決めて歩くか，歩いて決めるか

― 未解決問題を用いた課題学習の試み ―

数学科　戸田　　偉

（要旨）具体的問題は解けるが一般化の難しい４つのテーマ（確率，整数，図形，台湾）を設定し，研究とグループ発表を行った。最後のポスターセッションでは，自分ではなく，級友の成果と課題を発表しあう協同学習を試みた。

キーワード：課題学習　協同学習

1．はじめに

(1) 日常の授業風景から

難しいけれど面白い数学の問題が出た。

皆一生懸命考える。

…そうか！わかった！数学の得意な○○君が手を挙げる。皆が固唾を飲んで見守る。…なるほど，さすが○○君だ。納得！拍手！

先生の補足説明が入り，かくして今日も教室の平和は守られた…

数学に限らないかもしれないが，授業では生徒の役割が分類・固定されやすい。「できる生徒」「できない生徒」にである。先程の授業後なら，数学の得意な別の生徒は「よし，今度は僕が！」となるかもしれないが，苦手な生徒は「○○は凄いなぁ。」で終わってしまう。「得意なものだけの競争社会」である。

(2) 日本科学未来館の奇跡

話は８年前に遡る。２年生の担任として東京に現地学習（修学旅行）に行ったとき，日本科学未来館（当時，毛利衛さんが館長，本校11回生の石田寛人さんが総館長を務めておられた。）で理系の生徒80名がグループ研修を行った。

まず，生徒たち４人１組の班を作り，各々が自分の興味のある展示の所に行く。そこにはインタープリターと呼ばれる若手研究者や科学技術開発の第一線で働いていたボランティアの指導者たちがおり，生徒たちに説明し，質問に応えて下さった。その後，最初の班のメンバーと合流し，4つの展示をまわって，学習したことを発表し合ったのである。

その時の生徒たちの楽しそうなこと！まるで宝物を見つけたように，或いは協力して砂場でお城を作る子供達の様に，聞く方も話す方も目をキラキラさせながら，あっという間に時が過ぎていった。終了後のアンケートでは「もっと研修の時間が欲しかった！」という声が多く見られた。これは彼らが理系だったからなのか？普段「数学の授業をもっとやって！」とは決して言わないのに…。

(3) ジグソー法

未来館ではないが，競争的になりがちな学校文化を協同的なものに変えることを目指し，様々なグループ学習がなされてきた。その一つに，1970年代にエリオット・アロンソン（Elliot Aronson 1935～）によって提唱されたジグソー学習法がある。近年，大学発教育支援コンソーシアム（Consortium for Renovating Education of the Future [CoREF]）によって「知識構成型ジグソー法」が紹介され，実践例も増えている。

班員それぞれが別の領域を分担し，自分と同じ領域を担当する別の班の生徒たちとともに見識を深める（エキスパート活動），その後，元の班に戻ってそれぞれの成果を共有する（ジグソー活動・クロストーク）等というものである。

分担領域のエキスパートは班の中では１人なので，全ての生徒に固有の役割が与えられる。成功した事例も多数報告されているが，班員が自分の専門領域をそれぞれ最終レポートに書くだけになってしまった…と苦労をされた報告もある。

