

# 魔方陣を教材として

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 公開日: 2025-10-14 キーワード: 魔方陣 N進法 プログラム 作成者: 川谷内 哲二, 大谷 実, Tetsuji KAWAYACHI, Minoru OHTANI メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://doi.org/10.24517/0002002588">https://doi.org/10.24517/0002002588</a>

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.



## 魔方陣を教材として

川谷内 哲二\*, 大谷 実\*\*

Magic Squares As Teaching Materials

Tetsuji KAWAYACHI and Minoru OHTANI

【要約】中学生向けの数学講座で、魔方陣を  $N$  進法を利用して作る取り組みを行ってきた。3 次魔方陣は比較的容易に作れるが、4 次魔方陣となるとレベルが一気に上がる。それを見つけることは容易ではないが、4 進法を利用することで比較的見つけやすくなる。中学教材としては難しいが、高校や大学での教材としていろいろな活用法が考えられる。4 次魔方陣は全部で 880 個、5 次魔方陣は全部で 275,305,224 個存在することが知られている。補助方陣を利用した見つけ方で  $N$  進法の理解を深める教材とするともに、4 次魔方陣についてどのような補助方陣の組合せがあるかを調べた。

Excel を利用して VBA でプログラムを組み、880 個の 4 次魔方陣の補助方陣  $880 \times 2$  個において、異なる種類が 112 個存在すること、その中で縦横斜めの和がすべて等しい補助方陣が 38 個存在することがわかった。また、1 つの補助方陣によって作られる 4 次魔方陣が 44 個存在し、それを構成する補助方陣を利用して魔方陣を作ることが一番見つけやすいことがわかった。それをもとに教材化を検討する。本稿はその報告である。

キーワード：魔方陣  $N$  進法 プログラム

### 1. はじめに

#### (1) 研究の背景

金沢子ども科学財団が小中学生を対象に講座「算数・数学チャレンジクラブ」を行っている。その講師として、魔方陣をテーマに何度か講座を担当した。講座のテーマは、算数・数学が持つ本来の面白さや楽しさを体験してもらえるように、担当者が決定する。平成 21 年に中学 2 年生を対象に、魔方陣をテーマとして講座を担当した。3 次魔方陣は比較的容易に作れるが、4 次魔方陣はかなりの時間を要した。受講生の中にはバッシュ方式で 5 次魔方陣の作り方を知っている生徒もいた。講座では 0, 1, 2 を 3 回ずつ用いた 2 種類の 3 次ラテン方陣を作り、それを利用して魔方陣を作成した。4 次魔方陣は 0, 1, 2, 3 を 4 回ずつ用いたラテン方陣から作る。このような作業を通して  $p$  進数の良さを実感することができる。魔方陣の作成方法はいろいろあるので、それを通して数学の良さを実感し、新たな数学的な見方・考え方につなげていきたい。

(補足) ここで扱う魔方陣とは、1 から  $n^2$  までの数を  $n \times n$  の正方形のマス目に 1 個ずつ配置し、縦・横・斜めの数の和がすべて等しいものを指す。

ラテン方陣とは、 $n$  次の正方形のマスに  $v$  個の数を各行各列に  $n$  個ずつ、重複しないように配列したものをいう。

方陣とは、普通は魔方陣と同じ意味で用いられるが、ここでは縦・横の和が等しくない場合を含めて方陣という用語を用いることにする。

## (2) 研究の目的と方法

方陣を折り返したり、回転したりすると一致するものを同じとみなす場合、3 次魔方陣は 1 個、4 次魔方陣は 880 個、5 次魔方陣は 275,305,224 個あることが知られている。3 次魔方陣は 1 種類しか存在しないので、教材としては展開が難しいが、4 次魔方陣や 5 次魔方陣は多数存在するので、作成方法や数字の配列などについて教材として扱うことは十分に期待できる。まずは、魔方陣の作成方法について検討する。4 次魔方陣 880 個のすべてを書き出し、その補助方陣がどのように構成されているかを調べ、補助方陣を利用する作成方法について検討する。具体的な作成方法やアプローチの仕方などを含め、教材としての可能性について吟味する。

4 次魔方陣のすべてを書き出すこと、それらを構成する補助方陣の種類や出現の頻度などを、Excel を利用して VBA でプログラムを組み、それを利用して調査する。その結果をもとに分析・検討する。

## 2. 魔方陣の作り方

### (1) 補助方陣による方法

1 から 16 を 4 進法で表すと、 $1_{(4)}$  から  $100_{(4)}$  となる。この各数から 1 を引くと、 $00_{(4)}$  から  $33_{(4)}$  となり、2 桁で表現することができる。第 2 桁 (上の位) と第 1 桁 (下の位) を分けて、0~3 の 4 個ずつの 2 つの方陣を考える。このように、普通の方陣と同じ性質 (縦・横・斜めの和が一定) を持つものを補助方陣という。

