Effect of Sample Size in the Method of Constant Stimuli : A Study by Simulation

金沢大学文学部論集　行動科学科篇
第16号　1996年　23～29

恒常法におけるサンプル数について
―― シミュレーションによる検討 ――

岡　本　安　晴

Effect of Sample Size in the Method of Constant Stimuli
―― A Study by Simulation ――

Yasuharu OKAMOTO

信号検出理論（Green & Swets, 1966）にみられるように、感覚刺激に対する反応の分析においては感覚強度と判断基準が区別されなければならない。このことは柿崎（1993）ではｐ系とｊ系という形で論じられている。

上の考え方に対して、全系列法データの簡便な分析法では、感覚と判断の区別が行われていない。岡本（1994）は感覚と判断の２つの過程を設定する信号検出理論の考え方のモデルによって全系列法データの最尤法による分析を行い、全系列法データの場合も２つの過程を区別した分析が必要であることを示している。

さらに、岡本（1995）は上の最尤法による分析と全系列法の標準的な分析法の比較をシミュレーションによって行っている。標準法の場合は被験者の判断の基準値の影響が閾値の推定値にそのまま現れている。これに対して、最尤法の場合は、閾値の推定値に判断の基準値の影響は見られず、被験者の判断の基準値はモデルにおける判断の基準値のパラメータの推定値として分離されるという結果が得られている。

しかし、最尤法を用いるのならば全系列法ではなく恒常法の方が比較刺激の数はより少なくてすむ。全系列法あるいは恒常法において、最尤法によるパラメータ値の推定を行う場合のシミュレーションによる比較を行う。

モ　デ　ル

全系列法、恒常法どちらの場合も分析に用いるモデルは共通であり、次の信号検出理論（Green & Swets, 1966）に従うものを構成する。

標準刺激を S_s、比較刺激を $S_i\,(i=-m, -m+1, \cdots, m-1, m)$ で表わす。

刺激 S_s あるいは S_i に対する感覚強度 X_s あるいは X_i はそれぞれ平均 μ_s あるいは μ_i、

分散 σ_s^2 あるいは σ_i^2 の正規分布に従うものとする。

標準刺激 S_s と比較刺激 S_i に対する感覚量が X_s および X_i であるとき、被験者の反応は次のようにして決められるとする。但し、反応は刺激が「重り」である場合についてのものである。

$$
\begin{array}{ll}
X_i - X_s > C & \text{ならば「重い」} \\
X_i - X_s < -C & \text{ならば「軽い」} \\
|X_i - X_s| \leq C & \text{ならば「等しい」または「わからない」}
\end{array}
$$

ここで、C は判断の基準値である。

従って、比較刺激が S_i であるときの各反応 R（R =「重い」、「軽い」、「等しい」）の確率 $P(R|S_i)$ は次のようになる。

R =「重い」のとき

$$P(R|S_i) = \int_{C}^{+\infty} \phi(x\,;\ \mu_i - \mu_s, \sigma_i^2 + \sigma_s^2 - 2r_{i,s}\,\sigma_i\,\sigma_s)\,dx$$

R =「軽い」のとき

$$P(R|S_i) = \int_{-\infty}^{-C} \phi(x\,;\ \mu_i - \mu_s, \sigma_i^2 + \sigma_s^2 - 2r_{i,s}\,\sigma_i\,\sigma_s)\,dx$$

R =「等しい」または「わからない」のとき

$$P(R|S_i) = \int_{-C}^{C} \phi(x\,;\ \mu_i - \mu_s, \sigma_i^2 + \sigma_s^2 - 2r_{i,s}\,\sigma_i\,\sigma_s)\,dx$$

ここで、$\phi(x\,;\ \mu, \sigma^2)$ は平均 μ、分散 σ^2 の正規分布の確率密度関数であり、$r_{i,s}$ は X_i と X_s の相関係数である（Thurstone, 1927)。

比較刺激が S_i であるときの反応が R であった度数を $F(R|S_i)$ で表わせば、尤度 L は次式で与えられる。

$$L = const \cdot \prod P(R|S_i)^{F(R|S_i)}$$

データ $F(R|S_i)$ に対するパラメータの最尤推定値は L を最大にするものとして求められる。

上のモデルによる分析法を用いたときの全系列法と恒常法の比較をシミュレーションによって行う。

シミュレーション

各刺激の設定を岡本（1994）の分析結果に合わせて以下のように行う。

標準刺激および比較刺激に対する感覚強度の平均値 μ_s および μ_i、分散 σ_s^2 および σ_i^2 を次のように設定する。

$$\mu_s = 60$$
$$\mu_i = 60 + 3 \times i \qquad (1)$$
$$\sigma_s^2 = \sigma_i^2 = 25$$

反応における判断の基準値は　$r_{i,s} = 0$

$$C = 2$$

とする。

パラメータ値の推定に用いるモデルも上の設定に合わせて以下のように単純化したものを用いる。但し、パラメータは推定すべきものであることを示すために上に「^」を付けて表わす。