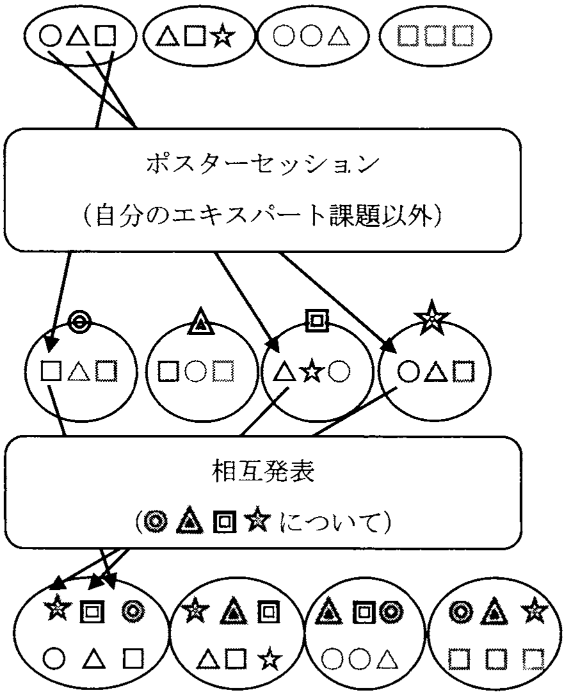
しかし，アロンソン本人の著作を読むと，ジグソー法は学力向上のための手法であるだけでなく，競争的な学校文化を協同的なものに変えていく戦略でもあったことがわかる。「…カルロスは学校を以前より楽しむようになり，自分のグループの英国系アメリカ人を苦しみを与える者としてでなく，助けになり反応してくれる人々として見るようになった…」[1] 人種統合政策下におけるマイノリティーが，ジグソー学級で自信を取り戻していき，その他の生徒も正しい関わり方を学んでいった様が記されている。「学ぶ内容と同じ位，学び方も生徒の成長にとっては大切である！」ということであろう。誤解を恐れずに簡単に言えば「自分も貢献したけれど，この人もあの人も頑張ったなぁ。よし！これから自分も頑張るぞ！」である。

(4) 授業の枠組み

そこで，今回の課題学習においては，以下の２点を工夫した。

① 文系１クラス，理系２クラスの中でのエキスパート活動でポスターを制作し，「学芸員」を選ぶ。学芸員は３クラス合同のポスターセッションで質問を受けたり説明をしたりする。

② 最後に３クラス合同のポスターセッションをする。発表する班を３人１組とし，自分のエキスパート課題以外から１つ選んで見学・相互発表。（課題が４つあるので，たとえ３人のエキスパート課題が同じでも別の課題を選べる。）



学芸員（比較的得意な生徒が多いと期待され，実際そうだった）はポスターセッションの間貼りつきになるので，その時は他の課題は見ることができない。しかし，最後の相互発表で他の生徒から説明を受けるため，普段との役割の逆転（不得手な生徒が得意な生徒に教える）場面が期待できる。

また，図では◎などは１つだが，実際は複数の班があるので，エキスパート課題が○の生徒も学芸員も，級友が集めてきた複数の◎の成果と課題を聞くことになり，より協同学習の効果が高まることが期待できた。

２．実践の手順

(1) 課題提示

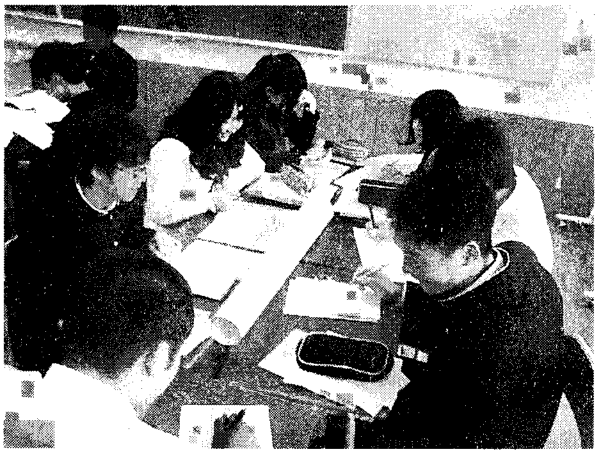
高校１年生の春休み前，数学Aの内容が終了し，数学Bに入る際に，４つの選択課題（1確率，2整数，3図形，4台湾）を提示した。1～3は解答可能な

問題を提示し，その「解答」と，各自の考えた「研究」の課題と成果，やってみた「感想」を求めた。4台湾については，本校では1年生の3月中旬に台湾への現地学習を行っており，現地の書籍やB＆Sプログラムでお世話になる学生に聞き取りを行って，台湾の数学の問題に取り組むこと等を「問題・研究」とした。

「問題」は解決可能なもので，一般化や発展が想起しやすく，かつそう簡単には解決できないものを心掛けた。つまり，具体的な数値や状況では解けるが，一般化すると難しくなるものや，オープンエンドな課題である。

