

算 数 科

吉 本 克 司
才 鷹 一 博
松 中 基

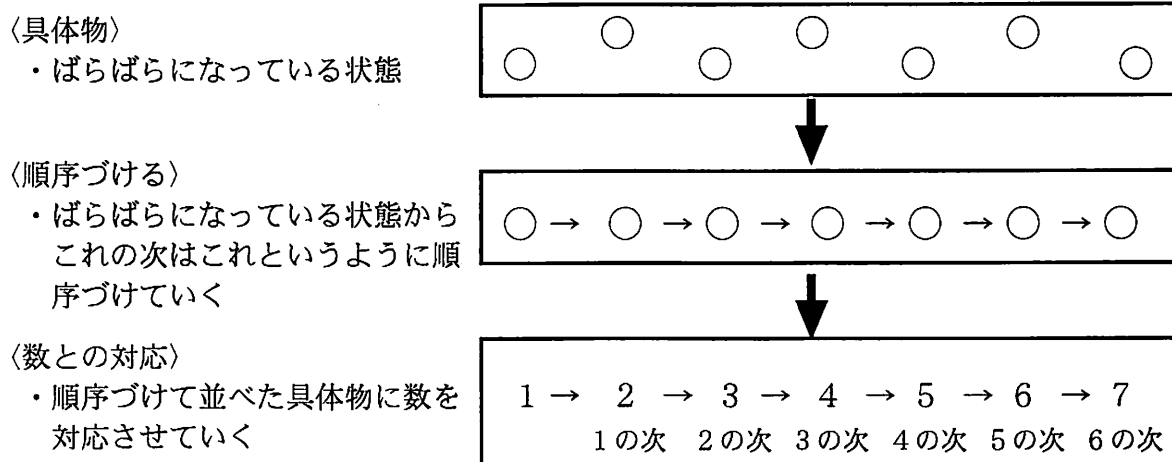
1 算数科の本質について

算数科は、論理の学問といわれる。論理は決してあるものではなく創ることである。それでは「どんな論理」を創ればよいのであろうか。私たちは「どんな論理」を創るのかによって、算数科が他の教科と区別されることになり、教科の特性になると考えている。算数科で創らなければならない論理は、「数学的形式」であると考えている。

なぜ、「数学的形式」なのか。このことを数（自然数）の指導を例に述べてみる。

数（自然数）は、個数や順番などを表すことに使われている。しかし、「数（自然数）とは何であろう」と問いかけてみると、学年が進んでも返答に窮するか、「いくつ」という個数を数と混同してしまう姿がよく見られる。それは、数（自然数）指導の導入で「いくつ」と数えることから始まり、個数を数ととらえてしまうからである。

物の数を数えるということは、下記のように数を対応づけていくことである。したがって、物の個数を数えるときには、 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow \dots$ という系列が使われるということになる。



そして、「数（自然数）とは」の答えとしては、「はじめがあって、次々という系列」になりそれが「数学的形式」であると考えている。

「数学的形式」を問うことなく、「いずれわかるであろう」と安易に考えていると、上記のように「使われ方」との混同を引き起こしてしまう。

「使われ方」をいくら学習しても、新たな数の生成はできない。新たな数の生成は「数学的形式」から「新たな数学的形式」を創ることで可能になる。

現象の多様性は“あること”の多様な表れとみなすことができる。その“あること”が現象の本質であり、そのことが「形式」になる。それを算数で考えたことが「数学的形式」である。基本的には、「～とは」に対する答えになることである。

そこで、算数科の本質を次のように考える。

- ・現象に「数学的形式」を見出すこと
- ・「数学的形式」から「新たな数学的形式」を創ること

2 本質にもとづく基礎・基本について

算数科の教材分析をすると、「何が」（数学的形式）「どのように使われるか」（その使用）になる。「数学的形式」については前述した通りである。「その使用」というのは、主に問題解決の場での量処理や計算や作図などのことである。とかく、このことをうまくできることが算数科の基礎・基本と思われがちである。しかし、そのことだけでは、数学的形式が「何」であるかわからないままになってしまい、上記で考えた算数科の本質からそれることになる。

