

ろ波器の動作インピーダンス

武 部 幹

Effective Impedance Characters of Filters

by

Tuyosi TAKEBE

Abstract

In a system in which a filter is connected with other networks, its input and output impedances give an effect on the overall transmission character. Specially, when the system includes a modulator, care must be given to the impedances of the filter in attenuation band as well as transmission band.

In this paper, the relations between effective impedances and insertion loss parameters of Tchebycheff filters are investigated by using a model filter which is consisted of hi-precision variable elements.

1. ま え が き

ろ波器を他の機器と縦続、並列あるいは直列等種々に接続する場合、その動作インピーダンスが総合伝送特性に影響をおよぼす。通過域の動作インピーダンスが重要であることは言うまでもないが、とくに変調器と縦続接続する場合は、その減衰域の動作インピーダンスもまた考慮に入れなければならない¹⁾。従来良く知られているのは、両側終端抵抗がほぼ相等しいリアクタンسろ波器の通過域の動作インピーダンスについてであるが²⁾、減衰域の動作インピーダンスがその減衰量パラメータとどのような関連があるか、両側終端抵抗が著しく異った場合はどのようなになるか、等については知られていない。

本文では、これらの点を明らかにする目的で、可変素子で組立てたるろ波器を用いて測定を行った結果を報告する。

2. 測 定 方 法

動作インピーダンスを求めるには、大別して二つの方法がある。第1は伝送関数よりインピーダンスの式を導き、計算により求める方法であり、第2はアナログあるいはデジタル方式で、ろ波器回路のシミュレーションを行って求める方法である。

本文では可変の L , C , R 素子を用い、アナログシミュレーションを行った。各素子は 30 KC でインピーダンスが 600 Ω となる値を、正規化して 1 H , 1 F , 1 Ω と公称し、高精度で4桁可変出来る。^{3) 4)}

3. 影像誘導 M 形ろ波器

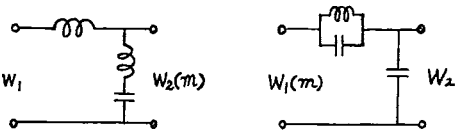
誘導Mインピーダンスは、正規化した形は次式で与えられる。(第1図参照)

$$\left. \begin{aligned} W_1(m) &= \frac{\sqrt{1-Q^2}}{1-(1-m^2)Q^2} , \\ W_2(m) &= W_1(m)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

これを第 2 図に示す。なお、 $W_1(m)$ を基準インピーダンス系に並列（あるいは $W_2(m)$ を直列）に挿入した場合の挿入損失を縦軸に同時に目盛ってある。

4. 無極通過域チエビシエフ特性ろ波器

この型のろ波器を影像パラメータ理論で考えると、各 T あるいは π 区間のインピーダンスレベル、遮断周波数を適当に変えて、通過域の特性のチエビシエフ化を図っているわけであるが、通過域において、基準インピーダンスに対する動作インピーダンスの反射係数の最大値 r が小さい程、影像通過帯域の中のより小さい帯域迄しか伝送出来ない。逆に伝送帯域を一定にすると、最大反射係数が小さい程、影像遮断周波数は帯域端より遠ざかることになる。 π 形の 7 次のろ波器について実測した結果は、第 3 図に示されている。インピーダンスのピークは影像遮断周波数 f_c と考えられ、 f_c と伝送帯域端周波数 f_B の比は第 1 表のようになる。また回路の次数が高くなると、各区間の調節により伝送帯域を広く出来る。第 4 図に実測結果を示す。



第 1 図 誘導 M 形ろ波器

次に周波数が極めて大きくなったところでは、単一容量のインピーダンスとなるが、その容量値を求めてみる。この型のろ波器の動作伝送係数を $g(\lambda)$ 、特性関数を $h(\lambda)$ とすると、 π 端における入力動作アドミタンスは

$$Y_1 = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{g-h}{g+h} \quad (2)$$