「研究」は必ず成果と課題を明記するよう求め，「結果も大事だけど経過も大事だよ！」と，取り組んだ学習者にしか書けない「感想」も求めた。

(2) エキスパート班の編成～プレ発表準備



高校2年生の4月から，本校では文系1クラス（Lクラス），理系2クラス（S_1，S_2クラス）の授業となる。LS_1S_2の各クラス内で，課題毎に6～7名のエキスパート班を編成。3クラスで確率7班，整数6班，図形4班，台湾3班となった。

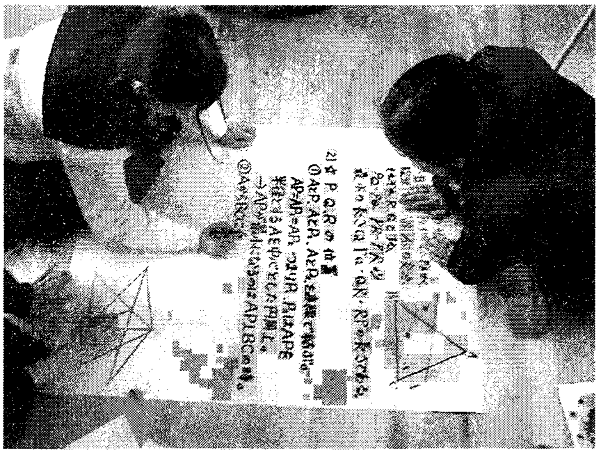
各自のノートを持ち寄り，Lクラス，S_1クラス，S_2クラスの中でプレ発表の準備を行った。

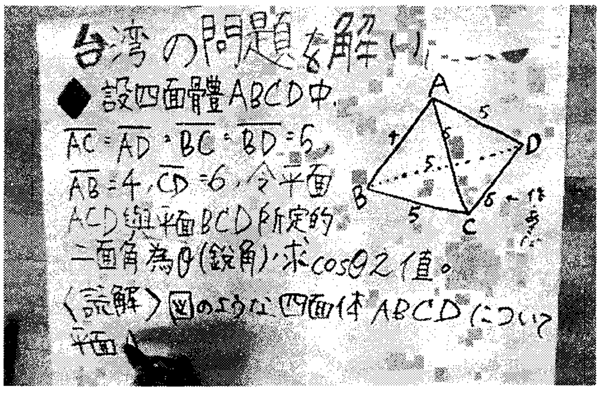
(3) エキスパート班によるプレ発表
～ポスターセッション準備

班員全員が前に出て，問題の解答，研究課題と成果，感想の順で発表した。

基本的には実物投影機で手元の資料を拡大したり，黒板を使って発表したが，この時点である程度完成したポスターを用いた班もあった。

プレ発表の時点では問題の解答ミスもあった。しかし「本番は3クラス合同授業！」「ここで発見できて良かった！」と声掛けをし，前向きに課題に取り組む姿勢を褒めた。また，「ここまでは出来た」「ここは分からない」という部分がハッキリ伝わるよう，発表の仕方を工夫するよう促した。





(4) ポスターセッション（2年3クラス合同授業）

3クラス120名が同時に歩き回れる場所，ということで，当初は体育館を考えていたが，体育の授業と準備の兼ね合いで出来なかった。そこで，多少狭いが，学年集会などを行う有朋館という130名程度が集まれる集会室を使った。しかし，ある程度狭い方が全体が見渡せ，隣の声に負けないように話さないといけないので，生徒も説明や質問に熱が入って良かったかもしれない。

授業の最初に，主にA, B, Cクラス（数学の授業はLS_1S_2クラス）の生徒同士で3人1組のジグソー班を作った。欠席者と人数の関係で，1班だけ4人1組となった。

各エキスパート班代表の「学芸員」が，説明と質問への解答を担当し，学芸員以外の生徒には，例えば自分のエキスパート課題が①確率なら，②整数，③図形，④台湾のいずれかに取り組むようにした。また，同じジグソー班では見学内容がかぶらないように指示した。

