算　数　科

押　野　正　憲
笠　松　幹　生
橋　田　真由美

1　算数科における知識創造とは

算数科における知識創造の定義

算数科における知識創造を次のように定義する。

> **数学的コミュニケーションを通して**
> **能動的に算数的知識を構成していく営み**

算数的知識を構成する

*1　算数的知識は、活動を反省的に思考することによって構成され、社会的相互作用などを通して、修正・洗練される。
『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』中原忠男　聖文社　1995

算数的概念や原理、法則など（以下これらをまとめて「算数的知識」とする）は、知識を豊富にもつ他者から伝達され、教え授けられることによって自分のものとすることはできない。自らが能動的に算数を構成していく営みの上に成り立つ。その際、重要となるのが社会的相互作用であり、「他者とのかかわり」が知識を修正・洗練させ、より高次の算数的知識の構成を促していく*1。

分かり合えない

*2　ランパートは、「算数（数学）は、全体との関わりの中でしか学べない」と言う。授業における自分の考えや意見と他の多数の考えや意見が、数学的に、社会的に受け渡しされることによって、豊かに「知る」という営みをつくり上げる。
『学びへの誘い』佐伯胖、藤田英典、佐藤学編　東京大学出版会　1995

しかし、実際の授業場面では、一つの課題に対しても、様々なフィールドに足場を置いて思考しており、互いの考えが分からないということが頻繁に起こりうる*2。例えば、速さの学習の際に、ある子どもは累加的に、ある子どもは倍概念をもとに、またある子どもは比例をもとに考えるというような場合である。そのような状態を打開するため、授業の中では互いに説明し合うという行為が、日常的に行われている。

ところが、その説明が快々として分かる者が分からない者に教えるというニュアンスで行われることがあるが、それでは算数的知識の構成は期待できない。受動的に誰かの知識を聞いて、それを自分で機械的に記憶しようとしても、それは断片的な知識にしかならず、活用・応用することはできない。おまけに時間が経てばたちまち忘却されてしまう。他方、説明する側も、一方的に説明をしただけでは、自分に得るものは少ない。

数学的コミュニケーション

*3　私たちが考える数学的コミュニケーションとは、「数理的な内容を図、数、式、またはことばなどの多様な表現・表記を活用して表し、それを双方向にやりとりすること」である。
参考文献　『数学的コミュニケーション能力の育成』金本良通　明治図書　1998

そこで私たちは、互恵的な数学的コミュニケーション*3を通して、算数的知識が構成されていくことをめざすことにした。確かに、個の中において算数的対象と対話し、自分の既存の知識を調節することによって知識を構成することも可能であるが、それには自ずと限界がある。だから、他者との数学的コミュニケーションを通して、図や式、言葉などに込められた意味を読みとり、自分の既存の知識を調節することで、算数的知識の構成を促していくことにしたのである。つまり、他者とかかわることによって、算数の内容とかかわっているのであり、そのようにして算数的知識を構成していくということである。

算数的知識の有意味化・活用・応用

私たちが最終的に求めているのは、算数的知識が子どもの中で有意味化され、知識同士が網の目のようにネットワークされた状態で構成されるということである。そのような状態であれば、事象の構造が少し変わっても、既存の知識を事象の構造に合うように調節し、新たな場面に活用・応用することができ、新たな算数的知識を構成することが期待できるからである。

2　算数科におけるかかわりの「場」をデザインするための考え方

算数的価値

かかわりの「場」のデザインを行うには、その授業において、どんなことに算数的価値があるのかを教師が認識している必要がある。それが、かかわりの「場」のデザインに反映されるからであり、デザインの有効性の検証も、授業者の想定している算数的価値に依拠したものとなるからである。

(1) 算数的知識の構成を促す課題を設定する

多様な見方・考え方からアプローチできる課題

算数的知識の構成には、子どもが追求する課題が影響を与える。まず課題は、算数的価値を追求させるものである必要がある。また、子どもが多様な見方・考え方からアプローチできる課題であることが望まれる。これには、解が一意に定まらないオープンエンドの課題、解は一意に定まるが多様な解決が可能である課題、情報過多や情報不足の課題などが考えられる。多様な見方・考え方からアプローチすることによって、知識が網の目のようにネットワークされるからである。

その他、課題の条件としては、既存の知識がある程度活用可能であり、自分の既存の知識を調節することによって解決できるような課題を設定することも重要である。

(2) 算数的なかかわりを促す

数学的コミュニケーションを促す

先にも述べたように、算数的知識の構成には数学的コミュニケーションが不可欠である。図や式、ことばなどを用いた数学的コミュニケーションを通して、新たな考えを付加・補強したり、批判的に考えたりしながら、相互の知識を関連づけていく。授業の具体的な場面に即していえば、例えば、表出された知識同士を図的表現である矢印や線でつないだり、図で表現されたものを式で表したりすることによって、そのつながりを明らかにしていくということである。

学習形態・表出方法思考時間

学習の形態としては、学級全体、小グループ、座席の近くの者同士などでかかわることが想定できる。また、知識の表出方法としては、言語で、黒板上で、またポスターセッションのような手法も考えられる。それから、自分で知識を構成することができるような時間を保障すると同時に、個の思考と集団の思考の適切なバランスを考慮していく。

教師の役割

子どもの相互作用には知識の構成を促進する機能があるが、子どもの相互作用に全てを委ねるというのではない。子ども同士の相互作用だけでは、より高次の算数的知識の構成が難しいと判断した場合には、むしろ積極的に教師が働きかけていく。例えば、教師が子どもの不十分な説明を式や図などと結びつけたり、時には式や図などの表現・表記を提示したりして、子ども相互の知識を橋渡しすることも考えられる。つまり子どもの相互作用を生かすことを中心としながらも、状況に応じて教師が積極的に介入していくということである。

これらのことは、対象となる事象や発達段階、授業場面における子どもの思考の状況などに即して適切にデザインしていく。

(3) 構成された算数的知識の「内容」と「かかわり」の評価を機能させる

評価の観点

*4 評価観点の例
　数を多面的にみることができたか（内容の評価）
　数表の決まりを見出すことができたか（内容の評価）
　式や図を用いて考えを付加・補強していたか（かかわりの評価）
　友達の考えと結びつけて考えていたか（かかわりの評価）
など

授業の評価には様々なものを想定することができるが、本研究では構成された算数的知識の「内容の評価」と「かかわりの評価」を機能させていく。内容の評価では、算数的価値に照らし合わせ、どのような内容の算数的知識が構成されたのかを評価する。また、かかわりの評価は、知識が構成されていくプロセスの評価であり、子ども同士がかかわり合い、どのようにして知識が構成されたのかを評価していく。具体的な評価の観点は、学習内容や発達段階、指導時期を考慮して設定することとなる*4。また、評価の観点は子どもと教師で共有していることが重要であり、常にその観点で評価していくことになる。

よさのフィードバック

*5 数学的 writing とは、文字通り、数学にかかわることを書き記すことである。内容は、その時点での自分の見方・考え方、その根拠、追求方法、疑問や思い等である。

実際の授業では、それぞれの局面において、子どもの反応を肯定的にとらえ、構成された知識の内容やかかわることのよさを即時フィードバックしていく。もちろん、教師からの評価ばかりではなく、子ども同士の相互評価も取り入れていく。

また授業後には、子どもの記述をもとに評価することになるが、評価材料として重視するのは、子どもの数学的 writing*5 である。教師はこれをもとに、知識が構成されたという事実を認めコメントを返したり、次時の冒頭で学級全体にフィードバックしたりしていく。

反省的思考を促す

このように評価を有効に機能させることによって、自らの学びの内容やプロセスを認識させ、自分の学び方についての反省的思考を促していく。

3　実践例　―２年―

(1) 単元名　１０００までの数

(2) 本単元における知識創造

関係を表す矢印や加減の演算記号を中心とした数学的コミュニケーションを通して　十進位取り記数法や命数法　数の構成　数系列に関する知識を構成する

本単元における知識創造は、第１学年での「100 までの数」の学習において構成された知識を既存の知識として活用し、1000 までの整数に拡張された対象とかかわることによって、数に関する知識を構成することであると考える。具体的には十進位取り記数法や命数法の意味をとらえ、数の構成（分解・合成）や数系列など、数を多面的にとらえていく知識を構成することをめざしていく。その際、重要となるのが数学的コミュニケーションであるが、矢印や加減の演算記号などの図的表現を通して、意味を明らかにしていく。さらに、本単元で構成された知識が、４位数以上の整数や小数、分数というように数を拡張しながら知識を構成していく際に、活用されることを期待している。

(3) 知識創造の力を育むために

①　本単元におけるかかわりの「場」のデザイン

本単元は第２学年の初めの単元であり、第１学年での十進位取り記数法や数の構成などの知識を引き出し、活用できるような課題を設定していく。また、単元の中には、解が一意に定まらないオープンエンドの課題をいくつか設定することによって、その子どもの既存の知識の状態に応じた追求を通して、知識を構成していくことができるようにする。

ここでの数学的コミュニケーションは、数の大きさを数字で表したり、10 のまとまりを線で囲んだり、和や差を表す演算記号、関係を表す矢印などの表現のやり取りが中心となるであろう。学習する際には、自分が考えたことを前述の関係を表す矢印などで表現させながら、その意味を明らかにしていく。しかし、第２学年という発達段階や４月という指導時期を考慮すると、言葉が足りなかったり、図が不完全であったりして分かり合えないということが頻繁に起こるであろう。そこで、教師の役割としては、不完全な図に矢印などを書き込んで関係を明確にしたり、言葉と図を結びつけるきっかけを与えたりして、子どもの考えの橋渡しを積極的に行っていく。さらに、生み出す活動の設定として、ある子どもの考えたことを、そのまま本人に全てを説明させるのではなく、他の子どもに、その子どもの考えた内容や考え方を推測させる場をいくつか設けていきたい。このような子ども同士のかかわりが、算数的な内容とのかかわりを密にさせ、知識の構成を促していくと考える。

