

# 算 数 科

押 野 正 憲  
前 田 倍 成  
橋 田 真由美

## 1 算数科の授業における集団で学ぶよさ

算数科の授業における集団で学ぶよさを述べるにあたって、まず「算数を知る」とはどのようなことなのかについて述べる。それが、「算数科の授業における集団で学ぶよさ」について考えるときの根本にかかわっていると考えるからである。

「算数を知る」ということは、もともと算数の知識がどこかにあって、それを掘り出し探し出すのではない。どこかの本に書いてあることをそのまま覚えたり、知識を豊富にもっている教師から教え授けられたりすることでもない。また、よく知っている子が、よく知らない子に一方的に説明して教えることでもない。自分で能動的に考えてみることもなく、受け身的に算数を知るということはできない。算数を知るということは、能動的に自分の中に算数を創り上げることである。

しかし実際の授業では、ランバートが概念フィールドの説明で述べているように、子どもたちが集団で同じ一つの学習を行っていても、いろいろなフィールドに足場を置いて思考している。例えば、速さの学習の際に、ある個は累加的に考えているし、またある個は倍概念をもとに考えている。また、ある個は比例をもとに考えるというようなことである。つまり、どここのフィールドに基づいて考えているかが個によって違うということである。したがって授業場面においては、お互いに分からない、理解し合えないということが頻繁に起こりうるのである。だから、授業では、互いに見方・考え方の違いを認め合い、合意することが求められる。そのためには、うまく伝え、受け止め解釈し、算数の内容をふくらませ、より豊にみていくことが必要となる。

このような学習を行っていくと、ふと「数理の美しさやおもしろさ」に出会い、その美しさやおもしろさに心動かされる瞬間が訪れる。ただ単にぼんやりとみていたのではみえていなかった「数理の美しさやおもしろさ」がみえてくるようになるのである。それが、算数科の授業において分かち合い共有する内容である。

以上のことを念頭に置き、「算数科の授業における集団で学ぶよさ」を考えると次のようになる。

数理の美しさやおもしろさを  
味わうことができる

数理と言えば、固定的で感情の入り込む余地のない、冷たいイメージを抱くかもしれない。しかし、数理は、もともとあったものではなく、人間が考え、創造したものであり、柔軟で自由度の大きい、美しく洗練された、おもしろみのあるものであると考えている。私たちが考える「数理の美しさやおもしろさ」とは次のようなものである。

- ・「美しさ」：簡潔である、整っている、同じリズムの繰り返しがある、決まりがある。
- ・「考えを創るおもしろさ」：例えば速さの学習において、どのように考えると、目に見えない速さという質について考えることができるかということである。
- ・「多面的にみるおもしろさ」：例えば、数の構成について考えるというおもしろさである。
- ・「表現するおもしろさ」：例えば、変化の様子を表すグラフ的表現や式や図、言葉などで表現するおもしろさである。
- ・「使うおもしろさ」：例えば、割合の考えを実際に使って事象を考察するおもしろさである。

上記の数理の美しさやおもしろさを味わった人は、映画や小説などに感動した場合と同様に、そのことを周りの人々と分かち合い共有したいと願うようになり、自分が見つけた数理の美しさやおもしろさを他者に伝えたい。そして、伝え合った内容を全体で分かち合い共有し満足感を得る。その満足感を得ることによって、さらに数理の美しさやおもしろさを発見したい、味わいたいという欲求を持つに至る。このようなサイクルが集団の中で頻繁に成立し、数理の美しさやおもしろさを味わうことができる授業を「算数科における集団で学ぶよさが息づく授業」と捉える。

一人では考えること、体験できること、発見できることにはある程度の限りがあり、数理の美しさやおもしろさを深く味わうにはなかなか至らない。集団で学ぶからこそ、美しさやおもしろさを深く味わうのであり得るのである。

このように数理の美しさやおもしろさを味わ

う授業は、小学校の算数科の学習に留まらず、中学、高校さらには生涯学習を志向するものであると考える。

## 2 集団で学ぶよさが息づく 算数科の授業へのアプローチ

「数理の美しさやおもしろさを味わうことができる」という集団で学ぶよさをより豊かに、質高く実現していくためには、授業の中に「数理の美しさやおもしろさが味わえる場」を設けていく必要がある。

そのような場の中で、以下の3点を有効に機能させ、集団で学ぶよさが息づく算数科の授業へ迫っていく。

### (1) 学びのシェアとのかかわりから

前項でも述べたように、実際の授業場面では個が様々なフィールドで思考するために、お互いに数学的な見方・考え方を分かち合い共有することができないという状態が頻繁に起こりうる。したがって自分の見方・考え方を互いにやり取りする手段「数学的コミュニケーション」が必要不可欠となる。

数学的コミュニケーションとは、数理的な内容を図、表、数、式、または言葉などの多様な表現・表記を活用して表し、それを双方向にやりとりすることである。

子どもが数学的コミュニケーションを活発に行い、いろいろな見方・考え方に触れることによって、他者の見方・考え方と関連づけることができ、自分の考えが豊かになる。そのようにすることで、他者とのかかわりが密になり、数理の美しさやおもしろさを味わうことができると考える。

具体的な授業の場としては、学級の全員でコミュニケーションする他に、もっと個人レベルのコミュニケーションの場も考えられる。例えば、座席の近くの者同士で、自分で考える時間と他者とコミュニケーションする時間を区切ることなく、いつでも必要に応じてコミュニケーションしていくこともできる。また、コミュニケーションの方法としては、自分の考えた事を次々と用紙にまとめていき、それを掲示し、その掲示したものを通して、質問や意見を述べ合うといったポスターセッションのような手法も考えられる。

このような場の中で、式や図などの表現・表記を活用して表し、それを双方向にやり取りしていくようにする。ある個の表現・表記である式や図などに新たな考えを付加したり、補強したりして見方・考え方のつながりを明らかにしていくのである。

しかし実際の授業の中では、数学的コミュニケーションがいつも充実した状態で行われるとは限らない。特に初期においては、数学的コミュニケーションが成立しない場合も多いであろう。そのようなときには、教師は、その場に応じた適切な手だてを講じる。例えば、子どもたちの力だけでは分かち合い共有することが非常に困難な状況であると判断した場合には、子どもの不十分な説明を式や図などと結びつけてやる。また時には、式や図などの表現・表記を教師から提示する場合もある。これらの手だては、子どもたち相互の数学的な見方・考え方を橋渡しするという点において重要であると考えられる。

### (2) 教室の規範とのかかわりから

算数科の特性を大切にしたい学びを行うことによって、算数科を離れた他教科の学びを支える教室の規範を培うことができる。

例えば、式や図などの表現・表記を行うことは、「自分の考えを簡潔・明瞭に伝える」という教室の規範をつくることにつながる。また、数の構成を考える学習において数を多面的にとらえていくことは、「物事を多面的にみる」という教室の規範につながる。それから、違いを認めて合意し算数を創り上げるということは、「互いに認め合い、受け入れる」という教室の規範を培うことになる。

コブらは、授業場面において「数学について話す」とことと「数学を話すことについて話す」ことが教室の論議の中に混在することから、教科の学びに教室内の社会的な作用が明示的にも暗黙的にも影響していることを指摘している。

したがって授業場面においては、規範意識の受け渡しを意図した教師の肯定的な評価としての声掛け、発問や指名の在り方といった教師の働きかけが重要となる。また、規範が意識された子どもの姿を学級全員に広めていくことも随時行っていく。

次に授業の中の具体的な教室の規範について述べる。教室の規範の中には、話す・聞くなど様々なことが含まれているが、以下が、算数科という教科の特性を考えた場合に特に重要だと思われる教室の規範である。

- ・自分の考えを簡潔・明瞭・的確に伝える
- ・他者の考えを的確に読みとる
- ・他者の見方・考え方と自分の見方・考え方のつながりを考える
- ・他者の見方・考え方を採り入れて、より豊かな見方・考え方を再構築する
- ・多面的なものの見方をする
- ・それぞれの見方・考え方のよさを認める

上記の教室の規範を算数科の特性である数理とのかかわりの中で育み、結果的に集団で学ぶよさである「数理の美しさやおもしろさを味わうこと」が授業の中で成立するようにしていく。初期は教師が積極的に規範を示す場面も多いが、徐々に子どもが自分たちで規範をつくり上げ、さらには広がり浸透するようになることを期待している。

また逆に、他教科で培われた教室の規範が算数科の学びにおいても活かされることを構想している。

### (3) 評価について

集団で学ぶよさが息づく授業を具現化するには、次の二つの観点での評価を行い、それを子どもにフィードバックしていく。一つは「数理の美しさやおもしろさの評価」であり、もう一つは「かかわり評価」である。

「数理の美しさやおもしろさの評価」は、先にも述べた「集団で学ぶよさ」に直結した評価である。したがって、「数理の美しさやおもしろさ」が評価観点となり、その評価観点に基づいて評価していくことになる。

それに対して「かかわり評価」は、算数の授業の中で、いかに他者とかかわり合うことができたかという観点での評価である。これは、いわば集団の評価である。一般的に授業の評価といえば、評価規準とよばれる規準にしたがって、一人一人の到達度を個別に評価することが多いようだ。しかし、私たちは、集団で学ぶよさが息づく授業に迫るためには、「かかわり評価」という集団にかかわる観点の評価を行っていく必要があると考えた。これは、一人一人の到達度の評価ではなく、「いかに集団とかかわり合うことができたか」という評価である。例えば、「他者の考えをとり入れて自分の考えを再構築することができたか」というような評価である。

