作図指導について

蘭森正栄
池田克巳
天川義昭

1. はじめに

作図といえば、1年では基本作図を指導したあと、極く簡単な練習問題をする程度で終わり、2，3年の領域では、断片的でしかも基本的で平易な内容について簡単にふれる程度で、そこには、系統性もなく、軽く扱われている状態である。

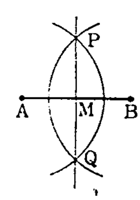
証明問題を扱う際、まず題意どおりに図が正しくかけなければならない。そのためには、できればはじめから図を与えておかずに、与えられた条件に適する図を正しくかく練習をさせるべきだと思う。そうすることによって、点を1つ決めるにしても、直線を1本引くにしても、与えられた条件の範囲内で考えられるいろいろな場合があることに気付いたり、過去に習った定理が、そのうちの特別な場合であったりすることを確認できることも少なくない。また、図を正しくかくことによって、仮定と結論が明確に把握され、証明のヒントがえられ、補助線の発見にも繋がり、解の吟味にも役立つことになる。だから、作図指導は単に1年で終わらせてしまうのでなく、以後の図形の性質を調べていくときに、折にふれて指導していかねばならないと思う。

論証の始まる2，3年になると、定理の証明が終わった後、その定理のよさや利用の仕方を十分に把握させるために、多くの場合、証明問題や求答問題をあてているのが現状だと思う。そこで、さらに一歩進んで、それぞれの定理の活用にふさわしい作図問題を検討し、どの程度にどれほどの内容をそれぞれの学年にもりこんだらよいか調べることにした。さらに、各学年の繋がりを十分考え、各学年の作図のねらいを検討して研究を進めることにした。各先生方の御批判と御指導を仰ぎたいと思う。

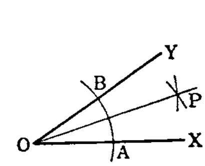
基本作図

目盛のない定規とコンパスを用いて、与えられた条件に適する図形を作ることを作図という。

1. 線分ＡＢの中点、垂直二等分線を求める。
   ① ＡおよびＢを中心とし、等しい半径で交わる円をかき、その交点をＰ，Ｑとする。
   ② 2点Ｐ，Ｑを結び、ＡＢとの交点をＭとする。
   点Ｍが線分ＡＢの中点、直線ＰＱが線分ＡＢの垂直二等分線となる。

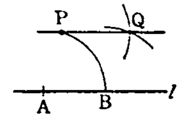


2. 角（ＸＯＹ）の二等分線をひく。
   ① Ｏを中心として円をかき、ＯＸ，ＯＹとの交点をＡ，Ｂとする。
   ② Ａ，およびＢを中心とし、等しい半径で交わる円をかき、その交点のうち角内で交わる点をＰとする。
   半直線ＯＰが∠ＸＯＹの二等分線となる。



3. 直線ℓ外の点Ｐを通り、この直線ℓと平行な直線をひく。

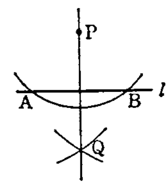
① ℓ上に1点Aをきめ、Aを中心とし、APを半径とする円をかき、ℓとの交点をBとする。



② PおよびBを中心とし、①と同じAPを半径とする円をかき、その交点のうちAでない方をQとする。

直線PQが求める直線となる。

4. 直線ℓ外の点Pから、この直線ℓに垂線をひく。

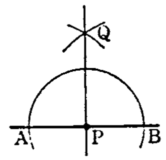


① Pを中心とし、ℓと交わる円をかき、その交点をA，Bとする。

② AおよびBを中心とし、等しい半径で交わる円をかき、その交点の1つをQとし、P，Qを結ぶ。

直線PQが求める垂線となる。

5. 直線ℓ上の点Pを通り、この直線ℓに垂線をひく。



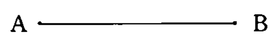
① Pを中心とする円をかき、ℓとの交点をA，Bとする。

② AおよびBを中心とし、APより大きい半径の円をかき、その交点の1つをQとし、P，Qを結ぶ。

直線PQが求める垂線となる。

練　習

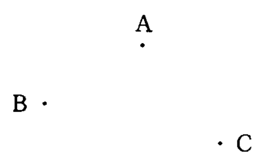
(1) 右の線分ABを4等分せよ。



(2) 次の角度をそれぞれ作図せよ。

90°，45°，60°，30°，75°，165°

(3) 右のように3点A，B，Cが与えられている。

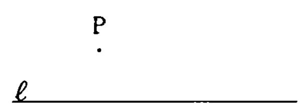


① Aを通り、直線BCと平行な直線をひけ。

② Bを通り、直線ACと平行な直線をひけ。

③ 平行四辺形ABCDをつくれ。

(4) 右の図の直線ℓ上に長さ3㎝の線分QRをとり、長方形PQRSをつくれ。



(5) 右の図の線分ABを1辺とする正方形をつくれ。

作図にあたっての注意

(1) 作図法を書いておく。（箇条書きにするとわかり易い）

とくに要求がなければ、考え方、正しい理由、たしかめ　は書かなくてよい。

(2) 作図法を書くとき、そのうちの基本作図にあたる部分は、その作図法をくり返してくわしく書く必要がない。

(3) 作図のためにひいた線（作図線）は、必要な分だけ残しておくとよい。

(4) 解がいくつもあるときは、そのすべてをあげること。

位置が決められていないときは、合同な図形は1つでよいが、位置が決められているときは、そのすべてをあげておくこと。

○　与えられた図、および解になる図は少し濃く、
作図線はこれに対して少し薄くすると、解がわかり易い。
○　直線を決める２点は近すぎると、精度がおちる。
○　点を決める２つの線は直交に近いほど精度があがる。

条件に適する点の集合

1.　定点Oが与えられている。

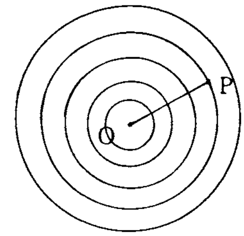
(1)　Oからの距離（ＯＰ）が４㎝である点Pはどんな図形上にあるか。

(2)　ＯＰ＝４㎝でないとすれば、どんな場合が考えられるか。

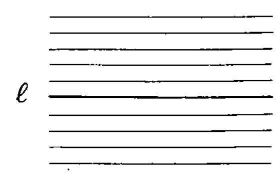
(3)　ＯＰの長さについて、３通りの場合

ＯＰ＜４㎝，　ＯＰ＝４㎝，　ＯＰ＞４㎝

の各々の条件を満たす点Pはどんな図形上にあるか。



2.　上の問で、定点Oの部分を定直線ℓに変えるとどんなことがいえるか。同様に調べてみよ。



3.　２つの定点A，Bが与えられている。

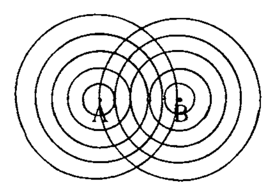
(1)　A，Bからの距離ＡＰ，ＢＰが等しくなるような点Pはどんな図形上にあるか。

(2)　ＡＰ＝ＢＰでないとすればどんな場合が考えられるか。

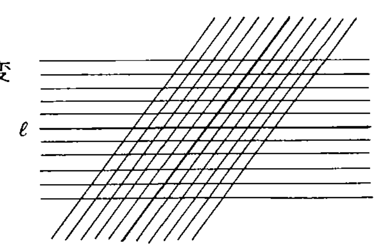
(3)　ＡＰとＢＰの関係について、３通りの場合

ＡＰ＜ＢＰ，　ＡＰ＝ＢＰ，　ＡＰ＞ＢＰ

の各々の条件を満たす点Pはどんな図形上にあるか。



4.　上の問で、２つの定点A，Bの部分を２つの定直線ℓ、mに変えるとどんなことがいえるか。同様に調べてみよ。



①　１つの定点Oから一定の距離ｒにある点の集合は、点Oを中心とし、ｒを半径とする円の周である。

②　１つの定直線ℓから一定の距離ｄにある点の集合は、直線ℓからの距離がｄである平行な直線である。

③　２つの定点A，Bから等距離にある点の集合は、線分ＡＢの垂直二等分線である。

④　２つの定直線ℓ，ｍから等距離にある点の集合は、２直線ℓ，ｍのつくる角の二等分線である。

図形の移動

1. 平行移動

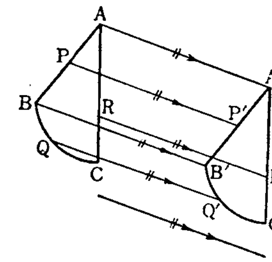
ある図形上のすべての点を一定の方向に一定の距離だけ移動することを、その図形の平行移動という。