知識創造に関する評価では、新たに知識を構成するという最終目標に到達する前段階として、自分の考えを表出できたかという観点や、仲間の思いや考えを読み取ろうとしていたかという観点も含めて評価し、見出したよさをフィードバックしていく。その際、教師からの評価ばかりではなく、子どもの相互評価も適宜行い、学級全体としての学びを共有してく。

②　かかわりの「場」を支える長期的な取り組み

年間を通して社会数学的規範を育んでいくことによって、かかわりの「場」を充実させていきたい。社会数学的規範とは、学級の集団で共有される意識のことであり、算数を創り上げる際には、純粋に数学的な規範だけが作用するのではなく、社会的な作用が明示的にも暗黙的にも影響を与えているという考えに基づいている。つまり数学的な規範に社会的な意味合いが込められた意識であるといえる。実際には、数学的あるいは社会的というように明確に区別できるものでないが、例えば、「式で分かりやすく表す」というように、数学的な式という表現に、社会的な分かりやすく伝えるという作用が込められ

るということである。年間を通して、子どもの状況に応じて、社会数学的規範が学級全体で共有されるようにしていく。

また、他の教科においても、伝える、聴くということをはじめ、コミュニケーションを大切にした取り組みを行っていきたい。

(4) 単元計画（総時数８時間）

主な活動と内容	主なかかわりの「場」のデザインと教師の意図
1　数の博士をめざして ＜数の博士になろう　数ってなあに？　どんなもの？＞ ・イチゴの数をあらわせる ・たしざんやひきざんができる ・10 のまとまりが 10 個あると 100 になる ・大きさ比べができるよ ・10 は４と６を合わせたものだ・・・	**○個において数に関する知識を自覚する** 学習前の知識と、単元終了後の知識を比較させることによって、知識の構成を自覚させるため、単元の導入で自分の数に関する知識を記述させる。
2　数の表し方　読み方 ＜１円玉がいくつあるか　はっきりさせる方法を考えよう＞ ・10 のまとまりが 10 個で 100 になる ・100 が 10 個で 1000 だよ ・もとにするものを 10 個　集めて位をつくっていけばいいよ	**○４人グループで１円玉の個数を表現し、そのよさを個で見て回る** グループで考えることによって、多様な考えを引き出すとともに、表現されたものを個で見て回ることによって、一人一人が個数の表現方法のよさに気づくようにする。
3　数の見方（数の構成　数系列　大小比較） ＜10 が 13 個でいくつかな？＞ ・お金の図をかいて考えればはっきりしそうだ ・10 円玉が 10 個で 100 円になるから　あと 10 円玉が３個あるので 130 円 ＜320 ってどんな数？＞ ・素材 A:（　）を　３　個と（ ）を　２　個合わせた数 ・素材 B:100 を（ ）個と 10 を（ ）個合わせた数 ・B：100 を（1）個と 10 を（22）個合わせた数 ・B：100 を（2）個と 10 を（12）個合わせた数 ・B：100 を（2）個と 10 を（3）個と１を（90）個合わせた数 ・320 は　いろんな表し方ができる ＜□の中にはどんな数が入るかな？＞（本時） 素材 A □－□－400－401－□ ⇒ 398－399－400－401－402 素材 B □－□－400－?－□ ⇒ ？には、402, 410, 420, 500, 600, ・・いろんな数が入る ・数の列はいろいろ考えることができるんだな ＜１～10 のカードを並べで数をつくるとき、どのようにしたら大きい数になるかな？＞ ・上の位に大きな数を入れるといいよ ・小さな数は１の位にするといいよ ・同じ数でも場所によって意味が違うんだな	**○貨幣の図をノートにかいて考える** 日常の両替という行為と数の見方を関連させながらノートに図をかいて考えることによって、互いの考えのかかわりを促す。 **○オープンエンドの問題を考える** 素材 A では、既存の知識を活用すれば解が１つに定まるが、素材 B では、数の構成を多様に考えることができることに気づかせ、混沌とした状況を生みだし、子ども同士のかかわりを促していく。 **○学級全体で互いの考えた数系列を推測する** 黒板上で表出する子どもには、５つの□の中に入る数の中でも一部の数だけを記入させる。そのことによって、□に入る数やその子どもの考え方を推測させ、算数的なかかわりを促していく。 **○グループで大きな数をつくるゲームをする** ゲームという場を設定し、子ども同士のかかわりを生み出す。そのことによって位の意味や同じ数でもカードを置く場所によって意味が異なるということに気づかせていく。
4　数の学習をふり返ろう ＜数の博士になれたかな？　数ってどんなもの？＞ ・10 や 100 をもとにして、そのいくつ分で考えると分かりやすい ・数は　もとにする大きさがいくつというようにみることができる ・数は　○○とびの数を考えることができる ・大きさを比べる時は　大きい位から考えるといい・・・ ・友達の考えを聞いているといろんなことが思いついたよ ・数の博士になることができたよ	**○数に関する知識についてふり返る** 一人一人に、単元の学習が始まる前の数に関する知識と、単元終了後の知識を比較させ、知識が構成されたという事実を自覚させる。また、学級全体で交流することで、個人では気づかなかったよさをフィードバックしていく。

(5) 授業の実際と考察

ここでは、数系列に関する知識の構成をねらった第三次中の３時（以下、本時とする）を中心に考察を行うことにする。

本時における、めざす知識創造は、「加減の演算記号や矢印を中心とした数学的コミュニケーションを通して、数系列の数の並び方に着目し□にあてはまる数を考えることで、数系列に関する知識を構成する」であった。その数系列に関する知識をさらに具体化したものが次の２点である。

【本時におけるめざす知識創造】

①「数系列は、自分で決めた決まりに従って多様に考えることができる」

この知識は、ものごとを固定的にみるのではなく、多様にみていくという知識である。これは本時にとどまらず他の単元や他学年での学習においても重視されるべき知識の一つであり、他の場面に活用・応用されることが期待できる知識である。

②「数系列は決まりに基づいて考えたものなので、数を推測することができる」

数系列は、ある決まりに基づいているため、次の数やその次の数、逆に前の数などを推測することができるという知識である。

そして、この知識に付随して次のような知識の構成も望める。それは、「数系列は、逆からもみることができる」という知識や、「数系列はある決まりに基づいているので、無限に続く」という知識である。しかし、１時限の時間や発達段階を考慮すると、即応的に取り上げる可能性のある知識という位置づけとした。

上記２点の「めざす知識創造」が促されるように、算数科理論に基づいて、かかわりの「場」のデザインを行った。ここでは上記２点の「めざす知識創造」で設定した知識の構成が促されたのかを、抽出児記録の子どもの発言や記述、つぶやき、表情などをもとに、それを解釈しながら、本時で設定した４つのデザイン（A）～（D）について考察を進めていくことにする。

① 「数系列は、自分で決めた決まり従って多様に考えることができる」について

この知識創造を促すため、算数科教科理論２－(1)「算数的知識の構成を促す課題を設定する」に基づき、【デザイン（A）：オープンエンドの課題の設定をする】を行った。その意図は、オープンエンドの課題を設定することによって、互いによく分からないという混沌とした状態を生み出し、子ども同士のかかわりを引き出し、数系列は多様に考えることができるという知識の構成を促すことであった。

授業では、次のように学級全体に、素材を提示しながらオープンエンドの課題を設定していった（図１）。素材 A では、まず５つの□の中に、400 と 401 という２数だけを入れて提示し、その他の□には、どんな数が入るかを考えさせた。400 と 401 という２数から、１ずつ増えるという決まりに基づいた数系列であることに気づき、その他の□にも容易に数を入れることができた。ここでは、第１学年で学んだ数系列の知識を引き出すことに主眼が置かれていた。

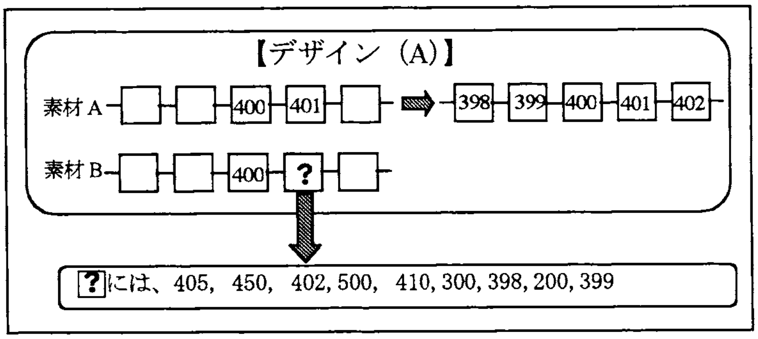


図１　【デザイン A】とその反応

それに続く素材 B では、５つの□のうち、真中の□に 400 という１つの数のみを入れて提示した。そして、その右隣の□に「？」を書き込み、この$\boxed{?}$にどんな数が入るかを考えさせた。まずは 400 の右隣の□に入る数を考えることを通して、「数系列は多様に考えることができることができる」という知識の構成を促す課題を設定するという意図があった。子どもは、素材 A と同じであると考えたのだろう、少し訝しそうな表情をしていた。そこで自分で考え、プリントに書き込む時間をとった。

それぞれの子どもが、□にどんな数が入るかを考え、授業の中でどのように変容していったのかをまとめたものが（表１）である。その時点での子どもの発言や記述、表情などの事実を示すとともに、それをどのように解釈したのかをまとめた。分析時点は、次の３時点である。

