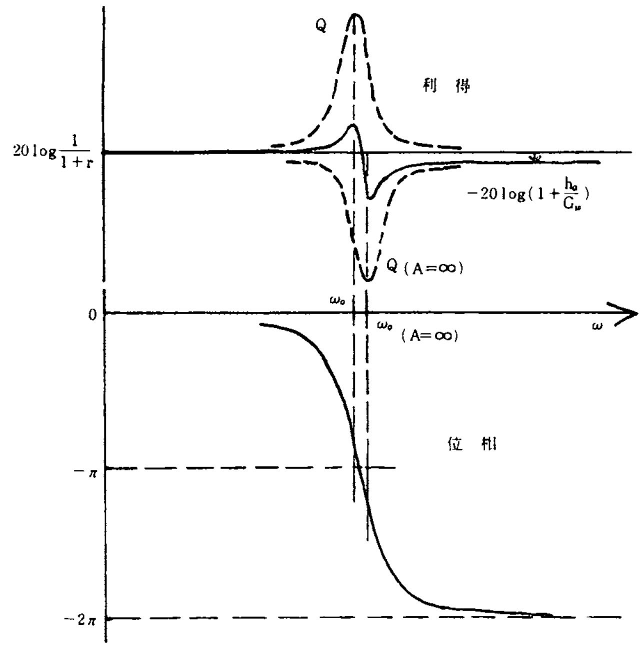
と仮定し，$A_0\omega_p=G_W$ と置けば

$$T(s)=\frac{(s^2-as+b)}{(1+r)(1+\frac{ha}{G_W})\,(s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2)} \tag{23}$$

ここで ω_0 ならびに Q は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\omega_0=\frac{\omega_{0(A=\infty)}}{\sqrt{1+\frac{ha}{G_W}}},\quad Q=Q_{(A=\infty)}\frac{\sqrt{1+\frac{ha}{G_W}}}{1+\frac{h\omega_p}{G_W}}\\&\omega_{0(A=\infty)}=\sqrt{b},\quad Q_{(A=\infty)}=\sqrt{b}/a\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

その結果 $T(s)$ の周波数特性には，Q の変化よりも ω_0 の変化が大きく影響して第 20 図に示すようなリップルを生じ，実験結果と定性的に一致する。



第20図　演算増幅器の利得の不足と位相回転の影響による全域通過回路の解析

これを補償するには，式(17)，(19)の条件を破って，数個の素子を変えねばならない。いま C_2，G_4，r をそれぞれ ΔC_2，ΔG_4，Δr だけ動かしたとすると，式(16)に演算増幅器の利得 A を考慮した式は

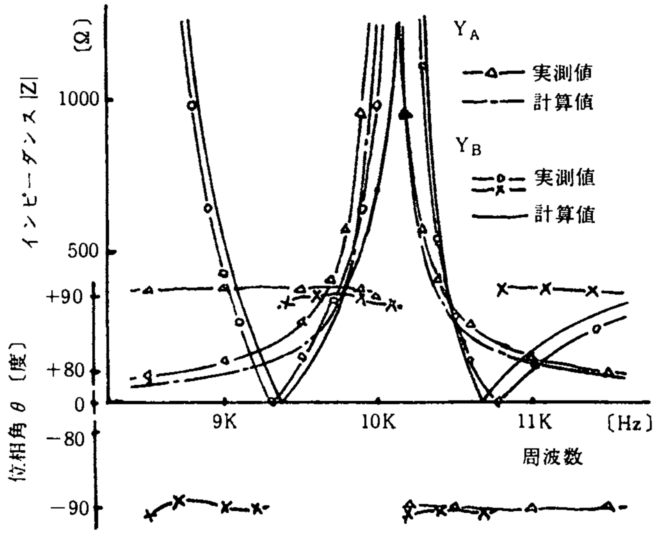
$$T(s)=\frac{P+\Delta C_2s\{sC_1(sC_3+G)+G_3(sC_3+G_4)\}+\Delta G_4\{s^2C_1C_2+sC_1(G_2-rG_1)+G_3(sC_3+G)\}-\Delta rsC_1G_1(sC_3+G)}{(1+r)(1+A^{-1})[Q+\delta s(C_1G_1+C_3G_3)(sC_3+G)+\Delta C_2s\{sC_1(sC_3+G)+G_3G_4\}+\Delta G_4\{sC_1(sC_2+G_2)+G_3(sC_3+G)\}]} \tag{25}$$

ただし P，Q はそれぞれ式(16)の分子，分母多項式であり $\delta=A^{-1}/(1+A^{-1})$，$G=G_3+G_4$ である。ここで δ は

$$\delta \fallingdotseq \frac{s+\omega_p}{G_W} \fallingdotseq \frac{s}{G_W} \tag{26}$$

