数学科研究主題
「筋道を立てて説明する力の評価」

戸水　吉信
数学科　三浦　幸生
浜口　国彦

１．テーマ設定の理由

本校数学科では，研究部の方針に従い，昨年度より言語に関する活動を中心に研究を行ってきた。

新学習指導要領の数学科の目標には，「数学的活動を通して，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての知識を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」とある。ここで言語活動に関わって伸ばしたい数学的な力は「事象を数理的に考察し表現する能力」である。その中で，指導要領解説では，第１学年で「数学的な表現を用いて，自分なりに説明し伝え合う活動」を取り入れること，第２，３学年で「数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道を立てて説明し伝え合う活動」を取り入れることがあげられている。

本校数学科でも，昨年度の研究テーマを「筋道を立てて説明する力の育成」とし，各学年の発達段階に応じて，「伝え合う活動」を行いながら，言語に関する能力の育成に取り組んできた。本校数学科で考える「伝え合う活動」とは，問題解決の過程の説明やなぜそう考えたのかなどについて，数学的に適切な表現で説明することである。他者に何かを伝えるときには「より分かりやすく丁寧に説明すること」が大切であるが，「事象を数理的に考察し表現する能力」を伸ばしていくには，さらに根拠を明らかにし筋道を立てて説明することが必要であると考えたからである。

今年度は，さらに研究部の方針として，指導と評価の一体化をはかるために，言語に関する活動の評価のあり方について研究をすすめることとなった。数学科においても，昨年度まで取り組んできた「筋道を立てて説明する力の育成」を引き続き目標に掲げながら，実際に生徒についた力の評価を行い，それをまた指導に活かしていくことで，指導と評価の一体化をはかっていくことにした。そのために，今年度の研究テーマを，「筋道を立てて説明する力の評価」とし，昨年度までの研究方針を継続しながら，さらに効果的な評価のあり方について実践研究を行っていくことにした。

２．数学科における言語に関する活動について

本校数学科では，「筋道を立てて説明する」とは，大きく分けて以下の４つの型に分類することができると考えている。

①直感的な説明・・・操作活動等を通して直感的に説明する
②類推的な説明・・・他の類似した事例から類推的に説明する
③帰納的な説明・・・具体的な事例や特別な事例から一般的な法則が成り立つことを説明する
④演繹的な説明・・・既習の法則をもとにあることがらが成り立つことを説明する

例えば $\boxed{\text{四角形の内角の和は３６０°である}}$ ことの説明を，①～④それぞれの方法で説明すると，以下のような説明が考えられる。

①直感的な説明

適当な形，大きさに四角形を切り取り，４つの角をちぎって集めることで，どんな四角形の内角の和も３６０°になるのではないかという説明。

②類推的な説明

正方形や長方形といった特別な四角形の内角の和が３６０°になることから，一般的な四角形の内角の和もすべて３６０°になるのではないかという説明。

③帰納的な説明

いろいろな四角形をかいて，実測でどの四角形も内角の和が３６０°になっていることを確かめ，どんな四角形も内角の和が３６０°になるのではないかという説明。

④演繹的な説明

どんな四角形も１つの対角線で２つの三角形に分けることができ，四角形の内角の和は分けた三角形の内角の和２つ分であり，三角形の内角の和が１８０°であるという既習の法則を用いて，３６０°になるのではないかという説明。

これらの「説明」する活動に大きく関わるのが，数学的な見方や考え方であると考える。もちろん，思考した結果を適切に表現する力も大切であるが，本校では，数学的な見方や考え方に焦点をあて，数学科における言語活動を扱うことにした。

３．言語活動の場面・形式

（１）言語活動の場面

前述の通り，数学的な見方や考え方に焦点を当て，生徒の思考力を伸ばす授業を構築するということは，すべての授業において言語活動を取り入れるわけではない。以下に，言語活動の位置づけ方の例を示す。