平行移動では、

(1) 対応する2点を結ぶ線分は平行で、長さは等しい。

$PP' /\!/ QQ' /\!/ RR'$, $PP' = QQ' = RR'$

(2) 対応する線分は平行である。（同じ向き） $AB /\!/ A'B'$



2. 回転移動

ある図形上のすべての点を、定点のまわりに一定の角だけ回転して図形をつくることを、その図形の回転移動といい、そのときの定点を回転の中心、一定の角を回転角という。

回転移動では

(1) 対応する点は回転の中心から等しい距離にあり、各対応する点と回転の中心を結んでできる角の大きさはすべて等しい。

$AO = A'O$, $BO = B'O$, $\angle AOA' = \angle BOB'$

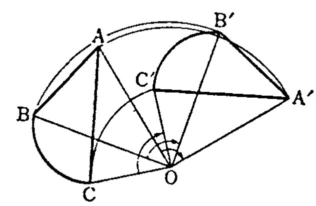
(2) 各対応する2点を結ぶ線分の垂直二等分線は1点（回転の中心）で交わる。

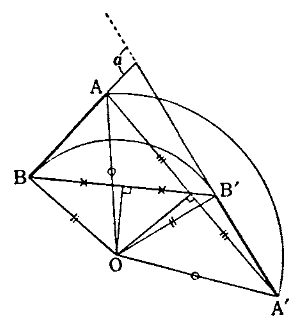
線分 AA' , BB' の垂直二等分線は点Oで交わる。

(3) 対応する線分、またはその延長のつくる角の大きさはすべて回転角に等しい。

線分ABと線分 $A'B'$ の各延長のつくる角

$\angle a = \angle AOA'$ （回転角）





3. 点対称移動

回転移動のうちで、とくに回転角が180°のとき、これを点対称移動といい、このときの回転の中心を対称の中心という。

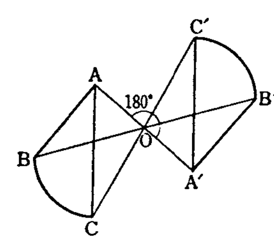
点対称移動では

(1) 各対応する2点を結ぶ線分は1点（対称の中心）で交わり、その点で二等分される。つまり、対称の中心は対応する2点を結ぶ線分の中点である。

点Oは線分 AA' , BB' , CC' の中点である。

(2) 対応する線分は平行である。（反対向き）

$AB /\!/ B'A'$, $AC /\!/ C'A'$

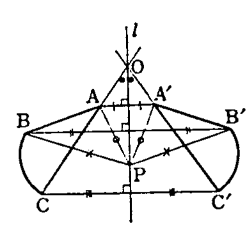


4. 線対称移動

ある図形を1つの直線 ℓ を折り目として折り返すとき、それとまったく重なるような位置（直線 ℓ について対称な位置）に移すことを線対称移動といい、このときの直線 ℓ を対称の軸という。

線対称移動では

(1) 対応する2点を結ぶ線分は対称の軸によって垂直に二等分される。つまり、対称の軸は対応する2点を結ぶ線分の垂直



二等分線となり、対応する２点は対称の軸上の任意の点から等距離にある。

ℓ は線分 AA'，BB' の垂直二等分線、　$AP = A'P$，$BP = B'P$

(2) 対応する線分またはその延長が交わるとき、その交点は対称の軸上にあり、そのつくる角は対称の軸によって二等分される。

つまり、対称の軸は、対応する線分またはその延長のつくる角の二等分線となる。

練　　習　　問　　題

図形の基礎

1. 平面上に２つの定点Ａ，Ｂがあり、$AB = 4$ cmである。
次のような点Ｐの集合はどんな図形になるか。図示せよ。

(1) $\{P \mid AP \leqq 3\text{cm},\ BP \geqq 3\text{cm}\}$

(2) $\{P \mid AP = BP,\ AP \leqq 3\text{cm}\}$

(3) $\{P \mid AP \leqq BP,\ BP \leqq 3\text{cm},\ AP \leqq 2.5\text{cm}\}$

(4) $\{P \mid AP \geqq 5\text{cm},\ BP \geqq 3\text{cm},\ AP \geqq BP\}$

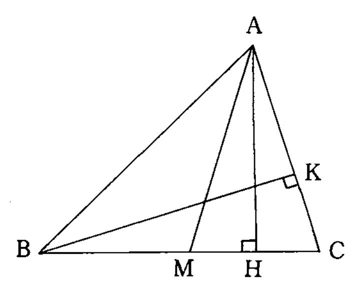
2. 次の各問に答えよ。

(1) $AB = 4$ cm，$AC = 7$ cmとなるような△ABCがかけるためには、残りの辺BCはどんな範囲の長さでなければならぬか。不等式で示せ。

(2) ３辺の長さが次のような三角形はつくれるか。

(ア) 3 cm，5 cm，7 cm　　　(イ) 16 cm，8 cm，7 cm

3. 次のような△ABCをかけ。



(1) $\angle B = 90^\circ$，$AB = 3.5$ cm，$AC = 5$ cm

(2) $\angle B = 45^\circ$，$BC = 5$ cm，高さ $AH = 3$ cm

(3) $BC = 5$ cm，$AC = 4$ cm，高さ $BK = 4$ cm

(4) $AB = 5$ cm，$AC = 4$ cm，高さ $AH = 3$ cm

(5) $\angle B = 45^\circ$，$BC = 5$ cm，高さ $BK = 4$ cm

(6) $\angle A = 30^\circ$，$BC = 5$ cm，高さ $BK = 4$ cm

(7) $BC = 5$ cm，高さ $AH = 3$ cm，中線 $AM = 4$ cm（ＭはＢＣの中点）

(8) $BC = 5$ cm，高さ $AH = 3.5$ cm，高さ $BK = 3$ cm

4. 辺や対角線の長さ、内角の大きさなどが次のような四角形ABCDをかいてみよ。またそのとき、形や大きさはきまるか。

(1) $AB = 3$ cm，$BC = 5$ cm，$CD = 4$ cm，$\angle B = 80^\circ$，$\angle C = 60^\circ$

(2) $AB = 2$ cm，$BC = 4$ cm，$CD = 3$ cm，$AC = BD = 3.5$ cm

(3) $AB = 3$ cm，$BC = 4.5$ cm，$CD = 3$ cm，$\angle A = 100^\circ$，$\angle B = 70^\circ$

(4) $AB = 4$ cm，$BC = 5$ cm，$CD = 3$ cm，$BD = 7$ cm，$\angle B = 60^\circ$

(5) $AD = 3.5$ cm，$\angle A = 100^\circ$，$\angle B = 90^\circ$，$\angle C = 110^\circ$，$\angle D = 60^\circ$

5. 次のような台形ABCDをかけ。

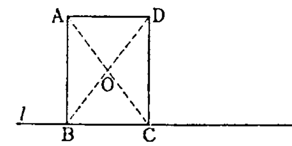
(1) $AD /\!/ BC$，$AB = 2$ cm，$BC = 4$ cm，$CD = 3$ cm，$DA = 1.5$ cm

(2) $AD /\!/ BC$，$AD = 3.5$ cm，$BC = 4$ cm，$AC = 3$ cm，$BD = 6$ cm

6. 長方形ABCDがあり、辺BCは直線 ℓ 上にある。
$AB = 3.2$ cm，$BC = 2.4$ cm，$AC = 4$ cmである。この長方形が ℓ 上をすべらずにころがって１

回転して、辺ＢＣが再びℓ上にくるまでに、頂点Ａはどんな線をえがくか。

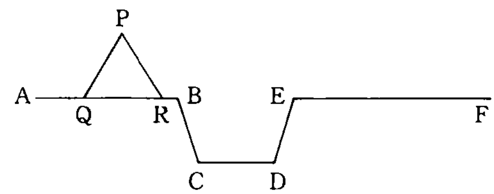
また、そのとき対角線の交点Ｏが動いてかいた線の長さを求めよ。



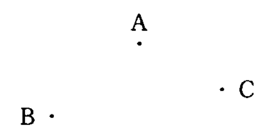
7. 右の図で△ＰＱＲは正三角形である。また、ＱＲ＝３㎝，ＲＢ＝１㎝，ＢＣ＝３㎝，ＣＤ＝５㎝，ＤＥ＝３㎝，そして∠Ｂ＝∠Ｃ＝∠Ｄ＝∠Ｅ＝100°とする。

