

# 数学科研究主題 「数学的な思考力の育成」

浜口 国彦  
数学科 戸水 吉信  
三浦 幸生

## 1. テーマ設定の理由

本校数学科では、数学的な思考力の育成を目標として、これまで継続的に研究を重ねてきた。金沢大学の谷実教授の指導の下、ファン・ヒーレの思考水準について学習をすすめ、実践を重ねてきた。そして、思考力の育成のために、自己表現力を高め、伝えあう活動を行い、授業実践を行った。

平成22年度は、言語活動を学習活動の一部に取り入れ、数学科における「言語に関わって伸ばしたい力」を「筋道を立てて説明する力」と位置づけ、他者に自分の考え方をわかりやすく「説明する」力の育成を目指した授業実践を行ってきた。

平成23年度と平成24年度は、言語活動における学習活動の評価の研究を行い、「筋道を立てて説明する力の評価」を「数学的な見方や考え方」に焦点をあて、形成的評価としての積み重ねを行ってきた。その際、「筋道を立てた説明」を、「直観的な説明」「類推的な説明」「帰納的な説明」「演繹的な説明」に分類し、生徒の考えをよりの確に評価し、より効果的にフィードバックする方法を模索した。その方法として「評価の指針」を作成し、これを用いて授業者だけでなく生徒自身もふるかえることで、どのような力がついたか検証し、授業自体にもフィードバックされるような形成的評価の積み重ねを行ってきた。

これまでの数学科の研究は、まさに数学的な思考力を育むための有効な手段の1つであることがわかった。すなわち、筋道を立てて説明する力を伸ばすことは、自分の考えを整理し、それを数学的に表現する力につながる。そして、それを伝えあい、評価しあうことが、さらに自分の考えを数学的に高めることにつながることもわかった。

そこで今年度は、数学科の研究テーマを「数学的な思考力の育成」とし、昨年度までの研究をより深めていくことにした。そして最終的には、生徒に「演繹的に説明する」力をつけることを目標として、形成的評価の成果を検証し、それを数学的な思考力を育むための効果的な指導と評価としてまとめていきたい。

なお、本校数学科では、数学的な思考力を下の4つのように分類している。

- ・直観的な思考力 … 操作活動等を通して直観的に思考する
- ・類推的な思考力 … 他の類似した事例から類推的に思考する
- ・帰納的な思考力 … 具体的な事例や特別な事例を通して一般的な法則を思考する
- ・演繹的な思考力 … 既習の法則をもとにしてさらに別の法則を思考する

## 2. 課題を解決するための思考のあり方について

### (1) 課題設定のあり方について

「おや どうなるだろうか なぜだろう どうしたらよいかな 本当だろうか どちらがよいだろうか」といった生徒の内面からの問いが出るような課題設定が必要である。身の回りの事象や既習の学習内容の中に生徒が不思議さや疑問を感じる課題があれば、生徒が興味・関心を示し、自ら進んで考えようとする。その際、生徒の思考を促す教師の発問の吟味も大切である。そうすれば生徒の内面で既習の数学の知識・技能を用いて考えようとする。

