「レ」線ニヨル横隔膜穹窿ノ形態的觀察

第1編　數量的計測法ニ就テ

金澤醫科大學理學的診療科教室(主任平松助教授)

副手　西　東　利　男

Toshio Saito

(昭和16年7月12日受附)

內容抄錄

横隔膜穹窿ノ形態ヲ數量的ニ記載セントスルニハ，其長短ヲ彎曲度及横隔膜心臟接點ト横隔膜胸壁接點ヲ結ブ線長，傾斜度ヲ横隔膜心臟接點ト横隔膜胸壁接點ヲ結ブ線ト水平線又ハ正中線トノナス角，且彎曲度ハ其半徑ヲ以テ數量的ニ記載スルヲ適當トスルコトヲ證明セルモノナリ．

目　次

第1章　緒　　言

横隔膜穹窿ノ形態的觀察ハ從來單ニ漫然ト彎曲狀態ノ强弱，穹窿形態ノ異常ナドヲ指示シ，又ハ體位ニヨル變化ナドヲ概觀的ニ述ブルニ止リ，如何ナル程度ニ如何ナル形態ヲ示セルヤヲ數量的ニ記載セルモノ少ク偶々數量的記載アルモ極メテ不充分ナリ．玆ニ横隔膜穹窿形態ヲ正確ニ數量的記載ヲ爲シ得バ，其形態ニ關スル概念ハ益々明瞭トナリ，且亦ソレラノ數値ト體格體位又ハ呼吸位相別的關係或ハ病的變化等ノ解決ニ寄與スル處多大ナランコトヲ思ヒ，横隔膜穹窿ノ彎曲狀態並長短，傾斜狀態等ニ就キ數量的研究ヲ試ミントシ，先ヅ各計測法ニ就キ檢討ヲ行ヘリ．

第2章　検査材料

「フイルム」焦點距離1.5米，背腹位方向，安靜吸氣時ニ撮影セラレタル胸部「レ」線寫眞ニ於テ，横隔膜穹窿ノ左右共ヨク露出セルモノニシテ，穹窿分割，波狀又ハ鋸齒狀形態或ハ癒着等ヲ示セルモノヲ除キ，正シキ緣ヲ示セルモノノミヲ採リ計測ヲ行ヘリ．

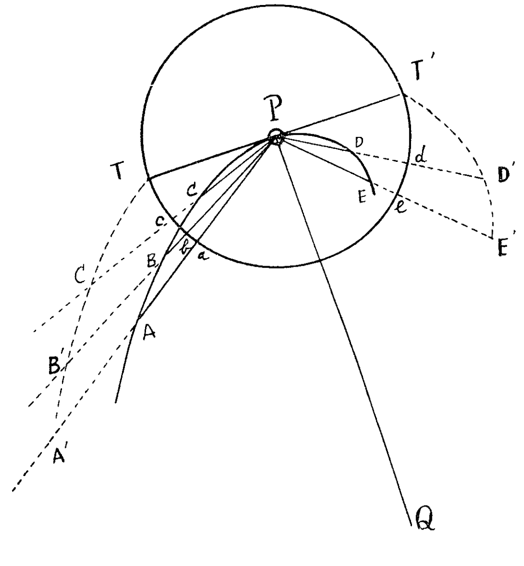
第3章　横隔膜穹窿形態ノ數量的計測法ノ吟味

第1節　彎曲度ノ計測ニ就テ

I．曲率半徑法

横隔膜穹窿ノ彎曲狀態ヲ數量的ニ明示スル一ツノ要素ハ其曲率半徑ナリ．横隔膜穹窿上ノ近接セル諸點ノ曲率半徑ヲ求メ得レバ其彎曲狀態ヲ知リ得ベシ．而シテ任意ノ曲線上ノ任意ノ一點ノ曲率半徑ハ第1圖ノ如ク先ヅ其點ノ切線ヨリ法線ヲ求メ，次デ第2圖ノ如クニシテ求メラル．

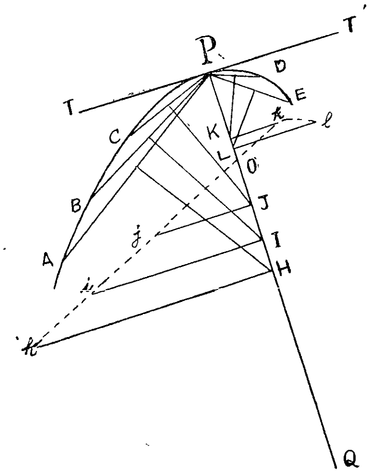
第　1　圖



曲線上ノ一點Pノ切線ヲ求ムルニハ曲線上ニ任意ノ諸點 A, B, C, D, E, ナドヲトリ何レモPト結ブ．

點Pヲ中心トシテ任意ノ圓ヲ書キ，此圓ト線 PA, PB, PC, PD, PE 又ハソレ等ノ延長トノ交點ヲ a, b, c, d, e トシ，線P A, PB, PC, PD, PE, ノ長サニ等シク，其延長上ニ aA′, bB′, cC′, dD′, eE′ ヲトリ A′, B′, C′ 又ハ D′, E′ ヲ結ブ線ト圓 P トノ交點ヲ T, T′ トスレバ，線 TP 又ハ T′P ハ點 P ノ切線ナリ．法線ハ之ニ垂直ナル線 PQ ナリ．

