

生徒の数学への学習意欲を高める評価のあり方について

—効果的な学習場面の設定—

濱 口 国 彦
数 学 科 戸 水 吉 信
松 原 敏 治

1. テーマ設定にあたって

(1) 新学習指導要領との関連

新学習指導要領における数学科の目標は次の通りである。

「数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。」

今回の改訂では、「数学的活動の充実を図ること」や「自ら進んで数学を活用する態度を育てていく」ことが重要視されていると思われる。本校数学科では、昨年度「数学的な活動を通じた課題発見能力と課題解決能力の育成」をテーマに研究を進め、数学的な活動を積極的に授業に取り入れ、生徒が自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら問題を解決していくことを目指してきた。今年度は、前年度に引き続き、数学的な活動を通して生徒が自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら問題を解決していくことを目指すとともに、さらに事象を数理的に考察する能力を高めることを目指し、生徒の考えが広がるような課題を生徒の学習意欲が高まるように効果的に設定して、その中で後述するように評価を行っていくことにした。

(2) 評価との関連

今回の改訂では、評定についても、目標に準拠した評価によって記入していくことになり、さらにきめ細かい評価が必要となった。そこで今年度はさらに、評価のあり方についても研究の内容に取り入れ、前述したように、生徒の考えが広がるような課題を設定し、数学的な見方や考え方、数学への関心・意欲・態度などを評価していくことにした。また、数学的な表現・処理、数量・図形などについての知識・理解については、ワークシートや単元別のテストなどで評価を行い、その結果を生徒にフィードバックしていくことによって、基礎学力の定着をはかることにした。生徒が数学への学習意欲を高めるには、生徒が楽しく学習を進めながら、さらに数学的な力をつけていく指導が必要ではないかと思われる。そこで、基礎的・基本的な力の定着と、自分と他人の考えを比較・議論する場を設定していくことで、生徒の学習意欲を高めていけるのではないかと思われる。

2. 数学的な活動の場面

本校数学科では、数学的な活動を授業に積極的に取り入れている。以下は昨年度の研究紀要より抜粋した、本校数学科での数学的な活動の分類である。これらの活動を効果的に授業に取り入れ、生徒の学習意欲を高める評価を行っていくことにした。

(1) 数学的な活動とは

数学的な活動は簡潔に表現すると「身の回りの事象を数理的に考察する活動」とされている。具体的に

は「実験・観察・操作的活動」「問題点や学習課題を見つける活動」「学習課題に見通しを持ったり結果を予想する活動」「学習課題を解決する方法を見つける活動」「予想した結果を数学的に確かめる活動」「数学的な規則性を見つける活動」「数学的な規則性を説明し一般化する活動」「課題を発展させる活動」などが考えられる。

(2) 数学的な活動を重視する背景

数や文字式の計算などの技能が定着している生徒は多い。また、数学的な原理法則を出来上がったものとして覚えているだけの生徒も見られる。しかし、自ら数学的な課題を見つけて、数学的な考え方を活かしながら課題を解決する力が十分に身に付けている生徒は多いとはいえない。また、学年が進むにつれて抽象的な内容が増えていくために数学の得意な生徒と不得意な生徒の差が激しくなっていく傾向にある。更に、数学の学習は系統的であるため、ある学年の学習内容の理解が遅れ、その後の学習に困難をきたし学習意欲を失っている生徒も多い。数学的な活動を通して数学を学ぶ過程を大切にすることを進めることでこのような問題点を改善していくことが求められていると考えられる。

数学的な活動は外的な活動と内的な活動が考えられる。外的な活動では作業的な活動、体験的な活動、具体物を利用した活動、操作的活動、実験・観察などの活動が考えられる。これらの外的な活動から、身近に感じたり疑問に思ったりすることなど情意面から学習を喚起し、学習意欲を高めることが期待できる。このような外的な活動は、数学の問題点や学習課題を捉えやすくしたり、具体的な事象に照らして考えることで、内的な活動を促しより論理的・一般的・抽象的に考える手助けになる。

内的な活動は外的な活動などから得た疑問や学習課題を帰納的に考えたり類推したりすることで疑問や課題を解決する役割がある。また、一般化したり論理的な説明を考えることで数学的な概念の原理法則の理解を深めることができる。このような活動から数学を学ぶことのおもしろさを味わうことを狙っている。

(3) 数学的な活動の場面

授業の各場面での数学的な活動の例として次のような活動が考えられる。

① 導入場面

- ア 操作、実験、観察など、情意面から学習意欲を高める活動
- イ 具体的な事象から、学習課題を見つける活動
- ウ 既習事項の検討や発展から学習課題を見つける活動

② 課題追求、課題解決場面

- エ 学習課題に見通しを持ったり結果を予想する活動
- オ 予想した結果を数学的に確かめる活動
- カ 帰納的に考えたり類推したりするなど解決する方法を見つけ課題を解決する活動
- キ 数学的な規則性を見つけ、その規則性を説明し一般化する活動
- ク 話し合いなどで自分の考えを説明したり、他者の考えを取り入れる活動

③ 課題発展場面

- ケ 課題を発展的に考え、次の課題を見つけていく活動

3. 必修数学における実践

(1) 数学的な活動の取り入れ方と評価の実際

① 何のための評価か（評価の目的）

本校数学科では、評価をする目的として次の2つを考えた。1つは生徒の数学への学習意欲を高めること、もう1つはより高度な数学的な力をつける、すなわち数学的な事象をより抽象的・一般的に見たり表現したり理解したりする力をつけることである。

いろいろな事象を数学的に考えるためには、まず基礎的・基本的な力が身につけていなければならない。また、数学的な活動を取り入れるなど、生徒が事象を数学的に考えることのできる場の設定も大切である。生徒の学習意欲を高めるためには、基礎的・基本的な力がついているかを評価して、個々の生徒に応じた指導をし、生徒の力をつけていくことや、生徒が数学的に考察したことを評価し、生徒全体へフィードバックしていくことが大切である。またそのことが、生徒にとってお互いの考え方を比較したり議論したりすることにつながって、数学への見方や考え方を高めていくことができるのではないかとと思われる。