＜言語活動の位置づけ方の例＞

「比例と反比例」＜領域Ｃ＞　（総時数２０時間）

時数	主な学習活動	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
第１次 6時間	・日常生活の事象からともなって変わる２つの量を見つけ，その変化の仕方を調べよう。	具体的な事象の中のともなって変わる２つの量を，比例，反比例の観点から調べている。	具体的な事象の中から比例，反比例の関係を見つけることができる。	比例，反比例の関係を式で表すことができる。	比例，反比例の意味を理解している。
第２次 10時間	・比例，反比例の特徴を調べ，表や式やグラフで表そう。	比例，反比例の特徴に関心を持ち，表，式，グラフを用いて調べている。	比例，反比例の特徴を，表，式，グラフを用いて説明することができる。	比例，反比例のグラフがかける。点を座標を用いて表したり，座標をもとに点を取ることができる。	比例，反比例の特徴，座標平面の意味を理解している。
第３次 4時間	**第１時**　一方が2倍，3倍，…となったとき，もう一方がどう変化するかをつかみ，事象を比例・反比例とみなして問題を解決する。	継続的に評価するが，主に第４時で評価。			具体的な事象を比例，反比例として見なし，問題を解決する方法を理解している。
	第２時　事象を比例，反比例とみなしたとき，$y=ax$とおけることなどを活用し，事案として表現できる力をつける。			比例，反比例の関係を関数的に処理（代入して値を出す，グラフを読み取るなど）することができる。	
	第３時　ギア比などの問題解決の方法を，**比例・反比例の考え方を用いて説明する。**		具体的な事象の中に比例，反比例の関係を見いだし，**問題の解決に適切に役立てることができる。**		
	第４時　総合的な練習問題をし，問題解決の技能を身に付ける。	問題を解決するために，比例，反比例を用いている。		比例，反比例の関係を関数的に処理（代入して値を出す，グラフを読み取るなど）することができる。	具体的な事象を比例，反比例として見なし，問題を解決する方法を理解している。

上記のように，すべての授業で言語活動を位置づけるわけではなく，言語活動に関わって伸ばしたい力を明確にし，その授業において，適切な課題を設定する。前頁の例においては，第３次の第３時に位置づけている。ただし，その時間だけで言語活動が終わるわけではなく，当然のことながら，そのための事前の指導と事後の指導があり，前頁の例で言えば，第３次の学習中，

第１時　事象を比例・反比例とみなす根拠の確認（知識・理解）

第２時　自分の考えを明確にして問題解決の方法をかく練習（技能）

という指導あり，それが

第３時　比例・反比例の考え方を用いて問題の解決方法を説明する（見方・考え方）

につながっていく。そして，比例・反比例の考え方を使って問題を解く姿勢が身についたかどうかを

第４時　問題を解決するために，比例・反比例の考え方を用いている（関心・意欲・態度）

という形で評価する。もちろん，関心・意欲・態度の評価については，第３次の４時間を通して生徒の変容を見取りながら継続的に行うわけであるが，第４時に総合的に評価するわけである。また，知識や技能が身についたかどうか，特に支援が必要であった生徒に対して形成的評価を行う。

このように，言語活動の場面を位置づけ，そのための指導を構築しながら授業を行っていくことにした。

（２）言語活動の形式

言語活動の形式としては，「伝え合う」ことを意識した形式をとることにした。学習活動の種類によって，次のような学習形態を取り入れた。

①班活動

問題解決型の学習課題に対し，自分の考えを班で伝え合い，分かったことを全体で深め合う活動である。班の人数は５人班，４人班，３人班と，様々な人数で実践を行った。班の人数が少ないほど，班での深め合いが十分行われる半面，全体での深め合いに時間がかかり，一方，班の人数が多いほど，全体の班の数が減る分，全体での深め合いがなされやすかった。

②レポート発表

操作活動や調べ活動を伴う課題に対し，各自の考察をかかせるレポートを課し，それを班や全体で発表する中で，お互いの考えを伝え合い，深め合う活動である。レポートの課題としては，１年「身の回りで比で表現された式を探し，その意味について数学的に説明する」や，２年「星形多角形の内角の和について調べ，その法則について数学的に説明する」などの実践を行った。

４．言語活動を取り入れた学習活動の評価について

（１）評価する観点

前述の通り，「数学的な見方や考え方」の観点に絞って，生徒の考え方（思考力）の変容を見取り，指導に活かすことにした。その際，全体発表の場で，どういう考え方のどの部分が分かりやすいか，また，説明の方法がより数学的な説明か，などを生徒と共有し，生徒が目指すべき考え方や説明方法を確認するようにした。最終的には，生徒の思考力・判断力・表現力の育成につながっていくと考えた。