次に、評価方法とその活かし方について述べる。評価方法の一つは、子どもが行う「数学的writing」である。数学的writingとは、文字通り、数学にかかわることを書き記すということである。その内容は、その時点での自分の見方・考え方と、その根拠、追求方法や感想である。その感想の中には、「どんな見方・考え方がおもしろいと思ったか」という「数理の美しさやおもしろさの評価」や「だれのどんな見方・考え方で自分の考えが変わったか」といった「かかわり評価」の観点でも記していくことになる。

もう一つの評価方法は教師の行う評価である。教師が授業のそれぞれの局面において、子

どもの反応を肯定的に捉えて「数理の美しさやおもしろさの評価」「かかわり評価」の観点で評価し、即時フィードバックする。また、子どもの行った数学的writingについても、上の二つの観点に基づいて評価し、優れた点を認めてコメントを返したり、次時の冒頭に学級の全員にフィードバックしたりする。

いずれにせよ、評価の観点と方法を子どもと教師が共有していることが重要である。そのために教師は、子どもに評価の観点や方法を継続的に示していく。

このようにして、評価活動が有効に機能するようにして、集団で学ぶよさが息づく算数科の授業へ迫っていく。

参考文献 金本良通『数学的コミュニケーション能力の育成』  
明治図書 1998

### 3 実践例 — 1年 —

小学校に入学したばかりの四月当初、当然のことながら、大部分の子どもは、数の意味や表し方も分からないという状態からのスタートであった。そこで、四月は「教師や友達の話をしっぴり聞く」という教室の規範を重視して指導にあたってきた。学習内容は、半具体物と数を結びつけるという学習であったが、やはり「分かち合い共有する」というよりは、自分の行ったことに意識が集中している子が多かった。

五月には「順序数」や「数の構成」の学習において、少しずつ、数学的コミュニケーションの場を増やしていった。そして六月には、分かち合い共有するよさを感じ、さらに分かち合いたいというサイクルができてきた。その「分かち合い共有する」という事を教室の規範とのかかわりで学級全体に広めていくことが課題となった。そして六月下旬、下記の実践を構想した。

#### (1) 単元名 たしざん

(2) 目 標 ・半具体物や図の操作を通して加法の意味を捉えたり、事象の不要な要素を捨象して式化したりして、式は事象の様相を表すものであることを捉える。

#### (3) 算数科としての学びと教室の規範にかかわって

加法が用いられる場面としては合併、増加、求大が想定される。用いられる場面としてはいくつか想定されるが、突き詰めていくと加法とは「 $A+B=C$ において部分集合A、Bを基に全体集合Cを求めることである」と捉えている。その場合、加法が成立するのは、同じ単位のものどうしの場合である。ところで加法を捉えるためには、数の構成（数の合成・分解）の理解が重要である。考えようによれば、本単元の繰り上がりのない加法の学習は、数の構成の理解をより深める学習であるとも言える。しかしながら、加法の学習が数の構成の学習と異なるのは、その背後に計算が必要となる事情があるということである。

また本単元では、加法が成立する有様を「言葉」や「半具体物の操作」そのもので表したり、算数の言葉である「式」で表したりし、その相互の関連を捉えていくことが重要である。上位学年になるにつれて、数を拡張しながら加減乗除の学習を進めていくことになるが、本単元での式化するという事は、今後の基礎となる重要な学習であると言える。

子ども達の中には、「たしざん」という言葉は耳にしたことがあり、意味はよく分からないが、計算はできるという子どももいるであろう。しかし、ただ計算ができればよいというものではない。具体的なイメージが沸き、その意味が豊かに捉えられることが重要である。そのためには、前単元において学習した数の構成についての理解が、本単元である「たしざん」の学習に活かされるようにしていく必要がある。

教室の規範について述べると「自分の思いや考えを自分なりの表現で伝えようとする」「他者の見方・考え方を読み取ろうとする」ということは、十分とは言えない。しかし、他者の考えたことを知りたい、分かりたいという意欲は旺盛であり、何とか伝えよう、分かろうという姿が見受けられる。子どもなりの表現の中にも、思いもよらない優れた見方・考え方が垣間見られる瞬間がある。子どもだからこそ、豊かな感性、研ぎ澄まされた感覚で見い出すことができるのであろう。それを学級の全員で分かち合い共有したいと考えている。

そのためには、子どもなりの表現の中から優れた見方・考え方を、子ども達が読みとり、明確にしていくことが必要となる。具体的には、自分が疑問に思ったことは、素直に質問するように促していく。また、他者の伝えたいことを読み取ることができた子には、それを全体に広めていくことを促していく。さらに教師は、子どもの考えの相互のつながりを明確にする糸口を示したり、半具体物や図、式と結びつける支援を行っていく。子どもは、数理に美しさやおもしろさがあるということは分かりかけている。長期的展望を持ちながら、算数科における集団で学ぶよさである「数理の美しさやおもしろさ」を分かち合い共有することができるようにしていきたい。

#### (4) 集団で学ぶよさが息づく授業へのアプローチ

##### ① 学びのシェアとのかかわりから

算数の知識は、お互いに違いを認めて合意しながら創っていくものである。そのためには、お互いに数理的な内容を分かち合い共有する「数学的コミュニケーション」が活発に行われるようにしていく。

具体的には、まず「合併」の事象をよく考察することから始める。そして、数学的コミュニケーションの一つの現れである半具体物の操作で表したり、算数の記号である「+や=」を用いて式に表したりして、互いにやり取りをしていく。それに続く「増加」の学習においても同様の過程を経て式化していく。その後もう一度、「合併」と「増加」についての操作をふり返り見直すことで、一見異なることのように見えていた操作が、実は同じ操作であり、同一の構造であるということを経験的に捉えられるようにしていく。その際、数学的コミュニケーションが活発に、そして有効に機能することが重要である。教師の手だてとしては、要素と要素を矢印で結び

つけたり、論点の中心となっている箇所を丸で囲んで焦点化したり、教師から図や半具体物の操作を提示したりして支援していく。これは、本単元の他の学習についても同様であり、授業のそれぞれの局面において適切な手だてを講じていきたい。この支援の在り方が、算数科としての学びを深めるために重要であると考えている。

### ② 教室の規範とのかかわりから

小学校に入学して三ヶ月たらずということもあり、特に初期段階として重要であると思われる「思いや考えを自分なりの表現で伝えようとする」「他者の思いや考えを読みとろうとする」という教室の規範の受け渡しを重視していく。さらには、「他者の見方・考え方とのつながりを考える」「それぞれの見方・考え方のよさを認め合う」という規範にも触れることができるようにしていきたい。この二点の教室の規範は、個人差も大きいと思われるので、まずは、その規範の意味が分かり意識できる子どもを認めていくことにより、学級の全体に広がり浸透していくことを期待している。

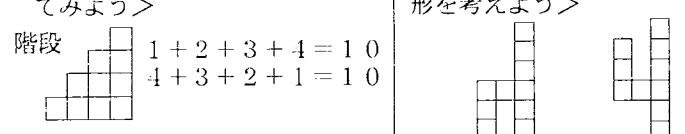
具体的には、教室の規範にかかわるキャッチフレーズを、学習環境としての教室前面の掲示板上に掲示し、常に子どもがその教室の規範を意識できるようにすると共に、以前の学習において意識化された規範を想起できるようにしていく。その中には、純粹に教室の規範と言えるものもあるが、算数科の教科の特性が色濃く反映されたものも含まれている。算数科の学習を通して培われつつある教室の規範が他教科の学習を支え、また逆に他教科の学習において培われた教室の規範が算数科の学習においても活かされることを構想している。現在は、教師の意図が強く反映された規律から、子ども達自らが作り上げる規範へ向かう過渡期であると考えている。

### ③ 評価について

まず「数理の美しさやおもしろさ」の評価についてであるが、特に子どもにとっては「合併」と「増加」を統合的に捉える場面や「10-オミノ」の正方形を加法の式で表す際に「表現するおもしろさ」を味わうことができると考えている。これらの数理の美しさやおもしろさという観点での評価を、授業のそれぞれの局面において即時フィードバックしていく。さらに、これらのことは子どもが行う数学的writingにも現れることを期待しているので、それを個にフィードバックすると共に、次時の冒頭に学級全体へもフィードバックしていく。

次に「かかわり評価」についてであるが、授業のそれぞれの局面において、前述の教室の規範の受け渡しが行われている場面で、それを肯定的にとらえ、子どもにそのよさに気づかせていく。そのことによって規範の受け渡しが行われるようにしていく。