以上のことから、必修数学では特に次の2つのことについて重点的に評価の仕方を研究していくことにした。

- ・基礎的・基本的な力の評価
- ・数学的な活動への取り組みとその結果の評価

② どのような方法で評価するのか（評価の方法）

基礎的・基本的な力の評価は、小テストや単元テストを中心に行った。小テストは基礎学力の定着を目的として、各単元10回程度で、授業の最初5分程度を利用し、計算問題など、主に表現・処理力を見る問題を出題した。5～6点満点で生徒が自己採点し、その結果を表に記入して自己管理させることにした。また、数学研究室前に小テストの再テスト用紙を置いておき、休み時間などを利用していつでもできなかった問題にチャレンジできるようにした。かなりの生徒が再テスト用紙を利用し、繰り返し計算問題に取り組んでいた（資料1）。また、単元テストは、単元が終了した段階で、基礎学力の定着を評価するために行った。単元テストではB基準の合格ラインを設定し、合格できなかった生徒へは個別指導や再テストを行い、基礎学力定着のための支援を行った。

数学的な活動への取り組みとその結果の評価は、各単元毎の**評価の設定授業**を中心に行った。**評価の設定授業**とは、数学的な活動をする中で、数学への関心・意欲・態度や数学的な見方や考え方を積極的に評価する授業のことで、生徒の意欲を引き出す授業の工夫や、自分の考えを発表する場を設定することで、生徒がB基準に到達できるように支援した。また、発表した考えをもとにお互いに議論する中で、生徒がA基準に到達できているかを評価し、数学的に事象を見る力の高まりを目指した。（資料2）

③ どう評価するのか（実際の評価）

実際には、上記の方法に従って、評価規準にしたがった成績補助簿を作成し、生徒の評価の状況を記入し、個別指導に役立てるとともに、評定を記入する際の資料としても活用できるようにした。（資料3）

④ 評価の生徒へのフィードバック

評価の結果は、次の3つの方法で生徒へフィードバックした。

- ・小テストの結果を自分で記入させることなどによる自己フィードバック
- ・単元テストやレポートなどを採点・点検し、生徒へ返す個人へのフィードバック
- ・生徒が発表したり提出したレポートなどをクラス全体で議論したり、全体の場でいい考え方を評価しあう全体でのフィードバック

⑤ 評価の教師自身へのフィードバック

評価の設定授業でA評価が増えるということは、それだけ生徒の考え方がたくさん出やすい授業であったということである。また、単元テストでB評価が増えるということは、それだけ基礎学力が定着しているということである。特にその2点を教師自身へフィードバックし、授業のあり方を工夫・改善していく目安としている。

⑥ 評価の結果が次の生徒の活動にどう生かされたのか

小テストや単元テストのフィードバックは、生徒の基礎学力の定着に役立っているようである。生徒の計算力は着実についてきていると思われる。

また、クラス全体へ生徒の考え方をフィードバックすることは、生徒の学習意欲につながっていると思われる。最初の設定授業ではあまり活動に積極的でなかった生徒も、自分の提出したレポートがプリントや問題集になって全体で評価されるのを見て、次の設定授業では意欲的に活動していた。自分の考え方のいいところが全体で評価されるのが、生徒にとってはうれしいことであり、学習意欲につながったのではないと思われる。さらに生徒の学習意欲を高めるために、相互評価のあり方も検討中である。

⑦ 評価の結果が次の教師の指導にどう生かされたのか

生徒の考え方を全体へフィードバックする方法について、生徒の意欲の評価から、いろいろと工夫している。最初の設定授業では、ただ生徒のレポートをプリント化し、全体で評価しただけであった。そのため、次は班で議論する時間を設け、その後に全体へフィードバックする方法をとってみた。その結果、全体では意見が出にくかったのが、より小さい集団ではいろいろと話し合うことができ、自分の考えを他の人に評価してもらえたという実感が残ったようであった。

(2) 授業実践

連立方程式の応用で、評価の設定授業を行った。(資料4)

連立方程式の文章問題を作らせ、小集団(班)の中でのフィードバックを行い、生徒の学習意欲の高まりと、数学的な力の高まりを目指した。班でお互いの問題の工夫点や、解き方を話し合った後に、全体での発表会を行い、全体でもフィードバックを行った。その後、各班の代表問題を印刷し、再度フィードバックを行った。

(3) 実践後の考察

① 生徒の学習意欲について

生徒の考えを班や全体へフィードバックしていくことは、生徒の学習意欲の高まりに大いに寄与するところがあると思われる。生徒の自己表現欲求と、いいところを評価されたときの喜びが、その要因であると思われる。今後も数学的な活動を積極的に取り入れて、生徒の多様な考えが出る活動を行い、それを表現する機会を増やしていきたい。

② 評価について

評価の設定授業では、1時間の中でいろいろなことを評価しようと思っていたが、40人全員を1時間の中で評価することは難しく、結局、授業中の評価としては発表者の評価しかできなかった。全員を評価するには、ノートやワークシートの評価が必要不可欠であり、公平で教師側もやりやすい評価のあり方、方法を今後も模索していきたい。

(資料1) 小テストと小テスト・単元テストの得点表

単元ごとに、「小テスト・単元テストの得点表」を作り、生徒自身に記入させることによって、自己の学

習を自分で振り返らせることにした。単元テストは小テストをもとに出題をした。小テストを繰り返しやることによってつけた力を、単元テストで確認するというサイクルは、生徒も学習を進めやすかったようである。

数学 小テスト 1-3

- (1) $2(x-3y)$
- (2) $-3(2a+4b)$
- (3) $2x \times (-3y)$
- (4) $-8ab \times \frac{1}{4}a^2b$
- (5) $(2x)^2 \times (-7y)$

数学 小テスト 1-4

- (1) $(9a-6b) \div 3$
- (2) $(5x-20y) \div (-5)$
- (3) $4xy^2 \div (-2y)$
- (4) $2a^2b \div (-8ab^2)$
- (5) $\frac{1}{2}x^2y \div \frac{3}{4}xy$

小テスト・単元別テスト 得点表
2年(4)組(27)番

単元		1章 式の計算		
		1回目	2回目	3回目
小 テ ス ト 各 点 満 点	1 多項式の加法	5 4/22	5 5/21	/
	2 多項式の減法	5 4/24	5 5/21	/
	3 多項式の乗法	5 4/26	4 5/21	/
	4 多項式の除法	5 5/8	5 5/21	/
	5 多項式の四則計算	2 5/10	4 5/21	/
	6 式の値	5 5/13	5 5/21	/
	7 式を使った説明	5 5/15	/	/
	8 等式の変形	4 5/20	/	/
	9 多項式の知識	4 5/20	/	/
	10 多項式の意味	4 5/20	/	/
単元別テスト (満点 34)		33.5 5/22	/	/