（２）評価の方法

２で述べたとおり，生徒の説明を，直感的・類推的・帰納的・演繹的な説明に分類し，評価を行う

ことにした。しかし，ここで間違えないようにしたいのは，例えば２の例の場合，中学校２年生の最終的な目標は，演繹的な説明ができるようになることであるが，だからといって「四角形の内角の和は３６０°であることを説明しなさい」という授業を行った際，演繹的な説明がＡ，帰納的がＢ，直感的がＣとかいう，どの説明ができたかによって評価のＡＢＣをつけるということではない。大切なのは，四角形の内角の和が３６０°になる理由を伝え合う授業では，それぞれの学年の発達段階に応じて，または生徒個々の発達段階に応じて，どの説明も根拠を明らかにして説明ができているか，ということを明確に評価しなければならないということである。

例えば，直感的な説明においても，「だれがどのように四角形を切り取っても３６０°になった」という説明が大切であり，類推的な説明においても，「どんな例をあげているか，長方形を倒して平行四辺形を作る際，９０°から増えた角の分だけ減った角がある，などの説明がなされているか」など，評価する側がある程度，それぞれの説明における根拠の示し方をあらかじめ持っていなければならないということである。

そこで，本校数学科においては，言語に関する活動を行う際，生徒の活動の表れの段階を示す評価の指標を作成し，それを形成的評価に役立てることによって，指導と評価の一体化を図ることにした。例えば今の例においても，正方形や長方形で類推的な説明を行った生徒に対し，他の四角形でも行ってみなかったのか，という問いかけができる。そして，平行四辺形を作る際，９０°から増えた角の分だけ減った角があることに気付いた生徒が，他の四角形でも角の大きさの変動から説明を行ってみようとするかもしれないし，それが帰納的な説明につながっていくかもしれない。また，平行四辺形の隣り合う角の和が１８０°であることに気付いた生徒が，演繹的な説明に発展させてくれるかもしれない。

このように，生徒に言語活動をさせた際，評価の指標を作っておくことで，その場ですぐ評価を生徒やクラス全体にフィードバックすることができ，評価を効果的に活用することもできるのではないかと考える。それが指導と評価の一体化ということにつながるのではないだろうか。

<数学科における評価の指標の作成例>

◆今回の授業実践の評価基準表（生徒の活動状況の表れ）

	説明の状況	十分満足できる状況	概ね満足できる状況	支援
直感的な説明	実際に碁石を並べる中で，直感的に碁石全体の個数を数える方法を説明する。	操作を交えながら，具体的な段数が碁石の数に表れているところを取り上げて説明することができる。	実際に碁石を並べて数を数えることができる。	碁石を実際に並べ，同じ数や形のまとまりを見つけ，より速く数える方法を見つけるよう支援する。
類推的な説明（マッチ棒の授業を行っていることが前提）	マッチ棒を並べて正方形がつながった形をつくっていく教科書の例を持ち出して類推的に説明する。		マッチ棒を並べて正方形をつなげる事例をとりあげ，最初の2個に5個ずつ追加していく説明。	
帰納的な説明	1段目が8個，2段目が14個，3段目が20個という具体的な数から法則を見い出し，その法則を帰納的に一般化して説明する。	1段目の8からn段目まで6が(n−1)回足されるので，8+(n−1)×6 等差数列的な見方（初項と等差を一般的に見る力）ができる	8，14，20，…が，同じ数ずつ増えているから，その増えている回数を把握して，はじめ（とみなした）数にその回数分足せばよいという説明ができる。	いくつずつ増えているか確認させて，例えば5段の場合，8に6を何回足したか考えさせる。
演繹的な説明	碁石の図を利用して，n段のはしごをつくるとき，いろいろな場所をnを使って表し説明する。	n段のはしごをつくるとき，ある場所がなぜnなのか，n−1なのか，2nなのかなどが一般的に説明できる。	5段，10段，100段からどのように式を作ったか，99や201などの数のでき方などが説明できる。	例えば5段の場合，5で表される場所や，その2倍，それから1を引いた数，など，5からどのように計算したか意識させる。