△ＰＱＲをすべらないようにして折れ線ＡＢＣＤＥＦ上をころがしていく。

辺ＱＲがＥＦ上にくるときまでに点Ｐの動いて通ったあとをかけ。

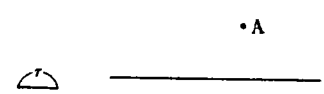


8. 与えられた３点Ａ，Ｂ，Ｃのどの点からの距離も等しいような点Ｏを求めよ。

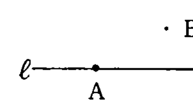


9. 図のように、ある円周の一部$\overset{\frown}{AB}$が与えられている。この円の中心を求め、円周の残りの部分をかけ。

10. 直線ℓと点Ａが与えられている。ℓに接し、点Ａを通り、かつ半径がきめられた長さｒであるような円をかけ。

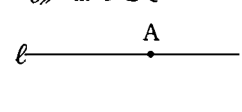


11. 直線ℓ上の点Ａでℓに接し、直線ℓ外の点Ｂを通るような円をかけ。

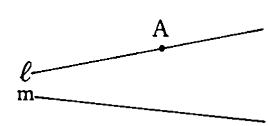


12. 直線ℓ上の点Ａでℓに接し、かつ他の直線ｍにも接するような円を、右の２通りの場合について求めよ。

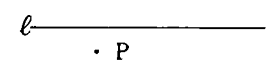
(1) $\ell /\!/ m$のとき



(2) $\ell /\!/ m$のとき



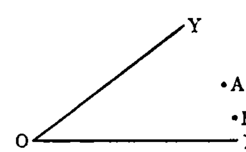
13. 平行な２直線ℓ，ｍと、その間に点Ｐがある。２直線ℓ，ｍともに接し、点Ｐを通る円をかけ。



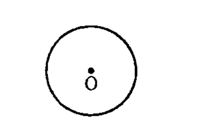
14. ∠ＸＯＹとその内部に２点Ａ，Ｂが与えられている。

(1) 角の２辺ＯＸ，ＯＹに接し、半径が線分ＡＢの長さと等しい円をかけ。

(2) 上で求めた円周上にあってＱＡ＝ＱＢとなる点Ｑを求めよ。



15. 円Ｏと２点Ａ，Ｂが与えられているとき、円Ｏの周上に点Ｃをとり、△ＡＢＣが二等辺三角形になるようにしたい。点Ｃの位置を求めよ。

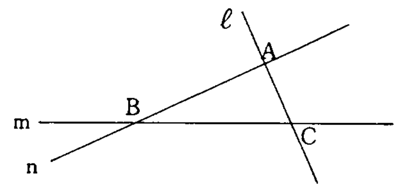


16. ３直線ℓ，ｍ，ｎがそれぞれ図のように３点Ａ，Ｂ，Ｃで交わっている。

(1)　3点A，B，Cから等距離にある点Pを求めよ。

(2)　3直線ℓ，m，nから等距離にある点Qを求めよ。

(3)　3点A，B，Cから等距離にある直線hを求めよ。



17.　点Pと円Oの周上の点Qを結ぶ線分PQが最も小さくなるのは点Qが円と半直線OPの交点となる場合である。

これを点Pから円Oまでの距離という。

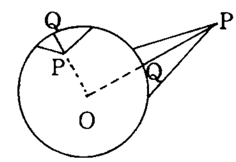
いま、4点A，B，C，Dが右図のように与えられている。

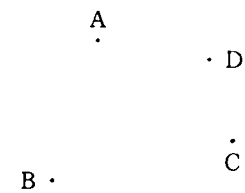
(1)　点Bを通る円をかいて、A，C，Dからその円までの距離がが等しくなるようにせよ。

(2)　ある円をかいて、4点A，B，C，Dからその円までの距離を等しくしたい。次の各場合についてその円をかけ。

①　A，B，Cがその円について同じ側（内側か外側）にあるようにする。

②　AとBが同じ側、CとDが同じ側で、AとCが反対側になるようにする。





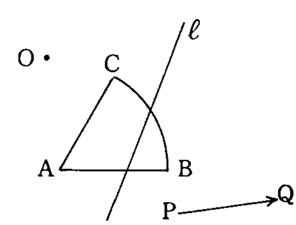
図形の移動

1.　右の扇形ABCが与えられている。

(1)　矢印PQの方向にその長さだけ平行移動せよ。

(2)　点Oのまわりに時針と同じ向きに90°回転移動せよ。

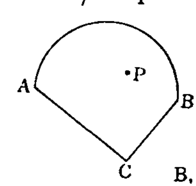
(3)　直線ℓを軸として対称移動せよ。



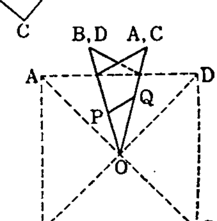
2.　線分AC，BC，半円周ABで囲まれた図形がある。

(1)　この図形を図形内の点Pについて点対称移動せよ。

(2)　この図形の周上に2点X，Yをとり、点Pが線分XYの中点となるようにせよ。

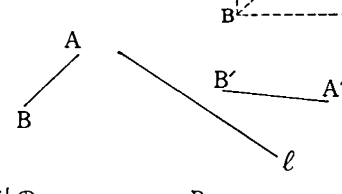


3.　右の図は正方形の紙を順に折りまげていったことを示す。まずCをAに重ね、次にBをDに重ね、最後に∠AODを三等分する線を折り目として中央に折りまげていった。このとき図に示した線分PQの所をはさみで切り、点Oを含む側をひろげていくとどんな図形になるか。図の中にかきこめ。

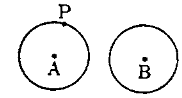


4.　線分ABと線分A′B′、および直線ℓがある。線分ABをある点Oを中心として回転移動したあとで、さらに直線ℓについて対称移動して線分A′B′に重ねたい。

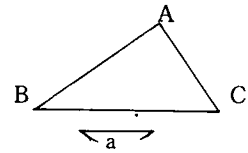
回転の中心となった点Oを求めよ。



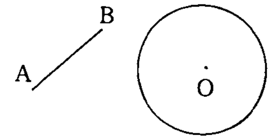
5.　半径の等しい2つの円A，Bがある。円Aを右まわり（時計の針と同じ方向）に60°回転して円Bに重ねたい。回転の中心Oを求めよ。また、このとき円Aの周上の点Pと重なる点P′を求めよ。



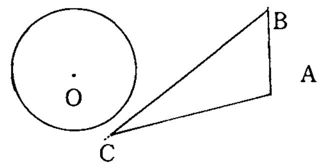
6. △ＡＢＣの辺ＡＢ上の点Ｐを通り辺ＢＣに平行な直線をひき、ＡＣと交わる点をＱとするとき、線分ＰＱの長さをきめられた長さａと等しくなるようにしたい。点Ｐ，Ｑを求めよ。



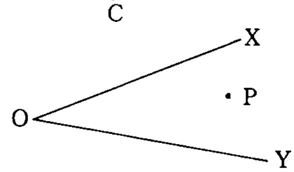
7. 円Ｏの周上にＰ，Ｑをとり、線分ＰＱがきめられた線分ＡＢに平行で長さが等しくなるようにしたい。Ｐ，Ｑを求めよ。



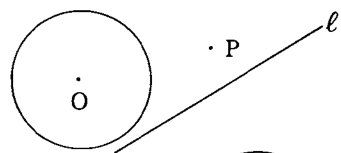
8. 円Ｏと△ＡＢＣがある。円Ｏの周上に点Ｐ、△ＡＢＣの周上に点Ｑをとり、ＰＱ∥ＯＡ，$ＰＱ=\frac{1}{2}ＯＡ$となるようにしたい。２点Ｐ，Ｑを求めよ。



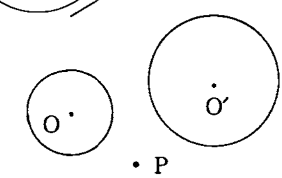
9. ∠ＸＯＹ内に点Ｐがある。角の２辺ＯＸ，ＯＹ上に点Ｑ，Ｒをとり、△ＰＱＲが正三角形となるようにしたい。点Ｑ，Ｒを求めよ。



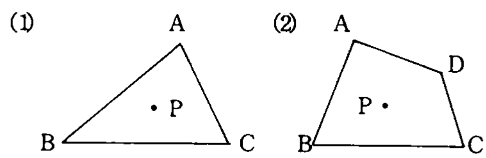
10. 円Ｏと直線ℓと点Ｐがある。円Ｏ上に点Ｑ、直線ℓ上に点Ｒをとり△ＰＱＲが正三角形となるようにしたい。点Ｑ，Ｒを求めよ。