となる。ここで

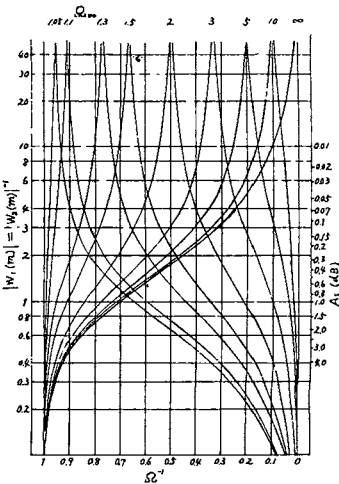
$$\left. \begin{aligned} g(\lambda) &= H(\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{-1} + \dots + a_0), \\ h(\lambda) &= -H(\lambda + b_{n-2}\lambda^{-2} + \dots + b_1\lambda) \quad n: \text{奇数}, \\ &= -H(\lambda^n + b_{n-2}\lambda^{-2} + \dots + b_2\lambda^2) \quad n: \text{偶数}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\text{ゆえに} \quad Y_1 \Big|_{\lambda \rightarrow \infty} = \frac{2}{a_{n-1} R_1} \lambda \quad (4)$$

ここで a_{n-1} は、 $g(\lambda)$ の各零点の実数部を $-\xi_i$ とすると、

$$a_{n-1} = \sum_{i=1}^n \xi_i$$

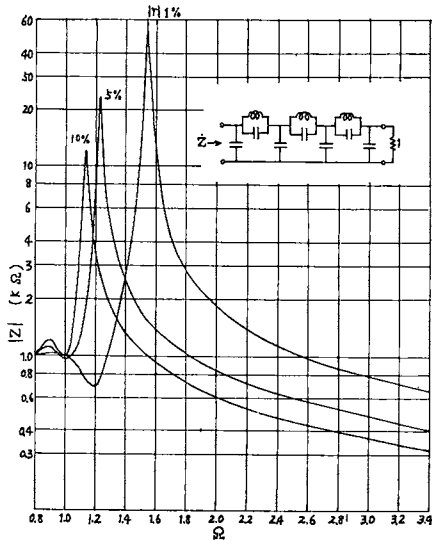
で与えられる。各零点は、 λ の左半面上実周波数軸上に焦点を有する楕円上に配置されるが²⁾、通過域最大減衰量 b_p が小さい程楕円の短径が大きくなり、逆に b_p が大きい程楕円の短径は小さくなるゆえ、(4) 式で与えられる容量 $2/a_{n-2}$ は、 b_p が小さい程小さい。また b_p を一定として回路の次数を大きくすると、容量は僅かに増加する。



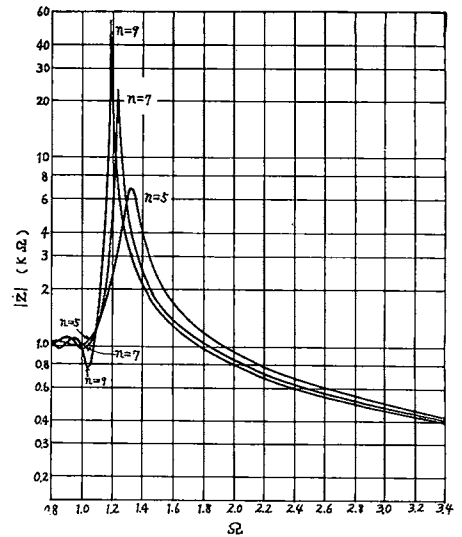
第 2 図 $W_1(m)$, $W_2(m)$ の減衰域における特性

第 1 表 反射係数と実効伝送帯域の関係 (7 次)