(資料2) 評価の設定授業

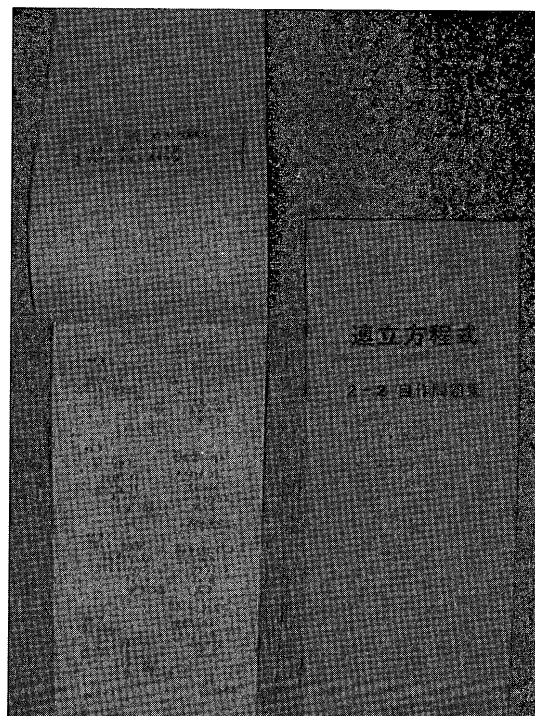
単元 連立方程式

題目 「連立方程式の問題集をつくろう」

数学的な活動 ウ 既習事項の検討や発展から学習課題を見つけた活動

評価項目 ・代数的な操作のよさに関心を持ち、連立二元一次方程式を解こうとする。
(数学への関心・意欲・態度)
・連立二元一次方程式の解き方を考察することができる。
(数学的な見方や考え方)

授業内容 連立方程式の問題とその解答をつくり、それを問題集の形で印刷・製本し、全体へフィードバックした。



単元 文字と式

題目 「カレンダーから規則性を見つけ、文字を使って説明してみよう」

数学的な活動 キ 数学的な規則性を見つけ、その規則性を説明し一般化する活動

評価項目 ・事象の中の数量の関心に興味を持ち、それを文字式で表現したり、意味をよみとったり、一般

的な説明をしようとする。(数学への関心・意欲・態度)

・帰納や類推によってとらえた数量の関係を，文字式を用いて簡潔かつ一般的に表現・説明したり考察することができる。(数学的な見方や考え方)

授業内容 カレンダーから規則性を見つけて，それを文章で表したり，文字を使って一般的に説明したりした。個別学習を行い，見つけた性質とその説明をレポート形式で提出させ，全員分を印刷して全体へフィードバックした。

単元 連立方程式

題目 「連立方程式の文章問題を作り，班で検討し合って発表しよう」

「お互いの班の問題を解こう」

数学的な活動 ウ 既習事項の検討や発展から学習課題を見つける活動

ク 話し合いなどで自分の考えを説明したり，他者の考えを取り入れる活動

評価項目と授業内容については資料4参照

数学 2年組 成績補助簿 単元 1章 式の計算

通知票観点	評価規準	数学への興味・関心・態度		数学的な見方や考え方を一般的に考察することができる		数学的な表現・処理		数量・図形などについての知識・理解	
		①計算への意欲 ②事象の中の数量関係への関心と説明への意欲 ③式の変形にともなう数量関係の考察への意欲	①計算を抽象化して考察 ②帰納や類推により一般的に考察 ③等式の変形により数量関係を考察	文字式を用いて、具体的な事象を書ける。	式の計算や式の変形ができ、一般的に説明が書ける。	①簡単な整式・単項式の加減乗除 ②事象の文字式による表現・読みとり・説明 ③等式の変形	①式の意味・計算の仕方の理解 ②文字式を用いる意義の理解 ③等式の変形の意味の理解	式の変形や式の変形ができて、一般的に説明が書ける。	数量・図形などについての知識・理解
評価項目	小テスト	① 設定授業 / 発表	② 設定授業 / 発表	③ 授業態度	① ② ③ 総合ワーク点検	① ② ③ 期末テスト	① ② ③ 総合評価	① ② ③ 期末テスト	① ② ③ 総合評価
番号	氏名	BC ABC A	ABC A	BC ABC	ABC A	ABC A A A	ABC A	合格 / 満点 12 / 16	合格 / 満点 12 / 16
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									
29									
30									
31									
32									
33									
34									
35									
36									
37									
38									
39									
40									

2年2組 数学科 学習指導案

平成14年6月18日(火)4限

2-2教室

指導者 戸水吉信

1 単元 「連立方程式」

2 単元目標

- ・連立方程式の解き方に興味を持ち、自分で解こうとする。(数学への関心・意欲・態度)
- ・連立方程式を活用することに興味を持ち、問題をつくらうとする。(数学への関心・意欲・態度)
- ・連立方程式の解き方を自分で考察することができる。(数学的な見方や考え方)
- ・文章問題を連立方程式を用いて解くことと、解の検証ができる。(数学的な見方や考え方)
- ・連立方程式を解くことができる。(数学的な表現・処理)
- ・連立方程式を立てることができ、解を確かめることができる。(数学的な表現・処理)
- ・二元一次方程式、連立方程式とその解の意味を理解している。(数量・図形などについての知識・理解)
- ・加減法や代入法による連立方程式の解き方を理解している。(数量・図形などについての知識・理解)

3 授業にあたって

教材観

方程式の文章題は苦手とする生徒が多く、そのため文章題に対する学習意欲も低くなりがちである。生徒の苦手意識は、文章を読んでそれを方程式に表す力がきちんとついていないことから起こっていると思われる。本時の学習までに、基本的な文章問題の学習を進め、文章から方程式を立てる練習は行ってきたが、本時では逆に方程式から具体的な事象の中の関係をとらえ、それを文章に表すことを行い、文章と方程式の変換を生徒に意識づけていきたい。また、グループでの学習形態をとり、みんなで話し合いをしながら自由に文章問題をつくることで、生徒の学習意欲を喚起したい。

生徒観

2年2組は男子19名、女子20名の元気のいいクラスで、数学に対する学習意欲が高いクラスである。理解の遅い生徒もいるが、分からないところは熱心に質問をし、みんなで問題を解決していこうという雰囲気のあるクラスで、授業のしがいがある。今回も、各個人のペースに合わせながら、じっくりと問題を考えさせたい。また、生徒相互で意見を交わし、お互いに良い考えを吸収しあい、学習効果が高まるような学習形態も考えていきたい。

