

数学的表現をもとにした話し合いを通して よりよいものへと学び合う姿

岡山 優

1 条件設定に当たって

新学習指導要領では「言語力」が重視され、算数科でも目標に「算数的活動を通して、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる」と明記してあるように、思考力・判断力・表現力が重要である。

すべての子どもに、思考力・判断力・表現力を高めるためには、一部の子どもだけが発言する授業ではなく、全員が主体的に話し合いに参加し、学び合い、高め合う授業となることが大切であると考える。

そのためには、まず、自分の考えをしっかりともち、それを相手にわかりやすく伝え、自他の考えを比較しながら検討し、その中からよりよいものを選ぶことができる子どもの姿が必要である。その姿が研究テーマである「数学的表現をもとにした話し合いを通して よりよいものへと学び合う姿」であり、以下の条件を設定し研究を進めていく。

- ・条件A 自ら意欲的に課題に取り組むこと
- ・条件B 数学的表現を用いて考えを共有し 自他の考えを比較検討できること
- ・条件C 思考プロセスを自覚し 学級集団として高め合うこと

2 条件について

- ・条件A 意欲的に課題に取り組むこと

子どもたちが自分の考えを友達に伝えたい、友達の考えを聞きたいという思いが強く表れるのは、課題に対して主体的、意欲的に取り組んだときであると考える。そのためには、まず課題が自分の中のになつていなければならないが、それには課題そのものの理解と、解決に必要な内容と方法の見通しが必要になる。

また、課題自身もすぐに解決できる課題ではなく、「なぜだろう」「どうすればいいだろう」という疑問が生まれ、それを解決していくうという意欲が生まれることで、本当に子どもたちの課題となると考える。

- ・条件B 数学的表現を用いて考えを共有し 自他の考えを比較検討できること

一部の子どもだけが話し、他の子どもは聞くだけといった一方通行の話だけでは、思考力・判断力・表現力の三つの力は高まりあわない。自分の考えが相手に正確に伝わり、相手の考えが正確にわかることによって、話し合いが発生する。

そこで、自分の考えを友達に正しくわかりやすく伝える、友達の考えを正しく理解するために、考えを操作や図、言語、記号などを使って表す数学的表現が重要となる。数学的表現を用いることによって、互いの考えをより共有し合うことができ、自他の考えを交換しながら新しい考え方を見出したり、修正したりできる。そして、そのことによって三つの力が高まっていくと考える。

さらに、数学的表現で共有された複数の考えを、共通性・相違性の視点や、妥当性・明確性・簡潔性・一般性の視点から、自分と他の考え、他と他の考えを比較・検討することによって、よりよいものへと思考する力、判断する力が育まれると考える。

- ・条件C 思考プロセスを自覚し 学級集団として高め合うこと

「友達の考えがあつたからこそ自分の失敗に気がついた」「友達の考えがあつたからこそ、自分の考えが深まつた」ということを自覚することにより、自分自身の考えの変容に気が付くことができる。そして、集団で学ぶことの大切さがわかり、自分一人だけで学ぶのではなく、学級集団として高め合っていこうという意欲が生まれ、「であう・つながる・うまれるコミュニケーション」が成り立っていくと考える。

3 おもな実践

条件によっては、各教科の授業場面でも多く設定しうる条件となり、これまで実践を行ってきたが、ここでは、テーマの内容にあるように、算数科での実践を述べる。

・条件A 意欲的に課題に取り組むこと

意欲的に課題に取り組むために、課題設定や提示方法の工夫などの手立てや、課題を明確にし、解決方法に見通しをもたせる手立てが必要であると考え、以下の実践を行った。

「整数を2つに分けよう（偶数と奇数）」の単元では、課題への意欲をもたせるために、子どもと速さ比べのゲームを行った。

TVの画面上にいくつものサイコロを映し出し（写真1）、これらのサイコロの目を合計した数の和が、偶数か奇数かを速く判断するゲームである。TVの画面上で映し出すのは、サイコロの個数や目を変えても視覚的にすぐにわかることや、考えを共有する段階で自分の考えを操作的表現で表すときにわかりやすくするためである。