つまり、適切な学習課題をもとにして、適切な発問をすることによって、生徒の思考活動が促されるということだ。なお、それらの発問を次のように分類した。

#### ① 発展性を問う発問 → 直観的な思考・帰納的な思考や類推的な思考を促す

「他に何がいえませんか」

「さらにいえることはありますか」

「条件を変えたらどうなりますか」

#### ② 共通性や相違性を問う発問 → 類推的な思考を促す

「これは〇〇と同じですか」

「〇〇との違いは何ですか」

「似ていることはありませんか」

#### ③ ある性質や決まりの一般性を問う発問 → 帰納的な思考や演繹的な思考を促す

「いつでもいえますか」

「他の場合でもいえますか」

「どのようなときにいえますか」

#### ④ 理由や根拠を問う発問 → 帰納的な思考や演繹的な思考を促す

「なぜいえますか」

「どんな理由からですか」

「これは〇〇といえますか」

### (2) 思考の型について

本校研究部からの提案をもとにして、本校数学科では、数学的な思考力を育成するために次のような思考の型を用いた。

① 予想する … 物事のなりゆきや結果について前もって見当をつける。

→ 直観的な思考・類推的な思考につながる。

② 仮定する … ある命題を導き出す推論の出発点におかれる前提条件を定める。

→ 直観的な思考・類推的な思考につながる。

③推論する … ある事実をもとにして、未知の事柄を推しはかり論じる。  
→ 類推的な思考・帰納的な思考につながる。

④類推する … 類似の点をもとにして、他を推しはかる。  
→ 類推的な思考につながる。

⑤分類する … 物事や現象を、区分を行うことによって整頓し体系づける。  
→ 類推的な思考・帰納的な思考につながる。

⑥比較する … いくつかの物事を、同じところ、違うところ、似たところなどに目をつけて比べ、性質や特徴を明らかにする。  
→ 類推的な思考・帰納的な思考につながる。

⑦要約する … 文章などの要点をとりまとめる。  
→ 帰納的な思考・演繹的な思考につながる。

⑧抽象化する … 同じ特徴をもった複数のものを、『同じもの』としてひとくくりに考えて一般化する。  
→ 帰納的な思考につながる。

⑨根拠を明らかにする … 物事が存在するための理由となるものを明確にする。  
→ 演繹的な思考につながる。

### (3) よりよく思考するための手立てについて

思考の型をより効果的に用いるために、本校数学科では、それぞれの学年で次のような方法を用いた。なお、それぞれの学年の詳細は、次章で紹介する。

①1年生 … タイトル付きレポート  
(要約する, 類推する, 分類する, 比較する)

②2年生 … 他者への説明  
(根拠を明らかにする)

③3年生 … 対比表  
(比較する, 抽象化(一般化)する)

### 3. 各学年の実践

#### (1) 第1学年の実践

##### ①ねらい

1年生の「文字と式」では、数量の関係や法則などを、文字を用いた式でどのように表すのかや、式が何を意味しているのかを考える。このような活動を通して、数学的な思考力の育成をしていく。

1年生ではレポートを実施し、そのレポートにタイトルを付けることで、レポートの内容を要約する。レポートの参観者は、レポートのタイトルから、そのレポートの内容を類推したり、分類したり、比較したりする。このような活動を通して、類推的な思考力や帰納的な思考力を育成していく。そして、2年生の図形における論証指導の素地を養い、演繹的な思考力の育成につなげていく。

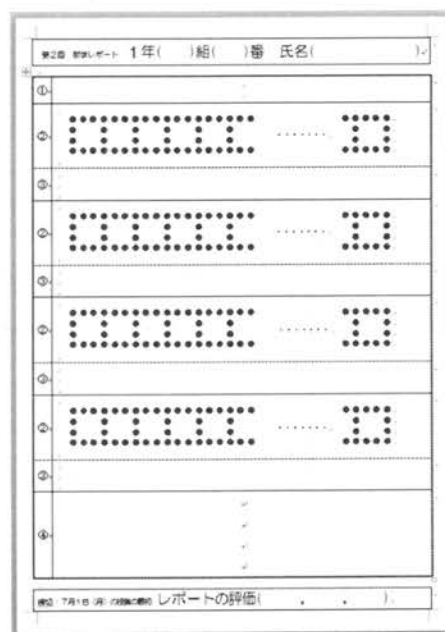
##### ②思考の型

- ア. レポート製作者 … 「要約」
- イ. レポート参観者 … 「類推, 分類, 比較」

##### ③思考の手立て

数学的な思考力を育成する活動として、④の課題と実践で後述するように、レポート課題を單元ごとに設定した。

なお、今回の紀要では主に2章「文字と式」のレポートについて紹介する。このレポートでは図Iのレポート用紙を用いて、基石の数え方(分け方と式)を考える。レポート製作者はその内容を表すタイトルを考え、レポート参観者はタイトルからレポートの内容を想像する。



図I：使用したレポート用紙

##### ④課題と実践

###### ア. 課題

- ・ 数学的な思考力を育成する活動として、レポート課題を單元ごとに下のよう設定した。
  - 1章「正負の数」 … 負の数を使ったパズルを考える。
  - 2章「文字と式」 … 基石の個数の数え方(分け方と式)を考える。
  - 3章「方程式」 … 手順のある活動・作業(その手順になる理由)を考える。
  - 4章「比例と反比例」 … 身の回りにおける関数関係(比例・反比例・その他)を探す。
  - 5章「平面図形」 … 身の回りにおける対称な図形(線対称・点対称)を探す。
  - 6章「空間図形」 … いろいろな立体を様々な見方で分類する。