例えば、次の 2 つの補助方陣を合わせて、0 から 15 までの方陣を作ることができる。

これらの各数に 1 を加えることにより、右のような 1 から 16 までの魔方陣ができる。(図 1)



図 1 補助方陣を利用した魔方陣の作成

(2) バシェー方式

5 次魔方陣の作り方である．奇数次の魔方陣も同様に作ることができる．

最上段から右斜め下に 1 から順に 5 個ずつ埋めていく．正方形の枠から出ている部分を上下左右で反対側の空欄部分に埋めると完成できる．

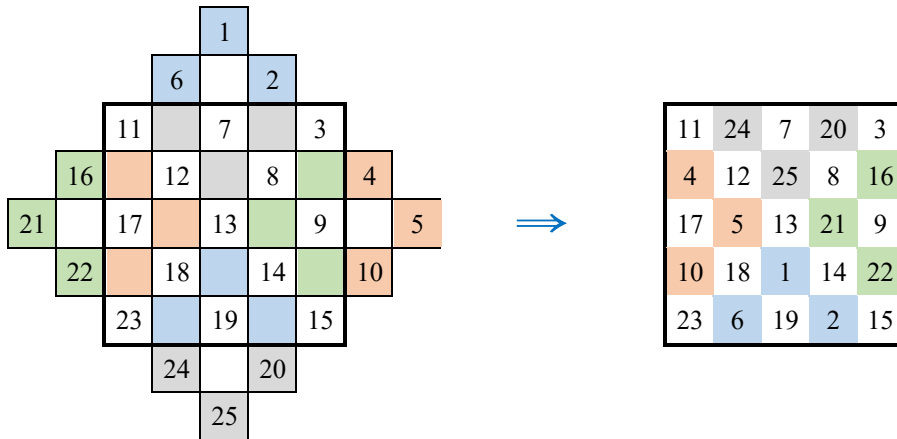


図 2 バシェー方式による魔方陣の作成

1~25 の平均は 13 だから，13 を 0 と見て表を作り直してみると，図 3 のようになる。

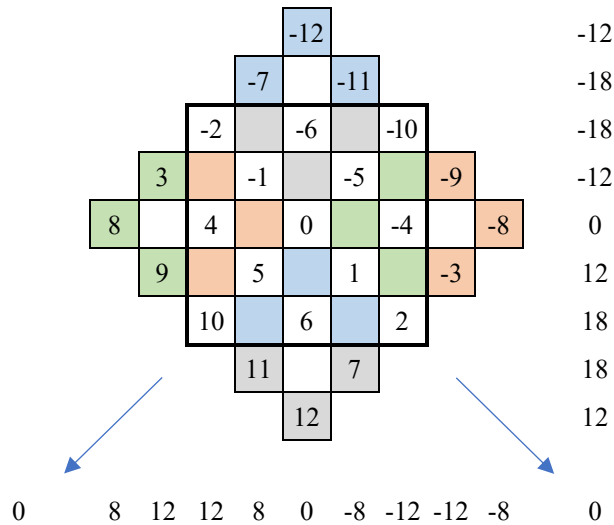


図 3 バシェー方式の視覚的な理解

縦方向で見ると，正方形の枠の外側に出ている部分の縦の計 8，12 と -12，-8 の部分を移動させると相殺されて合計が 0 になる．

同様に，横方向で見て枠の外側の部分の横の計 -12，-18 と 18，12 の部分を移動させると合計が 0 になって縦横の和がすべて 0 になる．斜め方向は最初から和が 0 になっていて，移動していないので，そのまま成立する．

## (3) 自然配列からの交換

4次魔方陣において、正方形のマスに1~16を順に並べると、中心と対称な位置にある2数の和はすべて17である。(図4)