第　2　圖



線 PA, PB, PC, PD, PE, ノ各垂直二等分線ノ法線 PQ トノ交點 H, I, J, K, L ヨリ法線ニ垂直ナル線 Hh, Ii, Jj, Kk, Ll, ヲ立テ夫々線 PA, PB, PC, PD, PE ＝等シカラシム．h, i, j, k, l ヲ次々結ブ線ト法線トノ交點ヲ O トスレバ PO ハ曲率半徑ナリ．

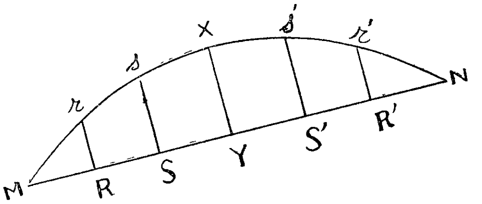
II．林信雄氏法

氏ハ次ノ如ク(1)，(2)及(3)ノ證明ニ依リ横隔膜穹窿ニ於テ，横隔膜胸壁接點ト横隔膜心臓接點トヲ結ブ線(横隔膜弦ト假稱セン)ノ垂直二等分線ノ横隔膜トノ交點ヲ境トシテ略々2個ノ圓弧ト見做シテ夫々ノ半徑ヲ以テ數示シ誤差ノ僅小ナルコトヲ論ゼリ．

1）横隔膜胸壁接點(横隔膜外端ト見做ス)ヲ

M, 横隔膜心臓接點(横隔膜内端ト見做ス)ヲN トス.

第 3 圖



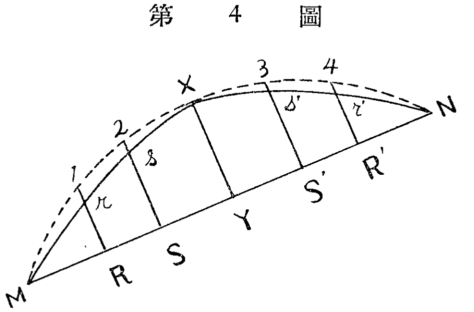
横隔膜弦 MN ノ中點 Y ヨリ垂線ヲ立テ横隔膜穹窿トノ交點ヲ X トシ, YS=YS′ YR=YR′ トシ, R, S, S′, R′ ヨリ各弦 MN ニ垂線ヲ立テ横隔膜穹窿トノ交點ヲ r, s, s′, r′ トス(Ss ト S′s′ 及 Rr ト R′r′ ヲ相對垂線ト假稱ス). 若シ横隔膜穹窿ガ圓弧ナレバ Ss=S′s′ Rr=R′r′ トナルベキナリ.

氏ハ實際横隔膜穹窿ニツキ試ミタルニ横隔膜ハ其儘全體トシテ (各側ハ別個ノモノトシテ取扱フ), 右側ハ 36%, 左側ハ 62% ノミ相對垂線等シキモ, 點 X ニ於テ横隔膜穹窿ヲ二分シ穹窿 MX, NX ニツキ同様ナルコトヲ試ミタルニ85.2%ニ於テ相對垂線ノ等シキヲ見タリ (第3圖參照).

2) 逆ニ相對垂線ガ相等シクトモ必ズシモ圓弧ヲナサザルハ MN ヲ底邊トスル二等邊三角形ヲ考フレバ明カナリ.

故ニ M, X, N ノ三點ヲ通ル圓弧ヲ畫キ(點線ニテ表ス), 相對垂線トノ交點ヲ 1, 2, 3, 4………トス.

第 4 圖



Rr=R′r′ Ss=S′s′ ニシテ, Rr=R1 Ss=S2 ナレバ圓弧ナルヲ知ル.

而シテ横隔膜ヲ二分セズシテ Rr=R′r′, Ss=S′s′ ナリシモノノ 85.7% ニ於テ Rr=R1 Ss=S2 即チ圓弧ト見做シ得ル如シ.

點 X ニ於テ穹窿ヲ二分シテ弧 MX, NX, ニツキ同様ナルコトヲ試ミタルニ相對垂線等シキモノノ 94.8%ニ於テ直チニ圓弧ト見做シ得ルト云フ.

即チ横隔膜穹窿ハ上記 1) 及 2) ノ方法ヨリ考フルニ次ノ如ク推論シ得ベシ.

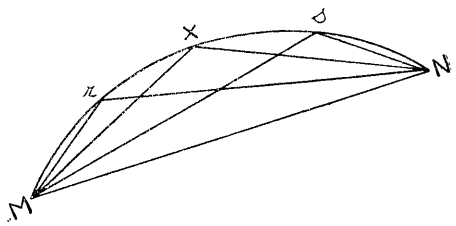
横隔膜ハ其儘全體トシテ(左右別個トシテ)ミルニ,

右側ハ 36×85.7%

左側ハ 62×85.7% ニ於テ圓弧ナリ.

横隔膜穹窿ハ上記ノ方法ニヨリ二分シテ考フルニ, 85.2×94.8%ニ於テ圓弧ト見做シ得.

第 5 圖

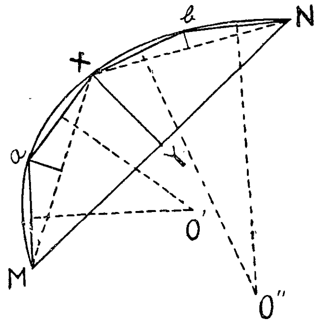


3) ∠MrN, ∠MXN, ∠MsN ガ等シケレバ MXN ハ圓弧ナリ(第5圖).