閾値に対応する分散 $\hat{\sigma}_s^2$ および $\hat{\sigma}_i^2$ と、基準値 $\hat{C}$ を推定すべきパラメータとし、他のパラメータ $\hat{\mu}_s$、$\hat{\mu}_i$、$\hat{r}_{i,s}$ は（1）式に合わせて設定しておく。

すなわち

$$\mu_s = \mu_s = 60$$
$$\hat{\mu}_i = \mu_i = 60 + 3 \times i$$
$$r_{i,s} = r_{i,s} = 0$$

さらに

$$\hat{\sigma}_s = \hat{\sigma}_i = \hat{\sigma}$$

として、推定すべきパラメータ数を $\hat{\sigma}$ と $\hat{C}$ の2つとする。

全系列法の場合のシミュレーションでは用いる比較刺激の数は岡本（1994）に合わせて S_{-7} から S_7 までの15個とする。S_s と S_i の各対の提示回数 N は岡本(1994)における $N=8$ をもとに $N=8$、16、100、1000の4通りについて調べる。S_s と S_i の対内における提示順序の区別は無視する。Nのそれぞれの値について、全系列法の手続きによる S_s と S_i の提示とそれに対する反応の収集をシミュレーションとして行い、得られたデータに対して最尤法によって $\hat{\sigma}$ と $\hat{C}$ の推定を行う。このデータの収集とパラメータの推定を1組にして1試行と数え、100試行のシミュレーションによる $\hat{\sigma}$ と $\hat{C}$ の推定値における第1四分位数 $Q1$、中央値M、第3四分位数 $Q3$ を求めたものが表1に示されている。

恒常法は全系列法における比較刺激の数を減らしたものとして、他は全系列法の場合と

同じ方法でシミュレーションが行われた。

比較刺激が S_{-4} から S_4 までの 9 個の場合の結果を表 2 に、S_{-2} から S_2 までの 5 個の場合のものを表 3 に示す。

表 1 全系列法における感覚強度の分散の平方根 $\hat{\sigma}$ と判断の基準値 $\hat{C}$ の最尤推定値の分布。
100試行のシミュレーションにおける第 1 四分位数、中央値 M、第 3 四分位数 $Q3$ を各比較刺激の提示回数別に示す。

	$\hat{\sigma}$			$\hat{C}$		
N	$Q1$	M	$Q3$	$Q1$	M	$Q3$
8	4.559	4.903	5.343	1.701	1.995	2.312
16	4.699	5.022	5.301	1.736	1.991	2.234
100	4.864	4.962	5.132	1.925	1.985	2.083
1000	4.957	4.997	5.041	1.961	2.003	2.038

表 2　恒常法（S_{-4} ～ S_4）における感覚強度の分散の平方根 $\hat{\sigma}$ と判断の基準値 $\hat{C}$ の最尤推定値の分布。100試行のシミュレーションにおける第 1 四分位数、中央値 M、第 3 四分位数 $Q3$ を各比較刺激の提示回数別 N に示す。

	$\hat{\sigma}$			$\hat{C}$		
N	$Q1$	M	$Q3$	$Q1$	M	$Q3$
8	4.365	4.823	5.434	1.610	2.077	2.321
16	4.542	4.976	5.444	1.762	2.030	2.331
100	4.821	5.015	5.200	1.895	2.006	2.144
1000	4.945	5.007	5.069	1.955	2.003	2.042

表 3　恒常法（S_{-2} ～ S_2）における感覚強度の分散の平方根 $\hat{\sigma}$ と判断の基準値 $\hat{C}$ の最尤推定値の分布。100試行のシミュレーションにおける第 1 四分位数、中央値 M、第 3 四分位数 $Q3$ を各比較刺激の提示回数別に示す。

	$\hat{\sigma}$			$\hat{C}$		
N	$Q1$	M	$Q3$	$Q1$	M	$Q3$
8	3.946	5.018	6.645	1.466	2.006	3.072
16	4.194	5.013	5.817	1.592	1.967	2.509
100	4.716	5.001	5.395	1.864	2.039	2.202
1000	4.882	5.002	5.084	1.947	1.987	2.045

S_4 あるいは S_{-4} と S_i との隔たりは $3 \times 4 = 12$ であり、これは $\sigma = 5$ の約2倍である。S_2 あるいは S_{-2} の場合は $3 \times 2 = 6$ で、$\sigma = 5$ の約1倍である。従って、表2は比較刺激が標準刺激からほぼ 2σ の範囲にわたる場合のものであり、表3は約 1σ の範囲にわたる場合のものである。

表2及び表3における恒常法では全系列法の反応様式に合わせて3件法が用いられているが、恒常法では2件法（「重さ」の場合ならば「重い」と「軽い」）が用いられることが多い。

2件法の場合を扱うためのモデルとして次のようなものを設定した。

すなわち、

$$X_i > X_s \text{ ならば「重い」}$$
$$X_i < X_s \text{ ならば「軽い」}$$

$X_i = X_s$ の生起確率は0であるので、シミュレーションのプログラムでは

$$X_i = X_s \text{ ならば「軽い」}$$

としてある。

比較刺激が S_{-4} から S_4 までの9個の場合に2件法を用いた恒常法のシミュレーションの結果を表4に示す。表4は表2に対応するものであり、2件法の場合は判断の基準値のパラメータはない。