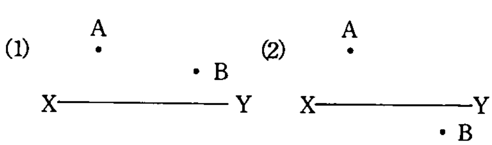
11. ２円Ｏ，Ｏ′と点Ｐがある。円Ｏ，Ｏ′の周上に点Ｑ，Ｒをとり、ＰＱ＝ＰＲ，∠ＱＰＲ＝90°としたい。点Ｑ，Ｒを求めよ。



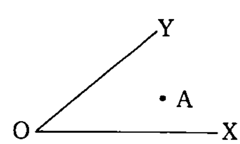
12. 右図のように三角形ＡＢＣ，四角形ＡＢＣＤとそれぞれの内部に点Ｐが与えられている。それぞれの周上に２点Ｑ，ＲをとりＰＱ＝ＰＲとなるようにせよ。



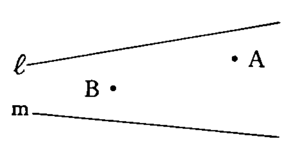
13. ２点Ａ，Ｂと直線ＸＹがある。
右の(1)、(2)各々の場合について、ＡＰ＝ＢＰとなる点Ｐ，∠ＡＱＸ＝∠ＢＱＹとなる点Ｑを直線ＸＹ上に求めよ。



14. ∠ＸＯＹ内に点Ａがある。
角の２辺ＯＸ，ＯＹ上にそれぞれＰ，Ｑをとり、△ＡＰＱの周の長さを最小にしたい。Ｐ，Ｑの位置を求めよ。



15. 直線ℓ，ｍとその間に２点Ａ、Ｂがある。ℓ上に点Ｐ，ｍ上に点Ｑをとり、ＡＰ＋ＰＱ＋ＱＢを最小にしたい。Ｐ，Ｑの位置を求めよ。



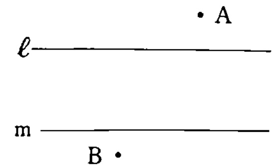
16. 平行な２直線ℓ，ｍと点Ａ，Ｂがある。次の条件に適する点Ｐをℓ上に、点Ｑをｍ上に求めよ。

(1)　ＰＱ⊥ℓ　かつ　ＡＰ＝ＢＱ

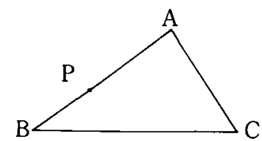
(2)　ＰＱ⊥ℓ　かつ　ＡＰ＋ＢＱが最小となる。

(3)　ＰＱとℓのつくる角が60°で、ＡＰ＝ＢＱ

(4)　ＰＱとℓのつくる角が60°で、ＡＰ＋ＢＱが最小となる。

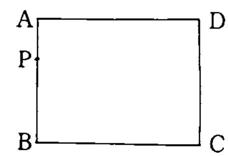


17. △ＡＢＣの辺ＡＢ上に点Ｐが与えられている。辺ＢＣ上に点Ｑ、辺ＣＡ上に点Ｒをとり、ＰＱ＋ＱＲを最小にせよ。



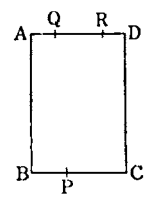
18. 長方形ＡＢＣＤでＡＢ＝３cm，ＢＣ＝４cmとする。辺ＡＢ上に点Ｐが与えられている。辺ＢＣ，ＣＤ，ＤＡ上にそれぞれ点Ｑ，Ｒ，Ｓをとり、四角形ＰＱＲＳの周が最小になるようにせよ。

また、点Ｐが辺ＡＢ上を動くとき、四角形ＰＱＲＳの周の最小の長さを測ってくらべてみよ。

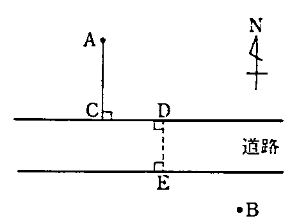


19. 図のような長方形ＡＢＣＤで、点Ｐから辺CDへ向けて打った玉が、そこではね返って、さらに辺ＡＢではね返り、図のＱとＲの間に達するには、最初に辺ＣＤ上のどの部分に玉をぶつけるとよいか。その範囲を図示せよ。

ただし、右の図のように玉はぶつかったときの角度と同じ角度で反対側にはね返るものとする。



20. 東西に通ずる道路の北側に中学校Ａがある。こんど、この道路の南側に新しく高等学校Ｂが設置されたのを機会に、この道路に図のような横断歩道ＤＥをつけることにした。Ａから道路へ出るには、Ａから真南にあるＣへ行くしかないが、Ｂからは、どの方向にでも進むことができる。ＡＣ＋ＣＤ＝ＢＥとなる位置に横断歩道をつけるとき、横断歩道ＤＥの位置を図にかき入れよ。

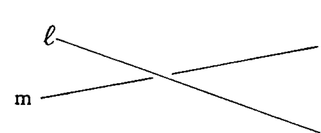


21. 直線ℓと、それについて同じ側に２点Ａ，Ｂがある。ℓ上に２点Ｐ，Ｑをとり、線分ＰＱの長さを２cmにし、

(1)　ＡＰ＝ＢＱとなるようにせよ。

(2)　折れ線ＡＰＱＢの長さを最小にせよ。

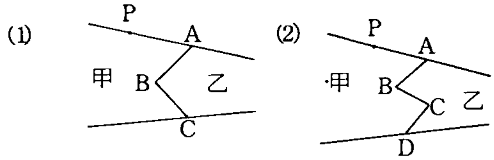
22. ねじれの位置にある２つの直線ℓ，ｍがある。ℓ上に点Ａを、ｍ上に点Ｂをとり、ＡＢ間の距離を最小にしたい。ＡとＢをどのようにきめたらよいか。



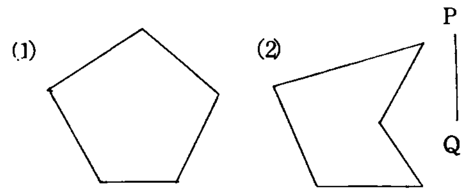
等積変形

1. 右の図のように境界線が折れ線ＡＢＣ，または ＡＢＣＤとなった２つの地面甲，乙がある。

　各々の面積を変えないようにして、境界線をＡを通る直線になおせ。また、Ｐを通る直線になおせ。

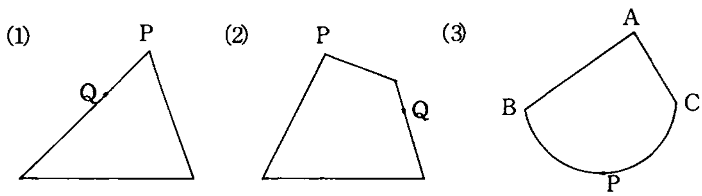


2. 右の図形と面積が等しい三角形をつくれ。また、面積が等しい長方形をつくれ。さらに、その長方形の１辺が与えられた線分ＰＱと等しくなるようにせよ。

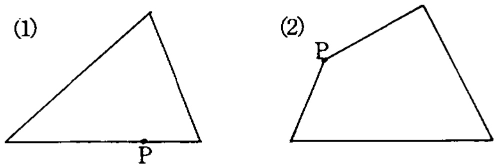


3. 右の図形を点Ｐを通る直線によって２等分せよ。また点Ｑを通る直線で２等分せよ。

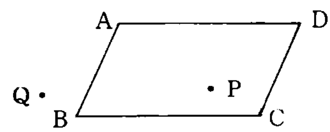
　ただし、(3)で $\overset{\frown}{BC}$ はＢＣを直径とする半円周で、点Ｐはその中点である。



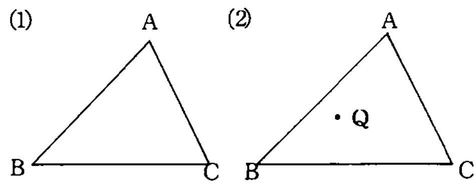
4. 右の図形を点Ｐを通る３本の直線によって各面積をそれぞれ４等分せよ。



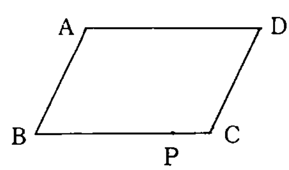
5. 平行四辺形ＡＢＣＤと２点Ｐ，Ｑが与えられている。
   (1) 点Ｐを通る直線をひいて面積を２等分せよ。
   (2) 点Ｑを通る直線をひいて面積を２等分せよ。