###### イ. 実践

- ・ レポートを作成する。

- (a) タイトルをつける。
- (b) 基石の分け方を図示する。
- (c) (b)の分け方をもとにして式をつくる。
- (d) (b)(c)から気づいたことをかく。  
(なお、(b)(c)は4回ずつ行って比較検討する。)

・レポートのタイトルを提示し、その内容を想像する。

- (a) 基石の分け方が想像できるタイトルの例
  - ・逆「コ」で規則発見
  - ・ロココココ…
  - ・カタカナやアルファベット分け
  - ・透明基石マン参上!!
- (b) 式から気づいた内容が想像できるタイトルの例
  - ・全ての式は…
  - ・一つの規則，全ては一つに
  - ・なんだ，みんな同じか!!

●レポートのタイトルについてのアンケートを行い，その効果を検証する。

(a) 結果

A…思う B…やや思う C…あまり思わない D…思わない

質問項目	A	B	C	D
レポートにはタイトルをつけた方がいいと思いますか	67.3%	22.4%	7.1%	3.2%
タイトルをつけることで，より深く内容を考えるようになりましたか	22.4%	44.9%	23.7%	9.0%
友達のタイトルから，そのレポートの内容が想像できましたか	36.6%	44.5%	16.0%	1.9%

(b) 感想

- ・このレポート内容だから，このタイトルなんだと思う発見や納得できるのでとてもいいです。また，自分のや友達のをみることによってその学習の復習もできたりします。
- ・いろいろなタイトルのものがあったりして，タイトルが面白いと思うものほど，見たくなるので，けっこうタイトルは大切だと思った。
- ・そのタイトルを日常生活の中で意識して見ることで，レポートを書いた後でも数学が日常生活にあることがわかるようになりました。
- ・友達のタイトルを見ているとおもしろいという内容と同時に理解できて，楽しみとしてもいいなと思いました。
- ・「タイトル」は人をひきつけたり，内容を想像させ深く理解してもらうために大切なものなのだと感じ，みんながこったタイトルをつけるのを見て，驚きや印象を残すものを私自身つくっていきたいです。

(c) 検証

アンケートの結果から，レポートにタイトルをつけることで，レポート製作者だけでなく，レポート参観者にもより深く考えさせる効果があることがわかった。つまり，レポートのタイトルをつけることが，数学的な思考力の育成につながるということがわかった。

## (2) 第2学年の実践

### ①ねらい

2年生の1次関数の目標は「具体的な事象を調べることを通して、1次関数について理解するとともに関数関係を見出し表現し考察する能力を養う」である。また、本校の数学的な見方・考え方の評価基準では「具体的な事象を1次関数を用いてとらえ、表、式、グラフを用いて説明することができる」「連立方程式の解の意味や存在を2元1次関数と関連づけてとらえて考察し説明することができる」となっている。これらのことを「思考の型」「思考の手立て」ということに焦点を当てて育成していきたい。

1年で関数を「 $x$ の値が決まれば $y$ の値も決まるという関係」として学習してきた。比例・反比例を関数関係としてとらえ、さらに比例は「 $x$ が $n$ 倍になると $y$ も $n$ 倍になる関係」とした見方から「 $y = ax$ という式が成り立つ関係」とであると学習してきている。2年生では1次関数の学習を通して $x$ と $y$ の対応関係や式での関数の定義など関数に対する考えをさらに深めていく。また、具体的事象や数学的事象を追求する課題を出来るだけ取り入れて事象を数理的に考察する力を伸ばしていきたい。このことが本校が考える数学的な思考力「既習の数学的知識・技能を用いて問題解決したり数学的な事柄を論理的に考え、筋道を立てて説明できる力」の育成につながると思う。