## 単元計画（総時数 8 時間）

主な活動と内容	主に意識する規範	評価のポイント
1 加法の意味を捉える <あわせて いくつかな?> <ふえると いくつかな?> ・絵やブロックで表そう ・アメでも $3+2=5$ 金魚でも $3+2=5$ になる ・式は 様子を表しているんだな <「あわせていくつ」「ふえるといくつ」をくらべてみよう> ・「あわせていくつ」と「ふるといくつ」は やっていることは違うようにみえるけど 同じなんだ	(1)	半具体物の操作と式を関連づけて「合併」と「増加」を統合的に捉える
2 加法の意味理解を深める <たしぎんのお話をつくろう> <式に合う お話をつくろう> ・白い花が3つ咲いています 赤い花が4つ咲いています 合わせて7つの花が咲いていますか ・ $3+4=7$ <たしぎんの 練習をしよう> ・ $4+1=5$ $7+2=9$ $5+5=10$ ・・・	(1)	加法場面の作問をしたり 式表示したりすることができる
3 「10-オミノ」を式で表したり 式から「10-オミノ」をつくる <「10-オミノ」を式であらわしてみよう> < $3+1+6=10$ の式から形を考えよう> 	(1)(2)	図形を多面的にみて 式や図に表すことができる
4 たしぎんの学習をふり返り算数新聞にまとめる ・分かったこと おもしろかったこと ふしぎだったこと ・だれのどんな考えが おもしろかったか ・自分のがんばったこと	(1)(2)	自分の見方・考え方の深まりを自覚している 他者の見方・考え方のよさを認めている

教室の規範 (1) 思いや考えを自分なりの表現で伝えようとする  
 (2) 他者の思いや考えを読み取ろうとする

## (5) 本单元における授業の実際と考察

ここでは、実際に授業がどのように展開されたかという事実を示すと共に、その事実をどのように分析するのか、また集団で学ぶよさが息づくための手だてが有効であったのかどうかを考察する。

具体的には、学びのシェアとのかかわりとしての「数学的コミュニケーション」、それから「教室の規範とのかかわり」「評価について」という観点で考察する。算数科の集団で学ぶよさである「数理の美しさやおもしろさを味わうことができる」について、また、本单元における算数科の目標に相当する、単元計画にある「評価のポイント」に迫ることができたかを考察することにする。

### ① 加法の意味を捉える

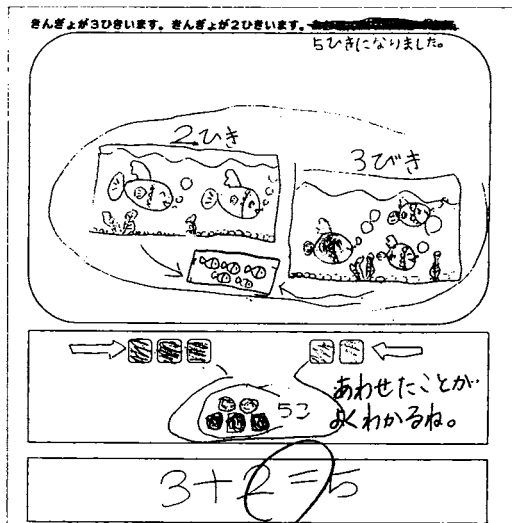
半具体物の操作と式を関連づけて「合併」と「増加」を統合的に捉える

「合併」の学習においては、まず「金魚が3ひきいます。金魚が2ひきいます。あわせて5ひきになりました。」という素材を提示した。その素材を「ア：絵に表す」「イ：ブロックで表す」「ウ：式で表す」という活動を行った。

この学習において、数学的コミュニケーションが行われた場面は、主に「イ：ブロックで表す」「ウ：式で表す」場面であった。「イ：ブロックで表す」場面では、操作そのものは、どの子も同じようなことをしていたので、自分の考えたことと同じかどうか意識が集中していたため、「分かち合い共有する」ということには至らなかったと考える。

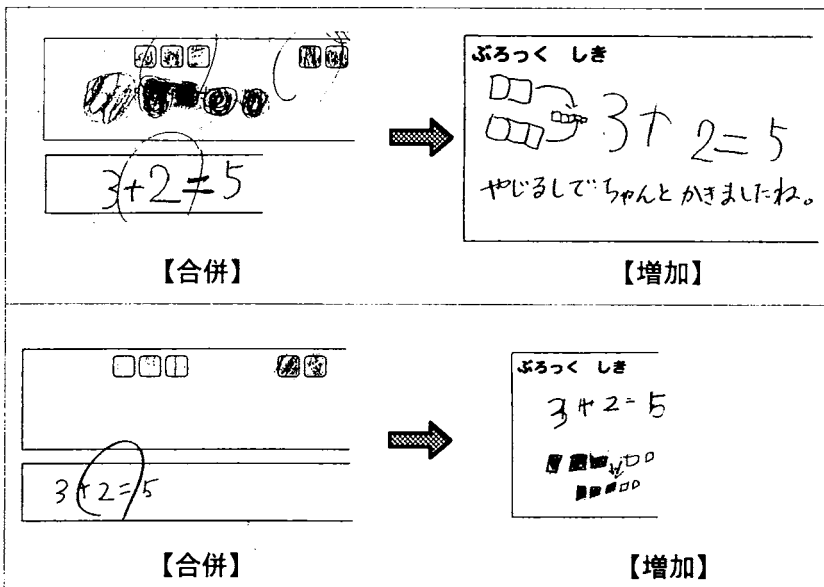
そこで、子どもの数学的writing (資料1) をいくつか実物投影機でテレビ画面に映しながら教師が紹介し、それぞれの表現のよさを読み取らせる活動を行った。その活動では「矢印でかくと分かりやすい」という意見が数多く述べられた。この矢印で表すということは、前単元の「いくつといくつ」の学習においても、子どもが黑板上で表現し、幾度か出会ってきた表現方法であるが、学級全体には広がっていなかった。ここで、子ども達の数学的writingを提示し、その中から優れた表現を読み取らせる活動を行ったことは、有効であったと考える。なぜなら、その子なりの表現のよさを全員で「分かち合い共有」することができたからである。

それに続く「増加」の学習については、算数科における集団で学ぶよさである「表現するおもしろさを味わうことができる」ということについて考察する。先の「合併」の学習では「表現するおもしろさを味わう」というよりは、表現の仕方を知るといった意味合いが強かった。しかし、こ



資料1 「合併」の数学的writing (例)

こでの学習は、「ブロックによる表現や式による表現、矢印を中心とした図による表現のおもしろさ」を味わうことができた」と分析する。これは、先にも述べた「合併」の学習での「表現のそれぞれのよさを読み取る活動」を通して、「簡単に表すことはよいことである」という規範が広がりをもせたからであると思われる。「合併」の学習においては図にうまく表現できなかった子も、学級の全員で優れ



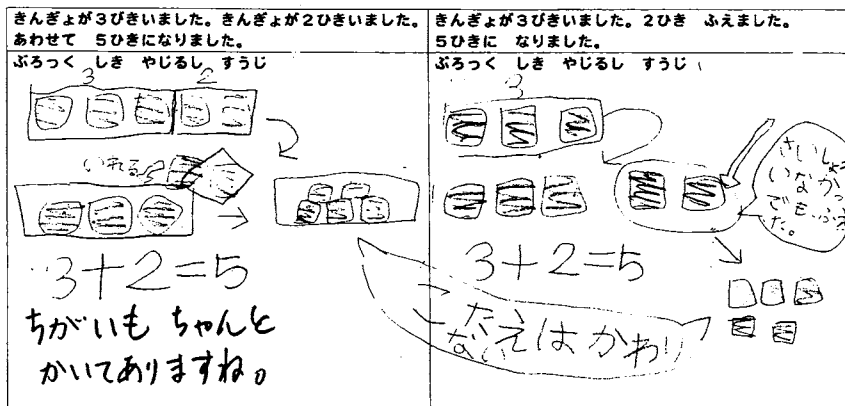
資料2 「合併」と「増加」の数学的writing向上の例

た数学的表現を読み取る活動を行うことによって数学的writingが向上し、「増加」の学習においては「表現するおもしろさ」を味わっていたと思われる。(資料2)

さらに、評価ポイントである「半具体物の操作と式を関連づけて増加と合併を統合的に捉える」については、概ね達成することができたと考える。それは下記の資料3や資料4から見て取れる。

資料3からは、授業の中で、前時の学習である「合併」と「増加」が同じ構造であることを意味する発言が続いたことが見て取れる。また、資料4は、1年生であるので十分に表現しきれていないが、「合併」と「増加」を統合的に捉えたと思われる数学的writingが記述されていた。増加では「さいしょはいなかった。でもふえた」とか、合併と増加の両方が「こたえはかわりない」と記述されていた。後からその子に尋ねると「しきもこたえもおなじ」ということでおそらく同じ構造であることを表しているものと思われる。

T: このお話(増加)をブロックや式で表してみましょう。  
 (中略)  
 C: ブロックでやると、前の金魚の話(増加)も今の金魚の話(合併)も3と2をくっつけることだよ。  
 C: 式は、どちらも  $2+3=5$  でいっしょだよ。  
 C: 前の金魚の話(合併)と今の話し(増加)はいっしょだよ。



資料3 合併と増加を統合的に捉える発言

資料4 「合併」と「増加」を統合する数学的writing(例)

## ② 加法の意味理解を深める

加法場面の作問をしたり、式表示したりすることができる

ここでは「ア: 加法場面の文章を作り、その文章を式で表す活動」またその逆に「イ: 加法の式に合う文章を作る活動」を行った。そして互いにそれを聞き合うようにした。(資料5)

その際、「ア: 加法場面の文章を作り、その文章を式で表す活動」では、作ったお話をただぼんやりと聞いているのではなく、聞いている子には、その文章を式で表すとどのような式になるのかを考えながら聞くように促した。ある子は、指を折りながら、お話に出てくる数を記憶するようにして聞いていた。