横隔膜全體トシテミルニ30%點Xニ於テ二分シテ MX, NX, ニツイテミルニ 77.5%ニ於テ各圓弧ト見做シ得ルヲ見タリ. 即チ 1) 及 2) ノ方法ニヨルト大差ナシ.

此處ニ於テ横隔膜弦 MN ノ垂直二等分線 YX ノ横隔膜穹窿トノ交點 X ニ於テ横隔膜穹窿ヲ二分シ其各々ヲ圓弧ト見做シ夫々弦 MX, NX, ノ垂直二等分線ノ弧トノ交點ヲ a, b, トシ弦 Ma, Xa ノ各垂直二等分線ノ交點ヲ O′ トシ, 弦 Xb, Nb ノ垂直二等分線ノ交點ヲ O″ トスレバ, aO′, bO″ ハ各半徑ヲ示ス. 而シテ半徑短キハ彎曲强ク, 半徑長キハ扁平ニ近キコト明カナリ (第6圖).

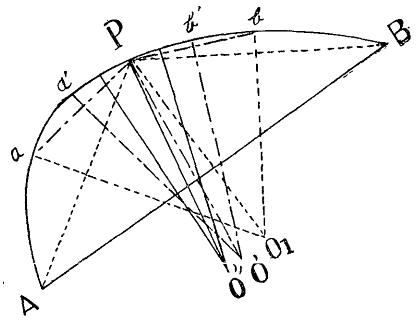
第　6　圖



III. 彎曲度計測法ノ吟味

イ. 曲率半徑法ノ吟味

第　7　圖



線 AB ノ上ニ立ツ任意曲線上ニ於テ AB ノ垂直二等分線ト交ハル點ヲ P トス, 點 P ニ於ケル此曲線ノ曲率半徑ハ第 1 圖及第 2 圖ノ如クニシテ求メラル.

今 A, P, B ヲ通ル圓ヲ考フレバ其半徑ハ線 PA, PB ノ各垂直二等分線ノ交點 O_1 ト P ヲ結ブ線ノ長サニ等シ, 而シテ圓ノ中心 O_1 ハ線 AB ノ垂直二等分線上ニ存在ス.

更ニ線 PA, PB ノ各垂直二等分線ト曲線 APB トノ交點ヲ夫々 a, b トス. 線 Pa, Pb ノ各垂直二等分線ノ交點ヲ O′ トス. O′ ハ三點 a, P, b, ヲ通ル圓ノ中心ニシテ半徑ハ PO′ ナリ.

更ニ線 Pa, Pb, ノ各垂直二等分線ト曲線トノ交點ヲ a′, b′ トシ線 Pa′, Pb′ ノ各垂直二等分線ノ交點ヲ O″ トシ, 同樣ナル方法ヲ繰返ヘセバ, 曲線ノ彎曲度ノ程度ニ從ヒ, O‴ ノ位置モ變ジ, 線 PO‴ ハ點 P ノ切線ニ對スル法線ニ近似スルニ至ル. 卽曲線 APB 上ノ點 P ノ曲率半徑ノ中心ハ PO‴ 上ニ存在スベシ.

而シテ作圖上得ラルヽ點 P ノ曲率半徑ニ就テミルニ, 尤モ正確ナラシメル爲ニハ, 先ヅ切線追求上點 P ニ極メテ近キ曲線上ノ諸點ヲ必要トスルモ, 實際上之ヲ以テ作圖スルコト不可能ニ近シ. 此處ニ於テ第 1 圖及第 2 圖ノ如ク A, B, C, D, E ヲトリ A′, B′, C′, D′, E′ ヲ求メ T, T′ ヲ決定セントスルモ極メテ正確ナリトハ云ヒ難シ. 既ニ極メテ正確ナリト言ヒ難キ切線ニ對スル法線又正確ナラザルハ言ヲ俟タズ, カリニ切線極メテ正確ナリトシ第 2 圖ニ於テ曲線上極メテ多數ノ點ヲトリ P トヲ結ブ直線ノ垂直二等分線ト法線トヨリ極メテ多數ノ h, i, j, k, l……ナドヲ求メザル限リ點 O ノ正確度ハ信賴スベキニ非ズ.

而シテ第 7 圖曲線 APB 上ノ點 P ノ曲率半徑最モ正確ニ求メラレタル場合, 其方向ハ PO_1 ヨリ PO′ ノ方向ニ近ヅクベキハ當然ナリ. 卽 $\angle O_1PO'$ ヲ指示スルコトニヨリ, 線 PO_1 ト法線トノ方向ノ差異ヲ現シ得ベシ.

1) 橫隔膜穹窿ヲ其儘全體トシテミルニ (左, 右ハ別個トシテ) 133個ノ穹窿ニ就キ $\angle O_1PO'$ ヲ測定セル結果次ノ如シ.