前時で、どんな大きな数でも一の位の数によって、偶数・奇数の判断ができるということを学習したが、これをさらに発展させた課題である。サイコロの目の数をすばやくして偶数・奇数の判断をしたり、偶数+偶数=偶数、奇数+奇数=奇数、奇数+偶数=奇数という和の性質を用いて判断したりするというものである。最初、サイコロを3つだけ使ってゲームを行った時は、目の和から判断していたが、どんどんサイコロの数を増やしていくことにより、だんだんと計算が追いつかなかったり、計算ミスが出るようになったりして、速く正しく判断することができなくなったり。

ここで、教師がすばやい判断をしてみた。すると、本当にそうなっているかを子どもが確認した後、「なぜそんなに速く計算できるの」、「どうしてすぐにわかるの」という疑問が生まれた。そこから、「計算とは違う方法で求めているのではないか」「わたしも計算せずにできた」というつぶやきが生じ、「自分も速く判断したい」という課題に対する意欲が生まれ、自力解決へつなぐことができた。その後、偶数と奇数の和の性質（偶数+奇数=奇数、奇数が何個あるかで考えるなど）の話し合いから、偶数は無視して奇数の数だけ考えればよいことを、図や式などを用いて表現し、互いに考えを共有し合うことができた。

「直方体や立方体の体積の求め方を考えよう（体積）」の単元では、複合図形（L字型の立体）の体積を求める学習において、次のような実践を行った。複合図形の図だけを見ても実感がわかないし、最初から複合図形の立体を提示しても意欲をもつとは限らない。そこで、複合図形を動画で提示してから実物を提示することにした。動画で提示した時、最初は直方体にしか見えない角度で撮影したものを見せて、「直方体なら簡単だ」、「すぐにできるよ」と子どもたちは感じた。その後、徐々に撮影角度を切り替えることによって、直方体が二つ並んでいるように見える物から、L字型の立体となるように映し出していくと、驚きの声や、感嘆の声が上がった。そして最後に、実際に求める立体の実物を提示した。

動画によって題材を提示することにより、子どもの興味を引き出し、子どもが直方体ではなく階段のようなものだと認識することにより、「今までの直方体のようには求められないぞ」、「面積の時も同じようなものがあったな」、「直方体に分けて考えれば」など、課題についての理解が深まり、それぞれが解決方法の見通しをもつことができた。

「体積」の単元において、「20cm×20cmの方眼紙から最大の容積となる底面が正方形である箱の設計図をつくろう」という発展課題を行った。課題をとらえる段階で、高さが1cmで底面が18cm×18cmの箱と、高さが5cmで底面が10cm×10cmの箱の実物と、それぞれの展開図を提示することによって、具体性をもたせた。その後、高さが1cmから5cmになったら容積が大きくなったように、「高さをどんどん大きくしていくと、容積もどんどん大きくなるかな」という問い合わせには、「縦に細長い箱になるからどんどん大きくなるのはおかしい。どこからか小さくなっていく。」というように、解決内容についての見通しをもつことができた。また、子どもが表を使って整理して考えるようにするために、最初の段階で「闇雲に数字を取り上げて計算していくか」と問うと、

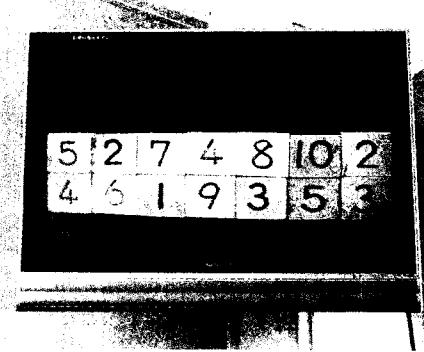


写真1 サイコロの目をTVで提示

高さ(cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
正方形(1辺cm)	18	16	14	12	10	8	6	4	2
容積(cm ³)	34.5	51.2	57.6	50.0	38.4	25.2	12.8	3.6	

高さ(cm)	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
正方形(1辺cm)	15	14.9	14.6	14.4	14.2	14	13.8	13.6	13.4	13.2	13
容積(cm ³)	52.5	54.6	57.5	57.5	58.4	58	59.0	59	59.2	59.2	59.2