①自分で考えた時点（素材Ｂが提示された直後に、自分で考えプリントに書き込んだ時点）

②友達の考えた数が□に入るか判断した時点（各自がプリントに記入した数を学級全体に表出した後、

一人一人が□の中にその数が入るかを判断した時点。「入ると思う」・「入らないと思う」・「分からない」のどれかに挙手して意思表示した）

③学びをふり返った時点（生み出す活動の後、授業の終盤において本時の学びをふり返り、プリントに記述した時点）

	①自分で考えた時点	②友達の考えた数が□に入るか判断した時点	③学びをふり返った時点
抽出児A	事実：405 と記入し、その後で 40・・と記入したが、消してしまった。 解釈：この段階では、□に入る数は 405 だけが入り、その他の数は、入らないと考えていると思われる。	事実：自分で考えた、405 だけに挙手して意思表示していた。 解釈：この段階でも、□に入る数は、405 だけが入り、その他に入る数は、ないと考えていると思われる。数系列は多様に考えることができるという知識は、構成されていないものと思われる。	感想：○○さんの数の列がなるほどと思いました。算数はもっと長い時間やりたいです。 解釈：生み出す活動のかかわりの中で、数系列を多様に考えることができるという知識が構成されていったものと思われる。
抽出児B	事実：450 と記入し、その後は何も記入しなかった。 解釈：この段階では、□に入る数は 450 だけが入り、その他に入る数は、ないと考えていると思われる。	事実：405, 450, 402, 500, 410, 398, 399 は、入るに挙手したが、300, 200 は、入らないに挙手した。 解釈：自分で考えた時点では、450 だけが入ると考えていたが、友達の考えを聞いて、多様性に気づき始めていると思われる。しかし、300 と 200 は、入らないと考えていることから、有意味化されているわけではないと思われる。	感想：「○○さん（D 児）のが、私はなるほどと思いました。なぜかというと、私は 100 を考えていなかったからです。」と記述した。 解釈：生み出す活動の中で、D 児が発言した数系列の意味が分かり、初めに自分の考えていなかった 100 も入るということが明確になったものと思われる。
抽出児C	事実：はじめは、首を傾げていて数を書くことができなかった。残り時間が３０秒だと分かり、405 と書いた。しかし、その後、405 を消して 500 と書き直した。 解釈：初めは、首を傾げていたことから、□に入る数が思いつかずにいたと思われる。しかし、その後 405 と記入したことから、何とか考えることはできたのだろう。だが、すぐに消して 500 と書き直し、不安げな表情で記入していたことから、この時点では、数系列は、多様に考えられるという知識は構成されていないと思われる。	事実：405, 450, 402 は、□に「入らない」に挙手したが、自分が発言した 500 は、「入る」に挙手をした。410, 300, 398, 200, 399 は、周りの様子を伺いながら、「分からない」に挙手していた。 解釈：やはり、自分の書いた 500 だけは、入ると確信を持っているが、その他の数は、入るかどうか分からない状況だと思われる。従って、数系列は多様に考えることができるという知識は、構成されていないものと思われる。	感想：「○○さんの意見がなるほどと思います」と記述するとともに、380 からの 10 とびの数系列を新たに記述していた。 解釈：生み出す活動において、他の子どもの考えを聞き、「数系列は、多様に考えることができる」という知識が構成されていったものと思われる。
その他の子ども	事実：１つの数のみを書いている子どもが 28 人、複数書いている子どもは 6人。□の中にいろいろな数が入ると考えている子どもは少ない。不安そう表情をしている子どもが多い。 解釈：素材 A と同じようにみている子どもが多いと思われる。また、複数の数を書いている子どもが少ないことから、「数系列は多様に考えることができる」という知識は十分に構成されていないと考える。また、数系列の質的な知識も網の目のように構成されている子どもは、少ないと思われる。	事実：多くの子どもは、周りの様子を伺いながら挙手していた。405, 450, 402, 500, 410 は、入ると考えていた子どもが半数程度いたが、300, 398, 200, 399 が、入ると考えた子どもは少なく、入らない・分からないが多数を占めていた。 解釈：周りの様子を伺いながら挙手していることから、確信を持っている子どもは、少ないと思われる。特に、300, 398, 200, 399 が「□に入る」と挙手した子どもは、７人であり、右側にいくほど減少する数系列についての知識が構成されている子どもは、少ないと思われる。	事実・感想：生み出す活動を経て、34 人全員が、初め自分が考えていなかった新しい数系列を記述していた。また、数系列に矢印や演算記号を書き込んでいる子どもが、28 人いた。 解釈：「数系列は、多様に考えることができる」という知識が構成されたと考える。本時では、時間が足りなかったが、次時において多様な数系列にふれることによって、さらに確固たる知識になったものと思われる。

表１　子どもの知識の変容

（表１）を分析すると、３人の抽出児をはじめ、その他の子どもたちにも共通した傾向が認められる。それは、「①自分で考えた時点」では ? に入る数が、１つであると考えた子どもが多かったということ

である。６人の子どもは複数の数を書いていたが、その数は少ない。「②友達の考えた数が□に入るか判断した時点」でも、自分の考えた数は入ると判断するが、その他の数は、入るかどうか「分からない」に挙手した子どもが圧倒的に多かった。友達の考えた数が入らないと言い切るには考えは及ばないが、その意味をとらえかねているという状態であったのであろう。この時点においても、数系列は多様に考えることができるという知識は、十分に構成されているとは言い難い。そして「③学びをふり返った時点」では、「数の列はいろいろ考えることができる」という主旨の感想を書いた子どもが 24 人いたことから、「生み出す活動」における他者とのかかわりを通して、このような知識が構成されたのではないかと思われる。

以上のことを総合的に分析すると、算数科教科理論２－(1)「算数的知識の構成を促す課題を設定する」に基づいた、【デザイン (A)：オープンエンドの課題を設定する】は、互いの考えや考えの根拠がよく分からないという混沌とした状態を生み出すことにつながったと考える。これは互いに分からないことを明らかにしていこうとする子ども同士のかかわりを促す課題となり、【めざす知識創造①：数系列は、自分で決めた決まり従って多様に考えることができる】という知識の構成を促す有効なデザインであったと考える。

② 「数系列は、決まりに基づいて考えたものなので、数を推測することができる」について

この知識創造を促すために、以下の３点のデザインを計画していた。

【デザイン (B)：自分で考えた数系列の一部の数だけを記述させ、他の子どもには□に入る数やどのような決まりに基づいた数系列なのかを推測させる】(算数科教科理論２－(2)「算数的なかかわりを促す」)。このデザインは、□に入る数やどのような決まりに基づいた数系列なのかを他の子どもに推測させることによって、子ども同士のかかわりを促し、数系列に関する知識の構成を促す。特にこのデザインは、数系列の質的な有意味化を促すデザインであった。

【デザイン (C)：子ども同士のかかわりだけでは明確にならない場合には、子ども同士の考えの橋渡しをしたり、時には式や図などの表現・表記を提示したりする】(算数科教科理論２－(2)「算数的かかわりを促す」)。発達段階や４月という指導時期を考慮すると、授業の中では、分かり合えないということが頻繁に起こりうるので、ここでは関係を表す矢印や加減の演算記号を中心に提示したり、それを用いて橋渡しをしたりする計画であった。

【デザイン (D)：数学的コミュニケーションや構成された算数的知識についての評価を行う】(算数科教科理論２－(3)「構成された算数的知識の「内容」と「かかわり」の評価を機能させる」)。このデザインは、知識創造のプロセスとしての数学的コミュニケーションの在り方や構成された知識の内容の評価であり、そのよさを即時フィードバックしていく計画であった。

実際の授業では、素材 B が提示され後、各自が$\boxed{?}$やその他の□に入る数を考えてプリントに記入する時間をとり、その後、どのような数を入れたのか、またそれはどのような決まりに基づいた数系列なのかを学級全体で追求する活動を行った。それは、「生み出す活動」あり、子ども同士がかかわりながら数系列の知識を網の目のように構成していく場となることを意図していた。そのために上記の (B) (C) (D) の３つのデザインを行ったのであるが、その状況は次のようであった。

(ア) D 児の数系列について追求する場

D 児は、５つの数を全部記入していたが、敢えて 400 の右隣の□に 500 とだけ記入させた。そして他の子どもには、その他の□に入る数やどのような決まりに基づいた数系列なのかを推測させた【デザイン (B)】。

学級全体に対してどのような考え方かを推測させる発問を投げかけ、抽出児 B に発言させると、「400 から 500 まで 100 増えていることになります」と発言した。この抽出児Bは、D 児の考えた数系列を推測するというかかわりを持つことによって、前項でも述べたように「ふり返る活動」において次のような感想を記述していた。「○○さん (D 児) のが、私はなるほどと思いました。なぜかというと、私は 100 を考えていなかったからです。」と記述した (図２)。抽出児 B にとって、このような数や考え方を推測させるデザインは、た