第　1　表

$\angle O_1PO'$ (度)	例　數	%
0	18	13.5
1	27	20.3
2	21	15.8
3	35	26.3
4	15	11.3
5	8	6.0
6	5	3.8
7	3	2.3
8	1	0.8

0.5度以内ヲ 0
0.6—1.0 ヲ 1
1.1—2.0 ヲ 2
2.1—3.0 ヲ 3
………トス

2) 橫隔膜穹窿ヲ林氏法ニヨリ 126 個ノ橫隔膜穹窿ヲ各二分シテ 252 個ノ穹窿各半部ニ就キ $\angle O_1PO'$ ヲ測定セル結果次ノ如シ.

第 1 表及第 2 表ヨリ橫隔膜穹窿ハ其儘全體ト

第 2 表

$\angle O_1PO'$ (度)	例 數	%
0	82	32.5
1	106	42.1
2	48	19.0
3	16	6.3

シテミルニ $\angle O_1PO'$ ノ $1°$ 以内ナルモノ 33.8% $\angle O_1PO'$ ノ最大 $8°$ ナルモ二分シテミルニ$\angle O_1PO'$ ノ $1°$ 以内ナルモノ 74.6% $\angle O_1PO'$ ノ最大 $3°$ トナリ，正確ニ求メラルヽ曲率半徑ノ方向ト各穹窿半部ヲ圓弧トミナシタル場合ノ半徑トノ方向ノ極メテ近似セルヲミル．

即二分セル穹窿半部ヲ圓弧ト見做シウレバ誤差ヲ惹起スベキ要素ノ蓄積スル曲率半徑法ニ依ルヨリ，林氏法ニヨリ二分シテ各半徑ヲ求メ，横隔膜穹窿形態ノ彎曲度ヲ指示スルモ大差ナキヲ得ン．

ロ．林氏法ノ吟味

横隔膜弦 AB ノ垂直二等分線ト横隔膜穹窿トノ交點 P トス，三點 A, P, B ヲ通ル圓ヲ描キ圓ノ中心ヨリ放射狀ニヒキタル直線ノ圓ト横隔膜穹窿トノ距離ヲ d トス（圓ト横隔膜穹窿内外側ニテ上下反對トナレバ其間隔ノ和，同側ナレバ間隔ノ大ナル數値ヲトル）．第 7 圖ヲ參照スレバ次ノ如キ關係アリ．

1）若シ曲線 APB ガ圓弧ナラバ $d=0$ $\angle O_1PO'=0$ 且 $PO_1=PO'$ ナリ．

2）逆ニ O' ガ PO_1 上ニ存スルモ即 $\angle O_1PO'=0$ ナルモ曲線 APB ガ同一圓ノ弧ナリト斷ジ得ザルハ曲線 PA, PB ガ同一半徑ヲ有スル別個ノ圓弧ノ連續ナルヲ考フレバ足ル．

$\angle O_1PO'=0$ ニシテ $PO_1>PO'$ ナレバ曲線ハ PO_1 ヨリ大ナル同一半徑ノ二圓ノ弧ノ連續ナリ．$PO_1<PO'$ ナレバ曲線ハ PO_1 ヨリ小ナル同一半徑ノ弧ノ連續ナリ．何レノ場合モ $d\fallingdotseq 0$ ナリ．

3）若シ曲線 APB 同一ガ圓弧ヲナサズ且同一半徑ノ別個ノ二圓ノ弧ノ連續ナラザルトキハ $\angle O_1PO'\fallingdotseq 0$ ニシテ $d\fallingdotseq 0$ ナリ．$\angle O_1PO'$ ノ大小ハ曲線 PaA ト PbB ノ彎曲狀態ノ差異ノ大小ヲ示ス．

4）$\angle O_1PO'$ 極メテ零ニ近クトモ PO_1 ト PO' ノ長サノ差甚シキハ PaA ト PbB ノ彎曲狀態相似スルモ，全體トシテ A, P, B ノ三點ヲ通ル圓ト異形ナルヲ示ス $d\fallingdotseq 0$ ナリ．

上述ノ諸關係ヲ横隔膜穹窿ヲ（左右ハ別個トシ）其儘全體トシテミタルトキ及林氏法ニヨリ二分シタル場合トニ區分シテ實測セル結果次ノ如シ．

i. 横隔膜穹窿ハ其儘全體トシテハ $\angle O_1PO'$ ハ第 1 表ニ示ス如ク可ナリ大ナルモ二分スルニ第 2 表ノ如ク，極メテ零ニ接近ス．即圓弧ニ近クナルヲ知ル．

ii. 横隔膜穹窿ヲ其儘全體トシテ d ヲ計測セルモノ(第 3 表)，二分シテ各 d ヲ計測セルモノ(第 4 表)ヲ示セバ次ノ如シ．

第 3 表

d (糎)	例 數	%
0.0	23	17.3
0.1	29	21.8
0.2	31	23.3
0.3	26	19.5
0.4	10	7.5
0.5	8	6.0
0.6	5	3.8
0.7	1	0.8

0.05糎以内ヲ 0.0
0.06—0.1 ヲ 0.1
0.11—0.2 ヲ 0.2
………トセリ

第 4 表

d (糎)	例 數	%
0.0	224	84.2
0.1	39	14.7
0.2	3	1.1

第 3 表及第 4 表ヨリミルニ，横隔膜穹窿ハ其儘全體トシテハ d ノ 0.1 糎以内ナルモノ 39.1% d ノ最大 0.7糎，二分シテハ 0.1 糎以内ナルモノ 98.9%，d ノ最大 0.2糎ナリ．即横隔膜穹窿ハ其儘ニハ圓弧ト見做シ得ザルモノ多キモ，林氏法

ニヨリ二分スレバ凡圓弧トシテ取扱フモ大差ナキ理ナルヲ知ル.