※矢印は，支援，指導の流れを表します。

注１）単元や扱う題材によっては，必ずしも直感的，類推的思考にあてはまる指標がない場合もある。

注２）最初は概ね満足できる状況に達しない生徒に対する支援を表の中に位置づけていたが，支援の記述方法は，矢印で示す方法で統一する方向で考えている。その際には，「支援を要する状況」を表の中に位置づける。

５．第１学年における授業実践

（１）言語活動の位置づけと評価

①領域，単元

領域Ｃ「関数」　単元「比例と反比例」

②学習活動

ア　学習課題

比例・反比例の考え方を使ってギアの仕組みを説明する

イ　アにともなう言語活動

３人のグループでお互いの考えを伝え合い，よりよい結論（まとめ）をつくる

③評価について

ア　評価の観点

具体的な事象の中に比例・反比例の関係を見いだし，問題の解決に適切に役立てることができる。（数学的な見方や考え方）

イ　評価の方法

評価の指標を用いて個別に支援を行う形成的評価

評価の指標を用いて全体でよりよい考え方を確認する形成的評価

ウ　評価のフィードバック方法

机間支援による即時フィードバック

全体でよりよい考え方を確認しあう集団へのフィードバック

＜本題材の評価の指標＞

	説明の状況	十分満足できる状況（A）	概ね満足できる状況（B）	支援を要する状況（C）
直感的な説明	・一方が2倍，3倍になるともう一方が2倍，3倍になったり1／2倍，1／3倍になったりすることを直感的に使って説明する。	一方がもう一方の逆数倍になることを用いて説明している。	1／2や1／3にあたる量を実際に求め，それを用いて説明している。	変化の前と後で何倍になっているかが分からない。
類推的な説明	・他の問題の解法から x や y にあたる量を類推して説明する。 ・比例式に類推する思考。	2つの量の比が等しいことを用いて説明している。	1あたりの量を求め，それの何倍になるかということを用いて説明している。	2つの量の割合を考えたり，1あたりの量を比較する考えに至らない。
帰納的な説明	・２つの量の変化を表にまとめ，そこから式を作って説明する。 ・１にあたる量を求め，それが何にあたるかを比例や反比例の式を用いて説明する。 ・変化の仕方からグラフがどうなるかを予想し，グラフを用いて説明する。	２つの量の変化から，比例や反比例になることを帰納的に説明し，それを用いている。（片方が a 倍になるともう片方も a 倍になることや，$y／x$ が一定であることなど，数学的な根拠を使っている。）	２つの量の変化から，式やグラフを用いて説明している。	２つの量の変化をまとめた表から，法則を見いだすことができない。
演繹的な説明	・２つの量の関係を読み取って比例や反比例の一般式で表されることを用いて説明する。	事象を表した問題文から，比例や反比例になることを演繹的に説明し，それを用いている。（一般型に１組の x，y の値を代入して式を求めている。）	事象を表した問題文から式を作って説明している。	事象を表した問題文から数学的な関係を見いだすことができない。

（２）実際の授業

①授業の流れ

ア　課題をつかませる（５分）

自転車のギアの仕組みを説明しよう
・ペダル側のギアの歯数が３２枚のとき，車輪側のギアの歯数を３２枚，１６枚，８枚と変えることによって，ペダルの重たさやスピードの出方はどうなるか

イ　個人で追求する（１０分）
ウ　３人の班を作り，お互いの考え方を伝えあう（１０分）
エ　班の意見をまとめ，より分かりやすいまとめをつくる（１０分）
オ　それぞれの班の意見を発表し合い，全体でさらに深めあう（１５分）