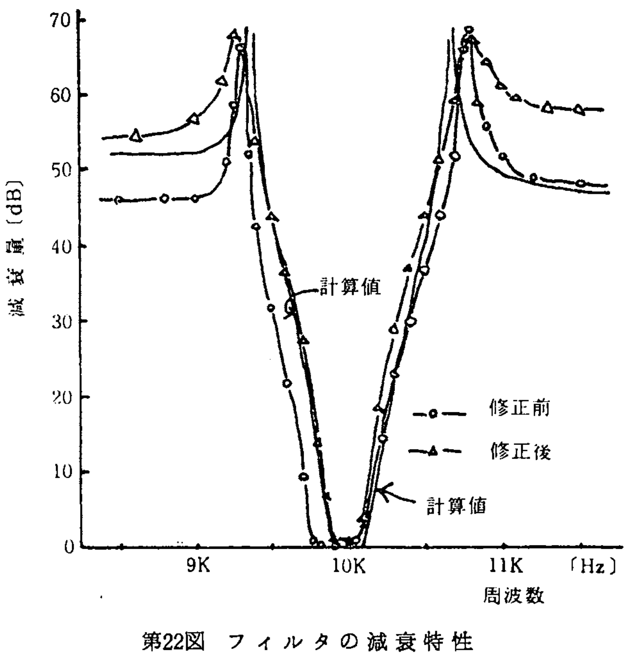
となり，分母の δ の項は s^3 と s^2 の成分より成ることが分る。それゆえ素子の調整は ΔC_2 を負に選んで δ の s^3 の項を相殺し，次にこのため生じた ΔC_2 の項における s の 1 次の成分を，ΔG_4 を正に取って打ち消すという方向になるであろう。ただしこのときもちろん分子の項の変化も考えなければならない。紙上計算では分子，分母の根のずれの自乗和を最小にするような ΔC_2，ΔG_4，Δr を求めることができるが，実際には素子偏差の影響を含めて実験的に最適値を決めるのが適当である。

実験調整は各二次区間ごとに利得特性のリップルの縮小と，位相反転周波数の指定値への接近を測定しながら行なった。調整後の T_A ならびに T_B の総合特性を前出の第 19 図に示してある。この結果得られた Y_A，Y_B のインピーダンスは第 21 図のように零点が多少拡がって中心周波数付近のインピーダンスがやや高くなっている。これを中心周波数にて設計値に合わせるよう $R_0=350\ \Omega$ と選んだ。



第21図　アドミッタンス Y_A, Y_B の周波数特性

フィルタの減衰特性を第 22 図に示す。通過域は素子調整前は中心周波数が約 80 Hz 下方にずれていたが，調整後は指定の位置に来た。帯域内は平たんな特性を示している。しかし減衰域では設計値より減衰量が増大している。これは演算増幅器の特性の理想値よりのずればかりでなく，成分全域通過回路の調整法にも依存するものと思われる。



第22図　フィルタの減衰特性

6. む　す　び

高次のリアクタンス枝路を能動 RC 回路でインミタンス・シミュレーションすることにより比帯域幅 2.18 %の有極狭帯域フィルタを試作し，実用に供し得る特性を得ることが出来た。本方法の際立った特徴は，能動回路の Q の値がフィルタ伝達関数の Q の値の数分の1ですむということであろう。本試作例ではフィルタの伝達関数の Q が約 100，能動回路の Q は最大でその 1/4 以下であった。この低下割合を大きくするには，演算増幅器が許す限り低い値の R_0 を用いること，フィルタの基準インピーダンスをなるべく高く選ぶこと，変換に用いるジャイレータのパラメータ k を最適に選ぶことである。

次に本方法を演算増幅器所要数の点で縦続合成法と比較する。利得 100 の演算増幅器を 2 個用いれば，$Q=15\sim100$ の二次伝達関数を実用上充分な安定度で実現出来ることが示されている[7]。したがって縦続合成法で本フィルタを合成すれば，演算増幅器は 6 個ですむ。一方，本方法では 8 個を要している。それゆえ本方法はより高 Q で，縦続合成法において基本区間に演算増幅器を 3 個要するような関数に適用するのが妥当であろう。このような場合の検討は今後に残されている。

本研究は電々公社より研究費の補助を受けて行なったもので，武蔵野通研川島電子回路研究室長，井川補佐，黒川調査員には種々御教示頂いた。厚くお礼申し上げる。

参　考　文　献

1） L. P. HUELSMAN et al.；Active Filters, McGraw-Hill (1970).
2） 柳沢；能動伝送回路網の現状と展望，沖電気時報，37，4 (1970).
3） H. J. ORCHARD；Inductorless Bandpass Filters, IEEE, SC—5, 3 (1970).
4） 武部　幹，西川　清，黄　正寿；電子通信学会回路とシステム理論研究会資料 CT 73—08 (1973).
5） 例えば矢崎銀作，武部　幹；伝送回路網およびフルタ，p. 123，電子通信学会 (昭 47—10).
6） 加藤和子；単一差動入力演算増幅器を用いた All Pass 回路，信学全大，昭 47，No. 1151.
7） 岩田　穆，黒沢秀行；電子通信学会回路とシステム理論研究会資料 CT 71—41 (1971).

(昭和 48 年 10 月 8 日受理)