指導観

前回の評価の設定授業では、個人で問題を考え、全体へフィードバックするという方法をとったため、生徒が自分の考えを発表し、全体で話し合う機会が十分に確保されなかった。そこで、今回は、個人から全体へフィードバックする間に、班でのフィードバックの時間を確保し、生徒がお互いに話し合うことで、学習意欲や数学的な力の高まりを目指すことにした。

評価観

今回は連立方程式の文章問題をつくらせるなかで、主に「関心・意欲・態度」や「見方や考え方」の「A」を見る評価の設定授業とした。評価方法は主に授業中の発言とノートで行うこととした。発言が得意な生徒、ノートに自分の考えを書くのが得意な生徒の両方を評価することを意識した。今回評価を行う規準は、次の評価基準表で、太字および下線がついた部分である。

4 授業計画および評価計画 (総数 14時間)

第1次	連立二元一次方程式とその解の意味	2時間
第2次	連立二元一次方程式の解き方	6時間
第3次	連立二元一次方程式の利用	6時間(本時5時間目)

	単元名及び目標	主な学習活動または学習項目	数学への関心・意欲・態度 (評価方法と基準)	数学的な見方や考え 方 (評価方法と基準)	数学的な表現・処理 (評価方法と基準)	数量、図形などについて の知識・理解 (評価方法と基準)
授業計画と評価標準	1次 2時間 ①連立二元一次方程式とその解の意味	①分からない値が2つある具体的な事象を考え、その値の求め方を考えてみよう。	①具体的な事象を2つの文字を使って式に表し、これを方程式とみて解を求めようとする。 連立二元一次方程式やその解の意味に関心をもち、自分なりの方法で解を求めようとする。	①具体的な事象を2つの文字を使って式に表し、これを方程式とみて解の意味について考察することができる。 二元一次方程式には解が複数あることに気づき、方程式を連立させることの意味や連立二元一次方程式の解の意味を考察することができる。	①連立二元一次方程式をつくることができ、1つの文字に値を代入してもう一つの文字の値を求めることができる。 2つの二元一次方程式に値を代入して、連立二元一次方程式の解であるかどうか確かめることができる。	①二元一次方程式とその解の意味を理解している。 連立二元一次方程式とその解の意味を理解している。
	2次 6時間 ②連立二元一次方程式の解き方	②連立二元一次方程式をいろいろな解き方で解いてみよう 連立二元一次方程式の問題集をつくらう	②一元一次方程式に帰着することで、効率よく連立二元一次方程式が解けるといふ代数的な操作のよさに関心をもち、連立二元一次方程式を解こうとする。	②一方の文字を消去し、既知の一元一次方程式に帰着させれば解けることに気づき、連立二元一次方程式の解き方を考察することができる。	②加減法や代入法を用いて、連立二元一次方程式を解くことができ、その手順を説明することができる。	②一方の文字を消去し既知の一元一次方程式に帰着させれば解けること、加減法や代入法による解き方を理解している。
	3次 6時間 ③連立二元一次方程式の利用	③いろいろな文章問題を二元一次方程式を使って解いてみよう <u>文章問題をつくってみよう</u>	③連立二元一次方程式を利用して問題解決が容易になるというよさに関心をもち、積極的に問題を解決しようとする。	③具体的な事象の中の数量の関係をとらえ、連立二元一次方程式を用いて解を求めるとともに、 <u>解や解決の方法が適切であるかどうか振り返って考察することができる。</u>	③連立二元一次方程式をつくったり、解を求めたりするとともに、 <u>その手順や解の適否を説明することができる。</u>	③連立二元一次方程式を利用して、問題を解決する手順を理解している。
評価方法と評価標準	(評価B) 授業中の観察・・・方程式の解き方などを生徒に考えさせる。方程式の文章問題への取り組みなどを見る。 <u>ノート点検・・・具体的な事象の中の数量をとらえる課題を出す</u> <u>ワークシート点検・・・二元一次方程式やその文章問題で、自作の問題をつくる課題を出す</u> 単元テスト・・・7月実施	①授業中の観察課題に取り組んでいるかどうかをみる。 ②ワークシート点検例と同じようなものをかくなど、課題に取り組んであればB	①授業中の観察授業の流れに沿って考察ができればB ②ノート点検具体的な事象の中の数量をとらえる課題で例と同じようなものをかいてあればB ③単元テスト代入して解を確かめる問題、基本的な連立方程式、基本的な文章問題7～8割でB	①単元テスト代入して解を確かめる問題、基本的な連立方程式、基本的な文章問題7～8割でB	①単元テスト代入して解を確かめる問題、基本的な連立方程式、基本的な文章問題7～8割でB	
	(評価A) 授業中の観察・・・方程式の解き方などを生徒に考えさせる。方程式の文章問題への取り組みなどを見る。 <u>ノート点検・・・具体的な事象の中の数量をとらえる課題を出す</u> <u>ワークシート点検・・・二元一次方程式やその文章問題で、自作の問題をつくる課題を出す</u> <u>発表・・・班で考えた課題を全体場で発表する</u> 期末テスト・・・10月実施	①授業中の観察より深い追求が見られればA ②ワークシート点検例題と違う課題を作ろうとしていればA ③発表問題を解決する態度で、積極的に発表すればA	①授業中の観察自分で発言ができて、優れた考え方を発表したらA ②ノート点検例と違うものをあげてあればA ③ワークシート点検作った課題に対し、解が正しいかどうかの検証を加えてあればA ③期末テスト方程式を一般的に扱う問題、解の検証を一般的・論理的に行う問題、複雑な文章問題を出し、できればA	①期末テスト解の適否や方程式を解く手順の説明、複雑な方程式の問題を出し、できればA ②発表解が求まることや、解の検証を正しく説明できればA	①期末テスト方程式の解き方の手順を問う問題、自分で計算や方程式の解き方をシステム化できるかを見る問題を出し、できればA	
	(評価Cに対する生徒への配慮事項)	①課題に取り組んでいない生徒に対しては、取り組みを促す ②レポートの提出がない生徒には提出を促す	①②その場で、または個別に支援する。 ③単元テストの再テスト	①単元テストの再テスト	①単元テストの再テスト	