尙横隔膜穹窿ヲ二分シテ各半徑ヲ求メ，半徑ノ比$\left(\frac{短}{長}\right)$ト$\angle O_1PO'$トノ關係ヲ實測セル結果第5表ノ如シ.

第　5　表

$\angle O_1PO'$ (度)	例　數	半徑ノ比ノ平均値 (%)
0	18	94
1	27	85
2	21	70
3	35	61
4	15	50
5	8	41
6以上	9	36

即二分シテ內外ノ彎曲度ノ差大ナレバ各半徑ノ比小トナリ$\angle O_1PO'$大トナル.

第2節　其他ノ必要ナル計測ニ就テ

(イ). 横隔膜弦ノ長サ及横隔膜弦ト水平線ノナス角ニ就テ

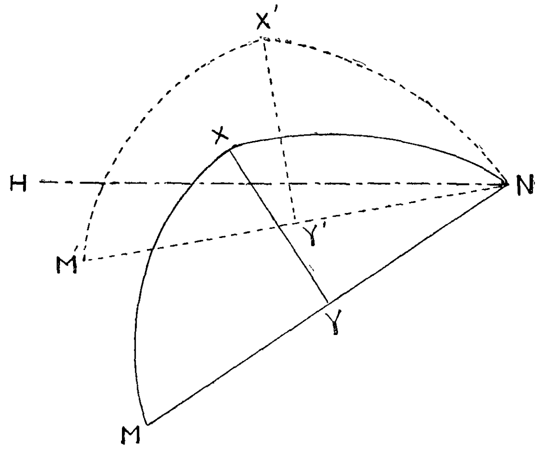
然ラバ各半徑ガ夫々相等シケレバ横隔膜穹窿ハ同一形態ナリヤ，此問題ニツキ次ノ如ク思考スルヲ得ベシ.

1）各半徑夫々相等シクトモ，弦長及其水平線トノナス角異レバ穹窿形態異ルハ明カナリ.

2）各半徑夫々相等シク，弦長モ同ジクトモ弦ト水平線トノナス角異レバ形態異ルコト第8圖ノ如シ.

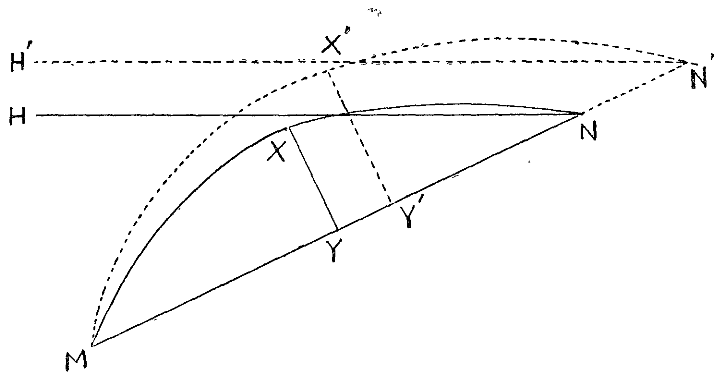
2個ノ穹窿MXN, M′X′Nニ於テMヲM′ニ一致セシムレバ同一ナリトモ$\angle MNH \fallingdotseq \angle M'NH$ナル爲傾斜度ヲ異ニス.

第　8　圖



3）各半徑夫々相等シク，弦ト水平線ノナス角モ同ジクトモ弦長異レバ形態異ルコト第9圖ノ如シ.

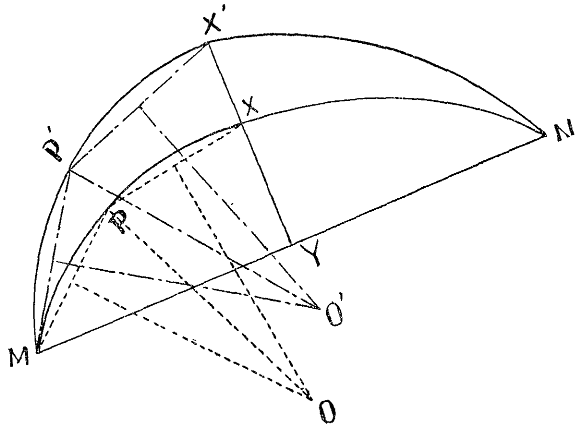
第　9　圖



曲線(圓弧) MXトMX′, NXトN′X′トノ半徑ハ同一，且$\angle MNH = \angle MN'H'$只$MN \fallingdotseq MN'$ナル爲全形態ノ異ルヲ示スモノナリ.