### ②思考の型

「根拠を明らかにする」

「単純化する、理想化する」

「予想する」

### ③思考の手立て

次のような学習活動を取り入れて、課題を意識化し各自の考えを持った上で他者との交流を通じて思考を深めたり他者の意見を取り入れて思考を修正するように促す。特にイでは「各自が自分の考えを他者に説明しあう」「問題解決のために図や式で表現したものを、別の生徒が理解できるように説明する」「他の人の考えを取り入れたり評価したりする」などの活動を考えている。

ア. 数学的な思考力を促す課題の提示と発問

イ. 個人追求し考えをまとめる活動

ウ. 他者に説明したり伝えあう活動

個人追求活動では、生徒の内面で言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的表現を用い言語活動が行われる。他者に説明したり伝えあう活動では個人追求した結果を他者に説明することで自分の考えが正しいか、あるいは修正が必要かが把握できる。また、解決への見通しがもてない生徒は他の生徒の考えを聞くことで課題への理解を深めることができる。相手に説明し理解してもらおうとすると、自分の考えが整理され、よりよい数学的表現で相手に説明しようとする。相手に聞いてもらえたことで自分の考えのよさや欠点に気づくこともできたり新しい見方や考えに出会ったり気づいたりすることができる。また、わからないことを教えあうことにもなる。

#### ④課題と実践

2元1次方程式  $ax + by + c = 0$  の解の  $x, y$  について  $y$  は  $x$  の関数といえるか？

ア.  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$  のとき

イ.  $a = 0, b \neq 0, c \neq 0$  のとき

ウ.  $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$  のとき

課題1 2元1次方程式  $ax + by + c = 0$   $a = 0$  のとき  $y$  は  $x$  の関数といえるか？

$a = 0, b = 2, c = -4$  のとき  $0x + 2y - 4 = 0$

この式をもとに 表とグラフをかいて考える。

$x \cdots -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \cdots$

$y \cdots 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \cdots$

発問 このとき  $y$  は  $x$  の関数だろうか？

この発問によって「グラフは直線になる。しかし、 $x$  の値に関係なく  $y$  の値が2と決まっている」生徒の中にこれが関数といえるだろうかという課題意識が生まれる。思考の型として数学の説明として大切な「根拠を明らかにする」を指導していくことになる。

関数といえる根拠

「 $x$  の値が決まれば  $y$  の値は2と決まる」ので  $x$  の値が決まれば  $y$  の値が決まる関係になっている。「 $y = 0x + 2$  と考えることができる」これは  $y$  が  $x$  の1次式で表される関係なので1次関数といえる。

関数といえない根拠

「 $x$  の値に関係なく  $y$  の値は2と決まっている。 $x$  が決まらなくても  $y$  が決まる」ので  $x$  の値に関係なく  $y$  の値が決まってしまうので  $x$  の値が決まれば  $y$  の値が決まる関係とはいえない。「 $x$  が変化しても  $y$  は変化しない」ともなって変わる2つに量ではないので関数といえない。「 $y = 2$  という式では  $x$  と  $y$  の間には何も関係が成立していない。 $x$  が式にない」 $y$  が  $x$  の式で表されていないので  $x$  と  $y$  は関数の関係がない。

まず課題の提示と発問では生徒が「おや どうなるだろうか なぜだろう どうしたらよいか な 本当だろうか どちらがよいだろうか」など生徒の内面からの問いが出るような課題設定が必要である。

課題1では  $x$  と  $y$  の関係で表をもとにグラフをかくと直線になる。直線は1次関数だったが式が  $y = 2$  で  $x$  がない。また、 $x$  に関係なく  $y$  が決まっている。関数といえるかななどの疑問が起きる課題性がある。そのことを整理した上で「これは関数といえますか。あるいはいえませんか」「それはどんな理由からですか」と発問することで1次関数かどうかの理由や根拠をこれまでの1次関数の学習で学んだ数学的知識・技能を用いて考えようとする。まず生徒の個人追求による思

考活動が促される。

この事例では  $x$  の値が 1, 2, 3…と決まれば  $y$  の値は対応して 2 と決まる。グラフが直線になり傾き 0 で切片 2 と考えると  $y = 0x + 2$  というように 1 次関数の式とみることができる。このような見方を班活動などの話し合いを進めていくと対応関係に基づいた関数の定義や式による 1 次関数の定義、グラフの傾きや切片に対する見方を広げたり（拡張）深めたりすることになる。