表4　2件法を用いた恒常法（$S_{-4} \sim S_4$）における感覚強度の分散の平方根 $\hat{\sigma}$ の最尤推定値の分布。100試行のシミュレーションにおける第1四分位数、中央値 M、第3四分位数 Q_3 を各比較刺激の提示回数別に示す。

	$\hat{\sigma}$		
N	$Q1$	M	$Q3$
8	4.144	4.800	5.405
16	4.422	5.052	5.441
100	4.809	4.952	5.204
1000	4.931	4.992	5.064

考察とまとめ

推定値の分布をまとめたものを全系列法の場合（表1）と恒常法の場合（表2と3）とで比較してみると、全系列法の方が恒常法より第1四分位数と第3四分位数の差が小さい

という意味でよさそうである。

しかし、表中のNの値は各比較刺激に対しての提示回数であるので比較刺激全体についての提示回数は全系列法の方が多くなる。例えば、$N = 8$の場合、全系列法でのデータの総数は$8 \times (7 \times 2 + 1) = 120$となる。恒常法の場合は、比較刺激の範囲が$S_{-4}$から$S_4$までのときは$8 \times (4 \times 2 + 1) = 72$、$S_{-2}$から$S_2$までならば$8 \times (2 \times 2 + 1) = 40$である。

データの総数という観点から全系列法の$N = 8$の場合と恒常法（$S_{-4} \sim S_4$）の$N = 16$の場合を比較してみる。データの総数は120個と144個となる。$\hat{\sigma}$の分布は総数が少ないのにもかかわらず全系列法の方が2つの四分位数は中央値により近い値となっている。

恒常法（$S_{-4} \sim S_4$）の$N = 8$の場合と恒常法（$S_{-2} \sim S_2$）の$N = 16$の場合はデータの総数は72個と80個となっていて（$S_{-4} \sim S_4$）の方が少ないが、$\hat{\sigma}$あるいは$\hat{C}$いずれの場合も2つの四分位数の値は（$S_{-4} \sim S_4$）の方が中央値により近い値となっている。

以上の結果のみから考えると、効率という点で全系列法の方が恒常法より優れているといえそうである。すなわち、標準刺激との弁別の容易な比較刺激を含めておいた方がよいようであるが、この点に関しては比較刺激間の間隔をどのようにとるのがよいかなど検討すべき他の要因もあるので今後更に調べていく必要がある。

同じ比較刺激S_{-4}からS_4までが用いられている恒常法において、反応に「等しい」あるいは「わからない」の許される3件法（表2）と許されない2件法（表4）の場合を比べてみるとほとんど差は認められない。最尤法によるパラメータの推定という点に関しては2件法でも3件法でもどちらでもよいということになる。

閾値などの測定法として現在よく用いられるものにup-down法、staircase法、あるいはadaptive法と呼ばれているものがある（Falmagne, 1986）。

Simpson（1988）はシミュレーションによって恒常法とadaptive法との比較を行い、adaptive法の方が恒常法より優れているというわけではないとの結論を得ている。

このSimpsonの結論に対してWatsonとFitzhugh (1990)は彼らのシミュレーションの結果からadaptive法の方が優れていると主張している。

このSimpsonの結果とWatsonらのものとの違いは恒常法のシミュレーションにおける設定の違いによるが、Watsonらでは実験者の実験前における予備知識が非常に限られている。しかし、実験者が本実験を始めるときにはある程度の予備知識に基づいて実験計画を立てるのが一般的であろう。adaptive法の恒常法に対する優位性の検討のためにはさらに種々の条件設定のもとでシミュレーションの行われる必要がある。

引用文献

Falmagne, J.C. (1986). Psychophysical measurement and theory. In K.R. Boff, L. Kaufman & J.P. Thomas (Eds.), *Handbook of perception and human performance : Vol.* 1. *Sensory processes and* *perception* (Chap. 1). New York : John Wiley and Sons.

Green, D.M. & Swets, J.A. (1966). *Signal detection theory and psychophysics.* New York : John Wiley and Sons, Inc.

柿崎祐一 (1993). 心理学的知覚論序説. 培風館.

岡本安晴 (1994). 全系列法データの最尤法による分析例. 金沢大学文学部論集・行動科学科篇, 第14号, 63-71.

岡本安晴 (1995). 全系列法データの最尤法による分析について：シミュレーションによる検討. 金沢大学文学部論集・行動科学科篇, 第15号, 25-30.

Simpson, W.A. (1988). The method of constant stimuli is efficient. *Perception & Psychophysics, 44,* 433-436.

Thurstone, L.L. (1927). A law of comparative judgment. *Psychological Review, 34,* 273-286.

Watson, A.B. & Fitzhugh, A. (1990). The method of constant stimuli is inefficient. *Perception & Psychophysics, 47,* 87-91.