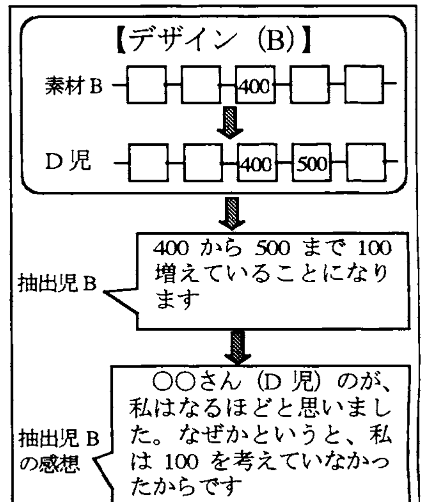


図２ 抽出児Bの変容

だ受け身的に聞くのではなく、算数的なかかわりを生み出し、自分の知識として構成していくことを促したと思われる。

その後、学級全体の子どもの算数的かかわりを促すため、関係を表す矢印や加減の演算記号を用いた数学的コミュニケーションを活性化させる働きかけを行った【デザイン（C)】(図3)。抽出児 B の「400 から 500 まで 100 増えています」という発言を受け、「ここに（400 と 500 の間を指さして）何かかけばはっきりするかな？」と発問すると、E 児が「100 だと思います」と発言した。さらに明確にするため「100 だけでいいかな。増えるという印は？」と教師から投げかけていった。これは算数科理論にもある、教師が積極的に介入するデザインであった。すると、F 児が「たすだと思います」と発言した。その瞬間、他の単元で G 児が授業の中で強調していた演算記号の「＋（たす）と同じだ」というつぶやきが教室全体に広がった。これは、簡潔に表すことができるという数学的コミュニケーションのよさを想起した瞬間であった。教師は即応的に、それをとらえ「前に勉強したことを使ったのだね」と肯定的に評価した【デザイン（D)】。これは知識創造の力を育むことを意図し、今後も数学的コミュニケーションを通して知識創造していく力につながることを期待した、よさをとらえフィードバックするという評価であった。

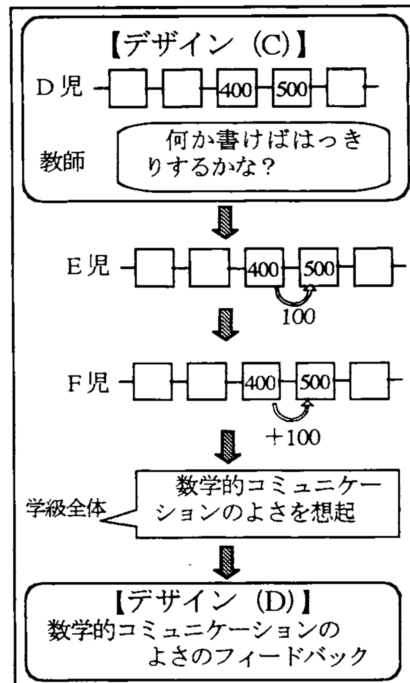


図3　D児の数系列へのかかわり

（イ）抽出児Cの数系列について追求する場

抽出児 C にも、【デザイン（B)】に基づき、400 の２つ右隣の□に 398 とだけ記入させ、他の子どもには、その他の□に入る数やどのような決まりに基づいた数系列なのかを推測させた（図４)。

「どのような考えだと思いますか？」と問うと、H 児は、「400 の次は 399 だと思います。その他は 402, 401 だと思います」と発言し、□に入る数は全て推測することができた。それに続いて発言したのは前出の抽出児 A であったが、ここで混沌とした状況が生じ、数系列についての質的な知識の構成が促されることとなった。

抽出児 A は、「○○さん（抽出児 C）の数の列は、１つずつ増えています」と発言した。ほんの一部の子どもは、「同じです」と抽出児 A の発言を肯定していたが、大多数の子どもは、怪訝そうな表情を浮かべていた。教師は抽出児 A の発言の意味は、他の子どもに伝わっていないと判断し、即応的なデザインとなるが、抽出児 A の発言をそのまま繰り返し「増えているんだね」と問い返した。すると大勢の子どもが口々に、「減っているよ」という反応を返した。しかし、抽出児 A は、他の子どもの「減っている」という意味をとらえかねていた。それに対して、他の子どもが挙手して「やっぱり１減っていると思います」と発言した。ここでも、抽出児 A は、怪訝そうな表情をしていた。抽出児 A だけではなく、クラスが混沌とした状態となった。

すると G 児が、「○○さん（抽出児 A）が言ったことは、こっちからみると（右から左へみると）増えているってことじゃないですか？」と指さしながら発言した。それを受け、教師は抽出児 A にその真意を確かめた。すると抽出児 A は、こっくり頷き、その意見を肯定した。思わず教師は、この G 児の意見を肯定的にとらえ、「自分とは違う考えを読み取ることができるとは、すばらしい」とフィードバックした。これは、【デザイン（D)】(算数科教科理論２－(3)「構成された算数的知識の「内容」と「かかわり」の評価を機能させる」)に基づいた「よさを即時フィードバックする」という即応的なデザインであった。その後、逆からみていることをより明確にするため、【デザイン（C)】(算数科教科理論２－(2)「算数的かかわりを促す」)

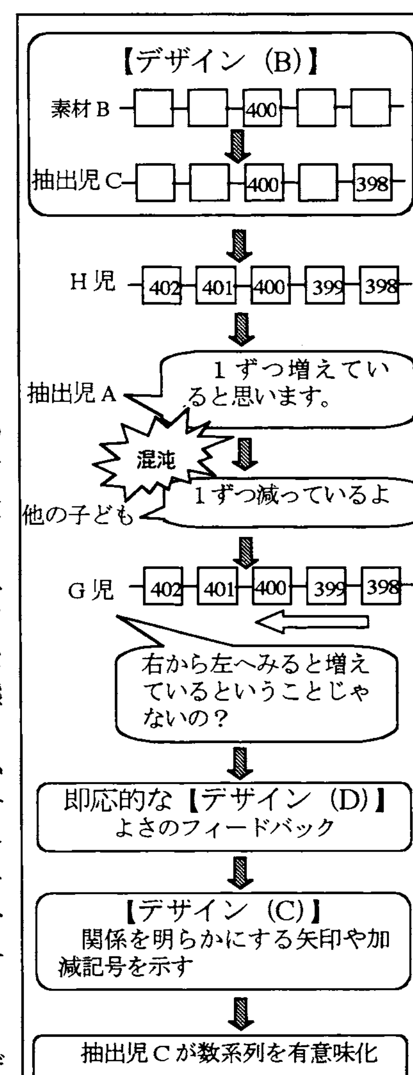


図４　抽出児C　数系列の有意味化

に基づいたデザインとして、「関係を表す矢印や加減の演算記号を中心として示す」というデザインを行った。

ところで、ここで特筆すべきは、抽出児 C の変容であった。抽出児 C は、自分が黒板に 398 と記入した時点からずっと、自分の考えた数系列に他の多くの子どもがかかわって、矢印や演算記号、数系列を逆からみるという見方のやり取りを黒板の横で見聞きしていた（写真1）。このように、他の子どもが抽出児 C の考えた数系列に対してかかわりをもったことは、抽出児 C に変容をもたらし、自分の考えた数系列を深くとらえるという有意味化を促したのではないかと考える（図5）。抽出児 C の数系列に関する追求が一段落し、自分の座席に戻った抽出児 C は、一気にある行動を起こすこととなった。それは、自分で考えた数系列のプリントに、一心不乱にかなりのスピードで、関係を表す矢印や演算記号と数字をセットで書き込むということであった。授業は、次の H 児の数系列を推測する場面に移行していたが、それには目もくれず、一人で一気に書き込んだ。抽出児 C のプリントには、自分で黒板上に表出した 398 が含まれる数系列に書き込むだけではなく、自分が考えた他の数系列にも、同じように矢印などを書き込んでいたことから、これは構成した知識を活用・応用したと思われる。しかも、５つの□の外側にも数を書き込んでいる記述もあった。これは、数系列は無限に続くということを暗示させる表現であり、先にも述べたように、授業の展開によっては取り上げる可能性のある、めざす知識創造の一つであった。ちなみに、このように数系列は無限に続くものであるという知識を暗示させる記述をしていた子どもは、この他にも８人いた。

写真１　自分の数系列に他の子がかかわる様子を見聞きする様子

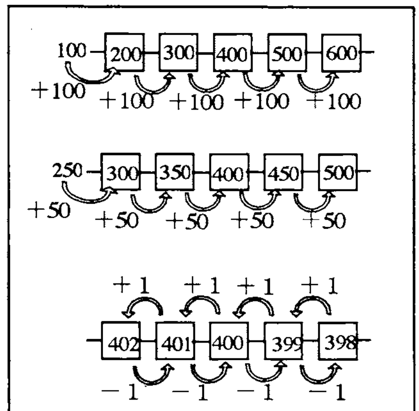


図５　抽出児 C が、自分の数系列を有意味化したと思われる記述の抜粋

この抽出児 C がこのような行動を起こしたのは、先にも述べたように、自分の考えた数系列を他の子どもが推測する様子を見聞きするというかかわりによって、誘発されたと考える。これは、事前に授業者が想定していたものではなく、結果的に誘発されたことであったが、意味ある活動となったと考える。つまり、推測する側の知識の構成を促すために行ったデザインであったものが、それは同時に推測される側の、知識の構成をも促すことになったということである。算数科理論でも述べた、社会的相互作用が授業の中に具現化された場面であったと考える。

（ウ）H 児の数系列について追求する場

H 児の数系列について追求する場においても、【デザイン（B)】に基づき、400 の２つ左隣の□に 300 とだけ記入させ、他の子どもには、その他の□に入る数やどのような決まりに基づいた数系列なのかを推測させるデザインを施した。

「□の中にはどんな数が入ると思いますか？」と問うと、本時のこれまでに構成された知識を活用して、子どもは次々と考えを付加して、数系列の構造を明確にしていった（図６）。まず「350，450，500」というように□に入る数を推測し発言した。それに続き、「50 とびで考えているのだと思います」と数系列の決まりを言葉で表現した。さらに次の子どもは、数学的コミュニケーションとして矢印と演算記号と数字で「＋50」と表現した。さらに次の子どもは、逆からみて「－50」と矢印を用いて表現した。これは、前項の「抽出児 C の数系列について追求する場」において、「１増えています」と「１減っています」という発言をめぐって混沌とした状態となった際、「数系列は、逆からみることができる」という知識が構成され、この場面で活用されたのだと考える。