1~16の平均が8.5となるので、小数を避けるために各数を2倍して、平均17との差で考えることにすると、図4は図5のように表される。

正方形の中心を対称の中心として、図6のように対応するマスの数を入れ替えると、縦方向、横方向ともに和が補正されて、ちょうど0になる。

この操作によって、右下図の4次魔方陣(図6)ができる。

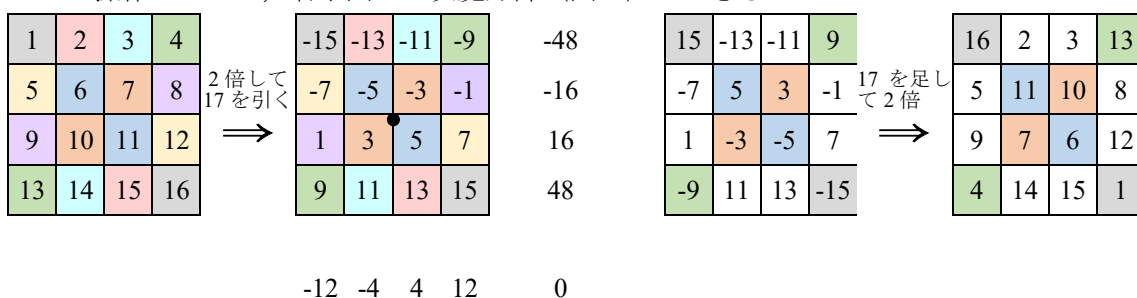


図4

図5

図6

図6とは異なる別の対応するマスの数を入れ替えてみたのが図7である。図6とどう違っているか。こういう点について学生や生徒に考えさせたい。

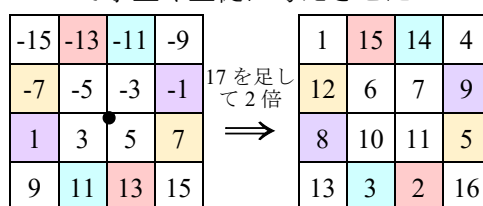


図7

## 3. 魔方陣から教材へ

算数を学習しているときから思考することを諦めてしまっていて覚えるようになったのか、数学を学び始めてからそうなったのかは人によるであろうが、算数・数学の問題を考えて解くというより、覚えて解くという生徒がいると感じている。知らず知らずのうちに、そういう癖が身に付いてしまったのではないのだろうか。身近な問題の中で実験的に扱うことができる題材であれば、「覚える」のではなく、「思考する」という数学の学びにつながるであろう。

令和7年度から共通テストに教科「情報」が受験科目となる。令和3年に作成されたサンプル問題では、コンピュータとプログラミングの内容が出題されている。ねらいでは「アルゴリズムをプログラムで表現し、さらに具体的な状況設定に応じてプログラムを修正することを通して問題解決に向けて考察する力を問うている」<sup>[1]</sup>と示されている。アルゴリズムを理解することが数学の思考力の育成につながると考えられる。それを活用する教材を通して解法のアルゴリズムを意識してほしい。

(1) 直交する補助方陣から魔方陣を作成

直交する方陣とは、2 つの方陣を重ね合わせたときに各マスに表れる  $n^2$  個の数がすべて異なる場合、その 2 つの方陣は直交するという。

例えば、次の 2 つの方陣は直交する。

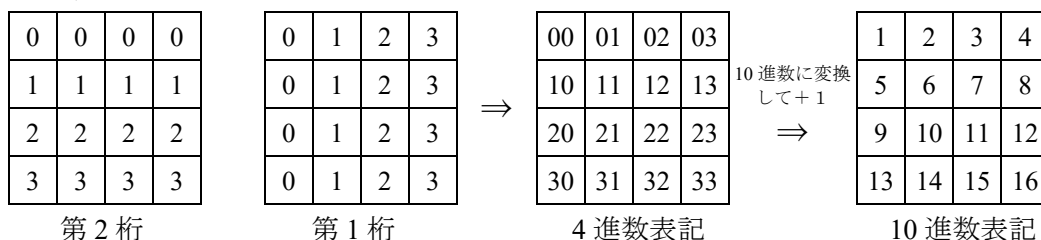


図 8 直交する方陣

2 つの補助方陣を利用して 4 次魔方陣を作成することについては、第 2 章(1)節で具体例を示した。そのときに用いた 2 つの補助方陣を第 2 桁と第 1 桁を入れ替えて作成するとどうなるだろうか。そういう問いは、生徒や学生への学びにつながる。

5 次魔方陣を、補助方陣を利用して作ってみよう。

5 次方陣を作ることはそれほど難しくなく、互いに直交する 2 つを作ることに時間がかかる。

作業に Excel やスプレッドシートを利用して、計算式を入れて繰り返してみるのもよいだろう。その作業を行うときに、どんなことを意識して行ったか、それを大事にしたい。

図 9 は、その例である。

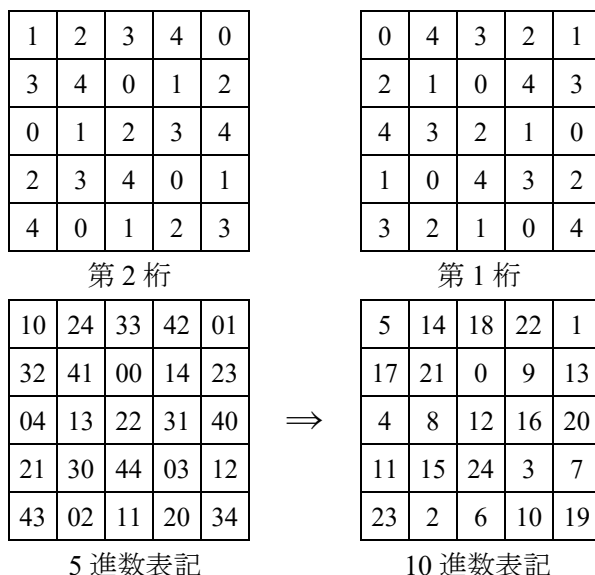


図 9 補助方陣と 5 次魔方陣(1)