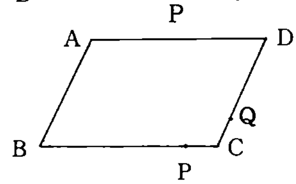
6. △ＡＢＣ内に点Ｐをとるとき
   (1) △ＡＢＰ＝△ＡＣＰとなるためには、点Ｐはどんな図形上になければならぬか。
      △ＡＢＰ＝△ＡＣＰ＝△ＢＣＰ　となる点Ｐを求めよ。
   (2) 点Ｑを通る３本の半直線によって△ＡＢＣの面積を３等分せよ。



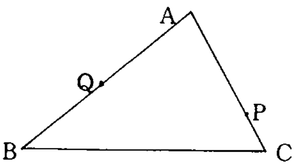
7. 平行四辺形ＡＢＣＤと辺ＢＣ上に点Ｐが与えられている。
   (1) 辺ＣＤ上に点Ｑをとり、△ＡＰＱ＝△ＡＤＱとせよ。
   (2) 辺ＣＤ上に点Ｒをとり、△ＡＢＰ＝△ＡＤＲとせよ。
   (3) 辺ＣＤ上に点Ｓをとり、△ＡＢＰ＝△ＡＰＳとせよ。



8. 平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＢＣ，ＣＤ上に点Ｐ，Ｑが与えられているとき、辺ＢＣ上に点Ｔをとり
      △ＡＢＴ＝△ＡＰＱとせよ。



9. △ＡＢＣの辺ＡＣ上に点Ｐ，辺ＡＢ上に点Ｑが与えられている。
(1) 辺ＡＣ上に点Ｒをとり△ＡＢＲ＝△ＢＣＰとせよ。
(2) 辺ＡＣ上に点Ｓをとり△ＡＱＲ＝△ＢＣＰとせよ。



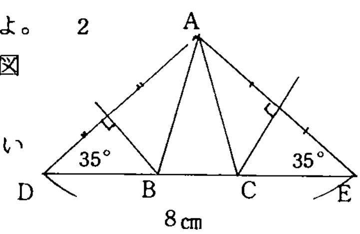
10. 四角形ＡＢＣＤで
(1) △ＡＢＰ＝△ＢＣＰ＝△ＣＤＰ　となる点Ｐを求めよ。
(2) 辺ＣＤ上に点Ｑをとり△ＡＤＱ＝△ＢＣＱ　とせよ。

11. 上の問で四角形ＡＢＣＤがＡＤ∥ＢＣである台形のとき、点Ｐ，Ｑを求めよ。

二等辺三角形

1. 高さＡＨが４㎝で、頂角Ａが50°の二等辺三角形ＡＢＣを作図せよ。
2. 頂角Ａの大きさが40°で、周囲が８㎝の二等辺三角形ＡＢＣを作図せよ。
3. 与えられた二等辺三角形ＡＢＣで底辺ＢＣに平行な直線ＤＥをひいてＤＥ＝ＢＤとなるようにせよ。

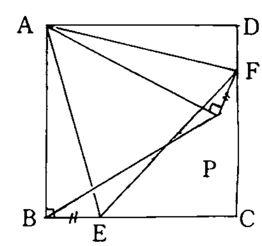
2

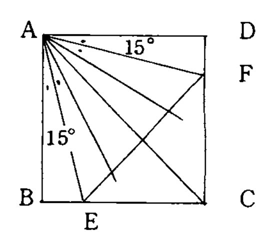


正三角形

1. 高さ４㎝の正三角形を作図せよ。
2. 与えられた正方形ＡＢＣＤ内に、頂点Ａを共有し、他の頂点Ｅ，Ｆをそれぞれ ＢＣ，ＣＤ上にある正三角形ＡＥＦを作図せよ。

2

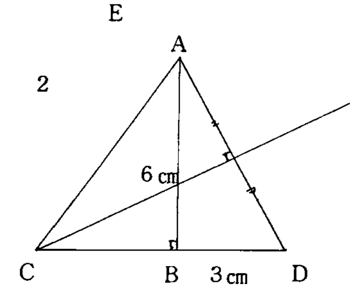




直角三角形

1. 斜辺ＡＢが10㎝で、他の辺ＡＣが８㎝の直角三角形ＡＢＣを作図せよ。
2. 斜辺ＡＣと一辺ＢＣとの差が３㎝で、他の一辺ＡＢの長さが６㎝の直角三角形ＡＢＣを作図せよ。
3. 斜辺ＢＣが10㎝で、ＡＢとＡＣの和が14㎝である直角三角形ＡＢＣを作図せよ。

2



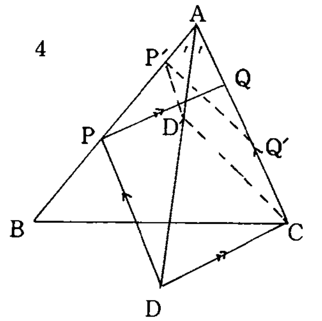
平行四辺形

1. ２つの対角線の長さが４㎝，６㎝でそのなす角が50°の平行四辺形を作図せよ。
2. 辺ＡＢの長さが４㎝で、２つの対角線ＡＣ，ＢＤが８㎝，６㎝である平行四辺形ＡＢＣＤを作図せよ。
3. 与えられた三角形ＡＢＣの内部に与えられた点Ｏがある。点Ｏを中心とする平行四辺形を作図せよ。ただし、求める平行四辺形の一辺は

三角形の一辺ＢＣ上にあって、他の２頂点はそれぞれ他の二辺上にあるものとする。

4. △ＡＢＣの二辺ＡＢ，ＡＣとそれぞれＰ，Ｑにおいて交わる直線をひいて、ＰＱ＝2.5㎝となるようにし、かつＡＰ＝ＣＱとなるようにせよ。

4



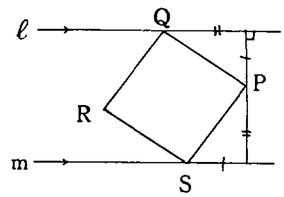
長 方 形

1. 一辺の長さが４㎝で、対角線の長さが６㎝の長方形を作図せよ。
2. 対角線の長さが５㎝で、そのなす角の大きさが 60° の長方形を作図せよ。

正 方 形

1. 対角線の長さが４㎝の正方形を作図せよ。
2. 対角線と一辺の長さの和が８㎝の正方形を作図せよ。
3. 与えられた２つの平行線 ℓ，ｍの間の定点Ｐを１頂点とし、ℓ，ｍ上に他の２つの頂点Ｑ，Ｓがある正方形ＰＱＲＳを作図せよ。

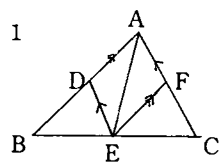
3



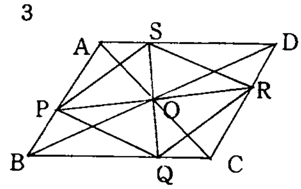
ひ し 形

1. ２つの対角線の長さが４㎝，６㎝のひし形を作図せよ。
2. 与えられた△ＡＢＣの辺ＡＢ，ＡＣ上に２辺を有し、１頂点が辺ＢＣ上にあるひし形ＡＤＥＦを作図せよ。
3. 与えられた平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＢ上の１定点Ｐを１頂点とし、これに内接するひし形ＰＱＲＳを作図せよ。

1



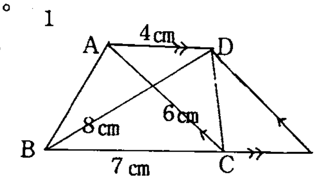
3



台　　形

1. 両底が４㎝，７㎝で両対角線の長さが６㎝，８㎝の台形を作図せよ。
2. 両対角線の長さが５㎝と７㎝で、そのはさむ角が 70° で、１つの底辺の長さが４㎝の台形を作図せよ。

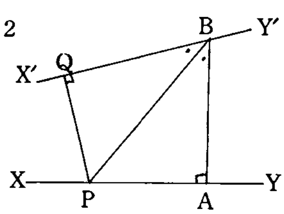
1



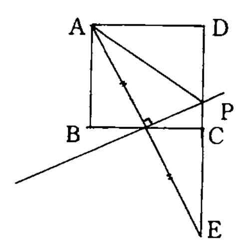
角の２辺から等しい距離にある点、２定点から等しい距離にある点

1. ∠ＸＯＹの内部に２つの定点Ａ，Ｂがある。いま、２つの定点Ａ，Ｂから等しい距離にあって、かつ∠ＸＯＹの２辺から等しい距離にある点を求めよ。
2. 与えられた直線ＸＹ上に定点Ａと、他の与えられた直線 Ｘ′Ｙ′ がある。いま、直線ＸＹ上に１点Ｐを求め、Ｐから直線 Ｘ′Ｙ′ までの距離をＰＡに等しくなるようにせよ。
3. 正方形ＡＢＣＤの辺ＣＤ上に１点Ｐをとって、ＡＰ＝ＢＣ＋ＣＰとなるようにせよ。