また、次の「イ: 加法の式に合う文章を作る活動」では、ある子が式を発表し、その他の子がその式に合うお話を作る活動を行っていった。この活動によって、式とお話という表現の違いはあるが、どちらも加法場面を表していることを捉えさせた。

この「ア・イ」のどちらの活動においても、数学的コミュニケーションが活発に行われたと分析する。そして、数学的コミュニケーションが活発に行われることによって、算数科における集団で学ぶよさの一つである「表現するおもしろさ」を味わうことができたと考える。

それは、授業の終末に行った感想を述べ合う場面で、「同じ一つの式からいろいろなお話を作ることができておもしろかった」という感想や「友達のお話から式を考えるのがおもしろかった」という感想から見取ることができる。

## ③ 「10-オミノ」を式で表したり 式から「10-オミノ」をつくる

図形を多面的にみて、式や図に表すことができる

ここでの学習のねらいは、ポリオミノの一つである「10-オミノ」(10個の正方形の辺が重なるようにして作られた図形)を自分たちで構成し、その「10-オミノ」の正方形の並び方と数の構成を関連づけて捉え式化したり、その逆に式から「10-オミノ」の形を考えたりすることを通して、「表現するおもしろさを味わうこと」であった。この学習より以前は、日常の具体的な

- りんごが5こありました。あとから2こかってきました。あわせて7こになりました。 $\rightarrow 5+2=7$
- $6+3=9$   $\rightarrow$  えんぴつを6ほん もっていました。ともだちから3ほん もらいました。あわせて9ほんになりました。

資料5 たしざんのお話と式(例)

クッキーやアメ、金魚などを加法が成立する対象として扱ってきた。しかし「10-オミノ」の学習は、いわゆる発展の学習であり、正方形の並び方を式と結びつけて考えるという抽象度の高い学習となった。

この授業の、初めの素材は「階段」の形をした「10-オミノ」を提示したが、「10-オミノ」を式で表す場面では、数学的コミュニケーションが活発に行われ、「思いや考えを自分なりの表現で伝えようとする」「他者の思いや考えを読み取ろうとする」という教室の規範が意識されたと分析する。授業は以下のように展開された。

T：階段を式で表すとどんな式になりますか？

C：1 + 2 + 3 + 4

C：4 + 3 + 2 + 1

C：これは、反対だよ

C：ペアになっているよ

C：2 + 4 + 3 + 1

C：これは、ぐちゃぐちゃにしたの

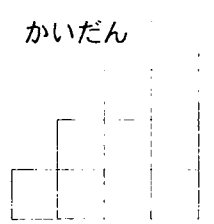
C：2 + 1 + 4 + 3 = 10

C：答えも書いた方がいいよ。

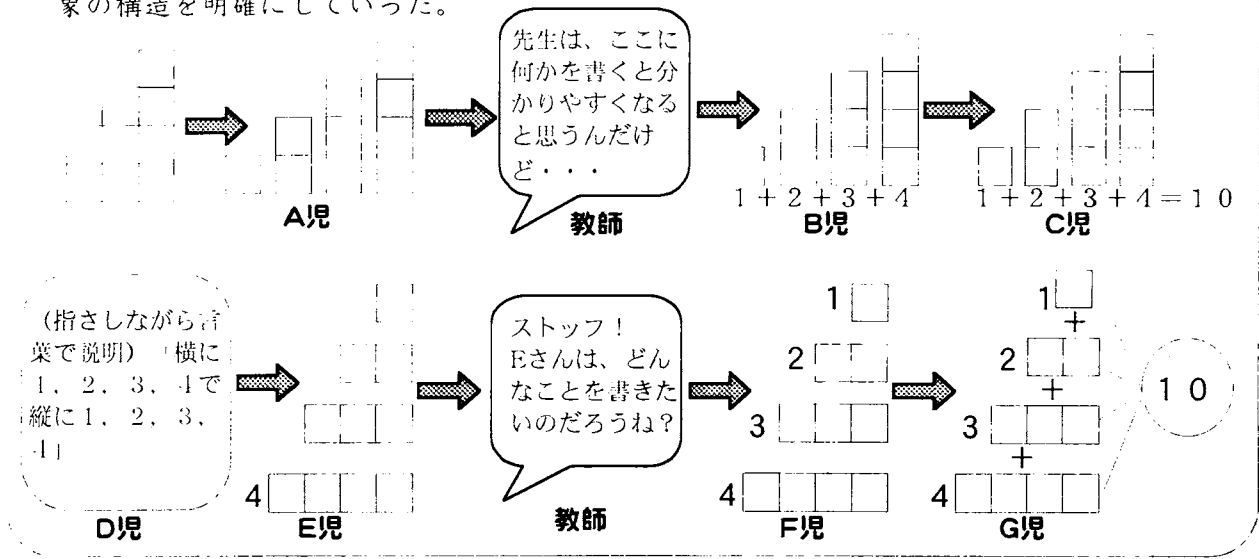
A児：ブロックを離したら1 + 2 + 3 + 4って分かると思うよ

C：??? (A児の意図を捉えかねている)

T：先生は、ここに(ブロックを指さしながら)何かをかくと分かりやすくなると思うんだけど・・・



※この発問により、下記のように子どもが次々と黒板の図に数や記号を付加し、補強して事象の構造を明確にしていった。



資料6 階段の「10-オミノ」を式で表す数学的コミュニケーション

まず、A児は、階段を縦に分割した方が式の意味を捉えやすくなると考え、分割したものと思われる。しかし、A児の意図が学級の全員には伝わりきらず、不安そうな表情を浮かべている子もいた。そこで、教師は「ここに何かを書くと、分かりやすくなると思うんだけど・・・」と、その意図を明確にするための発問をした。その発問を受けて、次のB児は、分割されたブロックの下に数と「+」の記号をブロックと対応させながら付加した。さらに、C児は、その式を等号で10と結んだが、これは「=と書いて、10と書いた方が分かりやすいよ」と、理由も述べていた。

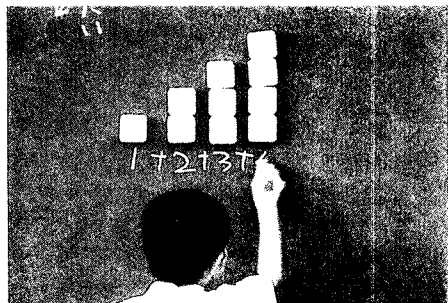


写真1 B児が式表示している様子

その後、D児は、A、B、C児の数学的コミュニケーションのやり取りを見ていて、分割の仕方は縦だけではなく、横にも分割できることを直観したものと思われる。しかしD児の表現は、ブロックを指さしながら「横に1、2、3、4で、縦に1、2、3、4」という話し言葉での説明に留まった。しかし、E児以下の数学的コミュニケーションによって考えを付加したり補強したりして、事象の構造を明確にすることができた。



E児は、D児の話し言葉による説明を肯定的にとらえ、それを支えるようにして説明を行っていった。E児はA児と同じようにブロックを分割したものと思われるが、その分割の仕方がA児とは異なっていて、横に分割する方法であった。これは、表現としては十分ではなかったD児の発言を受けて、それを補強していく発言であったと言える。

そして、E児が一番下のブロックの横に「4」と書いた時点で、教師が意図的にストップをかけた。ここでは、E児がそのまま書き続けることも可能であったが、他の子ども達に、E児がどんなことを表現したかったのかを推測させることにより、E児の数学的コミュニケーションに対して、積極的にかかわらせたかったからである。その結果、F児が「数」を付加し、G児が「+」を付け加え、さらにブロックから一本ずつ線を引き、合計である⑩と結んだ。紙面の制約もあり詳しく述べることはできないが、その後も、さらに式を書いたり、線で囲むなどの表現が他の子どもから表出されていった。

このように、一連の数学的コミュニケーションが活発に行われた要因は二点が考えられる。一つに教師の発問である。まず、A児がブロックを縦に分割した意図を他の子どもが捉えかねている時に、「ここに何かを書くとはっきりすると思うのだけど・・・」という発問を投げかけることがきっかけとなり、B・C児の数学的コミュニケーションが表出されることになった。また、E児が「4」と書いたところで、教師が説明にストップをかけ、他の子どもにその先を推測させる働きかけは、F児以下の数学的コミュニケーションを活発にさせることにつながったと分析する。

二点目としては、「学級の全員で共同して算数を創り上げようとする」「思いや考えを自分なりの表現で伝えようとする」「他者の思いや考えを読み取る」という教室の規範が、学級全体に意識されつつあるということが挙げられる。これは、教師の行う「かかわり評価」との関連が強いと思われる。授業の中における一人一人の発言内容は完全なものでもなくてもよい。友達の意見に付け加えや質問をしながら学習をしていくことのよさや大切さを、「かかわり評価」として教師が即時フィードバックしていった。例えば、先のE児の説明を意図的に止め、F・G児が考えを付加していった場面で、「説明を最後まで聞かなくても、よく友達の考えていることが分かったね。すごいぞ。」というような「かかわり評価」である。これは、今後の学習にも期待を込めて行った「かかわり評価」であった。

#### ④ たしざんの学習をふり返り 算数新聞にまとめる

自分の見方・考え方の深まりを自覚している。他者の見方・考え方のよさを認めている。

ここでは、前単元「いくつといくつ」、本単元「たしざん」の学習をふり返って「算数新聞」にまとめる活動を行った。算数新聞を作るのは初めてなので、全員でどのような学習を行ったかをふり返ると共に、子どもが必要に応じて自由に選択して活用できるワークシートを用意しておいた。