5 本時の授業

- (1) 題目 「連立方程式を使って解く問題を作ろう」
- (2) ねらい
- ① 積極的に問題を解決しようとする。(数学への興味・関心・態度)
 - ② 具体的な事象の中の数量の関係をとらえることができる。(数学的な見方や考え方)
 - ③ 解や解決の方法が適切であるかどうか振り返って考察することができる。
(数学的な見方や考え方)
 - ④ 文章問題を解く手順や解の適否を説明することができる。(数学的な表現・処理)
- (この①～④の番号は、下の学習の展開の評価の番号に対応しています。)
- (3) 準備する物 ワークシート (個人用), ホワイトボード小6枚, ホワイトボードマーカー6本
- (4) 学習の展開

学 習 活 動	時間	教師の働きかけ・支援・評価
1. 「 $x + y = 15$ 」から想像される日常生活の事象を考えよう。 (個別学習)	10	<p>どんな意見でも1つ1つを丁寧に取り上げ、xとyがはっきりしないものには、例えば何をx個、何をy個としたら合わせて15個なのかなど、x、yをはっきりさせるように支援をする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>評価②…ノート</p> <p>例と違うものを書いてある…………… A</p> <p>例と同じようなもの…………… B</p> <p>書いてない、未提出…………… C</p> </div>
2. もうひとつ条件を付け加え、文章問題をつくってみよう。 (グループ学習)	25	<p>作り方が分からない生徒に対しては、例えば個数の問題では、「個数の式があるから、あとは値段の式を考えてみたらどうか」など、「～の式をつくってみよう」という支援をする。つくった生徒に対しては、それを解いてみて解の検証を行うことや、他の生徒の問題を見て、グループの代表問題を決めるように働きかける。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>評価①…ワークシート</p> <p>問題作りに工夫のあとが見られる…………… A</p> <p>例と同じようなもの…………… B</p> <p>書いてない、未提出…………… C</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>評価③…ワークシート</p> <p>解の検証などを加えてある…………… A</p> </div>
3. 作った文章問題を発表しよう。 (全体学習)	10	<p>問題を発表する際には、工夫されている点や、解をきちんと検証したことなどを交えながら説明するように働きかける。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>評価①…発表</p> <p>問題を解決する態度で積極的に発表した…………… A</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>評価④…発表</p> <p>解が求まることや解の検証を正しく説明できる…………… A</p> </div>
4. 作った文章問題を解いてみよう。 (グループ学習)	5	<p>グループ毎に、どの班の問題を解くのか選ばせて、その問題を中心に解くように働きかける。</p> <p>次回、解く時間を確保して班ごとに発表することを伝える。</p>

4. 3年生選択数学Bにおける実践

(1) はじめに

必修教科で学んだ学習をもとに、数学的な活動を重視しながら各領域の発展的な内容に取り組み生徒の数学的な見方や考え方を伸ばし、数学的な知識を広げることをねらいとした。また、内容等の削減により必修の数学で学習できる範囲は限られてくる。そこでそれ以上の範囲について学習を深めたいと思っている生徒のために、発展選択では、数学的な活動から生じる生徒のより高度な数学への興味・関心を活かした内容を学習する。

また、生徒の学習意欲向上させたり数学的な見方や考え方を伸ばすために数学的な活動の場面を意図的に設定するようにする。

(2) 学習内容

① 数の性質を調べよう。(6時間)

・倍数の見つけ方や性質，指数の性質や無限小数について考察する。

② 空間図形の性質について考えよう。(4時間)

・様々な多面体についての性質について考察する。

③ 様々な図形の性質について調べよう。(6時間)

・二等辺三角形の底辺から引いた平行線や垂線について成り立つ関係を調べる。更に正三角形ではある点の位置を変化させても様々な関係が成り立つことを発展的に考察する。

・円周上の奇数個点を一筆書きで結んだときにできる角の和について考察する。

④ 生徒の選択課題(6時間)

・各自興味のある課題を選択して追及する。

(3) 評価について

・選択数学Bでは数学の発展的な内容について取り上げ、数学的な見方や考え方を伸ばし、必修数学の学習を土台に深い数学的な性質や知識を広げることを目標にしている。そこで、数学の4観点評価の項目のうち「数学的な見方や考え方」と「数量・図形などについての知識理解」に焦点を当てて評価することとした。そこで通知表の評価項目を次のように定めた。

- ・数学的に事象をとらえ、論理的に考えることができる。
- ・数量や図形の内容や概念や原理・法則などを理解している。

これを毎時間の観察とワークシートの記入内容とレポートの記述内容によってABCとして評価する。この評価した内容を補助簿に記録し学期末に各項目ごとに評価する。ワークシートの最後には生徒の自己評価欄を設け教師の評価との差を確認して今後の観察や評価に生かすようにしている。また、回収したワークシートやレポートに教師の評価を記入し生徒にフィードバックしていく。

(4) 指導事例

① 題材 倍数の性質について

② 目標

倍数の性質を帰納や類推によって発見し、発見した性質を文字式を用いて一般的に証明したり、課題を発展的に考える力を養う。

③ 学習内容

9の倍数の性質を発見し文字式で証明する。次にいろいろな倍数の性質を発見し文字式で証明する。

④ 題材の考察

必修数学では文字を用いて数量の関係を一般的に表すことや1次式の計算や等式の性質，単項式同士の乗除また，等式の変形，多項式の展開や因数分解などについて学習している。また，数量や図形の関係を文字を利用して説明することについても学習している。

いくつかの倍数にはいろいろな特徴がある。その中でも特に，9の倍数はその各位の数の数字の和もまた，9の倍数になるという性質を持っている。具体的な例から帰納的に発見することができ，その理由も文字を用いると一般的に成り立つことを証明できる。例えば2桁の9の倍数なら $10a + b = (a + b) + 9a$ というように説明できる。また，3の倍数についても各位の数を加えた数もまた，3の倍数になるという性質を発見し，文字を用いて同様に証明できる。3桁や4桁の9の倍数や3の倍数でも同じように説明できる。この見方を発展させると，7の倍数や13の倍数も $10a + b = (3a + b) + 7a$
 $10a + b = (-3a + b) + 13a$ などとして考察していくことができる。