2



3

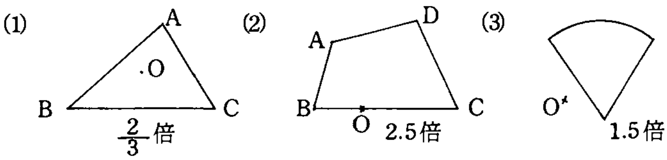


重　心

1. 三角形の3つの中線の長さが4.5㎝，6㎝，7.5㎝の三角形を作図せよ。
2. 底辺ＢＣ＝7㎝，高さＡＤ＝6㎝，中線ＢＥ＝4㎝の三角形ＡＢＣを作図せよ。
3. 中線ＡＤ＝6㎝，中線ＢＥ＝7.5㎝，高さＡＨ＝4㎝の三角形ＡＢＣを作図せよ。

相　似

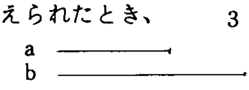
1. 下の各図を点Ｏを中心として、指定通りに拡大または縮小せよ。



2. 鋭角三角形ＡＢＣの辺ＢＣ上に2点Ｐ，Ｑをとり、辺ＣＡ，ＡＢ上にそれぞれ点Ｒ，Ｓを求めて、四辺形ＰＱＲＳを正方形にせよ。
3. △ＡＢＣの3辺上に頂点をもち、1辺がＢＣに平行な正三角形を作図せよ。
4. 与えられた扇形ＯＡＢに正方形を内接せよ。ただし、半径ＯＡ、ＯＢ上にそれぞれ1頂点を、弧ＡＢ上に2頂点をおくものとする。
5. 鋭角三角形ＡＢＣの辺ＢＣ上に2点Ｐ，Ｑを、辺ＣＡ，ＡＢ上にそれぞれ点Ｒ，Ｓをとって四角形ＰＱＲＳを高さＰＳが底辺ＰＱの2倍に等しい長方形を作図せよ。
6. 与えられた△ＡＢＣの辺ＢＣ上に1点Ｐをとって、Ｐから辺ＡＢ，ＡＣへの垂線の足をＭ，Ｎとし、ＭＮ∥ＢＣとなるようにしたい。点Ｐの位置を求めよ。
7. 与えられた四角形ＡＢＣＤと相似で、周囲が与えられた長さ ℓ に等しい四角形を作図せよ。

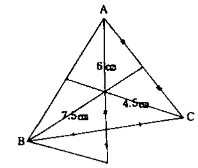
平行線と比例

1. 与えられた線分ＡＢを3：5に内分する。また5：3に外分する。さらに、2：7に外分する。
2. 与えられた線分ＡＢを7等分する。
3. 下図のような長さａ，ｂ，ｃの3つの線分が与えられたとき、$x = \frac{bc}{a}$ であるような長さｘの線分を作図せよ。

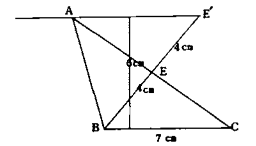


4. ∠ＸＯＹの内部の1定点Ｐを通って、辺ＯＸ，ＯＹとそれぞれＡ，Ｂで交わる直線を引き、ＡＰ：ＰＢ＝2：3となるようにせよ。

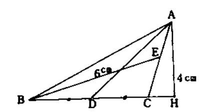
1



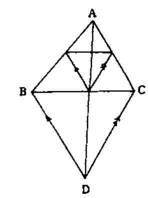
2



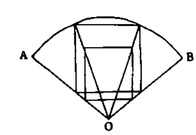
3



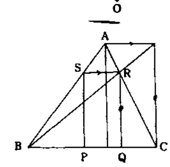
3



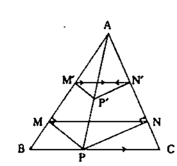
4



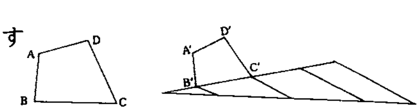
5



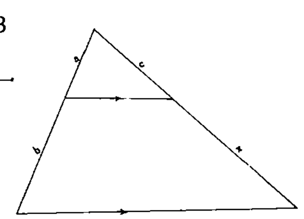
6



7

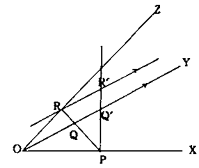


3



5. 鋭角ＸＯＺの頂点Ｏを通って、角の内部に直線ＯＹが引いてある。ＯＸ上の定点Ｐを通って直線を引き、ＯＹ，ＯＺとそれぞれＱ，Ｒで交わらせＰＱ：ＱＲ＝５：２となるようにせよ。

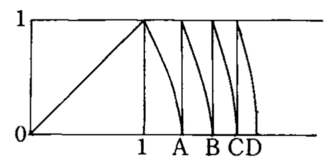
5



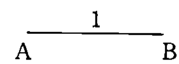
6. △ＡＢＣの辺ＢＣの延長上に１定点Ｍがある。いまＭから直線を引き、辺ＡＣ，ＡＢとの交点をそれぞれＱ，Ｐとするとき、ＢＰ＝ＣＱとなるようにせよ。

三平方の定理

1. 右の図は、数直線上に$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，…… などの数を求める方法の一部分を示している。どんな方法か説明せよ。
   Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄに対する数をいえ。

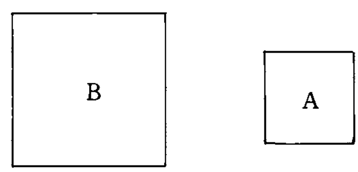


2. 線分ＡＢの長さを１としたとき、次の長さの線分をつくれ。

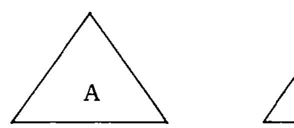


(1) $\sqrt{5}$　(2) $\sqrt{10}$　(3) $\sqrt{13}$　(4) $\sqrt{6}$　(5) $\sqrt{20}$

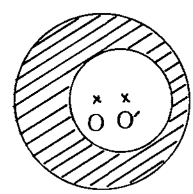
3. １辺の長さがそれぞれａcm，ｂcmの正方形Ａ，Ｂがある。
(1) 面積がＡとＢとの和に等しい正方形をつくれ。
(2) 面積がＡの５倍に等しい正方形をつくれ。



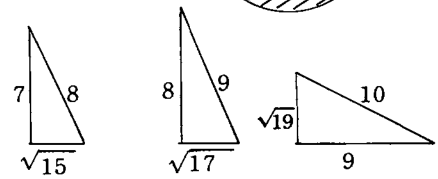
4. 右の図のような２つの正三角形Ａ，Ｂがある。
(1) 面積がＡとＢとの差に等しい正三角形をつくれ。
(2) 面積がＢの２倍に等しい正三角形をつくれ。