図 9 の右下の表の各数字に 1 を加えると 5 次魔方陣ができる。

これらの活動を通して、4 進数、5 進数の理解を深めることができる。

参考に、図 9 の第 2 桁と第 1 桁を入れ替えてみたのが、図 10 である。

01	42	33	24	10
23	14	00	41	32
40	31	22	13	04
12	03	44	30	21
34	20	11	02	43

⇒

1	22	18	14	5
13	9	0	21	17
20	16	12	8	4
7	3	24	15	11
19	10	6	2	23

5進数表記 10進数表記

図10 補助方陣と5次魔方陣(2)

今回の2つの補助方陣が、左右対称な関係になっているため、それから作られる5次魔方陣は左右対称になる。これは、同一の魔方陣である。

### (2) 補助方陣を回転・裏返して魔方陣を作成

1つの補助方陣から、それを回転させたり、対称移動したりすることによって、直交した補助方陣を作ることができる。

その例として、補助方陣①から、それと左右対称な補助方陣②を作って、①と②を重ね合わせて③を作っても魔方陣はできない(図11)。

次に、①を90°回転した補助方陣④を作って、①と④を重ね合わせて⑤を作ると魔方陣ができる(図12)。

①
1 2 3 0
0 3 2 1
2 1 0 3
3 0 1 2

②
0 3 2 1
1 2 3 0
3 0 1 2
2 1 0 3

⇒

③
10 23 32 01
01 32 23 10
23 10 01 32
32 01 10 23

10進数に変換して+1

⇒

5 12 15 2
2 15 12 5
12 5 2 15
15 2 5 12

図11 折り返した補助方陣との組合せ

①
1 2 3 0
0 3 2 1
2 1 0 3
3 0 1 2

④
3 2 0 1
0 1 3 2
1 0 2 3
2 3 1 0

⇒

⑤
13 22 30 01
00 31 23 12
21 10 02 33
32 03 11 20

10進数に変換して+1

⇒

8 11 13 2
1 14 12 7
10 5 3 16
15 4 6 9

図12 90°回転した補助方陣との組合せ

### (3) 魔方陣をプログラムで調べる

魔方陣の個数については、よく知られている。折り返しや回転によって一致するものを同一視すれば、3次魔方陣は1個、4次魔方陣は880個、5次魔方陣は275,305,224個である。

ネット上には、魔方陣を求めるプログラムがいくつか紹介されているが、言語がC<sup>[2]</sup>やJava<sup>[3]</sup>であることが多い。授業や講義で扱おうとするとハードルが高い。そこで、Pythonや

JavaScript によるプログラムなどを利用できるとよい。

5 次魔方陣の個数を調べるために、コンピュータを利用したとしても、それはたいへん難しいのであろう。「高校生がスーパーコンピュータを使って 5×5 魔方陣の全解を求めることに成功」(平成 26 年 2 月 28 日国立大学法人筑波大学) という記事がネットに挙がっていた。スゴイことだ。5 次でなく 4 次でも十分に探究活動として面白いだろう。

ChatGPT で魔方陣を求めるプログラムやその解の個数について聞いてみた。

「3 次魔方陣のすべてを書き出すプログラムを python で作りたい」と質問すると、

「3 次の魔方陣をすべて書き出すプログラムを Python で作成するためには、すべての可能な 3×3 の配列を生成し、その中で魔方陣の条件を満たすものをフィルタリングする必要があります。3×3 の魔方陣のすべての組み合わせは非常に多いため、効率的にチェックするアルゴリズムが必要です。

以下は、Python を使用して 3 次の魔方陣をすべて生成するプログラムの例です。

～Python プログラムとその説明は省略～

このプログラムを実行すると、3×3 の魔方陣のすべての組み合わせが表示されます。」という回答を得た。

同様に、4 次魔方陣についても聞いてみた。すると以下のような回答を得た。

「4 次の魔方陣 (4×4 のマジックスクエア) は、各行、各列、および対角線の和がすべて同じになる 4×4 の正方向列です。4 次の魔方陣をすべて生成するのは計算量が非常に大きいので、全探索は現実的ではありません。しかし、4 次の魔方陣を生成するアルゴリズムを使って一例を生成し、それを表示することは可能です。

以下は、4 次の魔方陣を生成するプログラムの一例です。このプログラムでは、特定のアルゴリズム (Siamese 法と呼ばれる方法) を使用して魔方陣を生成します。

～Python プログラムは省略～

このプログラムは、Siamese 法を使用して 4×4 の魔方陣を生成します。

～中略～

このようにして、4 次の魔方陣を作成することができます。Siamese 法を使用することで、効率的に魔方陣を生成できますが、すべての魔方陣を生成するわけではありません。」

以前に ChatGPT に聞いたときは、3 次魔方陣は 8 通り、4 次魔方陣は 880 通りとの説明があった。AI は日々更新されるが、それに関連するデータの多さによってその信頼度が異なる。ネット上のデータを活用するとき、その信頼性を含めて十分に吟味しなければならない。