資料1 2.5 cm～3.5 cmの間の表で考える

ち、「あ、小数だ」「もっと細かくしていい」「整数だけってきまつてないよ」という声があちらこちらから出始め、早速計算しなおす姿が見られた。一人の子どもの発言から、他の子どもの思考がより深まり、課題に対する再検討が行われたのである。その後、高さを小数に拡張してもよいことを確認し、それぞれが0.5 cm刻みや、0.1 cm刻みにして最大の容積を求めていった。また、この時に、1 cm～20 cmの全ての範囲で小数にするか確認すると、「高さが4 cmになると体積が小さくなっているから、2 cm～4 cmの間を小数にすればよい」という話し合いも行われ（資料1）、これまでの結果をもとに筋道を立てて考えていくことができた。

・条件B 数学的表現を用いて考えを共有し 自他の考えを比較検討できること

「きまりを見つけて」において、正方形の数とひごの本数の数の関係について調べる課題を扱った。最初に正方形の数が1個、2個、3個の場合に、それぞれひごの数が何本になるか数えて課題を全員が把握した後、正方形の数が10個の場合にひごの数が何本になるかを自力解決で求めていった。

解決の方法として、実際に正方形を10個書いて図で求める考え方、途中まで実際に数えた後、そこからきまりを見つけて表を書いて本数を求める考え方、図を書きながらきまりを見つけて式で求める考え方があがった。つまり、図的表現（図・表）、記号的表現（数・演算記号）である。そこで、それらの考え方を黒板に提示し、考え方の共有を行った。この時、式の有効性・必要性を実感するために、あえてこの場面では式的表現は取り上げないという手立てをとった。

その後、このきまりをより一般化するために正方形の数が100個の場合、1000個の場合を取り上げた。これには、図や表では書き表せないことから、○や△を使った式を用いて表現することの有効性への話し合いにつながった。子どもは、もう一度図を見つめなおしたり、見出したきまりを使ったりして全体で5つの式を作り上げ（資料2），これらを共有することにした。共有する際には、友達の考え方をただ聞くだけというのではなく、正しく理解する、自分のものにするために、「L字型の体積を求めよう」の学習でも行ったように、まず式だけを表示した。他の子どもは式だけから、どんな考え方なのかを推測するのである。その後、式の意味を理解した子どもが、まだ理解できない子どもに説明を行い、まだ理解できなければ、さらに他の子どもが説明を繰り返していくようにした。さらに、今度は式をその式が表していることを瞬時にわかるような別の図で表することにした。つまり、記号的表現を言語的表現や図的表現に変換するという異質の表現への変換や、言葉による説明でも違う子が何人も説明するという同じ言語表現内での変換を行うことによって、理解や思考が深まり、表現力が向上すると判断したからである。

○…正方形の数
△…ひごの本数
① $4 + (\bigcirc - 1) \times 3 = \triangle$
② $3 \times \bigcirc + 1 = \triangle$
③ $4 \times \bigcirc - (\bigcirc - 1) = \triangle$
④ $4 \times \bigcirc - \bigcirc + 1 = \triangle$
⑤ $\bigcirc \times 2 + 1 + \bigcirc = \triangle$

資料2 きまりを表した式

以前に学習した高さと体積の関係（比例）から、「表を使って整理すると分かりやすい」と大勢の子が考え、解決方法についても見通すことができた。

その後、各自が表を使って整理していくと、高さが3 cmで底面の正方形の1辺が14 cmである箱が、容積588 cm³となり最大となることをほぼ全員の子が見出すことができた。しかし、その中で一人だけ「もっと大きな容積があります」と答えていた。これには、「これ以上大きいのはあるわけがない」とか、「なぜもっと大きいのがあるの」というようななつぶやきがあったが、そのうち、「あ、小数だ」「もっと細かくしていい」「整数だけってきまつてないよ」という声があちらこちらから出始め、早速計算しなおす姿が見られた。一人の子どもの発言から、他の子どもの思考がより深まり、課題に対する再検討が行われたのである。その後、高さを小数に拡張してもよいことを確認し、それぞれが0.5 cm刻みや、0.1 cm刻みにして最大の容積を求めていった。また、この時に、1 cm～20 cmの全ての範囲で小数にするか確認すると、「高さが4 cmになると体積が小さくなっているから、2 cm～4 cmの間を小数にすればよい」という話し合いも行われ（資料1），これまでの結果をもとに筋道を立てて考えていくことができた。

そして、全ての考え方を共有した後、妥当性、簡潔性、的確性の観点から、どの式がよいかの比較・検討を行った。「意味は分かるけど、計算に手間がかかる」、「意味も分かりにくいし、計算もめんどくさい」、「意味もすぐに分かるし、計算も速い」などの話し合いから、一つの式（表1の③）に収束することができた。