子ども達が算数新聞を作ることは、単元計画にある評価ポイントの一点目である「自分の見方・考え方の深まりを自覚する」ということに有効であったと考える。子どもの作った算数新聞の内容を分析すると、授業の中で学習した内容の発展を考えたものが多数見受けられ、見方・考え方の深まりを自覚していると思われる。また、その感想としては学習が楽しかったというものが多かった。

「10-オミノ」の学習に関しては、「びっくり かいたんがしきになる」という言葉と共に、図と式を対応づけてかいていた子がいた(資料7)。また「10-オミノ」を発展させて「9-オミノ」や「15-オミノ」「30-オミノ」などをつくって、それを式に表していた子もいた(資料8)。

また、「いくつといくつ」の学習に関しては、発展的に考えて12や13、14の数の構成を「ならべてせいり」という言葉と共に書いていた子もいた(資料9)。この「ならべてせいり」というのは、「順序よく並べて整理すると本質がみえてくる」という意味で、子ども達に広がりつつある規範の一つである。



写真2 指さして説明しているD児

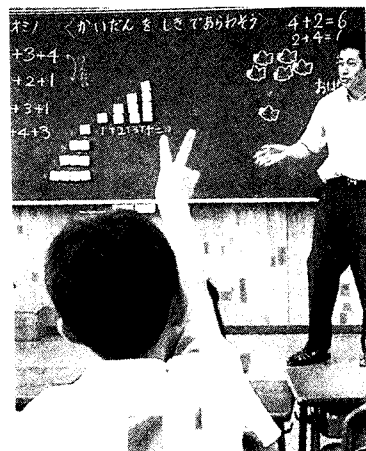


写真3 付け加えのハンドサイン

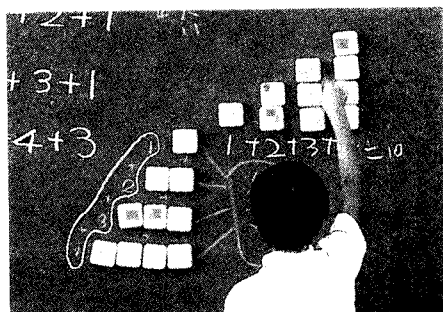
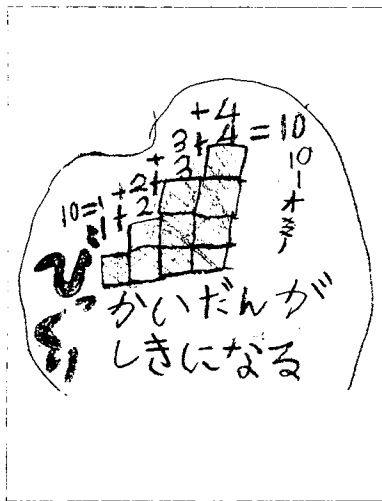
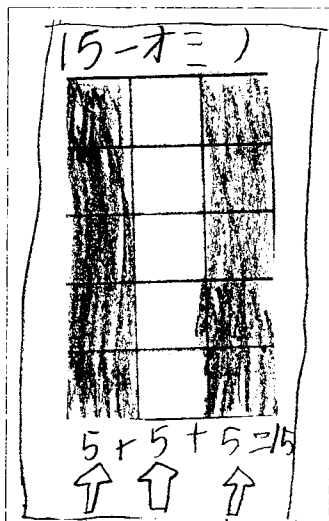


写真4 考えを付加している様子



資料7 「10-オミノ」のびっくり



資料8 「15-オミノ」



資料9 「11・12・・・の数の構成」

次に評価ポイントの二点目「他者の見方・考え方のよさを認めている」について考察する。算数新聞に書かれた内容から分析すると、「他者の見方・考え方のよさを認めている」に関しては十分ではなかったと分析する。せっかく算数新聞を作ったのであるから、全員で交流する場を設けなくてはならなかった。完成した算数新聞は、教室の掲示板上に掲示しておいて、子どもがいつでも自由に見ることができるようにしておいた。子どもの中には、算数新聞の中にももしろい表現や発展的に考えた内容を見つけて、教師に息を弾ませながら話しくる子もいた。また、算数新聞を書きながら友達の書いたことを読み取り、友達の見方・考え方のよさを、すぐさま自分の算数新聞の感想欄に書いていた子もいた。しかし、それは一部の子であって学級全体には広まりきらなかった。もっと積極的に教室全体に広める手だてを講じるべきであった。

## (6) 本単元の実践を終えて

本単元の考察を通して、集団で学ぶよさの一つである「表現するおもしろさを味わう」は、概ね達成することができたと考える。

それは、先にも述べたように数学的コミュニケーションが活発に行われるようになったことが要因として挙げられる。これは「思いや考えを自分なりの表現で伝えようとする」「他者の思いや考えを読み取ろうとする」という教室の規範が広がりつつあるからであると考えられる。この教室の規範は、学習環境としての教室前面の掲示板上に、具体的な姿として、継続的に掲示してきたが、これがよいように作用したものであると思われる。いろいろな授業の場面でも、先にも述べた「ならべてせいり」や「先のことを考える（発展的に考える）」などの教室の規範を、子ども自らが授業の中で想起する姿が見受けられた。これは、教師が投げかけるのではなく、子ども達が自ら想起するところに意義があると考えられる。

また、子どもが行う授業のふり返りとしての評価は、「がんばっていた人」という観点で授業の最後に話し合わせたり記述させたりするようにし、それを学級全員に即時フィードバックしてきた。そのことによって、他の子の話しをよく聞いたり、読み取ろうとしたり、自分が理解できないことは質問したりするという意欲的な学習態度につながっていったと考える。

教師の評価活動としては、授業のそれぞれの局面で、子どもの見方・考え方に共感する姿勢で臨み、「数理の美しさやおもしろさの評価」「かわり評価」の観点で肯定的な評価を即時フィードバックするように努めてきた。この観点での評価は、昨年度よりもはるかに多くフィードバックしている。この評価の在り方や方法が子ども達により作用をすることは、教師自身も手に取るように実感でき、たいへん有効であったと考える。

## (7) 今後の課題

「数学的コミュニケーション」に関しては、「自分の思いや考えを表現すること」は、ある程度できるようになりつつあるが、逆に「他者の思いや考えを読み取る」ことは十分とは言えない。したがって今後は、表現されたものを読み取ることに力点を置いた指導を行う必要がある。読み取る事が充実することによって、数学的コミュニケーションがさらに活発に行えるようになるからである。

「教室の規範」は、学級全体に意識されつつあるが、一人一人をみると、一部の子にとっては、その規範が形成されにくいという傾向があることに気づかされた。さらに、個に応じた働きかけが必要である。

「評価」については、相互評価はある程度できるようになったが、今後は、その理由が明確になるような教師の働きかけが必要であると考えられる。

## 実践例 — 6年 —

4月当初の子ども達は、進んで考えようとし、協力しようとする子が多く見られた。それははっきり「今何を答えるのか」「今何をやるのか」が分かっている時に大いに見られる。そこで算数科の学習においては、単に答えではなく、その根拠を考えることにおいても、進んで考え学び合える姿を目指して取り組んできた。

はじめは分からないことを表面に出せなかった子も多かったが、少しずつ分からないことも表現できる子も増えてきた。例えば、「整数の性質を調べよう」「分数のたし算とひき算を考えよう」などの単元を通して、「3と4が同時に重なり合うのは12だけか」「小数は倍数に入らないのか」「分母をそろえるのはなぜか」など、一つの問題をもとに子どもたちの疑問を出させ、みんなで考えてきた。なぜそうなるのか、他にないのか、みんなで疑問について考えていった。そうやって、みんなで考えていこうとする意識は高まりつつあるが、その解決に向けて考えが伝え合っていないと感じた。そこで、式や図を用いることで、もっとお互いの考えをやりとりしやすくなることに目を向けていけるようにしてきた。

### (1)単元名      ならして比べよう

(2)目 標      ・ある数量をどこも同じ大きさになるようにならして考え、「ならず」ということを数と事象を結び付けながら考えていくことができる。

### (3)算数科としての学びと教室の規範にかかわって

平均の意味としては大きく2つある。1つ目は、単位量当たりとしての平均の意味で、いくつかの数量があるとき、それをならして考え、1つ当たりの大きさとしての平均である。1つ分の大きさは、どれをとっても同じとみなす見方で、以後の見積もりなどもできる。例えば、卵一個の重さが平均 90g、電車の速さが時速 300 kmなどがある。2つ目は、代表値としての平均の意味で、資料が分布している時、その分布の傾向を代表する値としての平均である。数量が違う資料も代表値の1つとして平均を用いることで比べることができる。例えば、平均気温 20℃、平均年齢 80歳などがある。

「ならず」とは、凸凹のあるものを平らにしたり、不均等なものを均等にして、どこも同じようにみなすという考え方である。どちらの考えも等分除の考えからくる総和量を分けるという考えがもとになり、 $\text{平均} = \text{総和量} \div \text{個数}$ で表される。次の単位量あたりの学習に結びつく考えにもなるため、「ならず」とはどういうことかを、数で表すだけでなく、図で表していくことで、「ならず」イメージを、数と事象を結びつけて考えていくことが大切であると考えている。