$ r \%$	$f_B/f_c \%$
1	64.9
5	81.0
10	88.5



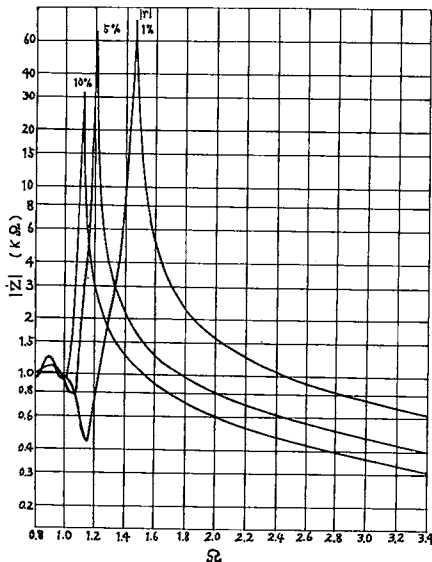
第3図 7次無極チェビシェフろ波器
減衰域入力インピーダンス



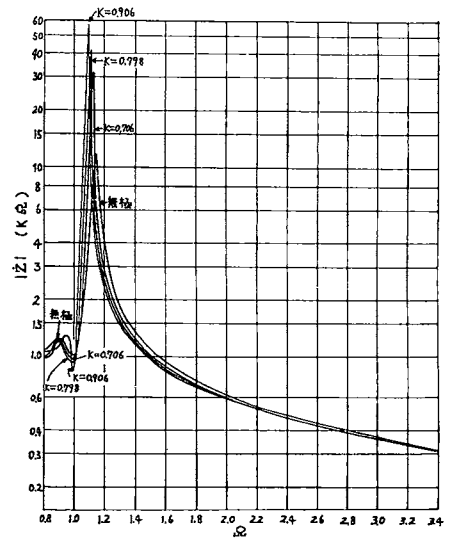
第4図 無極チェビシェフ特性ろ波器減衰
域入力インピーダンス $|r| = 5\%$

5. 連立チェビシェフ特性ろ波器

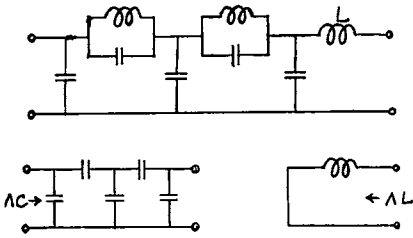
遮断係数 k を一定として $|r|$ を変えた場合、ほぼ無極の場合と同様な特性を有する。第5図は7次の回路の例である。 $|r|$ 一定として k を変えると、第6図のように $|z|$ のピークは k 大となる程 $\Omega = 1$ に近づくが、高周波における等価容量は k により殆んど変化しない。このことを喜安の変換を行った偶数次のろ波器⁵⁾について考察すると、第7図において $\lambda \rightarrow \infty$ における入、出力動作インピーダンスを考えれば、インピーダンスの相反性より $L=C$ となる。*Saal* のろ波器カタログ⁶⁾より引用すると、 L の k による変化は6次を例にとると、第8図のように非常に小さい。すなわち、第6図の傾向と一致し、次数の如何にかかわらず一般にこのような性質を有する。



第5図 7次連立チェビシェフ特性ろ波器減
衰域入力インピーダンス ($k=0.706$)



第6図 7次チェビシェフ特性ろ波器減衰域
入力インピーダンス ($|r| = 10\%$)

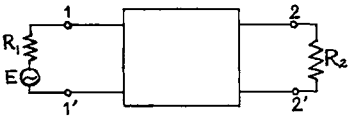


第7図 偶数次ろ波器

6. 異なる終端抵抗間で動作するチェビシェフろ波器

第9図において $R_1 \neq R_2$ とし、挿入損失 $b_1 \geq 0$ なる低域ろ波器について、通過域も含めてその動作インピーダンスを考える。 $R_2 = 1 \Omega$ とし、 $R_1 \rightarrow 0$ なる場合は電圧減衰量ろ波器であり、 $R_1 \rightarrow \infty$ なる場合は電流減衰量ろ波器である。ここでは $R_1 < 1$ なる場合のアドミタンス、あるいはこれと双対な回路について $R_1 > 1$ なる場合のインピーダンスを考える。