同じテーマでも最低3つのエキスパート班があるので，自分がLクラスならS_1，S_2クラスという風に，なるべく複数の学芸員とポスターセッションするよう求めた。

なお，ポスターの貼り場所は代表者によるじゃんけんで公平に決め，テーマ毎に近くにまとめることはしなかった。そのかわりに，テーマ毎に赤青黄緑のA4用紙をポスターの上に貼り，遠くからでも見学すべき課題が見つけやすいようにした。

(5) 3人1組班による相互発表

時間を区切って，（一人5分）3人ないし4人が見学内容について班内で発表した。ポスターの前に行って発表する者もいたが，見やすい大きさの字のポスターが多かったので，写真のように自分のメモとポスターを指すことで発表したものが多かった。

3．実践の概要

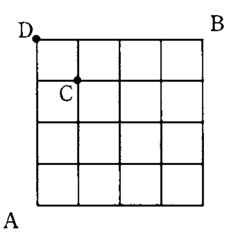
前置きが長くなったが，以下，実際の問題とそのねらい，生徒の解答，研究成果と課題に適宜触れていく。

1年3月（台湾現地学習前）に以下のようなプリントを配布した。

以下の課題①～④からテーマを1つ選び，【問題の解答】，【研究成果と課題】，【感想】を書いて提出して下さい。

①（確率）

図のような街路の町がある。P君はA地点からB地点へ，Q君はB地点からA地点へそれぞれ一定の同じ速さで最短の道筋を進む。



【問題】次の（Ⅰ），（Ⅱ）のそれぞれの場合に分けて，PとQが途中で出会う確率を求めなさい。

（Ⅰ）P,Qがどの道筋を選ぶことも同様に確からしい場合

（Ⅱ）各分岐点において選択できる道を等確率で選ぶ場合（例えば，P君はC地点で北に進むか，東に進むかは確率$\frac{1}{2}$で選択するものとし，D地点では確率1で東に進む。）

【生徒の解答】

AからB（BからA）への最短経路は（${}_8C_4=$）70通りある。（Ⅰ）ではこれらから等確率で選ぶ。

例えば，P君が図１，図２の道筋を選ぶ確率は，

（Ⅰ）の場合はどちらも$\dfrac{1}{{}_8C_4}=\dfrac{1}{70}$だが，（Ⅱ）では，

図１の道筋を選ぶ確率は$\left(\dfrac{1}{2}\right)^4\times1^4=\dfrac{1}{16}$

図２の道筋を選ぶ確率は$\left(\dfrac{1}{2}\right)^7\times1=\dfrac{1}{128}$

と異なる。

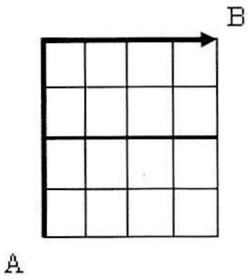


図１

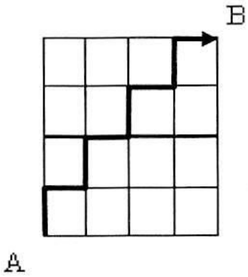


図２

だから，途中で出会う確率も（Ⅰ）（Ⅱ）で異なる。

（Ⅰ）の場合，PとQが出会う確率は

$$\left(\frac{1}{{}_8C_4}\right)^2+\left(\frac{{}_4C_1\cdot{}_4C_3}{{}_8C_4}\right)^2+\left(\frac{{}_4C_2\cdot{}_4C_2}{{}_8C_4}\right)^2$$

$$+\left(\frac{{}_4C_3\cdot{}_4C_1}{{}_8C_4}\right)^2+\left(\frac{1}{{}_8C_4}\right)^2$$

$$=\frac{1+{}_4C_1{}^4+{}_4C_2{}^4+{}_4C_3{}^4+1}{{}_8C_4{}^2}$$

$$=\frac{1+256+1296+256+1}{70^2}$$

$$=\frac{181}{490}\fallingdotseq0.37$$

また，（Ⅱ）では

$$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}^2+\left\{{}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}^2+\left\{{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}^2$$

$$+\left\{{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}^2+\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}^2$$