子どもたちの身の回りには平均気温や平均点、平均年齢と平均の用語が溢れ、平均について知っている子もほとんどであろう。しかしそれは言葉だったり求め方だったり形式的で、平均は何を示すものなのかについてはあいまいである。教室の規範の視点から見ても、学習内容について考えていく時に、既習の学習を活かし考えを導き出そうとする姿はあるが、言葉に頼って考えているため、互いの考え方が共有するまでには至っていない。式や図で自分の考えを簡潔に伝えることを通して相手に伝える意識を養い、数学的コミュニケーションを積み重ねていくことができると考える。

よって、本単元では、集団の特徴を表す代表値として最大値や最低値、中間値などがある中で、平均値が適切であるのかと考えることを通して、数量をならして同じ大きさにして考える意味を考えていく。そして、ならずイメージを図で表すことによって、数と事象を結び付けて考えるだけでなく、図を用いて説明することによって論理的な考え方を伸ばしていくことができるように促したい。

### (4)集団のよさが息づく授業へのアプローチ

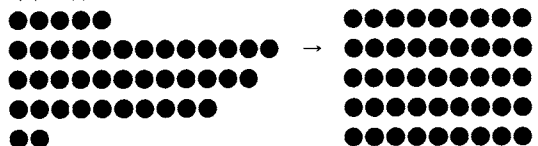
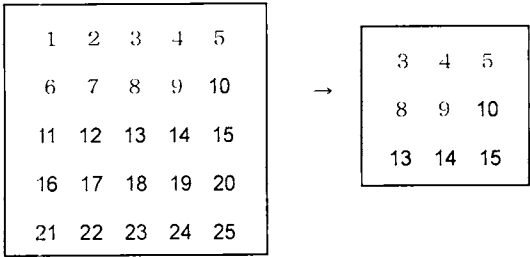
#### ① 「学びのシェア」とのかかわりから

多様な考え方が生まれた時、それが子ども達の考えの分かち合いの場と捉える。そして、それらの考えを結び付けて考えていく時には式や図が欠かせない。式や図をお互いにやりとりする中に、数学的コミュニケーションがあると考えている。そのためには、式や図のよさを感じていくことができるような手立てが必要であると考えている。そこで、本単元では積み木ゲームを行い、「どのチームがうまいといえるか」を考えていく中で、うまさの比べ方について考えていく。どんな考え方をしたかは、言葉や式では比較的表しやすいだろう。そこで平均値がよさそうだった考えに至った段階で、平均値って何を表しているのか、それで比べると人数が違っても比べられるのかということを考える時に、図で表すとどんなことだろうかを考えさせていきたい。また、実際に積み木でも確かめ、平均値を視覚的にもとらえさせていきたい。

さらに、平均の考えを理解した上で、数理の美しさにも気付いていけるような素材を扱う。いくつかの数が並ぶカードからその総和の求め方を考えていく。多様な考え方を式や図を用いてお

互いにやりとりできるだけでなく、真中の数が平均値になり、真中の数×個数で総和量が求められるおもしろさにも気付いていけるようにしたい。

### 単元計画（総時数 7 時間）

主な活動と内容	主に意識する規範	評価のポイント
<p>1. 代表値としての平均の意味について理解する</p> <p>積み木ゲームをしよう！</p> <p>どの班が上手いといえるかな？</p> <p>&lt;上手さの比べ方を考えよう&gt;</p> <p>1班：5 13 11 9 2</p> <p>2班：6 3 8 2</p> <p>3班：・・・</p> <p>①合計で②最高得点で③平均で</p> <p>・②の比べ方はできない場合があるよ</p> <p>・③はどんな考え方？平均って何を表しているんだろうね</p> <p>&lt;平均の求め方を考えよう&gt;</p> <p>式で考えると・・・</p> <p>先：<math>(5+13+11+9+2) \div 5 = 8</math></p> <p>1：<math>(7+3+8+2) \div 4 = 5</math></p> <p>図で考えると・・・</p> 	<p>(1)</p> <p>(1)(2)</p>	<p>上手さの比べ方を考えていくなかで平均値で表すことのおもしろさや気づくことができる</p>
<p>・8や5は全体の量をならしたその1人分の大きさを表しているよ</p> <p>・どこも同じ8や5の大きさになる</p> <p>・だから4人分と5人分でも比べていいんだ</p> <p>2. 0がある場合の平均や小数になる平均について考える</p> <p>平均を求めよう</p> <p>&lt;0を含む場合や平均値が小数になる場合はどう考えるのか&gt;</p> <p>・0はないんだから入れないほうがいいよ</p> <p>・0を入れないと人数が変わってしまう</p> <p>・平均値が小数になるんだけど…</p> <p>・平均値は本当の点数じゃないから小数でもいいんだよ</p>	<p>(1)</p>	<p>0を含む場合や平均値が小数になる場合もあることを理解することで平均の考えを深めることができる</p>
<p>3. 平均を使って全体量や個数を考える</p> <p>オレンジジュース1.5ℓつくるには、みかんはどれだけけるか</p> <p>&lt;みかんの個数の求め方を考えよう&gt;</p> <p>・分かっていることから1個分の平均を求めれば分かるよ</p> <p>・○個分の量をならして1個をもとめよう</p> <p>・1.5ℓ÷1コ分の平均＝個数 だ！</p>	<p>(1)</p>	<p>平均の考え方をういて全体量や個数をもとめることができる</p>
<p>1. 平均の考え方を深める</p> <p>切り取った部分□の中の数の合計を求めよう</p>  <p>・全部の数を足す <math>3+4+5+8+9+10+13+14+15=81</math></p> <p>・&lt;合計の求め方を工夫して考えよう&gt;</p> <p>・平均値で <math>9 \times 9 = 81</math></p> <p>・まん中の数が平均になっているんだね おもしろい</p> <p>・他の場合もみんな真ん中が平均になっているよ</p>	<p>(1)(2)</p>	<p>ある数の並び方にあるおもしろさに気付きながら数の総和の求め方を工夫することができる</p>

教室の規範 (1) 自分の考えを持ち、それを式や図を用いて表そうとする

(2) 互いの思いや考えを読みとり、自分の考えに活かそうとする

## ② 規範について

子ども達の考え方をもとにして考えを共有していく場面では、子ども達が自分で考えを板書するようにし、類似点を矢印でつないだり、焦点を別の場にうつして考えるなど多様な考えを整理していくよう心がけたい。

また、子どもたちのノートをいくつか教室に掲示したり紹介したりして、互いの考えの違いを伝え合ったり、認め合ったりできるようにする。友達の式や図の使い方にふれる中で、自分の考えを伝えるには言葉だけでなく式や図が有効であること、そして式や図を手がかりにして考えを深めていくことができることに気づくであろう。また、式や図で簡潔に伝えていく力は、他教科でも活かされていく力であると考えられる。

## ③ 評価について

自分で考える時間、自分の考えをふり返る時間を確保する。自分で既習の方法を使って考える見通しをもち、互いの考えを聞き合い、もう一度ふり返ることで自分の考えを再構築していくことができる。

また、自分の考えの変容を促した、「なるほど、納得」と思えたのは誰の考えか、自分の考えを支えた人の存在に気づく。

この2点について、ノートに記していく。特にふりかえりにおいては「算数日記」として記していく。

## (5)本單元における実践と考察

### ① 代表値としての平均の意味について理解する

上手さの比べ方を考えていくなかで、平均値で表すことのよさに気づく

10秒間に1cmの積み木を縦にいくつ積めるか、というゲームを班対抗で行い、どの班がうまいのかとなげかけた。ゲームの結果は表1の通りである。

子ども達から出てきた考え方は、下の3つである。

- (ア) 合計点で比べる→その点が高いほうがうまい
- (イ) 最高点と最低点の差で比べる→その差が少ない班がうまい
- (ウ) 各班の平均を求めると平均点が高い班がうまい

(ア)の合計点で比べる考え方は、人数が違うから比べられないという考えに多くの子が納得した。(イ)の比べ方においても、「例えば(a)0、0、0、1という班と(b)10、10、10、7という班がいたら、差は(a)が小さいけれど、(b)の方が点数が高いから比べられない」という例で比べられないということに納得できた。しかし、(ウ)においては、「平均をもとめます」「一人当たりの平均をもとめます」という言葉とともに、「合計÷個数」の式が出された。しかし一方で平均という言葉や求め方も知っているが、「平均って何だろうか」、「なぜ平均で比べれば人数が違ってても比べられるのか」という疑問が残った子どもたちがいた。

そこで、データを先生チームと2班にしぼり、平均について考え直すことにした。

$$\text{先生} : (5 + 13 + 11 + 9 + 2) \div 5 = 8$$

$$\text{2班} : (9 + 8 + 9 + 2) \div 4 = 7$$

この式からさらに「人数が違うのになぜ8と7で比べられるのか」と疑問が深まった。課題が焦点化され、それをみんなで明らかにしていこうという気持ちはあるものの、子どもたちにとっては、何となく分かるようではっきりしない内容ではあった。そこで子どもたちが用いたのが図であった。

先生 チ	5	13	11	9	2
1 班	10	8	11	8	
2 班	9	8	9	2	
3 班	10	9	7	7	2
4 班	10	6	7	9	9
5 班	8	8	9	9	4
6 班	9	8	2	3	
7 班	9	6	7		
8 班	6	5	3	5	8