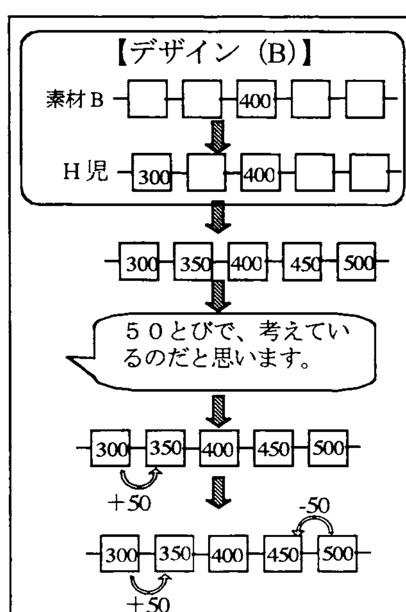


図６　H 児の数系列に対する数学的コミュニケーションを通した付加

その後、再び混沌とした状態が生み出された。G 児が黒板上の数

系列の 300 と 350 の間に、「こういう書き方もあると思います」と言いながら「50」と書き込んだ（図７）。しかし、他の子どもはその意味することが分からず、教室は静まりかえった。そこで「どんな意味なのだろうね？」と問うたが、返答できる子どもはいなかった。これは教師が橋渡しをするしかないと判断し、「先生はこんな意味かなと思うよ。この 50 は・・・」と言って 300 と 350 を指さそうとした時、何人かの子どもが「間（あいだ）」とつぶやいた。この瞬間も、何人かの子どもの中で知識が構成された瞬間となったと考える。これをさらに学級全体に広げる必要を感じ、子どもとともに、黒板上の数系列の図に、矢印と「＋50」と「－50」を対応させて書き込み【デザイン（C)】、数系列の構造を明らかにしていった。

このように、抽出児 C や H 児の数系列について推測する活動を通して、授業前には即応的に取り上げる可能性があるという位置づけであった「数系列は、逆からみることができる」という知識や「数系列は無限に続く」という知識の構成をも促すことができたと考える。これは、デザイン（B）（C）（D）が絡み合いながら、有効に機能したからであると考える。

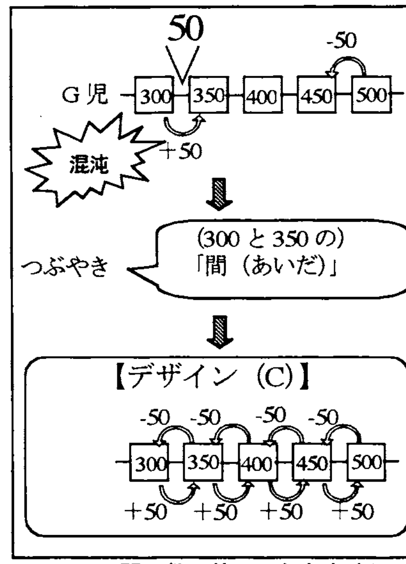


図７　間の数に着目した有意味化

(6) 成果と今後の課題

これまでの抽出児記録を基にした考察から分析すると、本時でめざしていた知識の構成を概ね促すことができたのではないかと考える。また、めざす知識創造を促す「かかわりの場のデザイン」については、いくつかの課題は残ったが、概ね有効であったと考える。特に、オープンエンドの課題を設定したことは、混沌とした状況を生みだし、子ども同士のかかわりを密にして算数的知識の構成を促したと考える。また、算数的かかわりを促すため、□に入る数やどのような決まりに基づいた数系列なのかを推測させる場を設けたことも子ども同士のかかわりを密にし、知識の構成を促したと考える。加えて、事前には即応的に取り上げる可能性のあるという位置づけであった「数系列を逆にみる」「数系列は無限に続く」という知識の構成をも、これらのデザインによって促すことができたと考えるが、これも評価できるのではないだろうか。このようなことから本実践では、算数科理論に掲げたかかわりの場のデザインの有効性は概ね確認することができたと考える。

しかし、課題として残されたことは次の三点である。

まず一点目として挙げられるのは、数学的コミュニケーションについてである。本実践では、第２学年の４月ということもあり、どうしても教師の橋渡しによって数学的コミュニケーションを活性化させる場面が多かった。今後は、教師ばかりではなく、子ども同士のかかわりの中で図や式、言葉などの数学的な表現・表記を用いてやりとりすることによって、算数的知識の構成が促されるようにしていく必要がある。そのためには、例えば「式は、簡潔に表すことができ、分かりやすい」というような、数学的コミュニケーションのよさを逃さずとらえ、フィードバックするようにしていきたい。

二点目は、授業形態として子ども同士のかかわりを活性化させるため、状況に応じて小集団でのかかわりの場を取り入れていくということである。本実践では、主に個人で追求する場と学級全体で追求する場を計画していた。小集団での追求の場も計画してはあったが、うまく機能させることはできなかった。教師としては場を設定して指示は出してあったが、子どもは、自分で考えることで精一杯であり、小集団の中で他の子どもとかかわろうとする姿はあまり見られなかった。これは、小集団で学ぶという意味やよさが実感できていないということ、またその方法が分からないということに起因していると思われる。今後は、特に４人程度の小集団において、かかわることによって知識が構成されていくデザインの在り方も探っていきたい。

三点目は、第２学年なりの評価の在り方についてである。第２学年の子どもにとって、自分を客観的に見つめることは難しい。そこで今後は、それを補うためにも、実際に子どもが学習している様子をビデオ撮影し、それを互いに観合い、どのようなかかわりが知識創造を生み出すのかを、子どもが実感できるようにする取り組みを行っていきたい。その中で、自分が納得いかないことは納得がいくまで質問する、友達が分かるように説明することは、説明を聞く子どものためだけではなく、説明している自分のためにもなっているということを自覚させていきたい。

実践例　―３年―

(1)　単元名　　新しい計算を考えよう（わり算）

(2)　本単元における知識創造

分ける場面を図や既習の演算を用いて表現し それらを結びつけることを通して除法の知識を構成する

「分ける」といっても等分する場合とそうでない場合がある。その中でも除法とはある数量を同じ数ずつ分ける場合に用いられるものであり、①ある数量がもう一方の数量のいくつ分かを求める場合（包含除）と、②ある数量を等分した時にできる一つ分の大きさを求める場合（等分除）の二つの場合がある。例えば６個のものを分ける時、①は２個ずつ分けるといくつ分できるかを求めるものであり、②は同じ数ずつ二人に分けると一人いくつになるかを求めるものである。さらに除法は乗法と大きく関係していることからも①はｂ×□＝ａ、②は□×ｂ＝ａのそれぞれの□を求める場合と考えることができる。

このように乗法を用いて考えると、何を求めるかという意味は分かりやすくなる。しかし求めるものが違っていても、除法ではどちらも数による操作では同じ２個ずつのまとまりで考えることは同じである。このため、この二つの場面は同じ６÷２の式で表されるのである。そう考えると乗法は（１つ分の大きさ）×（いくつ分）＝（全体の数量）と式に意味があるように、除法も①と②は分けられる過程が違っても、全体の数量から同じ数ずつ減っていくことは同じと考えれば、（全体の数量）÷（１つ分の大きさ）＝（いくつ分）という式の意味が考えられるといえる。よって本単元では、分ける操作を図で表現し、加法や減法、乗法など既習の演算と結びつけながらこのような除法の知識を構成していく。

(3)　知識創造の力を育むために

①　本単元におけるかかわりの「場」のデザイン

互いに「分ける」場面を式や図で表現し合うことは、数学的コミュニケーションを通して他者と算数的にかかわることとなり、そうすることがより除法の知識の構成を促していくと考える。そのためには図や式が多様に表現されることが必要であり、情報不足な問題を提示したり、式で表現することだけに焦点をしぼった課題を設定したりしていく。また学習内容を包含除→等分除の順で行う。それは包含除の方が図の表現が容易で、乗法の意味と結びつけて考えやすく、互いの表現する図や式の意味が読みとりやすいと考えたからである。それにより、等分除の場合でも同じように図や式を用いて考えることにつながっていくと考える。

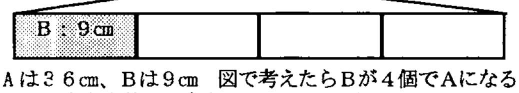
これまでの学習では、何らかの形で自分の考えを式や図で表現できる子どもはいるが、自分が表した式や図以外に表された場合には、それらの意味を読み取れる子どもは少ない。よって自分とは違う式や図の存在に気づくことは、数学的コミュニケーションを通してかかわることにつながっていくのではないかと考える。そのために、互いの表現した式や図について考え合い、より算数的なかかわりができるよう、自分の考えを少人数で説明し合ったり、他の子どもの考えを説明したりすることにより、「〇〇さんは自分と違う考えだな」「説明してみるとまだはっきりしないことがあったな」と自分の考えを見直すだけでなく、他の考えにふれ、多様な考え方に気づかせていく。

さらに、より算数的価値を見いだすために、「式や図で表すこと」「既習演算をもとに考えていること」について考えていることを「内容の評価」として見取っていく。また、授業後にはふりかえりを書く場を設け、「誰のどんな考えで分かったか」「なるほどと思った考え」などを「かかわり評価」として見取っていく。子どもはまだ互いの考えのよさ（簡潔さ、一般性の高さ）などに気づいていない場合が多いが、そこは授業者が読み取ったり聞き取ったりしたり、意図的に聞き返したり、認めたりして即時にフィードバックしていく。