現象に「数学的形式」を見出したり、「数学的形式」から「新たな数学的形式」を創るためには、「～とは」の問いかけが必要になる。そして、その時「～とは」に対して自分なりの“想い（形）”を持ち、追求していくことで曖昧模糊としていた「数学的形式」が明らかになっていくのである。

そこで、算数科の基礎・基本を下記のように考えることにする。

「～とは」に対して 自分なりの“想い（形）”を持ち 追求していくこと

3 自己の学びを広げ深めるについて

算数科で自己の学びを広げ深めるということについては、次のように考えている。

自分なりに持っている“想い（形）”の曖昧さや矛盾に気づき、自分の“想い（形）”を修正しながら、より良い「数学的形式」を見出したり、創ったりしていくこと

そこで、下記のことを指導の重点とする。

(1) 子どもの持つ“想い（形）”の掘り起こしをする場を大切に扱う

子どものこれまでの学習や生活経験で一人一人が持つ“想い（形）”の掘り起こしをする。

例えば、6年で分数のかけ算を学習する時には、既習の分数やかけ算についての一人一人の“想い（形）”を掘り起こすが必要になる。子どもによっては、分数を単位分数・割合分数分割分数としてとらえていたり、かけ算を累加や基準×倍でとらえていたりするからである。このように、“あること”に対する子どもの“想い（形）”はまちまちである。

それで、子どもの表現手段を認識し、表現しやすい手段を与え、子どもの持つ“想い（形）”を見出していくようにする。そのことで、子どもは現在の自分の“想い（形）”について認識するようになり、「数学的形式」を創っていく時のきっかけになると思える。

(2) よりよい数学的形式を創っていく場を大切に扱う

曖昧さや困難・矛盾に気づきながら、一人一人の自分の“想い（形）”を修正していくことを大切に扱う。その時、教師は先を見通してすぐ訂正させるのではなく、子どもが矛盾や曖昧さを納得できるように配慮していく必要がある。

そのことで、子どもはよりよい数学的形式を創っていこうとすることになり、自分の考えの変容を意識することになると思える。

(3) 数学的形式の使われる場を設定する

「使われ方」から「数学的形式」を見出した場合は他の使われ方を知ったり、「数学的形式」から「新たな数学的形式」を創りだした場合でもその「使われ方」を知ることによって、「数学的形式」と「その使用」の区別が明らかになると思われる。

また、「数学的形式」の価値を自分なりに知り、「数学的形式」を見出そうとしたり、創っていこうとするようになると思われる。

4 実践例 — 4年 —

(1) 単元名 折れ線グラフ

(2) 目標 折れ線グラフは、伴って変わる2つの数量の一対一対応を表していることを理解できる。

(3) 指導にあたって

学習材について

グラフの指導ではグラフの特性を理解し、目的に応じてグラフが選択できたり、読み書きができるようになることに指導の重点がいきがちである。しかし、算数科で扱うからには「数学的形式」は何か問うことなく学習が進められてはいけない。

そこで本単元の教材を「数学的形式」と「その使用」という観点で分析すると「数学的形式」は対応（一対一対応）となり、「その使用」というのは伴って変わる2つの数量の関係をグラフで表したり、グラフから傾向を読み取ることになると思われる。

「数学的形式」を対応と決めたのは、表やグラフをかける（座標上に点を設定できる）のは○に対して△と決められるからである。そして、表・グラフ・式は対応の表現として考えられるからである。

「折れ線グラフ」については、子どもは日常の生活経験や「わたしの健康」などで使われている場について知っている。従って、本単元では「折れ線グラフ」という「使われ方」の中に「数学的形式」を見出す学習になると思える。

「折れ線グラフ」は伴って変わる2つの数量の関係を考える「関数グラフ」（比例・反比例のグラフ）へと発展していく。その時、一意対応づけた後に決まりを考えることになる。そこで、その素地として「折れ線グラフ」は伴って変わる2つの数量の一対一の対応を表していることをとらえさせることが大切であると考えられる。

本単元の基礎・基本

算数科での基礎・基本は「～とは」にたいして自分なりの“想い（形）”をもち、追求していくことである。

本単元では「折れ線グラフ」とはのゴール（折れ線グラフは伴って変わる2つの数量の一対一対応を表すグラフである）に向かって「使われている場」から自分なりに追求していくことになる。