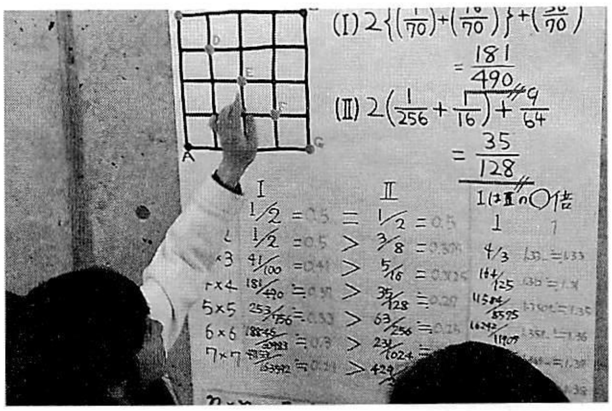
$$=\frac{1+{}_4C_1{}^2+{}_4C_2{}^2+{}_4C_3{}^2+1}{2^8}$$

$$=\frac{1+16+36+16+1}{2^8}$$

$$=\frac{70}{2^8}=\frac{35}{128}\fallingdotseq0.27$$

このようになるため，縦４横４では，（Ⅰ）の方が出会う確率が高い。【生徒の解答終了】

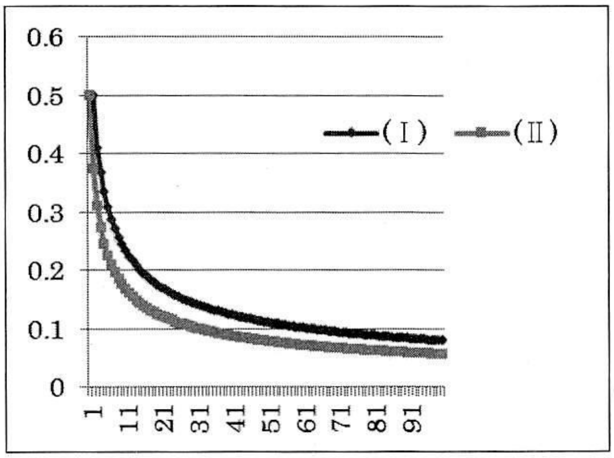
【生徒の研究①】



この班（理系女子）は，街路が1×1～7×7の場合を具体的に計算し，（Ⅰ）（Ⅱ）のどちらが出会いやすいかを調べ，1×1でどちらも50%になる以外は，「（Ⅰ）決めて歩いた方が出会いやすい」ことを発表した。また，その比をとることで「おそらく比が１に近づくのでは？」と予想した。残念ながら証明はできなかったが，具体的なデータを積み上げる姿勢と，予想の明快さ，ポスターの見易さで，好評を得ていた。

この他にも，1×3，2×6など正方形以外で考えた班もあった。

【生徒の研究②】



この班（理系男子）は,

$${}_4C_0{}^2+{}_4C_1{}^2+{}_4C_2{}^2+{}_4C_3{}^2+{}_4C_4{}^2={}_8C^4$$

といった式変形に気づいた。補足として，理系クラスの発表では次の①②を発表した。

① $(1+x)^n(1+x)^n=(1+x)^{2n}$の展開式における

x^nの係数より$\displaystyle\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k{}^2={}_{2n}C_n$

② 男4人女4人計8人から4人選ぶ方法

よって，もとの問題4×4の場合の出会う確率は

(Ⅰ) $\displaystyle\frac{1}{{}_8C_4{}^2}\sum_{k=0}^{4}{}_4C_k{}^4$　　(Ⅱ) $\displaystyle\frac{{}_8C_4}{2^8}$