②実際の評価とフィードバック
ア　個別評価とフィードバック
生徒Ａ　前時の見取り評価と支援
見取り１　演繹的な思考にこだわるあまり，説明できない
支援１　まずは直感的に考えるようアドバイス
見取り２　直感的に考えることはできたが，それをどう演繹的に表現するか迷っている
支援２　ｘにあたる量とｙにあたる量が何であるかはっきりさせるよう支援
見取り３　演繹的な説明がかけた（演繹的のＢ）
本時の見取り評価と支援
見取り４　具体的な数値を使って考えている（直感的のＢ）
そのことから自力で反比例の式を作っていた（演繹的のＢ）
ギアのしくみの説明には難航している様子
支援４　ｘの値が大きくなるとｙの値がどうなるか直感的に考えてみるよう支援
（直感的のＡ）
生徒Ｂ　前時の見取り評価と支援
見取り１　最初の問題で苦労している様子
支援１　次の問題ができていたので同じように考えるよう指示
（１本あたりの重さを出すよう支援）
支援２　最初かけていたが，数値がおかしいことに気付き，さらなる支援を行う
見取り２　１８０÷１．８をすればよいことに気付く（直感的のＢ）
本時の見取り評価と支援
見取り１　８は重い，３２は軽い，１６は中間，という言葉遣いができていた（直感的のＡ）
支援１　どの程度軽いか，重いか働きかけをした
伝え合いからの学び　ｙ＝３２／ｘという式を理解し，反比例ということは理解した
イ　全体発表とフィードバック
・表をかいて，反比例であることを説明している（帰納的のＢ）
・ｙ＝３２／ｘ　という式から，反比例であることが分かる（演繹的のＢ）
教師の働きかけ　新しい歯車を持ってきた際，どのようになるか問いかける
・歯数４の歯車は，歯数８の歯車よりさらに２倍の力が要る（直感的のＡ）
・一般的に，ペダルの歯数の１／ｘ倍の歯数の車輪をこぐのにｘ倍の力が要る（帰納的のＡ）

６．第２学年における授業実践

（１）言語活動の位置づけと評価

①領域，単元

領域Ｂ「図形」　単元「平行と合同」

②学習活動

ア　学習課題

平行線と角の性質を使って星型多角形の角の和を説明する。

イ　アにともなう言語活動

事前に作成したレポートでお互いの考えを伝え合い，自分の考えを深める。

③評価について

ア　評価の観点

平行線と角の性質を使って星型多角形の角の和を説明することができる。

イ　評価の方法

評価の指標を用いて全体で様々な考え方を確認する形成的評価。

ウ　評価のフィードバック方法

全体で様々な考え方を確認しあう集団へのフィードバック

〈本題材の評価の指標〉

	説明の状況	十分満足できる状況（Ａ）	概ね満足できる状況（Ｂ）	支援（Ｃ）
直感的な説明	実際に測ったり，切り取ったりすることで，星型五角形の角の和を直感的に説明する。	複数の星型五角形から具体的な数値を求め，それらの値から角の和が１８０°であることが直感的に説明できる。	分度器で測ったり,ハサミで切り取ったりすることで，星型五角形の角の和を求めることができる。	三角形の内角の和を求める際，小学校ではどのような方法で求めたかを確認する。
類推的な説明	正星型五角形の１つの角（３６°）を求めることで，一般的な星型五角形の角の和を類推的に説明する。	正ｎ角形とｎ角形の内角の和が等しいことから,正星型五角形と星型五角形の角の和が等しいことを類推して説明できる。	三角形の内角の和が１８０°であることから，正星型五角形の角の和を求めることができる。	正星型五角形で考えるよう助言する。
帰納的な説明	複数の星型ｎ角形を調べることで，星型ｎ角形の角の和をｎを用い帰納的に説明する。	星型ｎ角形の角の和について，ｎを用い，一般化して帰納的に説明できる。	三角形の内角と外角の性質から，星型五角形や星型七角形の角の和の求め，規則性を見つけることができる。	三角形の内角と外角の性質を用いるよう助言する。
演繹的な説明	星型ｎ角形について，ｎ角形と比較したりｍ点とばしに着目したりして，内角と外角の性質を用い演繹的に説明する。	ｍ点とばし星型ｎ角形の角の和について，ｍとｎを用い，一般化して演繹的に説明できる。	１点とばし星型ｎ角形と２点とばし星型ｎ角形の角の和について，内角と外角の性質を用いてそれぞれ説明できる。	星型ｎ角形の角の和について，いろいろな規則性を見つけるよう促す。