しかし、「折れ線グラフとは」と子どもに問いかけしても返答に窮するであろう。

そこでグラフとして、これまで棒グラフを学習しているので、棒グラフとの構成の違いから、その違いのわけを自分なりに追求していくことが「折れ線グラフとは」に自分なりの“想い（形）”を持つことになっていくと思える。

・ どうして、縦と横に目盛りがあるのだろうか。

・ どうして、線でつながっているのだろうか。さらに、折れ線グラフで表せない場合は、どんな場合か。

これらのことを考えていく中で、「折れ

単元計画（総時数 6時限）

主な活動と内容	学びを広げ深めるために
1 棒グラフと折れ線グラフの違いを考える ＜使われ方の違い＞ ・棒グラフは何がいくつを表し 大小を比べる時 ・折れ線グラフは変化の様子を調べる時 ＜グラフの違い＞ ・棒グラフは縦にめもりがあるが 折れ線グラフは縦と横にめもりがある ・棒グラフはつながっていないが 折れ線グラフは線でつながっている	①
2 折れ線グラフがどんなグラフといえるか考える ＜どうして縦と横にめもりがあるのか＞ ・時刻と温度が同時に変わっていくから ＜どうして線でつながっているのだろうか＞ ・時刻の変化に対して必ず温度が考えられるから 折れ線グラフは2つの数が伴って変わる時 一方に対してもう一方も決まることを表すグラフである	①②
3 折れ線グラフから読みとれることを話し合う ・最高や最低の大きさがわかる ・線のかたむきで変わり方の大きさがわかる	①②
4 伴って変わり 一方が変わればもう一方が決まることをグラフに表す ・身の回りのことでいろいろ考えられるよ	③
5 自分のかいたグラフの発表会をする（2時限） ・めもりのとり方やかき方の注意がわかったよ	③

線グラフとは」に対し自分の“想い（形）”を修正し、ゴールに向かっていくことになると思う。

学びを広げ深めるために

① 子どものもつ“想い（形）”の掘り起こしをする場を大切に扱う

子どもは「わたしの健康」や新聞等で折れ線グラフを見た経験があると思える。そこでどんな場に使われているのか想起させたり、既習の棒グラフとの見かけ上の違いから構成の違いに着目させ、「折れ線グラフとは」に対する自分なりの“想い（形）”をもてるように考えさせていきたい。その時に「何が違うのか」に対し、言葉での表現がしにくい子どもには折れ線グラフと棒グラフのかいたプリントを渡し、違っている箇所に印を付けさせるようにしていく。

② よりよい数学的形式を創っていく場を大切に扱う

「折れ線グラフとは」を伴って変わる2つの数量の一対一対応であることに気づかせていくことがゴールである。そのためには変化を表すグラフと考えている子には「何が変わるのか」を尋ね、不備を修正し、1量の変化でなく伴って変わる2つの数量の変化を意識づけていくようにする。また、伴って変わる2つの数量の表現にとどまっている子どもには「伴って変わる2つの数量ならどんな場合も折れ線グラフに表せるのか」を考えさせる場を設定し、一対一対応でない場合は、折れ線グラフにならない場合があることに気づかせ、一対一の対応の大切さを意識づけていくようにする。

③ 数学的形式が使われる場を設定する

伴って変わる2量で、一方が決まればただ一つ決まるという事象を生活の中で探し、グラフ表現させていく。その時、みんなに知らせたいことを考えさせることで「折れ線グラフ」が生活の中で目的によって有用であることに気づかせ、数学的形式のよさを感得できるようにしていく。


(4) 本単元における授業の実際と考察

本単元における学びを広げ深めるために設定した①②③について、授業の実際に基づき考察をしていくことにする。

① 子どものもつ“想い（形）”の掘り起こしをする場での授業の実際と考察

ア 折れ線グラフについて最初の“想い（形）”を掘り起こす場

子どもの主な意識の流れ
<グラフって知っていますか>
・「わたしの健康」にでているよ
・保健だよりのけが人調べで見たことあるよ
・前に図書室前の掲示板で見たよ
<折れ線グラフというのは どんなグラフですか>
・月ごとの体重とかを表すグラフ
・温度とかの変わっていく様子を表すグラフ
・（黒板にかく）