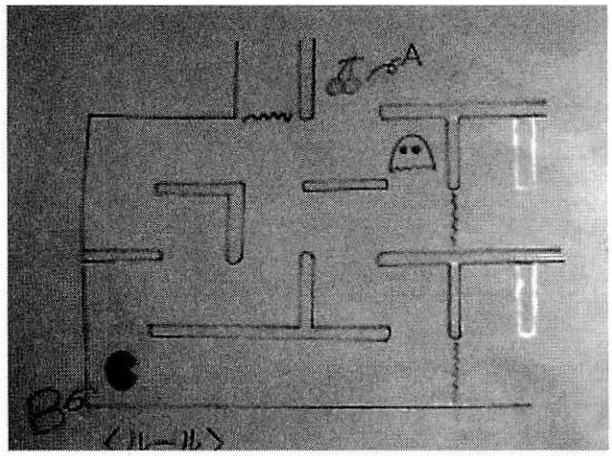
これを一般化して$n\times n$の場合の（Ⅰ）（Ⅱ）の出会う確率をnで表すことに成功した。

(Ⅰ) $\displaystyle\frac{1}{{}_{2n}C_n{}^2}\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k{}^4$　　(Ⅱ) $\displaystyle\frac{{}_{2n}C_n}{2^{2n}}$

ただし，この状態まで持ち込んでも，大小比較は出来なかったためExcelで（Ⅰ）（Ⅱ）を$n=1\sim100$まで計算し，グラフを描いて【研究①】班と同じく「（Ⅰ）の方が出会いやすいだろう」と予測した。

一般のnで比較できない時点でめげずに，出来る所まで調べ，予想したのは立派である。

【生徒の研究③】



今回の課題学習全体の中で，最も意表を突かれたのが，この班（文系の男女混合班）の研究。

レトロゲームのパックマンの道で考えたのである。≪ルール≫左下のステージだけで考える。（最短経路という縛りは消す。）

- パックマン（最初は左下のB地点にいる）は下方向に進まない。敵（最初は右上にいる）も上方向に進まない。
- パックマンのゴールはチェリーの位置（A地点），敵のゴールはB地点（左下）
- パックマン，敵は透明で，自分の意志のみで動く（相手によって考えを変えたりしない）
- 逆走はしない

次の4つの場合を考える。

(i) パックマンも敵も（Ⅰ）… $\frac{9}{25}=36\%$

(ii) パックマンは（Ⅰ）敵は（Ⅱ）… $\frac{7}{20}=35\%$

(iii) パックマンは（Ⅱ）敵は（Ⅰ）… $\frac{7}{20}=35\%$

(iv) パックマンも敵も（Ⅱ）… $\frac{11}{32}\fallingdotseq34\%$

奇抜な場面設定をしただけではなく，戦略を4通りに分けて求めたうえで，「（Ⅰ）選んで歩いた方が出会いやすい（クリアーしにくい）」としたところが面白い。

出題のねらい

本校では，独自のプリントを用いて授業を進めており，この問題の類題（縦３横５のもの）を生徒たちは経験している。問題を解答するには，まず（Ⅰ）（Ⅱ）の違いを明確に理解していなければならないが，そのような生徒がどの程度いたか？というところは，単元の学習を終えても不安が残った。そこで，課題学習を通して定着を図りたいと思ったのである。

【$n\times n$での（Ⅰ）（Ⅱ）の確率の大小について】 実は，この課題を提示する際，自分でも$n\times n$で大小比較できないか検討したが，出来なかった。実は教員としても「未解決問題」であることは，事後に生徒にも告げた。（本稿の題字はここに由来する。本当はわかるのかもしれない。）ただし，数学的帰納法を用いて $\dfrac{{}_{2n}C_n}{2^{2n}} \leq \dfrac{1}{\sqrt{3n+1}}$ を示すことは出来るので，（Ⅱ）の出会う確率はnが大きくなるにつれて０に近づくことは，２年生の間に説明できる。普段の授業では冒頭の様に「解けることで解決する」問題を扱うことが多いが，数学の問題（世の中の問題もそうだが），必ずしも「解ける」とは限らず，「推敲を重ねた結果，ここまでは分かったがここからは分からない。」ということもあるのだと体験してほしかった。