（２）実際の授業

①授業の流れ

ア　課題を確認する。（５分）

平行線と角の性質を使って星型多角形の角の和を説明しよう。 ｍ点とばし星型ｎ角形の角の和はどうなるか

イ　様々なレポートを紹介し，星型五角形の角の和の求め方を説明する。（２０分）

ウ　どのような性質を使って求めたかをグループで確認する。（１０分）

エ　ｍ点とばし星型ｎ角形の角の和について，個人で表を作成し考察する。（１０分）

オ　ｍ点とばし星型ｎ角形の角の和について，全体で確認する。（５分）

②実際の評価とフィードバック

見取１　分度器を利用して確かめる。（直感的のＢ）

支援１　分度器を利用したレポートを紹介する。

発問１　今まで習った性質を用いて求める方法はないだろうか？

見取２　三角形の外角の性質を利用して，５つの角を１つの三角形に集める。（帰納的のＢ）

発問２　このレポートは，どのようにして角の和を求めたのであろうか？

支援２　着目する三角形を見やすくするために，色を使ったレポートを紹介する。

支援３　くさび形に着目したレポートを紹介する。

見取３　くさび形の性質を利用して，５つの角を１つの三角形に集める。（帰納的のＢ）

支援４　内側にできる五角形を見やすくするために，色を使ったレポートを紹介する。

見取４①　内側に五角形を利用して，外角の和の２倍から内角の和を引く。（演繹的のＢ）

見取４②　内側の五角形が正星型五角形であるとして，角を求める。（類推的のＢ）

発問５①　補助線を引いて求めることはできないだろうか？

支援５①　蝶々型を意識させるための補助線の引いたレポートを紹介する。

見取５①　蝶々型を利用して，５つの角を１つの三角形に集める。（帰納的のＢ）

支援５②　外側に五角形をつくるために，５本の補助線を引いたレポートを紹介する。

見取５②　外側の五角形の内角の和から，５つの小さな三角形の内角の和を引く。（演繹的のＢ）

発問５②　この人はどのような求め方をしたか説明しなさい。

発問６　平行線の同位角と錯角の性質を利用した方法はないだろうか？

見取６　平行線と角の性質を利用して，１つの頂点に角を集める。（帰納的のＢ）

支援６　頂点の１つに複数の平行線を引いて角を集めたレポートを紹介する。

発問７　星型ｎ角形の角の和をｎを使って表すことはできないだろうか？

見取７①　平行線と角の性質を利用して，星型ｎ角形の１つの頂点に角を集める。（帰納的のＢ）

見取７②　複数の星型多角形の角の和を求める。（帰納的のＢ）

見取７③　星型多角形を複数の星型五角形に分割して角の和を求める。(帰納的のＢ)
支援７　　文字を使ったレポートを紹介する。

発問８　　２種類の星型五角形の違いは何か？
支援８　　とばしについてかかれたレポートを紹介する。

発問９　　ｍ点とばし星型ｎ角形の角の和を，ｍとｎで表しなさい。

７．第３学年における授業実践

（１）言語活動の位置づけと評価

①領域，単元

領域Ｃ「数と式」　単元「多項式」

②学習活動

ア　学習課題

多項式の展開や因数分解を利用して（道の面積）＝（センターラインの長さ）×（道幅）が様々な図形で成り立つことを考察し説明する。

イ　アにともなう言語活動

４人のグループで各自が考察したことを説明し合う。また，各自の考察したことをレポートにまとめる。

③評価について

ア　評価の観点（数学的な見方や考え方）

様々な道について多項式の展開や因数分解を利用して

（道の面積）＝（センターラインの長さ）×（道幅）が成り立つか考察できる。

イ　評価の方法

評価の指標を用いて個別に支援を行う形成的評価

評価の指標を用いて全体でよりよい考え方を確認する形成的評価

ウ　評価のフィードバック方法

机間支援による即時フィードバック

全体でよりよい考え方を確認しあう集団へのフィードバック

＜本題材の評価の指標＞

	説明の状況	十分満足できる状況（Ａ）	概ね満足できる状況（Ｂ）	支援を要する状況（Ｃ）
類推的な説明	大円から小円の面積を引いて道の面積を求めたのと同じように道のの面積求めて、説明している。	文字式を用いて正方形について大きい長方形から小さい正方形の面積を引いて面積を求めて説明している。	正方形について文字と数を混ぜて面積を求めて説明している。	正方形等で説明しようとしているが文字でうまく計算できないまた，数を用いて説明している。