折れ線グラフについては掲示板で見たり、「わたしの健康」に月ごとの身長や体重を自分で記録をしているので全員が知っていた。

それで折れ線グラフについての最初の“想い（形）”を掘り起こすために「どんなグラフか」と問いかけてみた。ほとんどの子は変化に着目し、「変わっていく様子を表すグラフ」という「折れ線グラフの使われ方」でとらえていた。また、言葉での表現の難しい子には図でかかせることで「線になっているグラフ」という“想い（形）”を掘り起こすことができた。この

ように最初の“想い（形）”を掘り起こすことはこれからの学習で子どもが自ら“想い（形）”の変容を意識する上で有効であった。

イ 折れ線グラフの「使われ方」と「作られ方」の“想い（形）”を掘り起こす場

車種別の車の台数を表す棒グラフと時間に伴って変わる水温を表す折れ線グラフを提示
<棒グラフと折れ線グラフの使われ方や作られ方の違いは>

「折れ線グラフはどんなグラフか」を最初の“想い（形）”からさらに深めるために折れ線グラフと既習の棒グラフの違いを考えさせた。その際、

「使われ方」

- ・棒グラフは何かの数を表しているが 折れ線グラフはいろんな時の温度が変わっていくことを表している
- ・棒グラフは何がいくつあるかがわかるようにしているし 折れ線グラフは水の温度や体重や身長の変化を表している
- ・何かの変わっていく様子を表す時

「作られ方」

- ・棒グラフには縦にメモリがあるけれど 折れ線グラフは縦と横にメモリがある
- ・棒グラフは棒の長さで何がいくつかを表し 線でつながっていないが 折れ線グラフは線でつながっている

「使われ方の違い」だけで「どんなグラフか」をとらえている子には机間巡視をしながら「作られ方の違い」にも着目させるようにしてきた。このように、棒グラフとの比較を通して、折れ線グラフの「使われ方」として「何かの変化を表すグラフ」、また「作られ方」として「縦と横にメモリがあること」と「線でつながっていること」を明らかにすることができた。このことは、子どもの「折れ線グラフとは」についての“想い(形)”をより深めることにつながったといえる。

② よりよい数学的形式を創っていく場での授業の実際と考察

ア 折れ線グラフが伴って変わる2量の対応を表していることを意識する場

〈どうして折れ線グラフには縦と横にメモリがあるのだろうか〉

- ・先生のヒントでわかったんだけど 縦は何度を表し 横は何時を表していつ何時に何度を表すため
- ・縦と横で表すものが違うのでメモリが2つある
- ・時間が経つと温度も変わることを表すためには 2つのメモリがあるよ
- ・時間と温度のように2つのことがいっしょに変わっていくから縦と横にメモリがある

〈どうして線でつながっているのか〉

- ・もし棒グラフでその温度を表したら 1時間の中の変化がわからないから
- ・1時間の中の動きを表すため
- ・(磁石を置きながら)このように1時間の間にも何時何分に何度と考えられるから

(磁石を置きながら)磁石を点と考えると 点が集まっていく線になることを説明し 途中の○に対しても△が考えられることを表すために線になっていることをまとめる

折れ線グラフの「作られ方」で、縦と横にメモリがあることと線でつながっている理由を考えることで、伴って変わる2量とその対応を意識させようとした。

実際の授業の中では、2つの問題の意味が分からなくて困っている子もいた。そこで、縦と横にメモリがある理由で悩んでいる子には「2つの数字は必要なのか。」「どうして2つの数字はひとつようなのか。」を考えてみるように助言した。また、線でつながっているわけで悩んでいる子には「この点がどんなことを表しているのか。」「点と

点の間は、どうして線になっているのか。」を考えてみるように助言した。その結果、子どもの意見にも見られるように、伴って変わる2量と1時間の途中までは着目できたと思える。ただ、点が集まって線になるという理解

が十分でないために途中の2量の対応の意識は弱かったと思える。そこで、磁石を並べながら、1時間の間に途中の○に対する△を意識させることで、線が伴って変わる2量の対応を表していることに気づかせることができたと思える。