⑤ 数学的な活動の場面

「学習課題」

いろいろな倍数について成り立つ性質を見つけ文字式を利用してその理由を考えよう。

ア 導入場面

具体的な事象から学習課題を見つける活動

- ・ 2桁の9の倍数を上げ，何かきまりがないかを見つける。
一の位と十の位の数字の和が9または18であることを見いだす。

イ 課題追求場面

結果を予想しを数学的に確かめる活動

文字式で2桁の整数を $10a + b$ と表し，9の倍数は $9m$ と表せることから

$$10a + b = 9m \text{ から } 9a + a + b = 9m, \quad a + b = 9m - 9a = 9(m - a)$$

これは $9 \times$ 整数となり $a + b$ は9の倍数になる。

ウ 課題解決場面

話し合いなどで自分の考えを説明したり，他者の考えを取り入れる活動

自分の考えたことを回りの生徒どうして話し合う。その結果から証明をまとめる。

できた証明を代表者に黒板に書いてもらい，みんなで確かめあう。

エ 課題発展場面

課題を発展させる

3桁や4桁について9の倍数の性質について考え文字式で確かめる。

更に3の倍数，4の倍数，7の倍数，8の倍数のを見つけ方や性質について各自考察する。

⑥ 評価について

具体的な2桁の9の倍数から一の位の数字と十の位の数字の和が9か18になになることに興味をもつ

て考察しているか観察する。具体的な数の考察から発見した性質が成り立つ理由を積極的に証明しようとしているかやそのほかの倍数にも同様な性質があることを考察しているかも授業中の机間指導で観察し、座席表に記録する。

また、追求した内容を発表や話し合いの中で適切に説明しているか観察する。

3桁、4桁と発展させたときや3の倍数などの他の倍数で、文字式を用いて追求し課題を解決できているか、あるいは学習内容を理解しているかを机間指導で観察したり、ワークシートを事後に回収して評価する。最後に自己評価表を記入させ評価の参考にする。

***本時の学習指導**

(1) 題材

倍数の性質を見つけ、文字式で証明しよう。

(2) ねらい

- ① 倍数の性質を見だし、それを文字式で表現したり、式を読み取ったりすることに関心を持ち、文字式を用いて説明しようとする。また、発展的課題を追求しようとする。(関心・意欲・態度)
- ② 帰納や類推によって様々な倍数の性質を発見したり、一般的にその性質が成り立つことを文字式を用いて証明したり、発展的に追求できる。(見方や考え方)
- ③ 整数や倍数を文字式を用いて表現し、式の意味を読み取ったり、形式的処理をすることで一般的に倍数の性質が成り立つことを証明することができる。(表現・処理)
- ④ 倍数の性質が2桁、3桁、4桁となっても同じ性質が成り立つことを理解している。また、他の倍数でも同じような性質が成り立つことを理解している。(知識・理解)

(3) 学習の展開 (2時間扱い)

学 習 活 動	教師の働きかけ・支援・評価
<p>1. 学習課題の設定 「9の倍数の特徴を考えてみる。」</p> <p>2. 課題の追求 「2桁9の倍数を取り上げて考察する」 ・例えば 27なら $2 + 7 = 9$ ・和が9か18になっている。</p> <p>3. 課題の考察と追求 「2桁の9の倍数の一の位の数字と十の位の数字の和が9の倍数になる理由を考える。」 ・文字式で考える。 ・十の位を a、一の位を b として。 ・2桁の整数を $10a + b$ と表してみる。 ・ $10a + b = 9m$ と表す。 ・ $(10a + b) = 9a + (a + b) = 9m$ になる</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2や5の倍数の特徴を考えることで9の倍数にも何か特徴がないか考えるようにする。 ・ 2桁の9の倍数のあげて、きまりがあるか考えるようにする。 ・ 見つからない生徒には一の位と十の位の数字を加えてみるように助言する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>評価① 観察 B 積極的に性質を見つけようとしている。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 一般的に成り立つにはどうすればよいか問いかけ、文字を用いることに気付かせる。 ・ 文字による説明ができないようなら十と一の位の和を文字で表してみるように助言する。 ・ 9の倍数と9の倍数を加えるたり、9の倍数から9の倍数を引くと9の倍数になることをおさえる。

学 習 活 動	教師の働きかけ・支援・評価
<p>4. 考察結果の発表</p> <ul style="list-style-type: none"> 各自調べた内容を周囲の生徒と話倍 数であることにし合って確認し合 う。 <p>5. 課題の発展と考察</p> <p>「3桁や4桁の数でも同じようなこと が言えるか考察する」</p> <ul style="list-style-type: none"> 具体的な数で確かめてみる。 $100a + 10b + c$として文字で考察 しする。 $(99a + 9b) + (a + b + c) = 9m$ として考える。 <p>6. 課題の発展と追求</p> <p>「3, 4, 7, 8の倍数などの性質や 見つけ方を追求する。」</p> <p>7. 考察の結果の発表とまとめ</p> <p>8. 自己評価の記入</p>	<p>— 評価② ワークシート —</p> <p>A 自力で文字式で一般的に説明できている。 B 助言を参考に説明できている。</p> <ul style="list-style-type: none"> 具体的な整数で3桁や4桁以上の9の倍数について一斉指 導で確かめてから個別活動に移る。 <p>— 評価③ ワークシート —</p> <p>A 発展課題も文字式で追求し性質を発見している。 B 9の倍数については追求し性質を発見している。</p> <ul style="list-style-type: none"> 9の倍数で追求したこと参考に考察するように指示する。 机間指導で助言し活動を促す。 <p>— 評価④ ワークシート —</p> <p>A いろいろ倍数の性質について理解している B 9の倍数の性質について理解している。</p>