②　かかわりの「場」を支える長期的な取り組み

学習の中でかかわるには、まず自分の考えをもつことを大切にし、その自分の考えを自分で述べられるように書くことに取り組んできた。書くことで自分の考えが整理されるだけでなく、記録として残すことで、学習前の自分と学習後の自分を比較し、その変化を見ることができるからである。そしてその変化がかかわりによっておきていることを意識できるように、友達のノートが印刷された『学びのあしあと』を紹介している。そうすることで、他の考えとの結びつきを視覚的に感じることができるだけでなく、互いの考えや表現のよさに多くふれ、自らに取り入れる機会にもなると考えるからである。また書くことだけでなく、互いの考えを伝え合うために「～ですね」と途中で確認したり、「例えば～」と例を出したり、「〇〇さんの言いたいことは～」と代弁するなど、話し合いをする時の工夫をしている。

(4) 単元計画（総時数１１時間）

主　な　活　動　と　内　容	主なかかわりの「場」のデザインと教師の意図
1　どんな分け方ができるかな？ 6個のあめを人に分けます　　●●●●●● ＜どんな分け方ができるかな＞　　↓ ・いろいろな分け方ができたね　　？ ・○○さんと同じ分け方だ　△△さんとは違う分け方かな 同じ数になっている分け方やバラバラな分け方がある	○情報不足の「分ける」場面を図で表現する 「分ける」という事象に目を向け、実際に分けていく操作を行う。同じ数ずつ分けた分け方やバラバラな分け方など、互いの多様な分け方をもとに「分ける」とはどういうことかを考え、同じ分け方や違う分け方などに目を向けて学習の見通しを持てるようにする。
2　何人に分けられるかな？ １２個のあめを３個ずつ□人に分けます ・４人に分けられるよ　●●●　●●●　●●●　●●● ・図でいうと３個を１つのまとまりとすると４つできる ・式でも考えられるよ ＜分け方の式を考えよう＞ ・引き算の式でも考えられるよ　１２－３－３－３－３＝０ ・かけ算の式も使えるよ　　３×４＝１２ ・分からない所を□にしてかけ算の式をたてると、九九を使って考えられそうだよ　　３×□＝１２ １２個を３個ずつ分けると、いくつのまとまりができるかを考えるとき、１２÷３というわり算の式で表せるよ ・かけ算や足し算の式でも表せたよ　わり算はかけ算と関係がありそうだな	○共通の図から、多様に表現される式の意味を考える 共通に認める分け方の図から、多様な式が表現されることにより、図と式のつながりだけでなく、互いの式の共通点や差異点、考えのよさに目を向けていけると考える。 また、自分で考えた後に隣の子どもに自分の考えを伝え合う時間を設け、自分にはなかった式や図の表し方にふれる場とする。そうすることで、まず互いの考えの違いに目を向ける気持ちになるであろう。
3　何個ずつ分けられるかな？ １２個のあめを□個ずつ３人に分けます ・何個ずつ分けられるかな？今度はまとまりの数は分かっているぞ ・この間のように図や式で表せるかな ＜分け方の図や式を考えよう＞ ①　②　③　①　②　③　①　②　③　①　②　③ ↘ ①①①　②②②　③③③ ・図でいうと３つのまとまりに１個ずつ分けていく ・その考えを□を使ってかけ算の式で表すと□×３＝１２ ・３×□＝１２でもいい？　一人分の数が分からないから３×□ではなく□×３だよ １人分の数を考える分け方も図や式で表せた　この間の分け方とは違うよ ・わり算で表すと同じ式になるよ　１２÷３＝４ ・違う分け方なのにわり算を使ってもいいの？ ＜わり算を使ってもいいのか？＞ ・わり算は同じ数のまとまりがいくつできるかを考える計算だったね ・この２つの分け方で同じ所があればわり算が使えるかな？ ・分けられ方は違うけれど、２つとも、もとの数から同じ数ずつ減って分けているよ ◎○●@　　　→その３つが１つのまとまりに ◎○●@　12-3-3-3-3　　@@@　●●●　○○○　◎◎◎ ◎○●@　　　→その３つが１つずつ３人に分けられる @●○◎　　@●○◎　　@●○◎ もとの数から同じように減っているところが同じだから同じわり算を使ってもいいのだ	○互いの考えた式や図の違いに目を向ける 前次と同じように、自分で考えた後に隣の子どもやグループの子ども同士で考えを聞き合う時間を設ける。包含除を学習した後であるため、互いの式や図は比較的読みとりやすいと考える。しかし、ともすれば等分除と包含除が同じ分け方に見える考えになる場合もあるであろう。互いに考えを説明し合うことで、考えの表し方の違いだけでなく、分け方の違いに気づくことにもつながっていくと考える。 また、このような場合に、子どもの考えがうまくつながらない時は「だれの考えから？」「どこを見て？」と授業者から問い、式や図をつないでいきたい。 ○既習の学習と比較して考える 「等分除の場面においてわり算は使えるのか」を考える場を設定する。二つの分け方を一つのわり算の式に統合して考えることはとても難しいことではあるが、はっきりしない、よく分からないからこそ、互いの説明を聞き合えると考える。そこで、互いの考えを説明し合う場は、自由に誰とでも何人にでもできるよう設定し、子どもどもたちが聞きたいことを自分から聞きにいける場となるようにしたい。
4　同じわり算の式から考えよう ２４÷４の式になる問題を考えよう ・３１個の問題の分け方はみんな同じかな？違うかな？ （同じ分け方は？） ・自分と○○さんの分け方は同じだ　△△さんとは違う ・同じ分け方か違う分け方かは、何が分からないかを考えるといいよ まとまりがいくつか分からないものと、一つのまとまりにいくつか分からないものとに分けられる	○多様なわり算を「分け方」をもとに仲間分けをする ２４÷４を表す問題を全員で考え、分け方の仲間分けを行う。分け方は二通り考えられるであろうが、始めはその分かれ目ははっきりしないと思われる。その分ける観点を子ども同士で話し合うことで、互いの考えの共通点や差異点に目を向けていけると考える。
5　０を使ってわり算ができるかな？ □個のあめを同じ数ずつ４人に分けます一人分は何個でしょう ・□÷４になるから、□が８個なら　８÷４＝２　　一人２個！ ・あめが一つもなかったら？　０÷４？　答えは？ 〈０÷４の分け方を説明しよう〉 ・何もないのに分けられないから　答えも０だよ ・かけ算の式で表しても　０×４＝０　になるよ あめの数が０個なら何人に分けても１人分はぜったい０個になる	○式や図で０を表現する ０という状態は、「何もない」と言葉では簡単に表せるが、図や式となると表すのが困難な場合があると考える。ここでは、考えを書いたノートを持って多くの子どもに説明しにいく場を設定し、多様な０の状態を表す表現を見つけてくるようにする。
6　何倍かな？ 紙テープが２本あります。Aの紙テープはBの紙テープの何倍？ 〈AはBの何倍かな？〉  ・Aは３６cm、Bは９cm　図で考えたらBが４個でAになるよ ・これも九九を使って考えられる　９cmが４つで３６cm ・９×□＝３６の式で表せるね ・これもわり算の式　３６÷９＝４で表せるよ　だから４倍 何倍かを考えたい時にもわり算は使えるんだ	○グループで一緒に確かめる 実際に紙テープを用意し、グループで話し合いながら何倍かを考える。二人で一緒に紙テープを操作しながら考えを聞き合うことによって、互いの考えを確かめ合うことができるようにする。
7　まとめ ・練習 ・わり算の勉強のまとめを書く「わり算の考えをまとめよう」	○まとめる視点のよさに気づき合う これまで学習したことを整理してふり返ったものを掲示し、考えをまとめる視点や方法のよさに気づかせ、そのよさが今後も広まるようにする。

(5) 本単元における授業の実際と考察

本単元における知識創造に向け、単元計画の１～３の場面においてそれぞれの知識創造が促されたかどうか、またそれに向けて中心となるデザインの有効性を、子どもの実際の様子をもとに考察していく。

① 単元計画１～どんな分け方ができるかな～

めざす知識創造：分け方には等分する場合とそうでない場合があることを捉える

【デザイン：情報不足の課題を設定する】

「６このあめを分けよう　どんな分け方ができるかな」という、あえて個数も人数も決まっていない情報不足の問題を設定した。問題が提示された時に「何個ずつ分けるのですか？」「何人に分けるの？」という質問が出たり、資料１にあるＡ児、Ｂ児、Ｃ児のように等分の考え方が出てくることが多かった事から子どもは、「分ける＝等分」というイメージを強くもっていることがうかがえた。特にＣ児が黒板上であめのカードを３つ置いた時点で「分かった！」と挙手する子どもが多く、６個を３個ずつ同じように分ける等分のイメージがすぐにうかんできたのだと思われる。

A児：●　●　●　●　●　●
B児：●●　●●　●●
C児：●●●　・・
「Cさんの分け方がわかった！」　分ける＝等分のイメージ
「二人に３個ずつ分けたよ」
C児：●●●　●●●
↓
D児：●●●●　・・
「え？」「できる？」　今までの分けるイメージのゆらぎ
D児：●●●●　●●
「これでいいの？」「自由だからいいんだ」
↓
T：Dさんの分け方って今までの分け方と同じ？」
「Dさんの分け方はけんかになる」
「バラバラだから」　これまでの考えと新しい考えを比較
「今までの分け方は同じ数ずつ分けていた」
↓
「バラバラ分けはたくさんあるけど、同じ数分けは決まってる」
「１人の数が１個、２個、３個、６個の４種類しかない」
等分の考え方の再構築

資料１　分ける＝等分のイメージの変容

そこで、あえて等分でない分け方を考えていたＤ児の考えを取り上げることで、等分でない分け方について考える場を設定した。「え？」「できる？」と戸惑う様子がうかがえたが、Ｄ児の分けた数だけを知ることにとどまり、これまでの等分の考えとの違いに目が向いていないと感じられた。そのため教師から、「今までの分け方と同じ？」「これまでの分け方はどんな分け方かな？」と、これまでと違う点や共通点に気づくような問いかけをすることで、等分と、そうでない分け方を「同じ数分け」「バラバラ分け」とはっきりさせることができた。さらにこのＤ児の考えに続いて「それだったらこんな分け方もできる」と他の子どももどんどん自分の考えを書き足している姿が見られた。その後は、他の多様な分け方も「同じ数分け」「バラバラ分け」に分類していくことで、「同じ数分け」は４種類しかないけれど、「バラバラ分け」は何種類も考えることができるという発見に結びついていった。