この場合は動作減衰量 b_s が $b_s \geq b_{s0} > 0$ 故、特性関数を $\varphi(A) = h(A)/f(A)$ とすると、 $h(A) \cdot h(-A)$ は実周波数軸上の根を持たず、原点に関し対称な4ケの複素零点の組、または実軸上の対をなしている。それゆえ、 $h(A)$ は種々選び得るが、(3)式においてこの場合



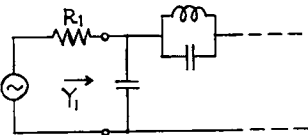
第9図 異なる抵抗間で動作するろ波器

$$h(A) = -H(\lambda^n + b_{n-1}\lambda^{-1} + b_{n-2}\lambda^{-2} + \dots + b_1\lambda + b_0) \tag{5}$$

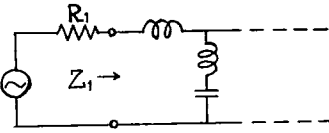
となるゆえ、(4)式に代って

$$Y_1 = \frac{2\lambda}{(a_{n-1} - b_{n-1})R_1} \tag{6}$$

となり、 $h(\lambda)$ が Hurwitz 多項式である場合が最も b_{n-1} が正で大きく、したがって $\lambda \rightarrow \infty$ における等価容量が最も大きい。この場合は第10図に示されるように、1-1' 端に並列容量が入る場合であるが、(5)式において H の符号を逆に取ると、第11図に示される場合となり、(6)式の Y_1 に代って $Z_1 = R_1 \cdot 2\lambda / (a_{n-1} - b_{n-1})$ となる。ろ波器を分波器接続する場合は、この型の回路を選ぶが、 $h(\lambda)$ として Hurwitz 多項式を選んだ場合が最も減衰域動作インピーダンスが高くて望ましいことが分る。特に $R = 0$ すなわち電圧減衰量ろ波器の場合は、 $h(\lambda)$ が Hurwitz 多項式の場合のみ回路が存在する。

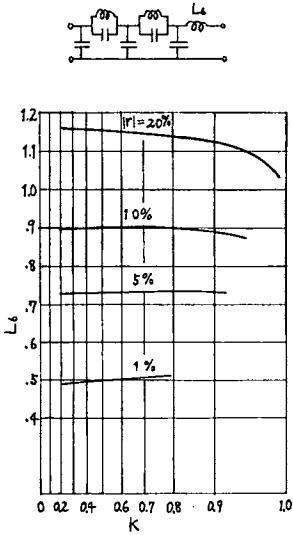


第10図 $h(\lambda)$ の符号負の場合



第11図 $h(\lambda)$ の符号正の場合

次に $h(\lambda)$ として Hurwitz 多項式を選び、 R_1 が1より ∞ に変化した場合の入力通過域動作インピーダンスの変化を調べてみる。動作インピーダンスを $W = R + jX$ ，動作減衰量を b neper と



第8図 L_0 の k による変化

すると、よく知られているように²⁾

$$(R-R_0)^2 + X^2 = \rho^2 \quad (7)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= (2e^{2b} - 1)R_1 \\ \rho &= 2e^b \sqrt{e^{2b} - 1} \cdot R_1 \end{aligned} \right\}$$