4 次魔方陣の個数を求めるプログラムを一般的に記述すると、データを処理する量が大きすぎて膨大な時間を要する。これに対応するようにプログラムを工夫すると処理時間が短くなる。そういうことを意識させて、アルゴリズムを考えさせることが重要であり、いい学びにつながる。

## (4) 4次魔方陣を Excel で解析

## (ア) 4次魔方陣のすべて

4次魔方陣は全部で880個ある。そのすべてをExcelを使って書き出してみた。前述したように、1~16のすべての順列について、該当するものを抽出するようなプログラムを作っても、計算量が膨大過ぎて現実的でない。そこで、連立方程式の不定な解を求めるようなプログラムを作成した。

a	b	c	d
e	f	g	h
i	j	k	l
m	n	o	p

図13

16個のマス目の数を未知数 $a\sim p$ で表し(図13)、10個の連立方程式、すなわち、4つの列の和と4つの行の和、そして2つの対角線上の和がすべて34になる10個の方程式からその解を求めて、それを満たすものをすべて抽出する。ただし、折り返しや回転によって一致するものを同一視するので、それが起こらないように条件を付けた。

実際の計算式は、図14の通りである。

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b+c+d=34 \\ e+f+g+h=34 \\ i+j+k+l=34 \\ m+n+o+p=34 \\ a+e+i+m=34 \\ b+f+j+n=34 \\ c+g+k+o=34 \\ d+h+l+p=34 \\ a+f+k+p=34 \\ d+g+j+m=34 \\ a<d, a<p, d<m \\ \text{ただし, } a\sim p \text{ は } 1\sim 16 \text{ のいずれか} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c=34-a-b-d \\ e=34-a-f-g+l-m \\ h=a-l+m \\ i=f+g-l \\ j=34-d-g-m \\ k=d-f+m \\ n=-b+d-f+g+m \\ o=a+b+f-g-m \\ p=34-a-d-m \\ a<d, a<p, d<m \\ a, b, d, f, g, l, m \text{ は任意} \\ \text{ただし, } a\sim p \text{ は } 1\sim 16 \text{ のいずれか} \end{array} \right.$$

図14 4次魔方陣を解く連立方程式

方程式の個数は見かけ上10個であるが、実質的には9個であることに注意が必要である。

For~Next文とIf文などを使って、この条件を満たす880個の解を抽出した。CPU Core5の5年ほど前のノートパソコンでVBAを走らせて、約20分ですべてを書き出すことができた。

## (イ) 補助方陣の個数

補助方陣を利用して魔方陣を作成するにあたり、どのような組み合わせになっているのか、またどのように構成されているのかを、すべてについて調べてみることにした。

880個の4次魔方陣には、 $880 \times 2$ 個の補助方陣(すべての和が等しくないものを含めて)がある。これらの中には、折り返しや回転によって同一視されるものが多数含まれている。そこで、1760個のすべてを対角線で折り返したもの(以降、転置したものと呼ぶことにする)2個、 $\pm 90^\circ$ 、 $180^\circ$ 回転したもの3個、上下・左右に折り返したものの2個、それと自身を合わせた8個と一致するかどうかを、Excelのワークシート関数とVBAを利用して調べた。

Excelには転置行列を求めるTRANSPOSE関数がある。行列 $A$ の転置行列を $A'$ で表すこ

とにすると、行列 $P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ とすれば、行列 $A$ 自身と行列 $A$ を折り返したり、回転し