このように情報不足の課題により、子ども同士のかかわりが生まれ、多様な分け方の表現にふれることができ、それにより等分について今までに気づかなかった発見をすることに結びついていったと考える。そして、この授業ではＤ児の考えだけで等分でない場合について考えていたが、始めにいくつもの分け方の図を提示してそれらを分類するなかで、等分とそうでない分け方に気づかせていくこともできたと考える。

② 単元計画２～何人に分けられるかな～

めざす知識創造：既習演算を用いることで　同じ数のまとまりがいくつあるかを考える場合にわり算を用いることができると捉える

【デザイン：共通な図から、多様に表現される式の意味について考える】

「１２このあめを３こずつ□人に分けます」という場面で、子どもたちは「４人！」とすぐに反応していた。そこで、「本当に４人かな？このあめを分けてみて」と実際に操作を行わせ、資料３にある図をもとに「３こずつ」や「４人」の意味を図で明確にし、次に式でどう表現できるか考えた（資料２）。

児童	【１２個のあめを３個ずつ□人に分けます】		
１＊	３×４＝１２　３＋３＋３＋３＝１２　１２÷３＝４	１７＊	１２÷３＝４　３×４＝１２
$\boxed{2}$＊	１２÷３＝４　４×３＝１２	１８＊	１２÷３＝４
３＊	１２÷３＝４　（たしかめ３×４＝１２）	１９	３×４＝１２
４	３×４＝１２	２０＊	１２÷３＝４
$\boxed{5}$＊	１２÷３＝４　４×３＝１２	２１	３×４＝１２　３＋３＋３ｔ３＝１２
６＊	１２÷３＝４	２２	３×４＝１２　３＋３＋３＋３＝１２
７	３×４＝１２　１２—３＝４	２３＊	１２÷３＝４　３×４＝１２　３＋３＋３＋３＝１２
８＊	３×□＝１２　１２÷３＝４	２４	□×３＝１２
９＊	３×□＝１２　１２÷３＝□	２５＊	１２÷３＝４　３×４＝１２
$\boxed{10}$＊	１２÷３＝４　４×３＝１２	$\boxed{26}$＊	１２÷３＝４　４×３＝１２
１１＊	１２÷３＝４　３×４＝１２　３＋３＋３＋３＝１２	２７＊	１２÷３＝４　３×１＝３→３×２＝６→３×３＝９→３×４＝１２
１２＊	１２÷３＝□　３×□＝１２	２８＊	１２÷３＝４　３×４＝１２
１３＊	１２÷３＝４	２９＊	１２÷３＝４
１４	３×４＝１２	３０＊	１２÷３＝４　３×□＝１２
１５＊	１２÷３＝４	３１＊	１２÷３＝４　３×４＝１２
１６＊	１２÷３＝４　３×１＝３　１×３？	＊授業前の子どもども達が考えた式　順番はノートに書かれた順	

資料２　１２個のあめを３個ずつ分ける操作を表すと考えた式

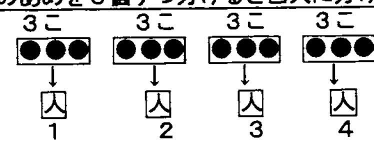
この資料２から、２４人（＊）がまだ未習のわり算を用いて考えていることが分かる。しかし、わり算を用いて考えていたとしても、その次に書かれている式を見ると、４×３＝１２のように問題場面とかけ算の式の意味が結びついていない子ども（□）もいることから、計算方法としてわり算は知っていたとしても、その式の意味まではとらえていないのではないかと考える。また３×４＝１２や、３＋３＋３＋３＝１２の式を考えている子どもは分ける操作ではなく、分けられた結果を式に表していると考えられる。これは黒板上には分け終わった図だけが示され、その状態を式に表したのだと思われる。分けられる前と分けられた後の両方の図を示し、その分けられる過程を式に表すのだということをもっと意識できるようにするべきであった。

実際の授業では、Ｅ児の３×４＝１２の式をもとに考えることになった。資料２からも分かるようにこの式を事前に考えていた子どもは多かったが、「４」は始めから分からない数だと話している子どもが多かったことからも、分けられた結果の図だけでなく、どう分けられているのかを考えてくのだと思っている様子がうかがえた。そして、Ｅ児の式に対しＦ児が自分の考えと比較しながら、３×４→３×□という□を使った式を表すことで、分かっている数量、分からない数量をかけ算の意味と関係づけながらはっきりさせることができた。さらに、その式の考え方をＧ児が３の段の九九を用いて考え方を補足し、それを教師はＥ児とＦ児の考えをつなぐ考えであると判断し、即時にフィードバックを行った。

このように式の意味に着目したことがＩ児の疑問を生んだのだと考える。この時、子どもは「かけ算をひっくり返す」という数の操作について考えていたので、教師から子どもが式の意味に目を向けるような問いかけをした。そうすることでわり算の式の意味とかけ算の式の意味を結びつけ、「１２個のものを３個ずつのまとまりに分ける」ことを式で表すと、「１２÷３」となることを共有することができた。このように一つの図をもとに個々に式を考えておくことで、自分の考えた式と他の考えた式を比較し、そこから考えをつなげたり、補いあったりすることで新しい発見や疑問が生まれ、わり算の意味を考えることにつながったのだと考えると、このデザインは有効であったと考える。

ただ、多様な式の中でも４×３＝１２が一斉の場で表されなかったのには理由がある。それは考えを出し合う前に、隣の席の子どもに自分の考えを説明しようという場を設定したために、その時に４×３ではないということを解決したからだと思われる。かかわりの場として設定した時間ではあったが、その場でどのようなかかわりがあって考えが調整されたかは定かではない。しかし子どものふりかえりから、隣の子どもとのかかわりによって、式や図で表すことのよさや、それらの意味を考え合った様子が見て取れた（資料４上）。さらに授業後にも他の考えのよさに気づくふりかえりが見られたことからも（資料４下）、かかわりによって考えが変容したことや、互いの考え方のよい所はなかったかを聞き合う場や、教師が見取って取り上げる場を、その授業の中で即応的に設定する必要があったのではないかと考える。そうすることで、よりかかわりあって考えるよさが広がったであろう。

１２個のあめを３個ずつ分けると□人に分けられます



〈分け方の式を考えよう〉

E児：①３×４＝１２
C：それじゃあ・・・
C：それはたしかめに使う式だよ
C：これは、３こずつ４人に分けられるって分かってるから答えを出す時に使えない。
F児：これは答えがわかっているからここを□にして答えが１２になるものを探せばいいと思います。
②３×□＝１２
G児：答えは分からないから
３×１＝３、３×２＝６、３×３＝９、$\boxed{３×４＝１２}$
T：じゃあ１４児さんの考えはここで使えるのだね

H児：他にもあるよ③１２÷３＝４
I児：どうして１２がそこで、３がそこになるのか３÷１２ではだめ？
C：うーん・・・
C：①をひっくり返せばいいんじゃない？
T：かけ算ってどんな計算だったっけ？
C：かけ算は3+3+3+3＝１２　３が４つあること
C：足し算を短くするものがかけ算
T：じゃあ、③の計算は？
C：①のかけ算をひっくり返したら１２÷４＝３？
T：この③の式ってどんな意味になるのかな？

J児：１２の中に３こずつが何回あるかということになります。○こずつが何回あるか知りたい時にこの式を使える
C：そうなるとこの計算で言う４を知りたい時は１２÷３＝□
C：さっきのこれ（②）みたいに、３の段の九九で１２になる数を考えていけばいいよ
C：かけ算に似ている！
T：どんな所が似ているの？
C：３個ずつ４つというところが！

資料３　かけ算の式の意味と結び付けてわり算の式の意味を考える

〈ふりかえり〉

〇〇さんの式は、分かりやすかったです。理由は〈図〉と〈言葉〉で書いてあるからです。そのノートには「かたまりが４こできるから、□の中は４です。」と書いてあったからです。「かたまりが４こ」とまとまりをかたまりとあらわしていたのがよかったです。

〈ふりかえり〉

今日は、はじめからかけ算をつかえるやり方を考えられました。それは□を使う式です。分からない時は□を使うと考えやすいので便利だなと思いました。〇〇さんの言ったわり算とかけ算がにているところは大発見でした。

資料４　互いの考えのよさに気づくふりかえり

③　単元計画３～何個ずつ分けられるかな～
【デザイン：既習の学習と比較する】

めざす知識創造：分け方を図で表すことを通して包含除と等分除の共通点を見つけ　同じわり算の式で表すことを知る

この授業では「１２個のあめを□こずつ３人に分けます」という場面を、まず個々で図や式でどう表すか考え、全体の場では図のみで考え合うことにした。それは、個々の図の表現が多様であること、そしてそれらの図を式ではなく問題と結びつけて共有し、それから式と結びつけていく方が子どもが互いの考え方を伝え合いやすいと考えたからである。