## 課題 2 実験結果から 2 つの変数の関係を考察し、結果を予測する。

ろうそくがどのくらいの時間燃え続けるか調べるために  $x$  分後のろうそくの長さを図ったら次のようになった。（ $y$  mm）

$x$	40	45	50	55	60
$y$	132	126	119	114	108

発問 ろうそくが燃え尽きるのは何分後か？

誤差があり変化の割合が一定でないので生徒は困惑する。どうすれば良いかという課題意識が生まれる。思考の型として「単純化する」「理想化する」「根拠を明らかにする」「予想する」を指導することになる。

### 「単純化する」「理想化する」

変化の割合を一定にしてみる。グラフを直線としてみる。つまりこの場合  $y$  は  $x$  の 1 次関数としてみる。

### 「根拠を明らかにする」「予想する」

- ・変化の割合がほぼ一定なので、平均を求めると 5 分間で 6 mm 短くなっていると考えられる。
- ・グラフをかくとほぼ直線なので傾きを調べると 20 分で  $132 - 108 = 24$  (mm) 短くなるので 傾きは  $-24 \div 20 = -1.2$  となる。このような根拠をもとに次に燃え尽きる時間を予想していくことになる。
- ・1 次関数としてみることで式を  $y = -1.2x + 180$   $y = 0$  として 150 分後
- ・グラフの  $x$  軸との交点を読み取っておよそ 150 分後とする。

課題 2 では 2 年生になって学習してきた 1 次関数の知識を活用して課題を追求していく。具体的には変化の割合が一定なら 1 次関数となることから立式する。いくつかの点を座標上にとってみるとほぼ直線になることから傾きや切片を読み取ることでグラフを延長して結果を予想する。1 次関数における数学的な表現や知識を用いて数学的な思考を深めることになる。

さらに、班活動で考えたことを他の生徒に説明したり班の考えをまとめていく活動を取り入れることで 1 次関数における数学的な表現や知識を用いて話しあう活動場面ができる。このことは生徒のより数学的な説明を行うことで数学的な思考が深まったり、他の生徒の説明から数学的思考が促されることになると考えられる。



(3) 第3学年の実践1

- ①ねらい 方程式の解き方を一般化することができる（帰納的な思考）  
一般化する課程から、解の公式の有用性や、解がいつでも存在するわけではないことを知る（演繹的な思考）
- ②思考の型 一般化する
- ③思考の手立て 対比表
- ④課題と実践 「連立方程式の解の公式をつくる」

1. プレ実践 「2次方程式の解の公式をつくる」

- ・ 具体的な数値による解き方と**対比**させながら文字式を用いて一般的な解き方を考える。
- ・ 具体的な数値を用いて解き方を**一般化**（帰納的な思考）
- ・ つくった解の公式から、解なしの場合を考える（演繹的な思考）

2. 本実践 「連立方程式の解の公式をつくる」

- ・ 具体的な数値による解き方と**対比**させながら文字式を用いて一般的な解き方を考える。
- ・ 具体的な数値を用いて解き方を**一般化**（帰納的な思考）
- ・ つくった解の公式から、解なしの場合を考える（演繹的な思考）

< 生徒の感想より（抜粋） >

- ・ 連立方程式の解の公式を考えてみると、2次方程式の解の公式が便利だとわかった。（2次方程式の解の公式との対比）
- ・ 難しかったけれど法則が分かっておもしろかった。自分で解なしの問題をつくれるのでやってみよう。（さらなる追求の意欲）
- ・ 難しかったけれどおもしろかった。教科書や問題集を（解があることを条件を使って）確かめてみたい。（さらなる追求の意欲）
- ・ 係数がどんな場合でも公式にあてはめることができた。数学はおもしろいと感じた。（一般性の実感）
- ・ （1元）1次方程式も解なしがあるのかなと思った。（別の場合への発展の可能性）

解なしの場合の対比

2次方程式の解なしの場合

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\sqrt{\quad}$ の中が負の数になることはないから、  
 $b^2 - 4ac < 0$ のとき、解がない