4）各半徑夫々相等シク，弦長及弦ト水平線ノナス角共ニ同ジクトモ形態異ルコト第10圖ノ如シ．

第　1　0　圖



弧 MX ト MX′ NX ト NX′ ノ各半徑相等シ．

弦 MN 共通

∠MNH 共通

シカモ尙穹窿形態同一ナラズ．

（ロ）．横隔膜弦ノ垂直二等分線ノ横隔膜穹窿トノ交ハル點ノ檢討

上述ノ如ク横隔膜穹窿形態決定ニ必要ト思考セラルヽ各半徑，弦長，弦ト水平線ノナス角等ヲ一定スルモ必ズシモ同一形態ノ穹窿ヲナサザルヲミタリ．之卽第10圖ニ於ケル XY, X′Y ノ長サノ差，卽横隔膜穹窿ト横隔膜弦ノ垂直二等分線トノ交點 X ノ一定セザル爲ニシテ，此處ニ新シク點 X ヲ換言スレバ XY ノ距離ヲ明瞭ナラシムル數值ノ必要ナルヲ知ル．此目的ノ爲横隔膜弦 MN ノ垂直二等分線ト穹窿トノ交點 X ト M, N ノ三點ヲ通ル圓ノ半徑（中央半徑ト假稱セン）ヲ以テスル方最モ合理的ナラン．尙中央半徑小ナルハ全體トシテ彎曲强ク，大ナルハ扁平ニ近キヲ示スハ勿論ナリ．且第1節 III ノ如キ吟味ヲナサバ中央半徑ガ横隔膜其儘ノ代用值トシテ如何程正確度ヲ有スルカ，卽横隔膜其儘全體トシテ圓弧ニ近似セルヤ否ヤヲ示スモノナルハ明カナリ．

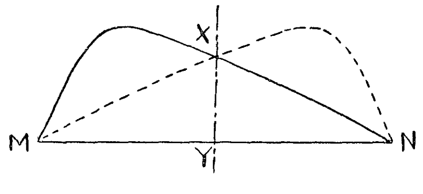
第4章　横隔膜穹窿形態ニ於ケル其他ノ二三ノ數值ノ吟味

第1節　横隔膜穹窿曲線ノ長サニ就テ

横隔膜穹窿曲線ヲ曲線計ニテ計測スルトキ其數值ト横隔膜弦長及彎曲度ト如何ナル關係アルヤヲ吟味セン．

第11圖ノ如ク丁度正反對ノ穹窿狀態ヲ示セル二ツノ曲線ヲ考フ．此場合兩曲線ノ長サ等シ．只彎曲狀態ガ左右反對トナレルノミ，之ヨリ曲線ノ長サ相等シクトモ種々ノ彎曲狀態ヲ示スモノアルハ容易ニ思考シ得ラル．

第　1　1　圖



而シテ弦長，曲線長，彎曲度ノ間ニハ次ノ如キ關係アリ．

I．曲線ノ長サ一定ナレバ弦長短キトキ彎曲度强ク，弦長長キトキ彎曲度弱シ．

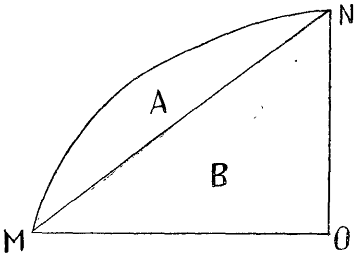
II．弦長一定ナルトキ，彎曲度强キ程曲線長シ．

III．彎曲度一定ナルトキ，弦長ノ長短ニ應ジ曲線長短ナリ．

之ヲ要スルニ彎曲半徑ヲ指示スル數値及弦長ヲ示ス數値無クシテ單ニ曲線ノ長サヲ指示スルモ何等横隔膜穹窿形態ヲ想起セシメ得ザルハ言ヲ俟タズ．然レ共彎曲半徑，弦張ト聯關シテ曲線長ヲモ併記スルモ一ツノ計測タルヲ否定シ得ズ．即曲線計ニヨリ穹窿ノ長サヲ測定スルハ其形態ノ數量的計測ニ不可缺ト云フヲ得ザルモ時ニ一法タリ．