<b>1</b>	00 23 31 12 32 11 03 20 13 30 22 01 21 02 10 33	<b>2</b>	00 31 23 12 13 22 30 01 32 03 11 20 21 10 02 33	<b>3</b>	00 21 32 13 12 33 20 01 23 02 11 30 31 10 03 22	<b>4</b>	00 23 30 13 32 11 02 21 03 20 33 10 31 12 01 22	<b>5</b>	00 30 23 13 03 33 20 10 32 02 11 21 31 01 12 22
<b>6</b>	00 32 21 13 23 11 02 30 12 20 33 01 31 03 10 22	<b>7</b>	00 12 31 23 21 33 10 02 13 01 22 30 32 20 03 11	<b>8</b>	00 13 30 23 31 22 01 12 03 10 33 20 32 21 02 11	<b>9</b>	00 30 13 23 03 33 10 20 31 01 22 12 32 02 21 11	<b>1</b>	00 31 12 23 13 22 01 30 21 10 33 02 32 03 20 11
<b>11</b>	01 12 31 22 30 23 00 13 02 11 32 21 33 20 03 10	<b>1</b>	01 13 30 22 20 32 11 03 12 00 23 31 33 21 02 10	<b>1</b>	01 30 13 22 12 23 00 31 20 11 32 03 33 02 21 10	<b>1</b>	01 31 12 22 02 32 11 21 30 00 23 13 33 03 20 10	<b>1</b>	02 21 32 11 30 13 00 23 01 22 31 12 33 10 03 20
<b>1</b>	02 23 30 11 10 31 22 03 21 00 13 32 33 12 01 20	<b>1</b>	02 30 23 11 21 13 00 32 10 22 31 03 33 01 12 20	<b>1</b>	02 32 21 11 01 31 22 12 30 00 13 23 33 03 10 20	<b>1</b>	03 20 32 11 31 12 00 23 10 33 21 02 22 01 13 30	<b>2</b>	03 32 20 11 10 21 33 02 31 00 12 23 22 13 01 30
<b>2</b>	01 20 33 12 13 32 21 00 22 03 10 31 30 11 02 23	<b>2</b>	01 22 31 12 33 10 03 20 02 21 32 11 30 13 00 23	<b>2</b>	01 31 22 12 02 32 21 11 33 03 10 20 30 00 13 23	<b>2</b>	01 33 20 12 22 10 03 31 13 21 32 00 30 02 11 23	<b>2</b>	01 22 30 13 33 10 02 21 12 31 23 00 20 03 11 32
<b>2</b>	01 30 22 13 12 23 31 00 33 02 10 21 20 11 03 32	<b>2</b>	02 10 33 21 23 31 12 00 11 03 20 32 30 22 01 13	<b>2</b>	02 11 32 21 33 20 03 10 01 12 31 22 30 23 00 13	<b>2</b>	02 32 11 21 01 31 12 22 33 03 20 10 30 00 23 13	<b>3</b>	02 33 10 21 11 20 03 32 23 12 31 00 30 01 22 13
<b>3</b>	02 21 33 10 30 13 01 22 11 32 20 03 23 00 12 31	<b>3</b>	02 33 21 10 11 20 32 03 30 01 13 22 23 12 00 31	<b>3</b>	03 20 33 10 31 12 01 22 00 23 30 13 32 11 02 21	<b>3</b>	03 22 31 10 11 30 23 02 20 01 12 33 32 13 00 21	<b>3</b>	03 31 22 10 20 12 01 33 11 23 30 02 32 00 13 21
<b>3</b>	03 33 20 10 00 30 23 13 31 01 12 22 32 02 11 21	<b>3</b>	03 10 33 20 32 21 02 11 00 13 30 23 31 22 01 12	<b>3</b>	03 11 32 20 22 30 13 01 10 02 21 33 31 23 00 12	<b>3</b>	03 32 11 20 10 21 02 33 22 13 30 01 31 00 23 12	<b>4</b>	03 33 10 20 00 30 13 23 32 02 21 11 31 01 22 12
<b>4</b>	00 31 32 03 13 22 21 10 23 12 11 20 30 01 02 33	<b>4</b>	00 32 31 03 23 11 12 20 13 21 22 10 30 02 01 33	<b>4</b>	11 20 23 12 02 33 30 01 32 03 00 31 21 10 13 22	<b>4</b>	11 23 20 12 32 00 03 31 02 30 33 01 21 13 10 22		

図 15 同種の補助方陣による組合せ

たりした行列 8 個は,  $A$ ,  $'A$ ,  $P'A$  (対角線での折り返し),  $'AP$  ( $90^\circ$ 回転),  $PAP$  ( $180^\circ$ 回転),  $P'A$  ( $270^\circ$ 回転),  $AP$  (左右対称),  $PA$  (上下対称) で表すことができる. ただし,  $P^{-1}=P$  である. これらの  $880 \times 2 \times 8$  個の行列 (補助方陣) と 1760 個の補助方陣が一致するかどうかを, VBA を活用して比較した. その結果, 異なる種類が 112 個存在することがわかった.

そのうち, 第 2 桁と第 1 桁が同種の補助方陣からできているものが 44 個存在した (図 15).

その内訳は, 第 2 桁と第 1 桁が対角線に関して対称なものが 20 個 (図 13 の **1** ~ **2**),  $\pm 90^\circ$  回転したものが 20 個 (図 13 の **2** ~ **4**) で, 4 個 (図 13 の **4** ~ **4**) がその両方を満たすものになっている.

#### (ウ) 4 次魔方陣における補助方陣の組合せ

4 次魔方陣の 880 個に現れる 112 個の補助方陣は, すべて縦と横の和は 6 である. しかし, 斜めの和が 6 であるとは限らない. 斜めの和が 6 であるものが 38 個, 斜めの和が 5 と 7 であるものが 52 個, 2 と 10 であるものが 22 個存在する. 補助方陣を利用して, 魔方陣を作成しようと考えると, この 38 個の補助方陣をもとに作成することになるだろう. 斜めの和が 6 でない 74 個の補助方陣を利用することは考えにくい.

補助方陣を考えるにあたり, 横の並びの和が 6 となるのは, 0,1,2,3 の順列 24 個, 0,0,3,3 の順列 6 個, 1,1,2,2 の順列 6 個, 計 36 個の組合せである. この 36 個の順列から 4 つを選んで, 正方形に並び, 列 (縦の並び) の和が 6 で, 斜めの和が 6 になるものが 104 個存在する. この中で 0,1,2,3 が 4 個ずつ使われているものが 38 個存在して, それらがすべて 4 次魔方陣の補助方陣である. 他の 66 個から魔方陣は作られない.