$\sqrt{\quad}$ の中が負の数にはならない

←対比→

連立方程式の解なしの場合

$$x = \frac{de - bf}{ad - bc} \quad y = \frac{ce - af}{bc - ad}$$

分母が0になることはないから、  
 $a \cdot d = b \cdot c$ のとき、解がない

分母が0にはならない

3. 検証

「連立方程式の文章問題で説明の力を検証」

3 あるクラス全員に、自転車通学かどうか調査したところ、男子の $\frac{1}{2}$ と女子の $\frac{3}{8}$ が自転車通学で、その合計は女子全体の人数に等しかった。また、男子の人数と女子の人数は、どちらかが4人多い。このクラスの、男子の自転車通学と女子の自転車通学の人数をそれぞれ方程式を用いて求めなさい。

(評価問題) 男子と女子のどちらが多いか分からない問題。定期考査でどちらが多いかの説明も含めて解答してもらった。

・直観的な説明・・・13人

・男子が多い場合と女子が多い場合を**対比**させた説明・・・22人

男子の方が多いとすると

$$2x = \frac{3}{8}y + 4$$

$$6x = 3y + 12$$

①の式を代入して

$$10y = 8y + 12$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$x = 6 \text{ ①に代入}$$

$$x = 10$$

$$x = 10, y = 6$$

女子の方が多いとすると

$$2x + 4 = \frac{3}{8}y$$

$$6x + 12 = 3y$$

①の式を代入して

$$10y - 8y = -12$$

$$2y = -12$$

$$y = -6$$

この時点でyは人数より負の数は不適当。  
よって答えは男子が多い場合の  
 $x = 10, y = 6$ と一致

・文字式で**一般化**しxがyの4分の5倍になることを使って説明(演繹的な説明)・・・12人

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{8}y = \frac{3}{8}y$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{3}{8}y$$

$$4x = 3y$$

$$x = \frac{3}{4}y$$

よって  $x > y$  より 男子がyより4人多い。

#### (4) 第3学年の実践2

①ねらい 相似の中心の位置と、相似の中心からの距離を一般化することができる(帰納的な思考)