第2節 横隔膜穹窿ト横隔膜心臓接點ヲ通ル垂直線ト横隔膜胸壁接點ヲ通ル水平線トニテ圍ム面積ニ就テ

第 1 2 圖



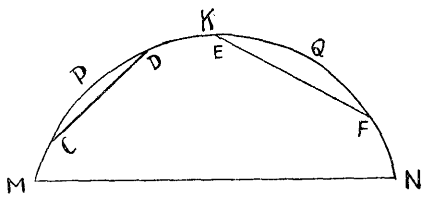
此面積ニ就テ考フルニハ A ト B ノ兩方面ヨリ思考スルヲ要ス．

I．横隔膜穹窿ト横隔膜弦ノ圍ム面積 (A) ノ吟味

面積 A ハ弦長曲線長ノ變化ト共ニ變ズルハ言ヲ俟タズ，且亦弦長，曲線長相等シク共必ズシモ面積等シカラズ．

1．弦長及曲線長一定ナル場合

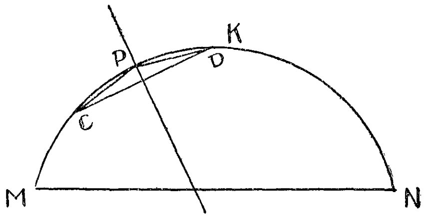
第 1 3 圖



一定長ノ弦ト曲線ニテ圍ム面積 MKN ヲ最大ナリトセバ次ノ條件ヲ滿足セシム．

i）弦 CD, EF, ニ對スル弓形 CPD, EQF, ハ相似ナリ．相似ナラザレバ弦，弧ノ長サヲ變ゼズシテ面積ヲ變ジ更ニ大トナシ得レバナリ．

第 1 4 圖



ii）弦 CD ノ垂直二等分線ニ關シ CP, DP, ハ對稱ナリ．從ツテ弧 CP, DP ハ圓弧ナリ．

任意ノ弦ノ垂直二等分線ニ關シ對稱ナル曲線ハ圓弧ノミナリ．

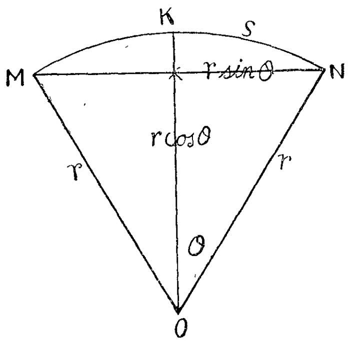
即 i）及 ii）ヨリ弧 MKN ハ圓弧ナルヲ知ル．之ヲ要スルニ弦長及曲線長一定ナルモ曲線ガ弦上ニ圓弧トシテ存在スルトキ面積ハ最大トナル．弦長及曲線長一定ナルモ面積ニ著シキ差アルハ曲線ノ彎曲狀態ノ著シキ差ニヨルコト明カナリ．

2．曲線長一定ナルモ弦長異ル場合

1．ヨリ種々ナル弦長ニ對シテモ一定長ナル曲線ガ夫々圓弧トシテ弦上ニアルトキ夫々ノ弦長ト一定長ノ曲線ノ圍ム面積夫々最大ナルコト明カナリ．

而シテ之等ノ間ニ於テ面積最大ナルタメニハ如何ナル條件ヲ必要トスルヤ．

第 1 5 圖



一定曲線長ヲ 2S トス．

任意ノ長サノ弦 MN ニ對シテ 其長サニ對スル面積 MKN 最大ナルハ 1. ヨリ 一定ナル弧 MKN ノ圓弧ナルトキナリ. 其圓弧ノ中心ヲ O トシ半徑ヲ γ, ∠MON ヲ 2θ トスレバ次ノ如キ關係アリ.

$$\text{面積 MKN(A)}=2[\tfrac{1}{2}s\gamma-\tfrac{1}{2}\gamma^2\sin\theta\cos\theta]$$
$$=s\gamma-\tfrac{1}{2}\gamma^2\sin2\theta$$

一方, $S=\gamma.\theta.\ \therefore\gamma=\frac{S}{\theta}$

$$A=\frac{S^2}{\theta}-\frac{S^2}{2\theta^2}\sin2\theta$$
$$=S^2(\theta^{-1}-\tfrac{1}{2}\theta^{-2}\sin2\theta)$$

微分シテ

$$A'=S^2(-\theta^{-2}+\theta^{-3}\sin2\theta-\theta^{-2}\cos2\theta)$$

A ノ極値ニ對シテ $A'=O$ ナル故

$$A'=\frac{1}{\theta^3}\{-\theta+\sin2\theta-\theta\cos2\theta\}=O$$
$$\sin2\theta=\theta(1+\cos2\theta)$$
$$2\sin\theta\cos\theta=2\theta\cos^2\theta$$

即 $\cos\theta=O$

又ハ $\theta=\tan\theta$

更ニ A' ヲ微分シテ

$$A''=\frac{S^2}{\theta^4}[2\theta-3\sin2\theta+4\theta\cos2\theta+2\theta^2\sin2\theta]$$

$\sin 2\theta=\theta\ (1+\cos2\theta)$ ノトキハ

$$A'=\frac{S^2}{\theta^4}[2\theta+4\theta\cos 2\theta+(2\theta^2-3)\ \theta\ (1+\cos 2\theta)]$$
$$=\frac{S^2}{\theta^3}[(2\theta^2-1)+(2\theta^2+1)\cos2\theta]$$
$$=\frac{S^2}{\theta^3}[2(2\theta^2+1)\cos^2\theta-2]$$
$$=\frac{2S^2}{\theta^3}[(2\theta^2+1)\cos^2\theta-1]$$

$\cos\theta=O$ ナラバ

$A''<O$ A ハ極大トナル

$\theta=\tan\theta$ ナラバ

$\sec^2\theta=1+\theta^2$ $\cos^2\theta=\frac{1}{1+\theta^2}$ ナル故

$$(2\theta^2+1)\cos^2\theta-1=\frac{1+2\theta^2}{1+\theta^2}-1=\frac{\theta^2}{1+\theta^2}>O$$

A ハ極小トナル.

一方 S ガ一定長ナル故 $S=\gamma.\theta$ ニ於テ $\theta=O$ タリ得ナイ. 而シテ實際上 θ ハ 0° ヨリ 180° 間ヲ出ナイ. 此ノ間ニアリテ $\theta=\tan\theta$ ナル爲ニハ θ ハ無限ニ零ニ近接セル値ヨリ外ナシ.

∴ θ ガ極メテ零ニ近接スル場合

A ハ最小トナル.

之ヲ要スルニ θ ガ 90° ヨリ 0° ヘ近ヅクニツレテ A ハ最大ヨリ最小ニ移行スル. 換言スレバ與ヘラレタ曲線長ガ任意ノ弦ノ上ニ半圓トシテ存在スルトキ面積ハ最大ニシテ曲線ガ次第ニ扁平トナリ弦ガ次第ニ長クナリ遂ニ曲線及弦ガ一致スルトキ面積ハ最小トナル.