先に述べた同種の補助方陣からできる 4 次魔方陣 44 個は, 図 16 の 14 個の補助方陣から作られる. **1** ~ **10** の 10 個がそれぞれ 4 個の魔方陣を作り, **11** ~ **14** の 4 個がそれぞれ 1 個の魔方陣を作る.

<b>1</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>	0	2	3	1	3	1	0	2	1	3	2	0	2	0	1	3	<b>2</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td></tr></table>	0	3	2	1	1	2	3	0	3	0	1	2	2	1	0	3	<b>3</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td></tr></table>	0	2	3	1	1	3	2	0	2	0	1	3	3	1	0	2	<b>4</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td></tr></table>	0	2	3	1	3	1	0	2	0	2	3	1	3	1	0	2	<b>5</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	0	3	2	1	0	3	2	1	3	0	1	2	3	0	1	2
0	2	3	1																																																																																						
3	1	0	2																																																																																						
1	3	2	0																																																																																						
2	0	1	3																																																																																						
0	3	2	1																																																																																						
1	2	3	0																																																																																						
3	0	1	2																																																																																						
2	1	0	3																																																																																						
0	2	3	1																																																																																						
1	3	2	0																																																																																						
2	0	1	3																																																																																						
3	1	0	2																																																																																						
0	2	3	1																																																																																						
3	1	0	2																																																																																						
0	2	3	1																																																																																						
3	1	0	2																																																																																						
0	3	2	1																																																																																						
0	3	2	1																																																																																						
3	0	1	2																																																																																						
3	0	1	2																																																																																						
<b>6</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	0	3	2	1	2	1	0	3	1	2	3	0	3	0	1	2	<b>7</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	0	1	3	2	2	3	1	0	1	0	2	3	3	2	0	1	<b>8</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	0	1	3	2	3	2	0	1	0	1	3	2	3	2	0	1	<b>9</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td></tr></table>	0	3	1	2	0	3	1	2	3	0	2	1	3	0	2	1	<b>10</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td></tr></table>	0	3	1	2	1	2	0	3	2	1	3	0	3	0	2	1
0	3	2	1																																																																																						
2	1	0	3																																																																																						
1	2	3	0																																																																																						
3	0	1	2																																																																																						
0	1	3	2																																																																																						
2	3	1	0																																																																																						
1	0	2	3																																																																																						
3	2	0	1																																																																																						
0	1	3	2																																																																																						
3	2	0	1																																																																																						
0	1	3	2																																																																																						
3	2	0	1																																																																																						
0	3	1	2																																																																																						
0	3	1	2																																																																																						
3	0	2	1																																																																																						
3	0	2	1																																																																																						
0	3	1	2																																																																																						
1	2	0	3																																																																																						
2	1	3	0																																																																																						
3	0	2	1																																																																																						
<b>11</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr></table>	0	3	3	0	1	2	2	1	2	1	1	2	3	0	0	3	<b>12</b>	<table border="1"><tr><td>0</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr></table>	0	3	3	0	2	1	1	2	1	2	2	1	3	0	0	3	<b>13</b>	<table border="1"><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	1	2	2	1	0	3	3	0	3	0	0	3	2	1	1	2	<b>14</b>	<table border="1"><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	1	2	2	1	3	0	0	3	0	3	3	0	2	1	1	2																		
0	3	3	0																																																																																						
1	2	2	1																																																																																						
2	1	1	2																																																																																						
3	0	0	3																																																																																						
0	3	3	0																																																																																						
2	1	1	2																																																																																						
1	2	2	1																																																																																						
3	0	0	3																																																																																						
1	2	2	1																																																																																						
0	3	3	0																																																																																						
3	0	0	3																																																																																						
2	1	1	2																																																																																						
1	2	2	1																																																																																						
3	0	0	3																																																																																						
0	3	3	0																																																																																						
2	1	1	2																																																																																						

図 16 同種で 4 次魔方陣を作る補助方陣

上記の 11 ~ 14 は自身のみで作るものは 1 個だけなので、見つけにくいように感じるが、他の補助方陣と組み合わせると、880 個のうちの 39 個の構成要素になっている。39 個には、先の 1 個が含まれる。同様なことを 1 ~ 10 で見ると、自身で作る 4 個を加えて、他との組み合わせで、1 ~ 3, 6, 7, 10 はそれぞれ 44 個, 4, 5, 8, 9 は 76 個の構成要素になっている。これらから、4 次魔方陣を見つげ出すことは容易とはいえないまでも、見つけやすい方である。

1 つの補助方陣が構成要素になる 4 次魔方陣の個数を調べると、76 個が最高で先ほどの 4 個がそれに当たる。次は、64 個で右の 2 つの補助方陣である。それに続くのが、44 個、39 個の図 16 の 6 個、4 個である。その意味では、図 16 の補助方陣は他のものより比較的に見つけやすい。