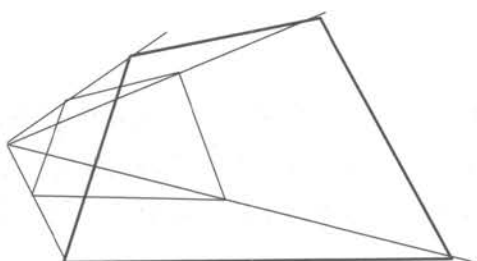
②思考の型 一般化する

③思考の手立て レポートの対比

④課題と実践 「相似の中心について考えよう」

### 1. プレ実践 「相似の中心を使って図形を2倍に拡大する」

- ・「点Oを1つとって、それを中心にして四角形の各頂点と半直線で結び、Oから各頂点までと同じ距離をとったら図形が2倍に拡大される」ことを全体で確認する。

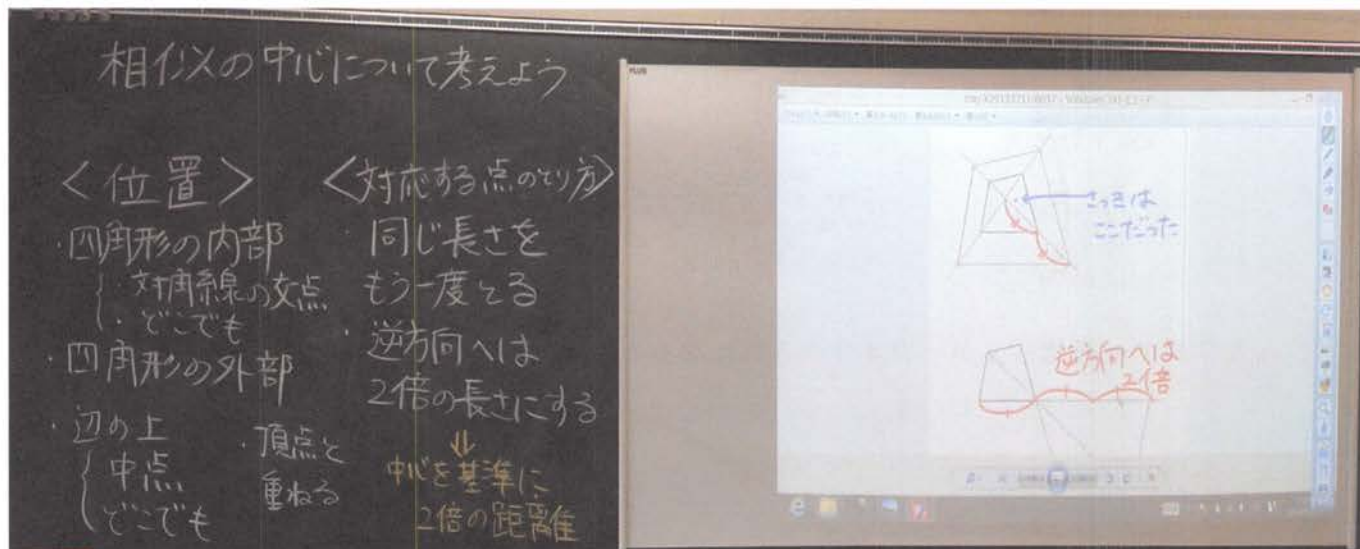


←全体に提示する例

- ・点の位置やその他の条件をいろいろ変えながら、図形を2倍に拡大するレポートを課す。
- ・最初にとった点Oを「相似の中心」ということは教える。
- ・レポートはできるだけ授業中に回収し、PCに読み込んでおく。

### 2. 本実践 「レポートを見ながら、気づいたことを一般化する」

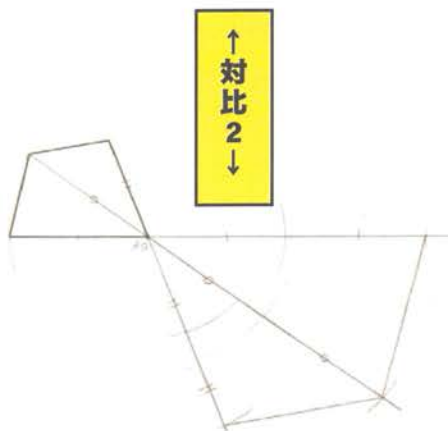
- ・相似の中心の位置、相似の中心から対応する点までの距離など、視点を決めて気づいたことを一般化していく。



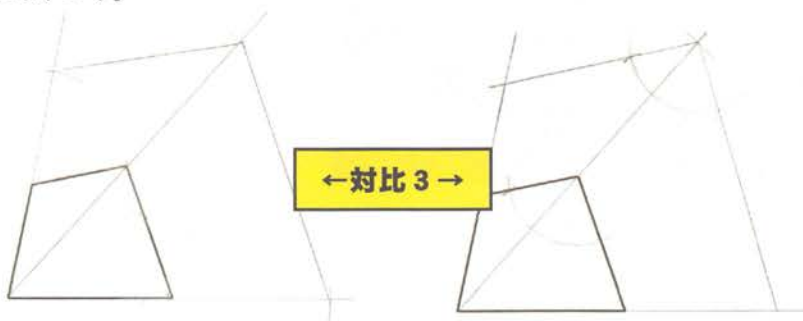
<レポートの対比>



- ・対比1によって、点を取る位置が同じ四角形の内部のとき、対角線の交点という特別な場合でも、任意でもよいことに気づく。



- ・対比2によって、拡大する図形を逆に伸ばしてもよいことに気づき、対比の結果から、「対応する点は中心から2倍の距離」であることに気づく。



左は相似の中心を利用し、右は角のコピーの作図を利用している。

- ・対比3では、やり方が違うのに、拡大された図が同じ位置にあることを確認する。このことから、「相似の位置にある」ことの一般性をまとめることができる。

**3. 検証**

**「三角形の五心と相似の中心の評価問題で思考力を検証」**

(評価問題)

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ で、相似比が1:2であるとする。この2つの三角形の内心、外心、垂心、重心のうち、一致すれば2つの三角形がどんな場合でも相似の位置にあるのは内心、外心、垂心、重心のうちどれか。あてはまるものをすべて答えなさい。