帰納的な説明	道の面積が道の幅とセンターラインの長さの積で求められることをいくつかの図形で説明している。	複数の図形を取り上げ，道をいくつかの長方形に分けて説明していつでも成り立つと説明している。	ある図形を取り上げて道をいくつかの長方形に分けて文字式を用いて説明している。	正方形や長方形等で説明しようとしているが文字でうまく説明できない。
演繹的な説明	道の面積が道の幅とセンターラインの長さの積で求められることを一般的な多角形で説明している。	一般的な多角形の周囲の道について台形の面積の関係を用いながら文字式で説明している。	正多角形の周囲の道について台形の面積の関係を用いながら文字式で説明している。	正多角形の周囲の道について文字式で説明しているが不十分である。

（２）実際の授業

①授業の流れ（第１時）

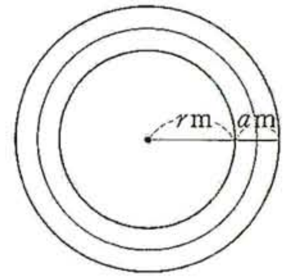
ア　基本課題をつかませる（５分）

半径ｒの円形の土地の周囲に幅ａｍの道がある。この道の面積をＳ cm^2 センターラインの長さをＬｍとする。ＳとＬの関係を調べてみよう。

イ　個人で追求する。（１０分）

ウ　全体で追求する。（１５分）

エ　図形を円から別の形にして考えてみる。
どんな図形で考えるか全体指導で確認する。



オ　正方形を取り上げて個人で追求する。（１０分）

カ　平行四辺形も道と考えれば高さを（道幅），底辺の長さを（センターラインの長さ）とすれば平行四辺形の面積もＳ＝ａＬが成り立つ。
台形でも高さを（道幅），上底と下底の平均を（センターラインの長さ）とすれば
Ｓ＝ａＬと見ることができる。これらを一斉指導で追求する。（１５分）

②授業の流れ（第２時）

ア　基本課題をつかませる（５分）

他の図形でも道の面積をＳ㎠は道幅をａｍ，センターラインの長さをＬｍとしたとき
Ｓ＝ａＬが成り立つか調べてみよう。

イ　各自ある図形を取り上げて個人で考察する。（２０分）

ウ　４人の班を作り，調べたことを発表し合う。（１０分）

エ　代表の生徒が図形の周りの道の面積について調べてことを発表する（１５分）

オ　宿題として他の生徒の発表を参考しにして各自レポートにまとめる。

③実際の評価とフィードバック

ア　個別評価とフィードバック

生徒A　長方形の周りに道を作って考えているが，長方形の１辺の長さや道幅を具体的な整数で考えている。

支援１　具体的な整数で計算した後，文字式で計算してみるように話しかける。

反応　縦をｘ，横をｙとして道幅をａとして計算しているが，道の面積を上手く計算できていない。

支援２　円のときは道の面積をどのように求めたか思い出させて，長方形の場合も同じように考えるように促す。

様子を見て更に，大きい長方形から小さい長方形を引くことを助言する。

生徒B　文字式で正方形のみで説明している。

支援１　他の図形ではどうなるか問いかけて，他の図形でも考察するように促す。

支援２　まだ，どの図形にすればよいか迷っている場合は具体的な図形を提案する。

生徒C　多角形で考察しているが，多角形の周りの道のどの部分についてどう処理したらよいか悩んでいる。

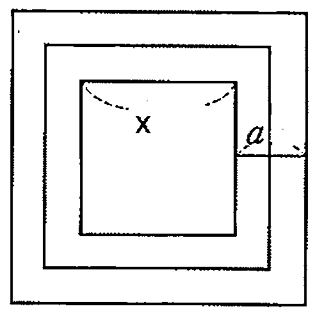
支援１　台形の高さ（道幅）・上底・下底と面積の関係がどうだったか思い出させる。

支援２　道を多角形の辺ごとに分割するように助言する。

イ　全体発表とフィードバック

・１辺の正方形について道幅ａとすると道の面積は円の時の計算と同じようにして（大きい正方形）－（小さい正方形）で求められるので次の式で説明できる。（類推的説明）

$$(x+2a)(x+2a)-x^2$$
$$=x^2+4ax+4a^2-x^2$$
$$=a(4x+4a)$$



・長方形の周りの道の面積については，縦ｘ，横ｙの長方形について道幅ａとすると道の面積は道を４つの長方形に分割するれば，道幅（縦）ａで横が（ｘ＋a）と（ｙ＋a）の２種類の長方形できる。