表1 ゲームの結果

- c: これは一人当たりの平均を求めている、合計は全員の人数で出している。一人当たりだったら比べられる
- c: 平均って何ですか? くわしく教えて
- c: 平均っていうのはこの図(写真1)で、でこぼこを平らにする、がたがたな数字を平にすること
- c: 2個以上の別々の数を同じ数にすること
- c: 一人一人均等に分ける事を平均という
- c: 何で一人当たりの平均で比べるのですか?
- c: 一人がどれだけとれているのかということ
- c: 全員が点数が高いチームはレベルが高い
- c: 平均の数は一番大きい数字でもあるし、一番小さい数字でもあるから
- T: 伝えたいことを、図で表すとどれ?
- c: (写真2を指して) 全部を一回足して、それを人数で等分している
- c: どちらも同じなので、どちらで比べてもいいです
- c: 一番大きいのが8で一番小さいのが8だ
- c: 平らになったものからどうやって比べられるのか
- T: 8は1カ所だけ?
- c: どれでもいい
- c: どのひとまとまりを選んでもいい

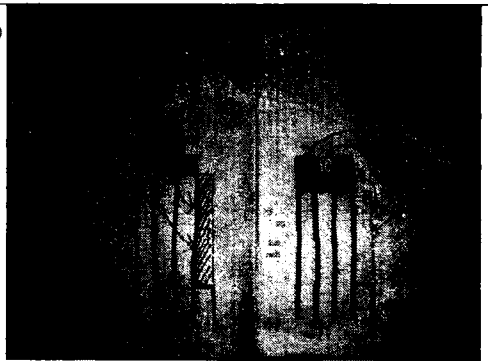


写真1 考えのもとになった図①

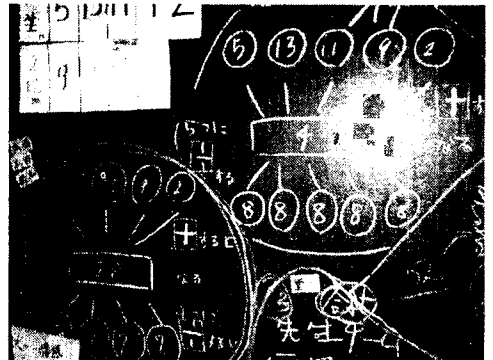


写真2 考えのもとになった図②

平均に対するイメージをお互い持っている、言葉での表現は様々に他人に伝わりにくいことも多い。だからこそ、「この図でいうとここの部分」というように、図を通してコミュニケーションを図ることで、子ども達は、お互いの平均に対する考え方を共有することができたように思う。そして、図を用いることで式によって表された平均値(「7」や「8」)はならした「1人分」を表し、その1人分を比べていることが理解できた。

また、図の表現は一人一人違って、写真3のような表し方も見られた。このように図で表すよさを子どもたちは感じ、これ以後にも図を使って考えようと意識するノートの記述が見られた(資料1)

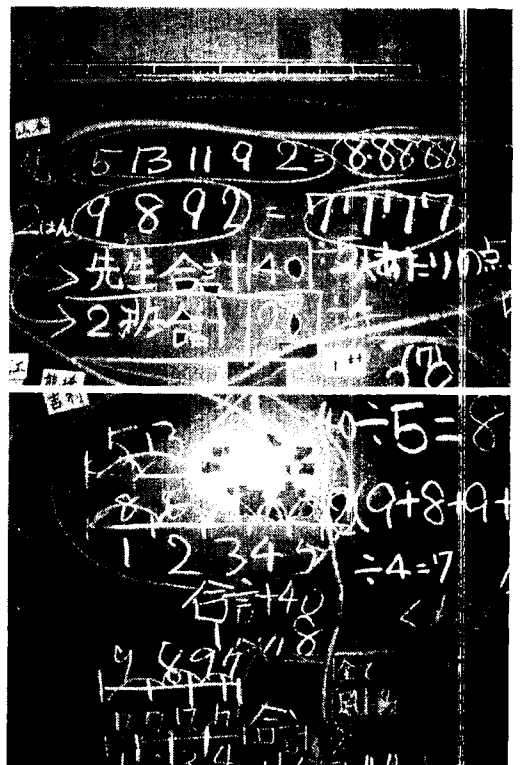
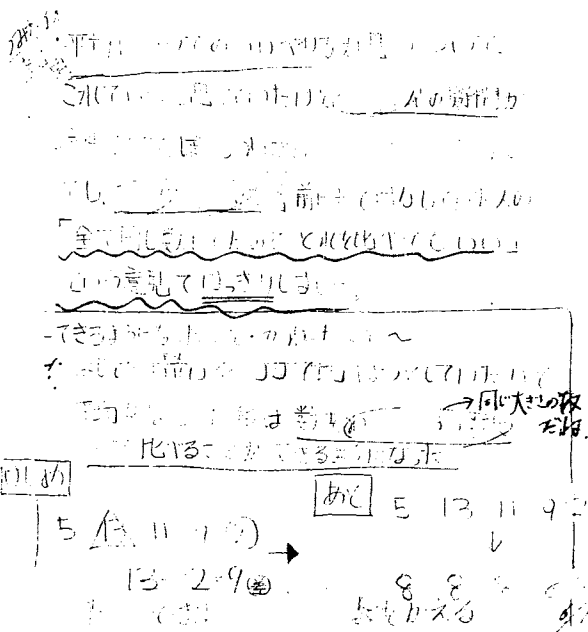


写真3 多様に表現された平均を表す図

資料1 図のよさを感じているふりかえりや活かしている様子

## ② 0がある場合の平均や小数になる平均について考える

0を含む場合や、平均値が小数になる場合もあることを理解することで、平均の考えを深める

各班の平均を求めれば、上手さを比べられるという前時を受け、この時間は実際に自分達の班の平均を求めた(資料2)。このゲームは1cmの積み木を使っていたために、小数の操作ができない、実際に表せないという考えから整数でなくてはいけないのでは、と思った子がいたのであろう。もちろん、ほとんどの班の平均値は小数となる。小数の結果に戸惑いを見せる子もいて、「小数でもいいの?」という疑問があったため、「平均は小数でも表せるのか」といった課題で考えていくことにした。

$$\begin{aligned} & \text{先生チ } (5+3+1+1+9+2) \div 5 = 8 \\ & \text{1班 } (10+8+11+8) \div 4 = 9.25 \\ & \text{2班 } (9+8+9+2) \div 4 = 7 \\ & \text{3班 } (10+9+7+7+2) \div 5 = 7 \\ & \text{4班 } (10+6+7+9+9) \div 5 = 8.4 \\ & \text{5班 } (8+8+9+9+4) \div 5 = 7.6 \\ & \text{6班 } (9+8+2+3) \div 4 = 5.5 \\ & \text{7班 } (9+6+7) \div 3 = 7.333\dots \\ & \text{8班 } (6+5+3+5+8) \div 5 = 5.4 \end{aligned}$$

資料2 各チームの平均点

まず、子ども達は前時を活かしてグラフで考え、「分けるものを細かくすればできる」とならずことを説明していた。

さらに「もし整数だったら、今よりも点数が増えたり減ったりすると合計が変化してしまうことを図示していた。そういった子どもの様子から「平均×個数=合計」という平均値と全体量の関係を意識していたことがうかがえた。また、位をそろえて考える方法も表出された。「整数で四捨五入してしまうとどれも同じうまさになるし、小数で表さないと正確ではない。」と位で大きさを比べる観点から「正確さ」にこだわっていた(資料3)。

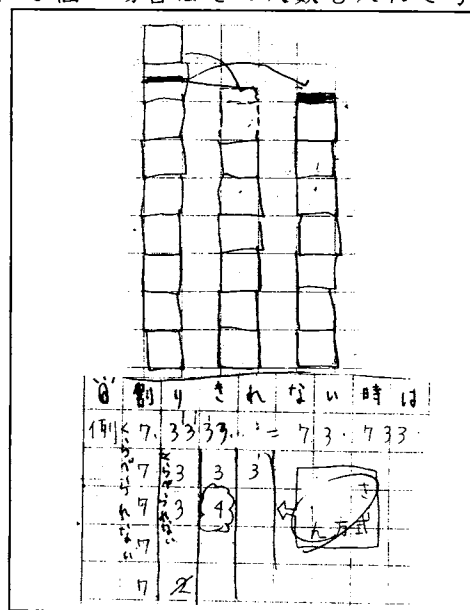
さらに割り切れない場合はどうするか考えていった。「比べる」という観点では、位をそろえて比べていけば順位はつくが、その班自体の点数をどう表すのか、ということに疑問が残った。より正確に平均値を表したいという思いから、7.333...を分数で表せばより正確であるという考えも表出された。ここから半端な数をどう表すのかという小数や分数の既習の考え方が子どもたちの中に根付いていることが感じられた。小数のままでは、今の場合小数第1位まで分かれば比べられるということで約7.3点ということに納得できた。

ある子が「0点があったらどうするの?」という疑問をノートにのり返りに残していた(資料4)。その疑問を全員に投げかけると、小数でいかに「正確に」表すかを考え、図でならず感覚をイメージできた子、あくまで1人分を考えるとという子の考えから、0個の場合はその人数も入れて考えないと正確ではないという考えに至った。