正答率40%。感覚的・操作的に理解している様子であった。

< 2つの実践を終えての分析・課題 >

対比することは、一般化することに役立つ。ただし、数学的な思考力につながったかどうかは分析できなかった。感覚的に（直観的に）理解することにはつながっているとは思いますが、それが説明する力や問題解決力につながったとまではいえない。数学科の場合は、数学的な思考力につなげると同時に、それを説明する力や問題解決力につなげなければならないと感じた。

ただし、思考の型として「対比する」ことを1年間通して実践できたことで、生徒の様子からは楽しく分かりやすく数学を学習できた様子がうかがえた。数学的な知識の理解には役だったと思えるし、生徒の感想などを見ても、「新しいことが分かって楽しかった。」という感想が多々見受けられ、対比することが、事象を数学的に一般化し、生徒の理解を促したことににつながっていると感じた。

最後に、対比表を使った別の授業の板書を添付しておく

$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5}$  (2乗して3×5にする 正の数)  
 $(\sqrt{3} \times \sqrt{5})^2 = \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{5})^2 = 3 \times 5 = 15$   
 $\sqrt{3} > 0, \sqrt{5} > 0$  より  $\sqrt{3} \times \sqrt{5} > 0$

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$  (2乗してabにする 正の数)  
 $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a} \times \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{b} = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = a \times b = ab$   
 $\sqrt{a} > 0, \sqrt{b} > 0$  より  $\sqrt{a} \times \sqrt{b} > 0$

←対比→

平方根の授業で、 $\sqrt{\quad}$ の乗法を一般化する授業。

8章 標本調査

数: 標本の大きさ

全数調査	標本調査	調査の対象
選挙(議員)	世論調査	有権者
NHKの対談調査	視聴率調査	TVの視聴者
国勢調査		国民
	品質検査	対象となる商品
定期テスト	授業中の発言・発表	生徒

母集団 といふ。

←対比→

標本調査の授業で、全数調査と標本調査を対比させてまとめる授業。

## 4. 成果と今後の課題

### (1) 成果

本校数学科では、4年間にわたって言語活動を意識して研究・実践を行ってきた。今年度は、これまでの研究・実践を土台にし、さらに本校研究部からの提案のあった「思考の型」を取り入れた研究・実践を行ってきた。

そもそも数学科では、「思考の型」を無意識のうちに様々な場面で利用しており、それを改めて意識することは、教師側にとってはさほど困難ではなかった。ただ、生徒側にとっては、「思考の型」を意識することに違和感があったかもしれない。ただ、「思考の型」を意識していくことで、自分の考えを反芻し、より高度な次元への思考に高めていけたようだ。つまり、「直観的な思考」を反芻することで「類推的、帰納的、演繹的な思考」へと水準を高めていけたということだ。

以上のように「思考の型」を意識させることで、今年度の数学科の研究主題であった「数学的な思考力の育成」につながったと思われる。

なお、4年間の研究の流れを示すと下のようになる。

#### H22 筋道を立てて説明する力の育成

↓言語活動を意識する

#### H23 筋道を立てて説明する力の評価 (直観的、類推的、帰納的、演繹的の分類)

↓評価の指針を用いてフィードバックする

#### H24 数学的な思考力を育む指導と評価 (直観的な説明 → 類推的、帰納的、演繹的な説明)

↓思考の型を意識する

#### H25 数学的な思考力の育成 (直観的な思考力 → 類推的、帰納的、演繹的な思考力)

### (2) 今後の課題

言語活動を土台とした4年間にわたる実践・研究は今年度で終わりとなるが、数学的な思考力の育成は、今後も継続していくべき目標である。

今後は数学的な思考力をさらに伸ばし、それを問題解決力につなげていきたい。そのために教師側は、評価問題のあり方や評価しフィードバックする方法をさらに模索することを課題とし、生徒側は、既習の知識を使う力や自分の考えを表現する力をさらに高めていくことを課題としていく必要があると思われる。

また、来年度の本校の研究は、E S D (持続可能な発展のための教育) を大きな柱とし、各教科等で研究・実践をしていく。今年度までの研究・実践で培ったことを“持続”させるためにも、数学科でできるE S Dを模索していくことも大きな課題の1つである。