道の面積は　$a(x+a)\times 2+a(y+a)\times 2=a(2x+2y+4a)$ となる。

また，Ｌ字形の道でも，２つの長方形の道に分ければ同じようにできる。（帰納的説明）

・平行四辺形や多角形などの周りの道は，辺が斜めになるので長方形に分ける方法では道の面積を上手く求めることはできない。ｎ角形の周りの道はいくつかの台形に分けることができる。そこで，１番目の台形の道の面積は　$S_1=a\times(x_1+y_1)\div 2$ になる。これは道幅ａでセンターラインの長さは $(x_1+y_1)\div 2$ なので（１番目の台形の道の面積）＝（道幅）×（センターライン）が成り立つ。１番目からｎ番目も同様なので１番目～ｎ番目の台形の道の面積の和も成り立つ。どんな多角形の周りの道でもＳ＝ａＬが成り立つ。（演繹的説明）

8．まとめと課題

最初は，評価の指標（ルーブリック的な表）を作成するのに手間がかかることから，労力の割りには実効性がないのではないかと考えていた。しかし，時間はかかるが，１度指標をつくってしまうと，その他の単元にも応用することができ，教員側の指導の在り方の整理・整頓にもつながり，机間支援の際，非常に効果的に生徒にアドバイスをすることができるようになってきた。例えば，以前は，

１０００羽の折り鶴を５人で折ると大変なので，１人あたりの折る数を１／４倍にしたい。何人で折ればよいか。

という問題に対し，どんな解答を求めるのか，教員側もはっきりとした指標をもたず授業にのぞんでいた。その結果，ともすれば，２０人という解答にたどり着けばよく，どんな考え方を使ったのかということにあまり重きを置かない授業になりがちだった。しかし，指標をつくり，それに従って形成的評価を行うことを積み重ねていくうちに，「１０００÷５＝２００，２００÷４＝５０，１０００÷５０＝２０」「水道管の問題でも本数を３本に増やすといっぱいになるまでの時間が１／３倍になったから，この問題も折る人数を４倍にすればいいだろう」「折る人数を２倍，３倍にすると，１人あたりの折る数は１／２倍，１／３倍になる。このことから折る人数を４倍にすればよい」「折る人数×１人あたりの折る数＝１０００で一定だから，反比例の考え方が使える」など，多種多彩な解答を，教師がそれぞれ直感的，類推的，帰納的，演繹的な説明に分類することができ，個に応じた，そして目的にそった指導につなげることができるようになった。

評価の指標をつくるのは大変かもしれないが，それは結局「数学的な考え方を用いて説明する」活動を行う際，教師が指導の指針を持って授業にのぞみやすくなり，活動の結果が効果的に生徒にフィードバックされていくことにつながっていくのではないだろうか。それが本校数学科が考える「指導と評価の一体化」である。

今後の課題を２つあげておく。１つは評価の生徒と評価の指標を共有すること，もう１つは評価の指標の作成の労力を軽減することである。

１つ目については，生徒とともに評価の指標を共有し，生徒が自分自身で評価の指標を使いながら，より効果的に自分自身にフィードバックしていくことができることを目指したい。そのためには，数学的な根拠を用いて説明する場面を増やし，直感的，類推的，帰納的，演繹的思考の型の分類を生徒と共に行い，その場で数学的根拠の用い方を共有する実践を積み重ねていくことである。ここで気をつけたいのは，教師側に評価の積み重ねのための新たな労力がかからないようにすることである。形成的評価は，いわゆる成績評価とは違う。全員分の記録をとる評価は，単元の最後に総括的評価としてとればよく，形成的評価を積み重ねて生徒に力をつけていくという考え方で十分であると考える。

もう１つの評価の指標を作成する労力の軽減については，日頃から，数学科教員がざっくばらんな形で会話することの大切さを感じる。「今日の授業でこういう考え方が出たが，これってどの分類のどのあたりだろうか。」という会話を，楽しみながら行うことである。結局は教師側もそういったことの積み重ねが大切であると考える。慣れてくると，１つの題材に対する評価の指標は１時間もかからないで作成することができるし，それが形になってなくても教師の頭の中にあるだけでも十分ではないかと思う。評価のための評価にならないこと，よく言われることであるが，簡潔で，より実効性のある評価を目指したい。