「平均は正確に求める」ということにこだわって、これまでの学習を活かして子どもたちが考えようとし、平均の考えを深めていった。このような学び合いをうんだのも、少数意見ではあったが、平均を小数で表すことに疑問をもった子の思いをとりあげるところにある。また、子どもたちにも「少数意見を認める意識」があったからである。このような学び合いを続けていくためにも、教師がノートやつぶやきから、少数派の意見を吸いあげることが大切であると考えた。

ぼくは、〇〇君の、平均が一番大きくても小さくもないという事で分かった。疑問は平均の出し方は分かって、平均に0は入るのかというのが分かりません。

資料4 「0」に対して疑問を持った子のふり返り



資料3 図や位をそろえるなど、既習を活かして比較する考え方

## ③ 平均の考え方を深める

数の並び方のおもしろさに気付き、数の総和の求め方を工夫することができる

ある決まりをもって並ぶ数の表（表3）をもとに、ある部分の総和を工夫して求める活動を行った。表をみて子どもたちは、「カレンダーみたい」とつぶやいていた。

□で囲まれた9つの数の総和はいくつだろうと考えた。1つずつ足していく方法を取り上げて、63とした。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

表3 提示した表

$$1 + 2 + 3 + 6 + 7 + 8 + 11 + 12 + 13 = 63$$

$7 + 3 = 10$ 、 $12 + 8 = 20$  と、くぎりのよい数をつくって式を処理しているようであった。

その後、新たな□で囲まれた数の「合計はいくつかな？」となげかけると、すぐさま「81！」という声と「・・・」と反応が2つに分かれた。

ここで、気づいた子の意見を求めてもよかったかもしれないが、まず自分で考えを練って欲しいこと、表を自分で操作することをねらいたかったために、自力解決の時間をとった。「81らしい」という考えはあるものの、「工夫して」という部分が難しかったのだらう。座席の近くの子の考えに耳を傾ける姿が多く見られた。そこで子どもたちがお互いの「これでいいのだろうか」というはっきりしないことを聞き合ったり、話し合ったりすることで、自分の考えを構築しやすくするために、グループの話し合いの場を設けた。



写真4 相談し合う様子

C1: ①  $3 + 4 + 5 + 8 + 9 + 10 + 13 + 14 + 15 = 81$

$81 \div 9 = 9$   $9 \times 9 = 81$  9がこの9この数の平均になっている

3	4	5
8	9	10
13	14	15

C2: ② まず縦となめの数で足すと27。どれも27になったので  $27 \times 3 = 81$

C3: ③ 8、9、10を足していないんだけど

C2: (表を横にして) こうやって横に見れば、縦と横になる...

C4: どうして足してない数があるのに、合計だと言っていいのですか

T: 証を開けた人、代わりに言えるかな?

C5: 9が3回使ってあって、8と10が一回も使われていないんだけど、それは  $8 + 10 = 18$   $18 + 9 = 27$   $9 \times 3 = 27$

この3つを足したら、答えが27になるんだけど。9を三回使っても、3つの数字を足しても同じになる

3	4	5
8	9	10
13	14	15

C6: ④  $18 + 18 + 18 + 18 + 9 = 18 \times 4 + 9 = 81$

C7: 同じ回数を何度もかけるから、C6さんの考えと似ている

C8: ⑤  $9 \times 9 = 81$  真ん中×個数で全部の合計が分かる。これはこの□で囲んだ部分でもできるし、この表全体でもできる

C9: ⑥ と似てる。これは、文字の式で表している。本当にどこに□があってもできる

T: 本当に?じゃあこの表全部の数の合計は?

C10: 真ん中が5で、全部で25個数字があるから  $5 \times 25 = 125$ だ!

T: どうして真ん中の数がわかるだけで合計が分かるんだろうね

C11: みんなの意見に似ているんだけど、こんなふうに2つの数字を2で割ると9になる。そうすると9が8個になり、真ん中の9を足すと9個になるから、真ん中かける9個をすると平均がでるのだと思います。

⑦  $3 + 15 = 18$ で  $18 \div 2 = 9$ 、 $4 + 14 = 18$ で  $18 \div 2 = 9$ 、 $5 + 13 = 18$ で  $18 \div 2 = 9$ 、

$8 + 10 = 18$ で  $18 \div 2 = 9$ 、最後に真ん中の9

T: 誰の考えに似ているんだろう

C12: 同じ数をかけているのは②や③に似ている...

C13: 真ん中の数が平均値っていうのは①や④に似ている...

T: 真ん中の数が全体の平均値だって見れるのは、②や③のように、どれも9と見ることができるからだね

真ん中の数×個数で求められる(奇数)

↓								
平均								
	3	4	5	9	9	9		
	8	9	10	→	9	9	9	= 9×9=81
	13	14	15		9	9	9	↑



①の考えで、はじめから「平均」という考えが出てきたが、それは合計÷個数をする真ん中が平均と言えるという逆の思考から考えたものだった。その後の④の考えでは、「真中の数が全体の平均になっている」ということから、「□で囲んだ部分だけでなく、表全体でもそのことが言える」ということまで見つけた。④が出た時、「どっちも $9 \times 9$ をしていて①と④が似ている」という発言から、他の場合においても平均の考えがもとになっていることに気づくことができるように、「他に似ている考えはないか」と投げかけた。すると、「②と③が同じ数を何度もかけているから似ている」と子ども達は考えた。最後に⑤の考えが出てきて、「どこも9になる」という見方ができ、①も②も③も④も、全部同じ数を何回もかけているという考え方が似ていることから、最終的に平均の考えに至った。そして、最後には、どこでも「真ん中×個数」で合計が求められることに気づくことができた。

これらのやりとりから、グループで考えていくことで互いの思いが繋がった多様な考えが生まれ、さらには、一つの表を多面的に見ることができたと考えられる。「平均がこんなところでも使えるのだ」「これは偶数の表ではいうことは出来ない」という、自分なりに発見や考えを広げていた子のふりかえりからも、数の並びに目を向けたり、平均値をもとにして考えるなど、考え方のおもしろさ不思議さを少しでも感じることはできたのではないだろうか。そして、平均値となる根拠である表の数の並びのきまりまでは気づかなかったが、同じ数をかけるということに多数の考えが繋がり、ならしてみなすという平均の意味について考えていくことはできたと考える。

グループで話し合うことで、子ども達は自分の考えのはっきりしていない部分を構築していく手がかりを得られたことから、この活動は集団で学習するよさを感じていくのに、効果的であったと考えられる。しかしその反面、グループでの話し合いを通して多様な考え方が出され、多様であったゆえに、自分たちがどの方向に向けて考えを収束してくのかがあいまいであったように思う。また、「工夫して」という投げかけも曖昧さをうんだ一つであろう。「数の並びに目を向けると?」、「どんな場合でも使える考え方は?」「シンプルではやく求められる考え方は?」などお互いの考えのよさやよりよい方法に目を向けていける視点をもってグループでの話し合いができるような、働きかけが必要であったように思う。

## (6)単元を終えて

### ① 数学的コミュニケーションとしての図やグループでの話し合い

この単元では、自分の考えを式や図を使っていかに表現していくか、また、友だちの考えを式や図からいかに読みとっていくか、ということに重点をおいた。今まで言葉のみで説明していた子、ノートにも言葉だけ書いていた子に少しずつ変化が表れ、何とか式や図を用いていこうとする意識が見られるようになってきた。また、発信する方の考えがはっきりしてくると、今度は受信する方が「図のここの意味が分からない」「どうしてこの式がこう変化するのか」というように、はっきり知りたいことも明確になってきていた。式や図は数学的にお互いの考えをやりとりするものでもあるが、互いの考えを共有し、認め合う規範づくりにも欠かせないものであると思えた。また、本単元におけるグループや隣同士など相手と近い距離での話し合いは、図のやりとり、言葉のやりとりなどが行われ、とても効果的であった。これからは、教師から働きかけなくとも、図を用いて考えたり、話し合いの場を持つことを、自分達で取り入れていけるように、さらにそのやりとりのよさを感じることができるような手立てを考えていきたい。

### ② ふりかえりから見る評価

さらに、本単元における評価ではあるが、毎時間ふりかえりをする中で、以下のようにそれぞれの学習後の思いや、友だちの考えを何とか理解しようという姿が見られた。

「今までは平均点よりもいい点をとればよいと思っていたけど、みんなの点数が変われば平均点も変わってくるということが分かりました。」「○○さんの質問や反対意見によって、簡単に考えて分かっていたことを深く分かったり、自分ではうまく説明できなかったことが、その質問によりみんなまで考えて“分かった”という所にまで達することができた。」などである。

特に○○さんという言葉を意識して書いている子が多い。しかし、友だちの考えを理解しよう

とするあまり、課題に迫るふりかえりがあまり見られなかった。また、自分の考えをもととするものの、その考えを再構築するには至らなかったことから、数理の美しさやおもしろさにかかわる評価のふりかえりの観点をはっきりさせていく働きかけが必要であると考えている。

#### (7)今後の課題

本単元において用いられた図は、主にグラフと子ども達の考え出したタコの足のような図である。子ども達なりに等分を意識した図であると思う。この単元をステップに、今後は線分図や面積図など、その場合にあった図を使って考えていくことができるようにしたい。図を使いこなすことが、自分の考えを簡潔に伝えるだけでなく、相手の考えが読みとりやすくなるという、規範の一つとなっていくと考えるからである。

また、数理の美しさやおもしろさをもっと子ども達が味わえるような素材を考えていくことが、集団で学ぶよさにつながると考える。