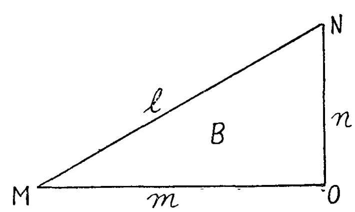
而シテ θ ガ 90° ヨリ 180° ニ移行スレバ如何. 即弦ガ殆ンド零ニ近ヅキ曲線ガ完全ナル圓ヲ形成スレバ面積ハ最大ナルトキノ半分トナル即 θ ガ 90° ヨリ 180° ニ移行スルニ從ヒ面積ハ最大ヨリ其半分ニ向ヒテ減少ス.

3. 弦長一定ニシテ曲線長異ル場合

任意ノ曲線ガ各圓弧トシテ弦上ニ存スレバ曲線長キ程面積大ナルモ, 其彎曲狀態如何ニヨリ必ズシモ曲線長キモノ面積大ナリト云フヲ得ズ.

II. 横隔膜弦ト横隔膜心臟接點ヲ通ル垂直線ト横隔膜胸壁接點ヲ通ル水平線トニテ圍ム面積ノ吟味(第12圖 B).

第 16 圖



$B=\frac{1}{2}mn$

$l^2=m^2+n^2$

$l^2-2mn=(m-n)^2$

$2mn=l^2-(m-n)^2$

l 一定ナレバ, $m=n$ ナルトキ mn 最大

m 又ハ $n=O$ ナルトキ $mn\ O$

即面積 B ハ任意弦長ニ對シ夫々 ∠MND 換言スレバ水平角 45° ナルトキ最大ニシテ角ガ 0° 又ハ 90° ニ近ヅクニツレ小サクナル.

即横隔膜穹窿ト横隔膜心臟接點ヲ通ル垂直線ト横隔膜胸壁接點ヲ通ル水平線トニテ圍ム面積

ニ就テミルニ,

1．面積Aハ横隔膜穹窿ノ彎曲狀態（中央半徑並ビニ各二分セル半徑）及弦長ニ關係ス.

2．面積Bハ弦長並ビニ弦ト水平線ノナス角ニ關係ス.

之ヲ要スルニ面積A+BハサキニM指示セル中央半徑，各二分セル半徑，弦長，弦ト水平線トナス角ニ關シテ決セラルヽヲ知ル. 然リト雖モ常ニ此四數値ニ聯關シテ直チニ面積ノ數値ヲ思考スルハ難シ.

卽此面積ハ横隔膜穹窿形態ヲ指示スルニ不可缺トイフヲ得ザルモ時ニ一法タリ.

第5章 總 括

横隔膜穹窿形態ハ從來漫然ト概觀的ニ述ベラレ居ルノミナリシ所林氏ハ第3章第1節IIニ記載セル方法ニテ二分シテ各半徑ヲ以テ彎曲狀態ヲ數量的ニ指示スルコトヲ得ト述ベタリ. 而シテ余ハ又第3章第1節III ノ如キ吟味ヲナシ林氏法ノ信頼スベキヲ確メタリ. 然レ共横隔膜穹窿形態ハ單ニ彎曲度ノミヲ以テ數量的ニ指示シ得ザルヲ第3章第2節ニ於テ吟味シタリ. 卽弦長，弦ト水平線ノナス角及弦ノ垂直二等分線ト穹窿トノ交點ト弦ノ兩端ノ三點ヲ通ル圓ノ半徑ニモ關係スルヲ知リタリ.

卽逆ニ弦長ト其水平線トノナス角ガ與ヘラルレバ，其垂直二等分線モ決定サレ，中央半徑與ヘラレルバ穹窿ガ弦ノ垂直二等分線ノ何處ヲ通ルカヲ決定シ得. 然レバ各半徑ヲ以テ夫々二分セル各側ノ穹窿形態ヲ再現セシメ得. カクシテ穹窿ノ曲線長モ穹窿ト横隔膜心臟接點ヲ通ル垂直線ト横隔膜胸壁接點ヲ通ル水平線トニテ圍ム面積ナドモ容易ニ求メラレ，且其等ノ數値ハ第4章ニ於ケル吟味ニヨリ，弦長，角，穹窿彎曲度及中央半徑ノ如何ニヨリ變化ヲ受クルモノナルヲ知リタリ.

第6章 結 論

133個ノ正シキ緣ヲ示セル横隔膜穹窿ニ就キ其儘全體トシテ及二分シテ彎曲度ノ計測ヲ實測セル結果二分スレバ殆ンド圓弧ト見做シテ，其半徑ヲ以テ彎曲度ヲ指示シ得ルヲ知リタリ. 而シテ半徑短キハ彎曲强ク，半徑長キハ扁平ニ近キコト明カナリ.

尙横隔膜穹窿形態ハ彎曲度ノミナラズ，弦長，弦ト水平線ノナス角及弦ノ垂直二等分線ト穹窿トノ交點ト弦ノ兩端ノ三點ヲ通ル圓ノ半徑ニモ關係スルヲ知リタリ.

横隔膜穹窿形態ヲ數量的ニ指示スルニハ最少限度以上四數値ヲ計測スルヲ要ス.

文 獻

1）**林信雄**，横隔膜像ノ形態的觀察，（レントゲン研究）. 日本レントゲン學會雜誌，第8卷(305)，昭和5年.
2）**星野信之**，高等平面圖學解說.
3）**川井左京**，醫家ニ必要ナル數學.