と言う円の方程式が成り立つ。動作減衰量 b と挿入減衰量 b_I との間には

$$e^{2b} = \frac{(R_1 + R_2)^2}{4R_1R_2} e^{2b_I} \quad (8)$$

なる関係がある。それゆえ

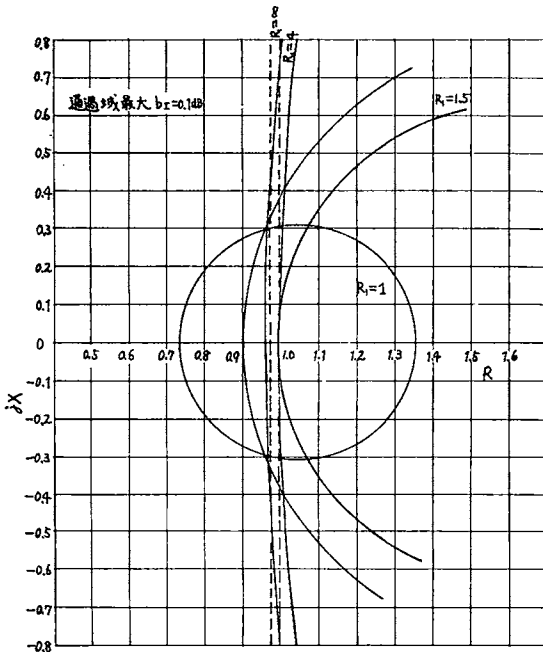
$$b_I = 0 \text{ の時: } R_0 = (R_1^2 + R_2^2) / 2R_2, \quad \rho = (R_1^2 - R_2^2) / 2R_2 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} b_I = b_I \text{ の時: } R_0 &= -\frac{R_1^2 + R_2^2}{2R_2} + \frac{(R_1 + R_2)^2}{2R_2} (e^{2b_I} - 1), \\ \rho &= -\frac{R_1^2 - R_2^2}{2R_2} - e^{b_I} \sqrt{1 + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 - R_2} \right)^2 (e^{2b_I} - 1)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

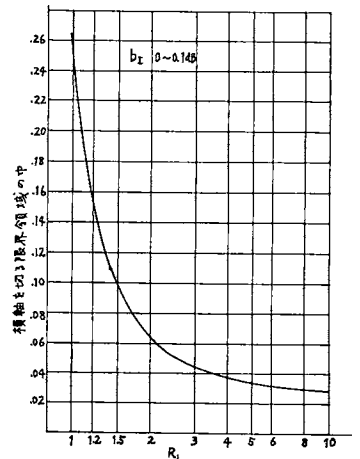
となる。これより R_1 が大となるにしたがい、 R_0 、 ρ 共に大となることが分る。また R_1 一定とすると、 $b_I = 0$ の円より $b_I = b_I$ の円の方が R_0 、 ρ 共にわづかに大きい。挿入損が $0 \sim b_I$ であれば動作インピーダンスはこの二円の間にある。 $b_I = 0$ の円が R_0 と原点の間で横軸を切る点は

$$b_I = 0 \text{ の時: } R_0 - \rho = R_2 = \text{一定}$$

である。これらの円ならびに横軸を切る限界領域の幅を第12図、第13図に示す。

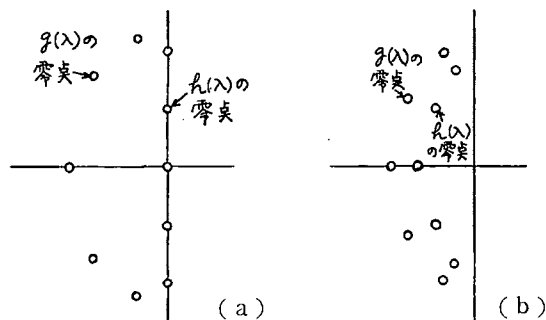


第12図 動作インピーダンスの限界曲線



第13図 動作インピーダンス限界領域の横軸を切る巾

次にこの領域の中で、インピーダンスが周波数と共にどのように動くかをチェビシェフろ波器につ

第14図 $g(\lambda)$, $h(\lambda)$ の零点の配置

いて考察してみる。 $R_1 = 1$ では $h(\lambda)$ の零点は通過域実周波数軸上にある故 (第14(a)図), 反射係数 $\rho = h/g$ は, 大きさ, 位相共に烈しく変動し, したがってインピーダンスは交互に繰り返り円に接したり, 点 $(1, j0)$ を通過したりする。 $R_1 > 1$ となると, $h(\lambda)$ は実周波数軸上零点を持たないゆえ, 周波数が零より大きくなるにしたがい, インピーダンスの大きさ, 位相は滑らかな一定方向の変化の上に, g, h の粒効果によるリップルが重畳する形となる (第14(b)図参照)。 R_1 大となるにしたがい, h の零点が g の零点に近づき曲線は滑らかとなる。 R が無限大で且つ b_I が小さい時は Thomas のチャートにより近似される形となる。実測例を第15図, 第16図に示す。