5. 右の図のように、円Ｏの内部に円Ｏ′がある。図の部分に等しい面積の円をかけ。
   また、斜線の部分の面積の $\frac{1}{2}$ の面積の円をかけ。

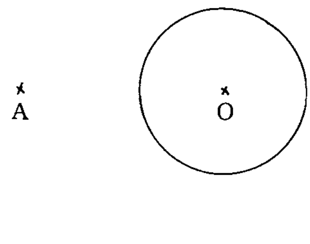


6. 次の長さの線分をつくれ。
   (1) $\sqrt{15}$ cm　(2) $\sqrt{17}$ cm　(3) $\sqrt{19}$ cm

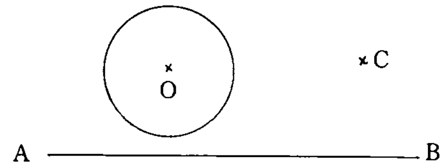


円外の１点より円へ接線をひく

1. 円Ｏとその外部に点Ａがある。点Ａから円Ｏに接線ＡＰをひけ。

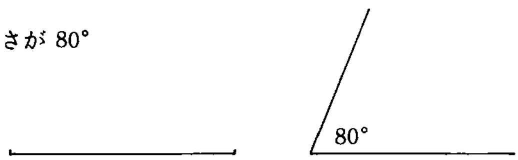


2. 直線ＡＢの同じ側に点Ｃと円Ｏがある。ＡＢ上に点Ｐをとり、円Ｏに接線ＰＤを引き、∠ＣＰＢ＝∠ＤＰＡとなるようにせよ。

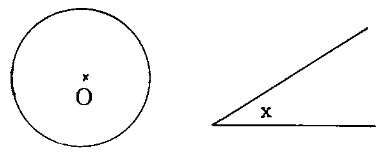


弓　形

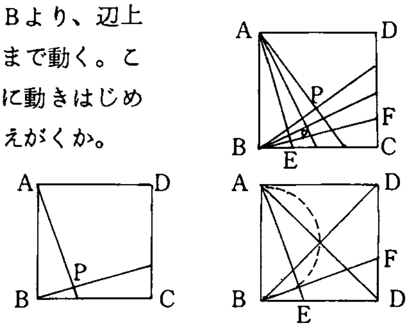
1. 長さ３㎝の線分ＡＢを弦とし、弓形の角の大きさが 80°である弓形をかけ。



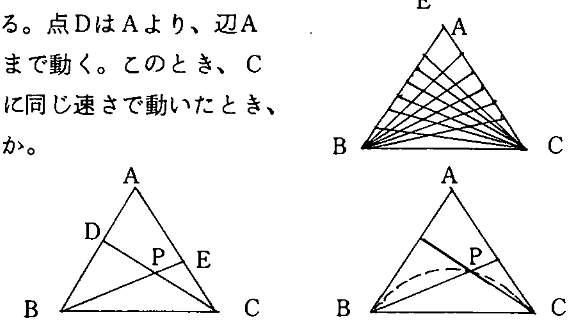
2. 円Ｏから、弓形の角の大きさが x である弓形をかけ。



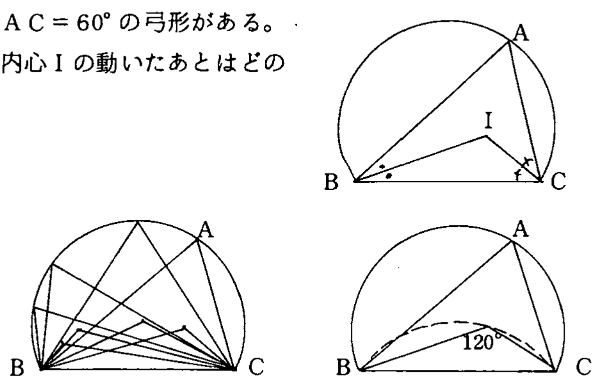
3. １辺の長さが８㎝の正方形ＡＢＣＤがある。点ＥはＢより、辺上をＣをへてＤまで、点ＦはＣより、辺上をＤをへてＡまで動く。このとき、ＡＥとＢＦの交点をＰとする。Ｅ，Ｆが同時に動きはじめ同じ速さで動くとき、Ｐの動いたあとはどんな図形をえがくか。



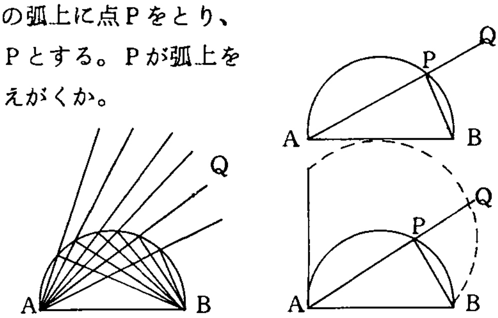
4. １辺の長さが８㎝の正三角形ＡＢＣがある。点ＤはＡより、辺ＡＢ上をＢまで、点ＥはＣより辺ＣＡ上をＡまで動く。このとき、ＣＤとＢＥの交点をＰとする。Ｄ，Ｅが同時に同じ速さで動いたとき、Ｐの動いたあとはどのような図形をえがくか。



5. 弦ＢＣ＝４㎝、弦ＢＣをふくむ角∠ＢＡＣ＝60°の弓形がある。Ａが弓形の弧上を動くとき、△ＡＢＣの内心Ｉの動いたあとはどのような図形をえがくか。

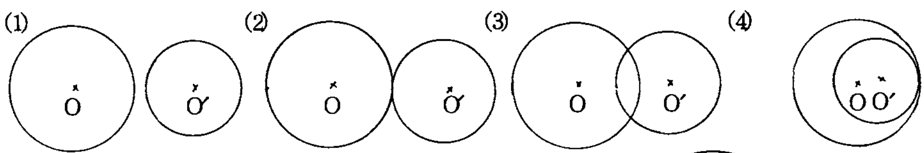


6. 直径ＡＢ＝５㎝の半円がある。この半円の弧上に点Ｐをとり、ＡＰのＰへの延長上に点ＱをとりＰＱ＝ＢＰとする。Ｐが弧上を動くとＱの動いたあとはどのような図形をえがくか。

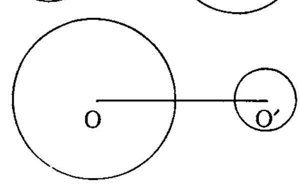


共通接線

1. ２円Ｏ，Ｏ′の位置が次のようなときの共通接線をひけ。また、その数を調べよ。

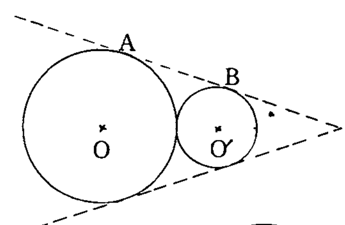


2. ２円Ｏ，Ｏ′の半径がそれぞれ７㎝，２㎝で中心間の距離が13㎝のとき、共通外接線をひき、その長さを求めよ。

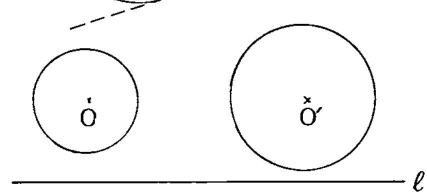


3. 上の２円Ｏ，Ｏ′の共通内接線をひき、その長さを求めよ。

4. 半径が８㎝，２㎝の２円Ｏ，Ｏ′が点Ｃで外接している。２円Ｏ，Ｏ′の共通外接線をひき、２円Ｏ，Ｏ′との交点をそれぞれＡ，Ｂとするとき、△ＡＣＢの３辺の長さの比を求めよ。



5. 直線ℓの同じ側に大小２つの円Ｏ，Ｏ′がある。ℓ上の点Ｐから２円Ｏ，Ｏ′へ１本ずつ接線をひき、２つの接線がℓと等しい角をなすようにせよ。



２円の位置関係

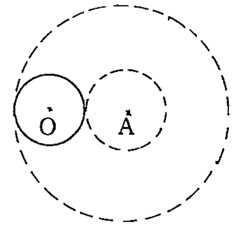
1. ２点Ａ，Ｂの距離は６㎝である。Ａ，Ｂを中心として、それぞれ半径ａ㎝，ｂ㎝の円をかくとき、次の場合、２円はどんな位置関係にあるか。

(1) ａ＝５㎝，ｂ＝２㎝　　(2) ａ＝４㎝，ｂ＝２㎝

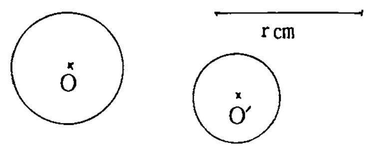
(3) ａ＝２㎝，ｂ＝３㎝　　(4) ａ＝１㎝，ｂ＝７㎝

(5) ａ＝10㎝，ｂ＝２㎝

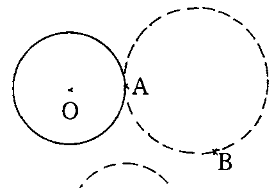
2. 点Aを中心として、円Oに接する円をかけ。



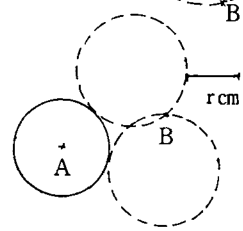
3. 2つの円O, O′に外接する半径 r cmの円をかけ。
また、円Oと内接し、かつ、円O′と外接する半径 r cmの円をかけ。



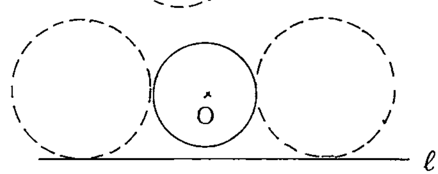
4. 円Oの周上の点Aで円Oに接し、かつ、点Bを通る円をかけ。



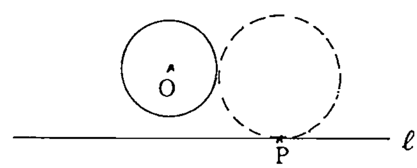
5. 点Bを通り、円Aに外接する半径 r cmの円をかけ。



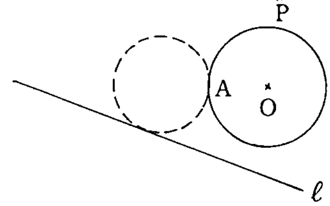
6. 円Oの半径は 1.5 cmである。円Oに外接し、直線ℓに接する半径 2 cmの円をかけ。また、円Oと内接し、ℓに接する半径 3.5 cmの円をかけ。