0	2	3	1	0	3	2	1
1	3	2	0	3	0	1	2
3	1	0	2	1	2	3	0
2	0	1	3	2	1	0	3

図 17

一番少ないのは 880 個のうち 3 個の魔方陣を構成する補助方陣である。これは 8 個存在する。

どの補助方陣を利用して魔方陣を作成するかで、見つけやすさに大きな差がある。教材化するときには、こういう点を考慮しなければならない。

**(エ) プログラムを利用するときの注意点**

プログラムを、結果のみを表示する設定で走らせると、すぐに終了するものであればいいが、長時間を要するものだと正常に動作しているのか、無限ループに入ってしまったのかかわからない。そこで、Excel において VBA を利用したプログラムを走らせるときは途中の計かがわかるような設定や表示をさせることを心がけることがよい。授業で生徒に見せるときも同様で、最後の結果のみを表示させるのではなく、その途中の処理が視覚的にわかるようにしておくことが必要であろう。情報などでプログラム学習を行う際も、バグを発見する効果にもつながるので、それは意識したい。

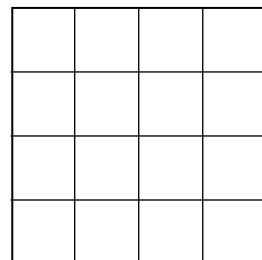
今回の魔方陣の教材化において、魔方陣の作成や構成を検討するに当たり、これらをすべて手作業で行うことは非常に困難であり、コンピュータを利用することが望ましい。魔方陣すべてを書き出すことを理論的な解釈だけで進めても現実的でない。具体的に計算できるアルゴリズムを考えることが重要である。通常の数学や情報の授業で扱うことも可能であるが、探究活動や課題学習として取り組むことも考えられ、より深い学びに繋がることを期待できる。

**4. おわりに**

今回、具体的な教材例を示すことはできなかったが、Excel のワークシート関数や VBA を利用して調べることにより、いくつもの性質が明らかになった。この活動そのものが探究活動である。こういう活動をぜひ生徒や学生に体験してほしい。

1999 年大阪大学（前期）理系の入試問題に、次の問題がある。

問題 一辺の長さが4の正方形の紙の表（おもて）を、図のように一辺の長さが1のマスキ16個に区切る。その紙を2枚用意し、AとBの2人に渡す。AとBはそれぞれ渡された紙の2個のマスキを無作為に選んで塗りつぶす。塗りつぶしたあと、両方の紙を表を上にしてどのように重ね合わせても、塗りつぶされたマスキがどれも重ならない確率を求めなさい。ただし、2枚の紙を重ね合わせるときには、それぞれの紙を回転させてもよいが、紙の四隅は合わせることにする。



円順列の応用問題であろうが、魔方陣において、回転したり対称移動したりして一致する場合は同じとみなして、その個数をカウントしている。円順列や数珠順列の問題がそれと同じである。魔方陣を考えることがそういう内容への理解を深めることになる。

4次魔方陣をすべて書き出すとき、1～16の順列のうち条件を満たすものを抽出するプログラムは多くの処理を要求されるため、処理時間が非常に長い。16個の未知数の不定方程式としての解を求めて、それでプログラムを作ることで処理時間が短くなる。どのように不定方程式を解くか、その方法はいろいろと考えられる。16個の未知数というのは、通常の授業で扱う内容ではないが、発展的な内容を学びたい生徒や学生にとっては興味深い問題であろう。

数学の知識を活用して、身近な問題を解いたり現実社会の問題に取り組んだりすることは、数学において非常に重要である。そういう題材を積極的に取り入れた問題作りは数学教育において重要である。魔方陣を題材とした教材が通常の授業や探究学習で扱われることを大いに期待したい。

#### 参考・引用文献

- [1]大学入試センター，令和7年度試験（参考）試作問題等令和4年度までの検討状況，  
[https://www.dnc.ac.jp/kyotsu/shiken\\_jouhou/r7/](https://www.dnc.ac.jp/kyotsu/shiken_jouhou/r7/)
- [2]大同大学，魔方陣，<https://www.daido-it.ac.jp/~oishi/TH5/ms.html>
- [3]国立大学55工学系学部HP，魔方陣を作ってみよう，  
<https://www.mirai-kougaku.jp/laboratory/pages/161118.php>
- [4]大森清美(2018)，新版 魔方陣の世界，日本評論社
- [5]筑波大学計算科学研究センター(2014)，高校生がスーパーコンピュータを使って5×5魔方陣の全解を求めることに成功，[https://www.ccs.tsukuba.ac.jp/140228\\_press/](https://www.ccs.tsukuba.ac.jp/140228_press/)

\*川谷内 哲二（大学院教職実践研究科）

\*\*大谷 実（大学院教職実践研究科）