「小数のわり算」の単元で、「200 ÷ 2.5 の計算のしかたを考えよう」の課題では、わる数を整数から小数に意味の拡張を行った後、自力解決に向かった。自力解決後、考え方の共有を行った。まず、小数のかけ算と同じようにわる数を10倍して、商を求めた

後、その商を10分の1にするという考え方から始めた。この考えでは、商が0.8となり、最初に立てた商の見通しの50～80にならず、本人が“モヤット”しているという状況の説明から始め、「A児の“モヤット”を“スッキリ”にしよう」と問うことで、考えの共有を行っていった。子どもたちは自分の考えを記号的表現と言語的表現を用いて表し、その表現の意味を理解している他の子どもが、理解していない子に説明するというように行つた。この時、子ども達はA児に“スッキリ”してもらいたいと思い、話し合いも活発に行われた。

また、それぞれの考えには、考えのもととなるものを「わり算の性質方式」「比例方式」「単位の考え方」というようにネーミングした。その名前を使うことによって考え方がはっきりし、比較検討する際に、「どのやり方のどこがなぜいいのか」「今後も使って、速く簡単にできる方法は」という焦点をもった話し合いにも大変有効であった。その後の振り返りも見ても、「わたしもAさんと同じように“モヤット”していたが、みんなの説明を聞いていて“スッキリ”しました」とか、「Aさんの“モヤット”から始まり、みんなの意見がどんどんつながっていってよかったです」という記述があり、有効な話し合いが行われたと考える。

・条件C 思考プロセスを自覚し 学級集団として高めあうこと

4月の最初の単元から、自分がどう考えたか、その考えのどこがよかったか、悪かったかなどの思考プロセスを自覚するために、一時間ごと、一単元ごとに振り返りを行う学習展開を行ってきた。

最初の頃は、その時間に勉強したこと、分かったことしか書けず、自分の思考プロセスについての記述はなかった。しかし、思考プロセスの記述に波線をつけて評価したり、そのような振り返りを他の子どもに紹介したりすることによって、振り返りの記述内容が変化してきた（資料3）。その時間に学習して分かったことだけではなく、自分の考えのどこがどうしてよくなかったか、どの考えがどのように良かつたのか、どの考えによって自分の考えが変化したか、この学習にクラスがどのように取り組んでいたかなどの観点で振り返りを書くようになってきた。

また、自分のよくなかったところを素直に認め、友達のよかったところを素直にほめ、そのことによって、自分を高めようとする記述も見られてきた。その姿勢が授業でも見られ、自分の考えを分かりやすく表現しようしたり、他の考えを分かろうとして一生懸命聞いたり、学級でよりよいものを生み出していくために的確に判断したりするなどの、集団として高めあっていく姿が見られるようになってきた。さらに、それが再び振り返りにもつながり、よい循環となってきていく。

4 今後に向けて

以上のように、設定した条件についての実践を行ってきたが、いくつかの課題も見えてきている。まず、課題が自分のものになっていない子どももいるということである。そのためには、課題を把握する際に、より子どもたちがどうしてもこの課題を解きたいと思える課題の内容、提示の工夫を研究していくなければならない。さらに、課題についての見通しの段階で、より効果的な話し合いをもつことによって課題についての共通認識を図り、どの子もしっかりと見通しをもって、自力解決に向かわなければならない。また、数学的表現を用いた考えの共有と自他の考えの比較検討の場面では、話し合いが有効になるようにペアでの交流や全体での交流の場を工夫し、よりよい話し合いが行われるようにしていかなければならない。

- ・前で発表した中の3つは、わたしが思いつかなかつた方法です。○○さんの考えはどんな形でもやりやすいからいいと思った。わたしの方法はたまたまこの形だからできただわけで、ちょっと他の形では無理だと思います。
- ・よく考えてみると、○○さんの言うとおり、ぼくは1つの面積で考えてしまったので失敗してしまいました。○○さんの考えはとてもわかりやすく、説明できていたのでよくわかりました。
- ・最初はみんなの発表がよくわからなかつたけど、だんだんとよくわかってきたし、みんなたくさん意見を出し合ったりしました。一人ひとり意見が違うのでとてもいいと思います。

資料3 振り返りの記述内容