(4) 生徒の反応例

3の倍数の見つけ方

① 3桁

3桁の整数を

$$100x + 10y + z \times 3 = 3m$$

$$100x + 10y + z = 3m$$

$$x + y + z = 3m - 99x - 9y$$

$$= 3(m - 33x - 3y)$$

$m - 33x - 3y$ は整数なので
3の倍数になる

4の倍数の見つけ方

a, b, c を整数とする。

$$100a + 10b + c = C + 2b + 8b + 100a$$

$$= C + 2b + 4(2b + 25a)$$

aは何でもいい。

$x + 2y$ が4の倍数にならないうい。
 x と y しかでてこないから
下2桁が4の倍数

4桁の数を $1000a + 100b + 10c + d$ とすると

$$1000a + 100b + 10c + d = 9n$$

$$a + 999a + b + 99b + c + 9c + d = 9n$$

$$a + b + c + d = 9n - 999a - 99b - 9c$$

$$= 9(n - 111a - 11b - c) = 9 \text{の倍数}$$

(5) 終わりに

生徒の感想として「いろいろな定理や性質を勉強できて楽しかった。」「難しい問題もあったが数学は奥が深いと思った。」「普段できないことが勉強できて楽しかった。」

「指数の計算などおもしろく不思議だと思った。」発展的な内容を好意的に学習できた生徒がいた反面「内容が難しくついていくのが大変だった。」「もう少し分かりやすい内容だったら興味がもてた。」というように学力的に苦勞した生徒もいた。最初の希望調査からも数学に興味があり数学的な法則を見つけてみたい生徒、もっと深く数学を学習したい生徒、実際の入試問題で難しい問題を解いて見たい生徒など動機は様々であった。生徒の興味や関心を尊重する上では各自の興味に応じた課題や取り組みたい課題だけで学習していくことは良いことである。ただ、半年間という期間、生徒の自主課題だけで学習を進めていくことは、意欲の継続や数学的な学力の面、教師の負担のなどデメリットも多い。継続して行くには教師からの課題を準備いくことが現実的であると思う。意欲の面からは生徒の学力や関心で同じ課題であっても高い興味を示す生徒やそうで生徒もいる。発展的学習をテーマとした選択授業では、一斉授業形式で基本課題を行った後、いくつかの発展課題を教師が用意しておき、生徒が自分でその発展課題を選択して個別学習を進める方法や基本課題から生徒に発展課題を考えさせ、その中から自分の取り組んで見たい課題を選んで学習する方法などが現実的のように思う。また、いくつかの課題を学習した上で数時間各自の自由課題を追求することも考えられる。今後はこのような課題の開発をもっと進める必要がある。

評価のことは20数名や課題学習的な取り扱いなので、授業中の観察は必修授業より容易である。また、ワークシートも詳細に点検できる。テストをしなくても十分評価できると思う。

5. 3年選択数学Aにおける実践

(1) 選択数学の内容について

本校においては選択数学がA（補充選択）とB（発展選択）の2つに分かれて開講されている。

補充選択のねらいは基礎基本の充実であり、内容としては、日常的な事象を考察したり、操作的活動を行うなどの数学的な活動を中心にして学習活動を進めて、必修教科の基礎基本の習熟を図っている。

(2) 学習内容

・作図（3時間）

中学校で学ぶ作図を、教科書とは違った側面から見直し追究する。

・パズルの謎を探る（4時間）

日常よく目にするパズルの中で、中学校数学を用いてその種明かしができたり、発展させることができるものについて考察する。

・整数の性質（4時間）

小学校で学んだ最大公約数について、別の見方を用いて考察する。

(3) 評価について

先にも述べたように、補充選択においては、日常的な事象を考察したり、操作的活動を行うなどの数学的な活動を中心にして学習活動を進め、必修教科の基礎基本の習熟を図っている。

そこで、補充選択においては、数学の4観点の評価の項目のうち「数学への関心・意欲・態度」と「数学的な見方や考え方」に焦点を当てて評価することにした。そこで、通知表の評価項目を次のように定めた。

- ・操作活動などを通していろいろな方法で問題を解決している。
- ・自分の考えを人にわかりやすく説明することができる。

これを毎時間の観察とワークシートの記入内容に基づいてABCとして評価している。

回収したワークシートに教師の評価を記入し、生徒にフィードバックしている。

選択数学においては、必修教科に比べて受講者が少ないので、授業中の観察もゆとりを持って行うことができる。

(4) 指導事例

① 題材 作図の基礎を考える

② 目標

作図を通じて、実験・観察・操作活動から、考察・説明・まとめといったことを行う姿勢、すなわち論証の基礎を身につけさせる。

③ 学習内容

基本的な図形を見通しを持って作図できるようにし、その作図の根拠を考えることによって平面図形についての理解を深める。

④ 題材の考察

中学校1年生では、従来から作図の指導が行われてきた。しかし、ともすればその方法のみがクローズアップされてきたきらいがある。角の二等分線などのいろいろな作図は、その作図が正確に行えることも大切であるが、なぜその方法によって角の二等分線などがかけるか、といったことを考えたり説明できたりすることも、論証の基礎を培うといった点から大切である。この題材では、実際に様々な作図をさせた上で、図形の対称性を根拠として作図が正しく行えることを説明させていく。そして、それらの活動を通じて論証の基礎を培っていきたい。

⑤ 数学的な活動の場面

作図は操作的活動であるから、この題材全体に数学的な活動の場面がある。

授業を行う際、生徒に対して、作図の方法を自ら考えたり、工夫したり、その根拠を考えることを意識させることが重要である。他から示された作図の方法をなぞるだけでは必ずしも数学的な活動を行っているとは言い難い。

⑥ 評価について

論証の流れを大切にし、生徒に身に付けさせていく中で、自然にかつ分かりやすく評価していくことができる。すなわち、a 実験・観察・操作活動を行い、b その結果からわかることを考察し、c 自分の考えをまとめ発表し、d 他人の考えを聞き、自分の考えと比較して図形の性質をまとめ自分のものにしていく、という流れを大切にすることで、論証活動の基礎が身につけてくるのではないか。そしてその各プロセスの中で、a では数学への関心・意欲・態度を評価し、b では数学的な見方や考え方を評価し、c では、数学的な表現・処理を評価し、d では数量、図形などについての知識・理解を評価していくことができる。

本時の学習指導

(1) 題材

コンパスと目盛りのない定規だけによって、線分の長さや角の大きさを比較をする。そして、それを

説明できるようにする。

(2) 題材についての考察

従来の作図の指導では、生徒がなぜ定規の目盛りや分度器を使ってはいけなかがしっかりと理解できず、定規の目盛りや分度器を使って図形を描いたり、作図の問題を考えたりしていた。これは、小学校でそれらの器具を使って図形を描いたり図形の性質を考察していたのだから無理もなく、中学校では生徒にしっかりと「作図」の意味を理解させなければならない。そこで、コンパスという道具の使い方をしっかりと指導する必要がある。コンパスは円を描くだけの道具ではなく、長さの比較や角度の比較ができることを実際に操作活動を交えながら指導し、長さの比較や角度の比較が定規の目盛りや分度器を使うことなくコンパスだけでできるということを認識させ、これをコンパスの使い方の基礎として定着させると、生徒は定規の目盛りと分度器を自然と使わなくなると思われる。