	【１２個のあめを□こずつ３人に分けます】				
児童	図	式	児童	図	式
1	■	４×３＝１２	１７	■	１２÷４＝３
２	■	１２÷３＝４	１８	▼	３×□はちがうと書いてある
M児	■	１２÷□＝３	１９	■	４＋４＋４＝１２　１２÷３＝４
４	■	（式なし）	20	■	１２÷３＝４　４×３＝１２
５	■	１２÷３＝４	２１	■	１２÷３＝４
６	■	（式なし）	N児	■	１２÷３＝４　１２－３－３－３－３＝０
７	▲	１２÷３＝４　３×４＝１２	２３	■	３×□＝１２　３×１＝３　３×２＝６　３×３＝９　３×４＝１２
8	■	１２÷３＝４　（たしかめ４×３＝１２）	２４	◆	１２÷３＝□
9	■	□×３＝１２　１２÷３＝４	25	■	４×３＝１２
１０	★	（式なし）	26	■	１２÷３＝４　□×３＝１２→４×３＝１２
11	■	１２÷３＝４　４×３＝１２	２７	■	１２÷３＝４
12	■	□×３＝１２　１２÷３＝□	２８	■	１２÷３＝４　３×４＝１２
１３	■	１２÷３＝４	２９	■	４＋４＋４＝１２　１２÷４＝３
１４	■	１２÷３＝４　３×４＝１２	K児	★	１２－３－３－３－３＝０　３×□＝１２
15	■	１２÷３＝４　４×３＝１２	３１	■	１２÷３＝４
１６	■	１２÷３＝４	＊図■と図★→資料６参照　図▲と図▼と図◆→その他の図（略）		

資料５　１２個のあめを□個ずつ３人分ける操作を表すと考えた図と式

資料５からほとんどの子どもが図■で考えていることが分かる。これからも子どもが分けられる過程ではなく、分けられた結果を図で表していることが分かる。授業の中では、ある児童の図■を最初に取り上げると「その図だと最初から４個ずつって分かっているよ」と気づいた子どもがいた。この気づきをうけて次にK児が図★をかいたのであるが、分けられる過程を表す線が他の図と入り組んでかかれ、視覚的に分かりにくく、他の子どもがその図からどんな分け方かを読み取るのは困難であった。授業の中では、別の子どもがその図をもとに「一人に１個ずつ分けます」と言葉で補足することで図★の意味を共有できたが、このような場合、図■や図★など一つずつの考えを黒板の区切ったスペースや、画用紙に書くなどして視覚的に分かりやすく整理できるとよかった。またK児の図の説明の後、他の子どもが１２個のあめ一つ一つの分けられる動きを図★で確かめるなどをして、図の意味の共有を促すべきであったと考える。

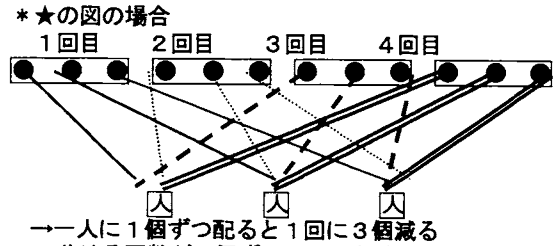
その後、その図を式でどう表現するか考えを出し合った。まずはかけ算の式では①４×３＝１２、②３×□＝１２、③□×４＝１２の３つの式が表された。分からないものは□で表す方がよいというこれまでの考え方をもとに②と③にしぼられ、多くの子どもは③を選んだ。そのことから今求めるものとかけ算の意味とをつなげて考えているということがわかる（資料５□）。しかしそこでL児が「この式（③）は図■を示すものであり、わり算で表した時に１２÷３＝４になるのはおかしい」と考えた（資料６）。これはかけ算とわり算の式の意味をつなげて考える上で重要な気づきであったが、このL児の疑問が全体の場では共有されにくい状態にあった。そこでL

【L児の気づき】
「わり算の前にぜったいかけ算が必要だと思います。１２÷３だと、３が４つということになるから、これ（この式）だと、この間と同じになる」
↓
12÷３＝４は使えないという考えが共有化されない
↓
【教師の即応的デザイン】
「L児さんは、前に１２÷３の式を立てたときは３個ずつがいくつという意味だったのに、今日は何個ずつが３人という意味だからこのわり算は使えないじゃないか、ということを言いんじゃないかと思うよ」
１２÷３＝４は使えるかどうか「はっきりしない」ことが共有化される
↓
（わり算の式で表すと？）

＊■の図の場合

→４個ずつが３つ
→$\boxed{4}$×３＝１２
→１２÷$\boxed{4}$＝３

＊★の図の場合



→一人に１個ずつ配ると１回に３個減る
→分ける回数が３個ずつ４回になる
→３×$\boxed{4}$＝１２
→１２÷３＝$\boxed{4}$
↓
違う分け方だけど、同じわり算の式で表せる

資料６　かけ算とわり算の意味のつながりを図をもとに考える

児の気づきについて考える場を設定し、図をどう見ると１２÷３＝４といえるのかを考えた。図■やこれまでの包含除で使った図を提示するなどをして比較したが、子どもが図と式を結びつけて見ることは難しかったため、結果的に教師の方から説明していくことになった。最後には「ああだから１２÷３になるのかあ」という反応はあったが、子ども自身で包含除と等分除を統合して見る、つまり違う分け方から共通点を探って同じ式と考えるにはもっと段階的な手立てが必要であったと考える。例えば分けられる過程を等分除の場合も包含除の場合も明確にするために、もう一度おはじきなどで操作をした上で、図の中から１２÷３の示す「三つずつはどこかな」など数の意味にもっと注目できるような問いをするとよかったと思う。

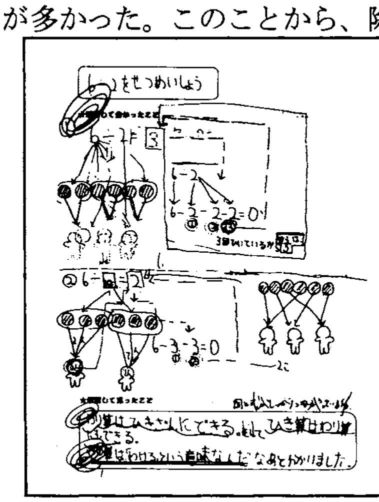
さらに、この授業でも単元計画２と同様に、隣の席の子どもと自分の考えを伝え合う場面を設定した（写真１）。しかし、M児はＬ児の疑問に関する１２÷□＝４の式を、N児はK児の図と関連する１２―３－３－３―３＝０の式を考えてはいたが、全体の場で表出することはなく、その説明を聞いていたであろう隣の子どもも、それらの式や考えを表出することがなかったことから考えると有効ではなかった。この場は教師から与えた場となり、子どもが「説明してみたい」「聞いてみたい」という気持ちがあってのものではなかったのである。少人数のかかわりの中で自分の知らなかった考えに思考を向けることで、一斉の場で別の子どもの考えを代弁したり、補ったりすることを教師は意図していたが、そうはならなかった。それは、まず資料からも分かるように、M児やN児のように課題を解決するうえで大きな役割を果たす考えに気づいていた子どもが少なかったことから、課題設定や学習内容の計画が子どもの思考に合っていなかったことが大きく関係していると考えられる。また、子どもの考えのやりとりが生かせるよう、考えた式を出し合う時に、「自分が考えた以外の式を考えた人はいなかった？」と聞き返すような、やりとりした考えをふり返る機会を設けるとよかったと思う。

写真１　隣の子と考えを伝え合う

(6) 成果と課題

単元の終わりに、除法の知識をどれだけ構成できているかをふり返るために、「６÷２を説明しよう」というテーマで単元のまとめをした（資料７）。図やかけ算などの式を用いて説明する子どもは多かったものの、６÷２を等分除と包含除の二つの分け方から述べている子どもが少なく、これまでの考察で述べたように６÷２の図を包含除の図のイメージで説明している子どもが多かった。このことから、除法を同じ数ずつのまとまりがいくつというイメージはもてていても、等分除と包含除を統合してみる除法の見方はまだ十分ではなく、本単元のめざす知識創造は十分に達成されなかったといえる。よって本単元におけるかかわりの「場」のデザインの考察から、今後の課題について検討する。

一つ目は課題設定についてである。本単元では多様な図や式を表現することを課題として設定することで、かかわりが生まれるととらえていた。しかし、もっと図や式を表現して見出される、算数的価値のあるものに注目したかかわりとなるような課題設定をすべきであった。そう考えると、分からない数量は□で表して考えることや、式の意味に注目したからこそ気づいた疑問は、子どもが算数的価値を見出せる要素を持っていることを示していると考えられる。今後は、その要素が自然発生的ではなく、ねらいの中に位置づけられたものとして生かしていけるようにしていきたい。



資料７　単元のまとめ

二つ目は、授業形態である。本単元では少人数で考えを伝え合うという授業形態を取り入れたが、これは子どもには必要感がなく、有効ではなかったといえる。だからといって一斉に考える場だけでは一人一人のかかわりは十分に保障されないことも考えられる。より効果的に考えを伝え合い、数学的コミュニケーションができるような授業形態を、一斉の場とのバランスを考えて取り入れていきたい。

三つ目は、評価についてである。これまで子どもには資料８のように、他の考えのよさなどをノートに書くことをすすめてきた。コメントを返したり、それらを紹介したりして認めていくことで、他の考えのよさに気づく姿は多く見られるようになってきた。それは今後も続けていきたいと考えている。今度は自分の考えの変容に気づくよう、ふりかえりのテーマを設定したり、学習前と学習後の自分の変化が感じ取れるようなまとめを取り入れたりするなどの工夫をしていきたい。そして何より、子どもが毎日書き綴っているノートこそが自分の学びのあしあとであると感じられるよう、教師もそのノートから学び、ノートの中でも子どもと対話し続けていきたいと思う。

〈ふりかえり〉
僕は図でしか考えなかったけど、〇〇さんの考え方はだめではありません。△△さんの４×３が１２÷３のたしかめなら〇〇さんのたしかめも４×３をたし算でたしかめをしただけなので、僕は答えに使えなくても、たしかめになら使えると思います。

資料８　他の考えについて考えるふりかえり