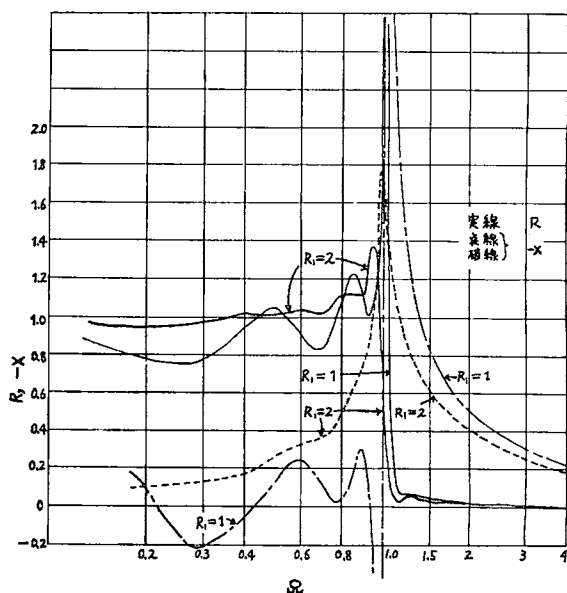
7. む す び

以上により, 主としてチェビシェフパラメータ低域ろ波器の減衰域ならびに通過域のインピーダンスが, 減衰特性や伝送関数, 特性関数とどのように関連するかが明らかになった。これらの結果を影像誘導M形インピーダンスと対照すれば, 当然M端の回路構造を有し, 通過域の b_p の値と, 減衰域におけるインピーダンスの極の位置とが独立に選定出来るような動作パラメータろ波器の開発が望まれる。また周波数非対称帯域ろ波器, 遅延平坦ろ波器等にも触れなかったが, これらは次の機会にゆずる。

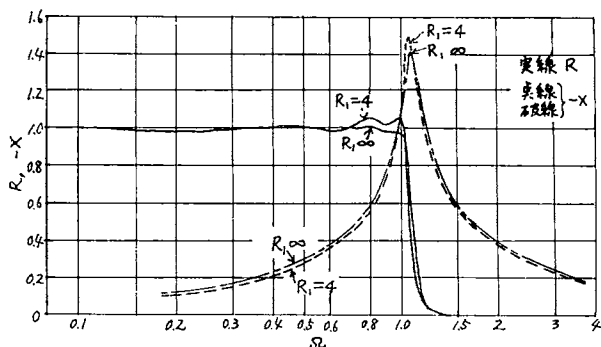
終りにこの実験は電々公社通信研究所に勤務中試作した装置を用い, 同所に研修中に行ったものである。御指導頂いた同所矢崎, 熊谷元伝送課長に深く感謝の意を表する。

文 献

- 1) 武 部: “変調器とろ波器の縦続接続について”, 信学会 回路委資料 (1962.07)
- 2) 矢 崎: “伝送回路網およびろ波器 (その3)”, 信学会 実用通信工学叢書 (1960)
- 3) 飯 島, 武 部, 篠 崎, 田 中: “試作可変標準ろ波器について”, 電気学会連大 (1962.04)



第15図 7次無極チェビシェフろ波器インピーダンス特性



第16図 7次無極チェビシェフろ波器インピーダンス特性

- 4) 武部, 篠崎, 田中: “試作可変標準回路網装置とその応用”, 電々公社通研 成果報告 1935号 (1963)
- 5) 喜安: “Tschebyscheff 特性ろ波器の相反形特性関数に関する一考察”, 信学誌 27, 5 (1943)
- 6) R. Saal: “Der Entwurf von Filtern mit Hilfe des Kataloges normierter Tiefpässe”, Telefunken (1961).