イ 折れ線グラフは伴って変わる2量の一対一対応を表していることを意識する場

〈○が変わるといっしょに△も変わると折れ線グラフで表せるかな〉

- ・折れ線グラフで表せる
- ・わからないな

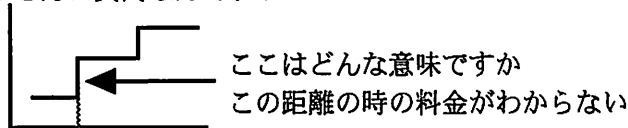
〈タクシーやバスの料金はどうなるだろう〉

- ・距離によって料金が変わっていくから折れ線グラフになる

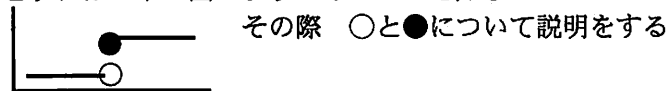
伴って変わる2量の関係なら、みな折れ線グラフで表すことができるのかを考えさせ、一対一対応でないタクシーやバスの距離と料金の例から、折れ線グラフは伴って変わる2量の一対一対応をあらわしていることに気づかせようとした。



- ・ A君のグラフに質問なんだけど 料金は突然変わるし距離が変わっても同じ料金になることがあるので真っすぐの線にはならない
- ・ Bさんに質問なんです



タクシーの料金などで時間によって料金が上がらないとすれば 下の図のようになることを知らせる



- ・ タクシーやバスの料金は距離が変わっても料金と同じという時があるので折れ線グラフにはならない
- ・ 線で結べない所ができるから折れ線グラフにならない

(折れ線グラフはどんなグラフなのだろう)

- ・ 1つが変化するといっしょにもう1つも変化することを表すグラフ
- ・ 1つの○に対して1つの△が決まるグラフ

実際の授業では、タクシーやバスの距離と料金をグラフにかかせることで、次のような問題が出てきた。

A君のグラフからは、距離が変わっていくといきなり料金が変わる場合はどうなるのか。Bさんがかいたグラフからは、ある距離の時の料金はどうかという問題が出てきた。これらの問題から線で結ぶことができない場合があることに気づいていった。線で結ぶと○の時の△がわからなくなるという意識であった。これは、先の学習の線が2量の対応を表すということのとらえの表れであると思える。

また、このグラフについて話し合っていく中で、距離が変わっても料金と同じであることがあるので折れ線グラフにはならないということに気づいていった。このことから、折れ線グラフは1つが変化すると同時にもう1つも変化することを表すグラフで、1つに対してもう1つが決まるということを表すグラフであることをとらえさせることができたと思える。

③ 数学的形式が使われる場での授業の実際と考察

(みんなに知らせたいことを折れ線グラフで表そう)

- ・ 運動の後の時間と体温の変化
- ・ 1日ごとのへちまの茎の長さ
- ・ 学校の池の水温の変化
- ・ 1年の時からの身長の変化

(これらのことは折れ線グラフで表せるだろうか)

- ・ どれも折れ線グラフで表すことができる

活動の中で、自分の考えたことが「これだったら棒グラフになる。」などのつぶやきが聞こえた。このことは折れ線グラフと棒グラフの違いを意識し、2量の変化に着目して考えようとしている表れであると思える。

また、折れ線グラフで表すことができるかの判断が適切にできたのは、これまでの学習で「折れ線グラフがどんなグラフなのか」に対して自分なりの“想い(形)”を明確に持てたからだと思える。

以上、学びを広げ深めるための①②③について考察してきた。学びを広げ深めていくということは、本単元では「折れ線グラフとは」について自分なりの“想い(形)”を修正しながら「折れ線グラフは伴って変わる2量の一対一対応を表すグラフ」ととらえることであった。

当初、「変化を表すグラフ」という「使われ方」だけでしかとらえられなかったり、ただ図でかき、線の意味も明らかにならなかった子も「どうして縦と横にめもりがあるのか」「どうして線につながっているのか」「折れ線グラフで表せない場合」を考えていくことで、本単元の基礎・基本である「自分なりの“想い(形)”を持ち、追求していくこと」ができたのではないかと考える。また、自分の“想い(形)”を深め、変容を意識できたのではないかと考える。

しかし、問題としては子どもに曖昧さや矛盾を気づかせていく時の問いかけで意味がわかりにくかったり、あまりにも教師の意図的な単元の流れであるために子ども自ら修正していくということにはならなかった。今後は、自ら修正していけるような方法を検討していかなければならない。