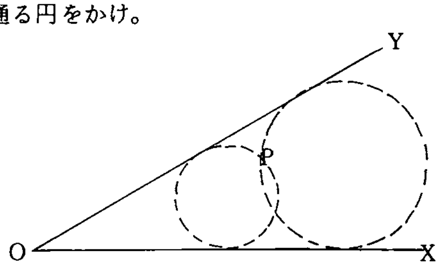
7. 直線ℓ上の点Pにおいてℓに接し、かつ、円Oに外接する円をかけ。
また、円Oと内接する場合の円をかけ。

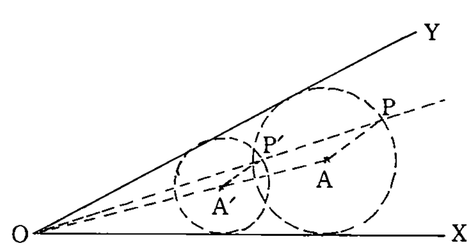


8. 円Oの周上の点Aにおいて、この円に外接し、かつ直線ℓに接する円をかけ。
また、円Oと内接する場合の円をかけ。

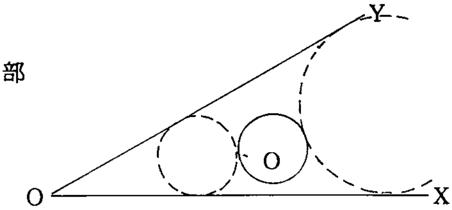


9. ∠XOYの2辺OX, OYに接し、かつ、∠XOYの内部の点Pを通る円をかけ。

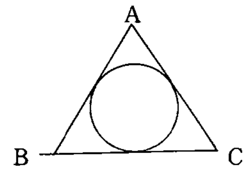




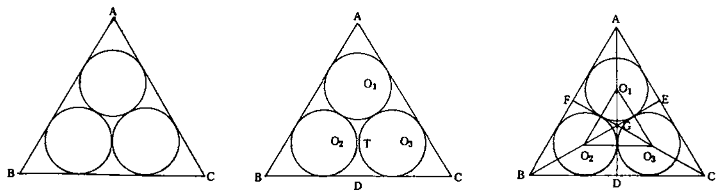
10. ∠XOYの２辺OX，OYに接し、かつ、∠XOYの内部の円Oに外接する円をかけ。



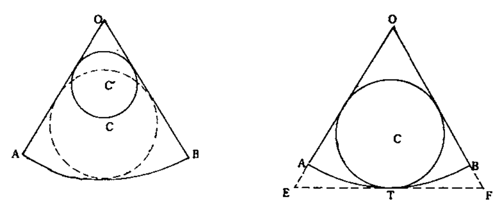
11. １辺の長さが６㎝の正三角形ABCに内接する円の半径の長さを求めよ。また、その円をかけ。



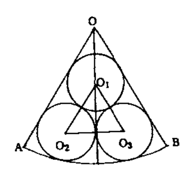
12. １辺の長さが８㎝の正三角形ABCの内部に、その２辺に接し、かつ、たがいに外接する３つの等円をかけ。また、その等円の半径の長さを求めよ。



13. 半径６㎝，中心角AOB＝60°のおうぎ形OABに内接する円Cの半径の長さを求めよ。また、その円をかけ。



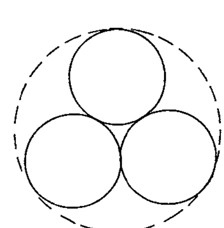
14. 中心角AOB＝60°のおうぎ形OABから、なるべく大きい３つの等円をとれ。



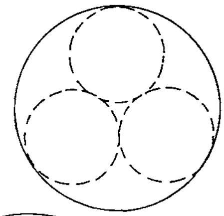
15. 半径６㎝，中心角AOB＝60°のおうぎ形OABから、なるべく大きい３つの等円をつくれ。また、その半径の長さを求めよ。

16. たがいに外接する３つの等円がある。この３つの等円と内接する円をかけ。

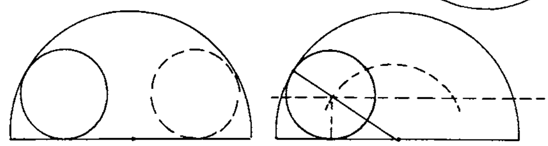
また、３つの等円と外接する場合の円をかけ。



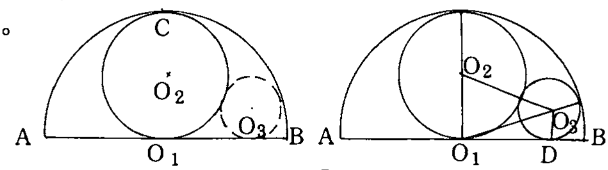
17. 半径10㎝の円に内接し、かつ、たがいに外接する３つの等円の半径の長さを求めよ。



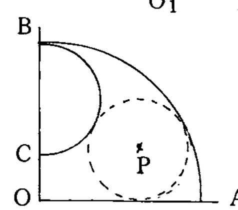
18. 半径２㎝の円を半径５㎝の半円に内接させよ。



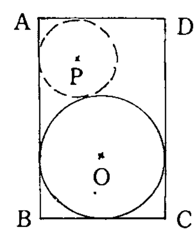
19. ＡＢを直径とする半円O_1がある。弧ＡＢの中点をＣ，O_1Ｃを直径とする円O_2をかき、さらにO_1Ｂ，円O_2，弧ＣＢに接する円O_3をかくとき、円O_3の半径を求めよ。
ただし、ＡＢ＝20㎝とする。



20. 半径ＯＡ＝８㎝で中心角 90° のおうぎ形ＯＡＢがある。ＯＢ上に点ＣをＢＣ＝６㎝となるようにとるとき、ＢＣを直径とする半円に外接し、弧ＡＢに接し、ＯＡに接する円Ｐの半径を求めよ。また、円Ｐをかけ。



21. ２辺の長さが 20㎝と 30㎝の長方形の紙から、20㎝の辺に接するようになるべく大きい円を切りぬき、残りの部分から最も大きい円を切りぬくことにする。この円の半径を求めよ。

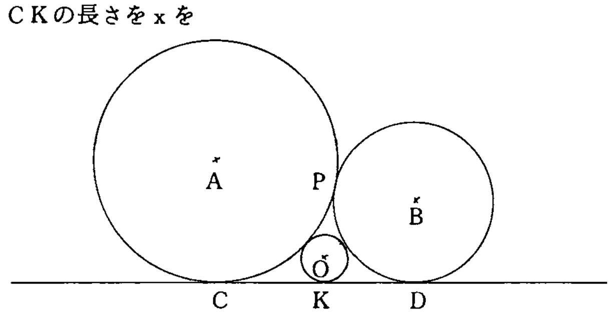


22. 半径がそれぞれ９㎝と４㎝の２円Ａ，Ｂが点Ｐで外接している。共通外接線と円Ａ，Ｂとの接点をそれぞれＣ，Ｄとする。また、２円Ａ，Ｂおよび直線ＣＤに接する円Ｏをかき、その半径を x ㎝とする。次の各問に答えよ。

⑴ 共通外接線ＣＤの長さを求めよ。

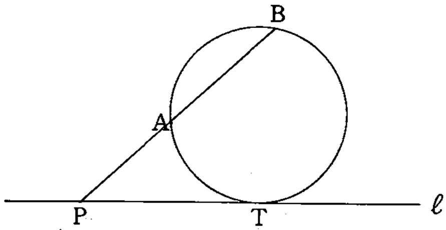
⑵ 円Ｏが直線ＣＤと接する点をＫとする。ＣＫの長さを x を用いた式で表わせ。

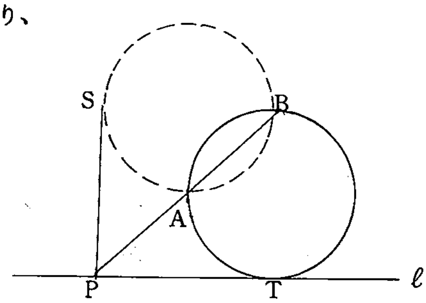
⑶ 円Ｏの半径を求めよ。



方べきの定理

1. 直線ℓとℓの一方の側に２点Ａ，Ｂがある。Ａ，Ｂを通り、ℓに接する円をかけ。





2. 円Ｏとその外部に２点Ａ，Ｂがある。Ａ，Ｂを通り、円Ｏに接する円をかけ。