(3) ねらい

- ① コンパスと定規のみを使って、線分の長さを比較したり角の大きさを比較する方法を自分なりに考えようとし、その考えを他の人に説明しようとする。(関心・意欲・態度)
- ② コンパスと定規のみを使って、線分の長さを比較したり角の大きさを比較する方法を自分なりに考え、その考えを他の人に説明することができる。(見方や考え方)
- ③ コンパスと定規を使って線分の長さを比較したり角の大きさを比較したりすることができる。また、その方法の手順を説明することができる。(表現・処理)
- ④ コンパスと定規を使って線分の長さを比較したり角の大きさを比較したりする方法を理解し、測定に頼らずに図形をかく「作図」の意味を理解している。(知識・理解)

(4) 評価の手だて

- ① 実際に2つの線分や2つの角を与え、コンパスと定規のみを使って長さや大きさの比較をさせ、自分なりの方法を考えようとしているか観察する。(関心・意欲・態度)
- ② 比較の方法を自分なりに考えたり人に説明することができるか、ワークシートや発言をもとに観察する。(見方や考え方)

(5) 学習の展開

学 習 活 動	教師の働きかけ・支援・評価
<p>1. 導入 「コンパスは何をする道具だろうか。」</p> <p>2. 学習課題の設定 「コンパスと定規（目盛りは使わない）だけを使って、線分の長さや角の大きさを比べる方法を考える。」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・コンパスは円を描く道具でもあるが、地図の上で距離を測る道具でもあったことを思い出させる。 ・2つの線分、2つの角を実際に与える。 ワークシートを用いる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>評価① 観察 自分なりの方法を考えようとしているか。(関心・意欲・態度) B 積極的に方法を考えようとしている。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・コンパスは長さを測る道具であるから、角の大きさを長さに変えて測れないかということや、半径の違うところでは、角の大きさを比較できないことなどを助言する。

学 習 活 動	教師の働きかけ・支援・評価
<p>3. 自分の考えの発表 ・線分の長さや角の大きさの比較の方法を自分なりに発表する。</p> <p>4. 学習のまとめ ・他の人の考えを聞き、学習したことを自分なりにワークシートにまとめる。</p>	<p>・生徒の支援をしながら机間をまわり、できるだけ多くの生徒の考えを聞く。また、そのうち数人にみんなの前で発表させる。</p> <div data-bbox="735 376 1430 607" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>評価② 観察 自分で考えることができ、その考えを伝えることができるか。(数学的な見方や考え方) A 自分なりに図を書いていて、説明できる。 B 自分なりに図を書いて考えている。</p> </div> <p>・生徒の発言をもとに、黒板にもまとめる。</p> <div data-bbox="735 701 1430 853" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>評価② ワークシート A 自分なりの説明で考えをまとめている。 B 説明をまとめている。</p> </div>

必修の数学において苦手意識がめばえる原因の1つに、操作活動やその理由を考える活動の際、授業中十分に時間をかけられないことがあげられる。

補充選択では、じっくり時間をかけることによって、生徒が自分なりに納得しながら理解していく時間を保証することが重要である。

選択数学A 第1回

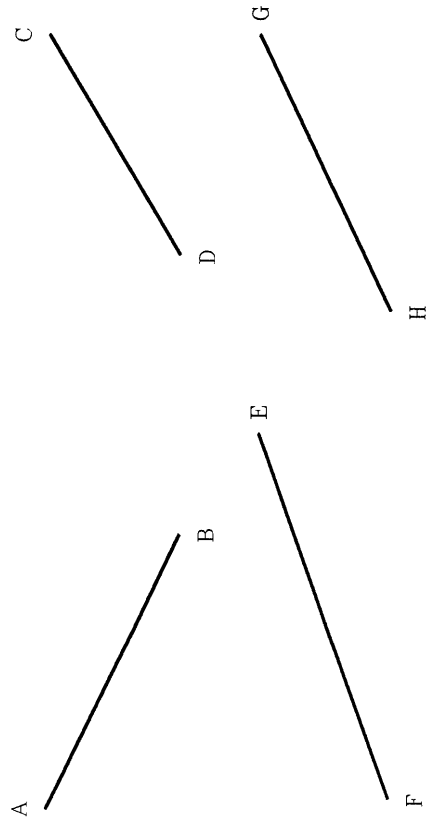
3年()組()番 氏名()

～作図の基礎を学ぼう①～

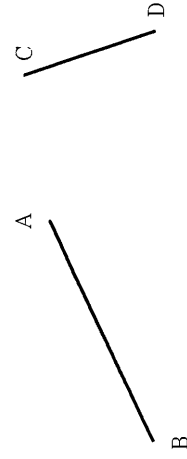
1. 線分について

(1) 線分の長さの比較

次の線分A Bと、他の線分の長さを比べてみよう



(2) 線分の長さの和, 差



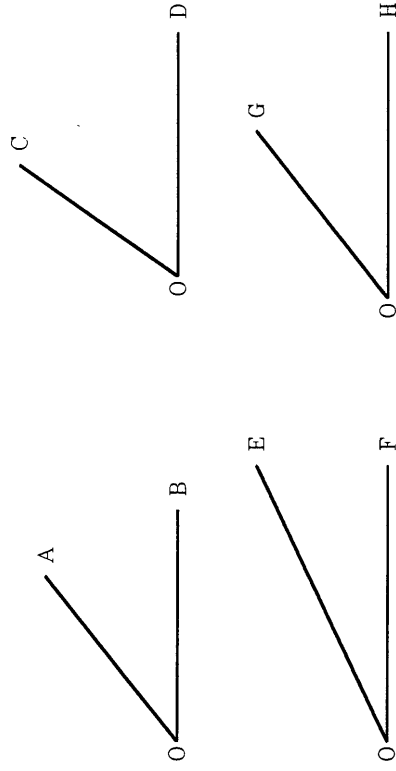
AB + CD を考えよう

AB - CD を考えよう

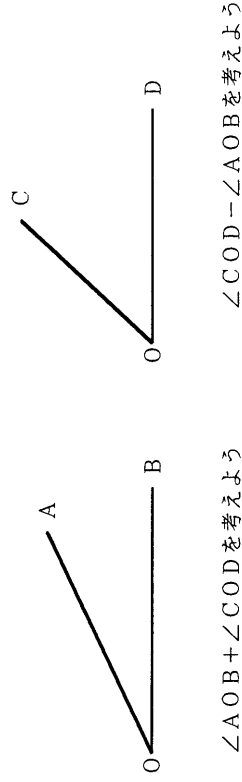
2. 角について

(1) 角の大きさの比較

次の $\angle AOB$ と、他の角の大きさを比べてみよう。



(2) 角の和, 差



$\angle AOB + \angle COD$ を考えよう

$\angle COD - \angle AOB$ を考えよう