> ２（整数の性質）
> $1^2=1,\ 2^2=4,\ 3^2=9,\ 4^2=16,\cdots$を平方数という。
> **【問題】**
> (1) 100以下の素数のうち，２つの平方数の和で表せるものを全て求めなさい。
> (2) 自然数１～100を平方数の和で表すには，最低何個ずつ必要か？
> （例えば，$35=1^2+1^2+\cdots+1^2$と35個の１を足さなくても，$35=25+9+1=5^2+3^2+1^2$と３つの平方数の和で表せる。）

【生徒の解答】

(1) 100以下の素数を全て書き出すと，

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 の25個

このうち，平方数の和となるのは

$2=1^2+1^2,\ 5=2^2+1^2,\ 13=3^2+2^2,\ 17=4^2+1^2,$

$29=5^2+2^2,\ 37=6^2+1^2,\ 41=5^2+4^2,\ 53=7^2+2^2,$

$61=6^2+5^2,\ 73=8^2+3^2,\ 89=8^2+5^2,\ 97=9^2+4^2$

より，2, 5, 13, 17, 29, 37, 41, 53, 61, 73, 89, 97の12個

(2) $1=1^2,\ 2=1^2+1^2,\ 3=1^2+1^2+1^2,\ 4=2^2,$

$5=2^2+1^2,\ 6=2^2+1^2+1^2,\ 7=2^2+1^2+1^2+1^2$

と，７で初めて４個の平方数の和になる。

この後，実際に書き出してみると，必要な平方数の個数は以下の通り４個以下。

1個	2個	3個	4個

上のように色分けする。○は素数

1	2○	3○	4
5○	6	7○	8
9	10	11○	12
13○	14	15	16
17○	18	19○	20
21	22	23○	24
25	26	27	28
29○	30	31○	32
33	34	35	36
37○	38	39	40
41○	42	43○	44
45	46	47○	48
49	50	51○	52
53○	54	55	56
57	58	59○	60
61○	62	63	64
65	66	67○	68
69	70	71○	72
73○	74	75	76
77	78	79○	80
81	82	83○	84
85	86	87	88
89○	90	91	92
93	94	95	96
97○	98	99	100

【生徒の研究】

表から気づいた規則性は次の通り。少なくとも1～100の間では

① 奇素数pについて

$p=4n+1 \iff p=x^2+y^2$

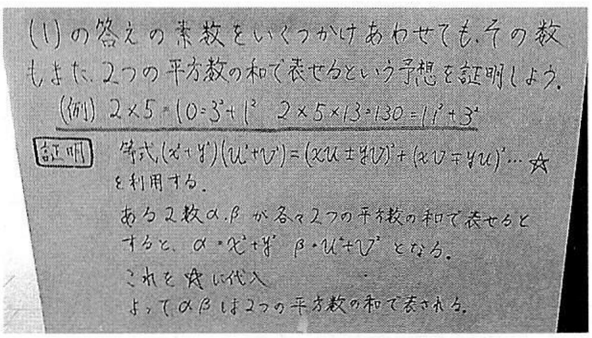
(n, x, yは整数)

② 4で割って3余る自然数は，2つ以下の平方数の和で表せない。

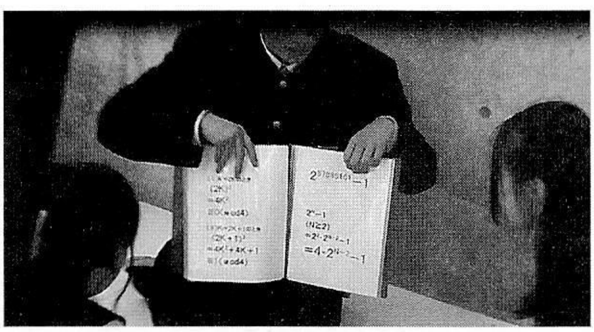
③ 8で割って7余る自然数は，3つ以下の平方数の和で表せない。

④ $(x^2+y^2)(u^2+v^2)=(xu\pm yv)^2+(xv\mp yu)^2$より，(1) の答えの素数をいくつ掛け合わせても，その数は2つの平方数の和で表せる。

⑤ 現在世界最大の素数は2つの平方数の和で表せない。



このうち，①⇐，②，③，④は一般的な証明に成功していた。⑤はメルセンヌ素数2^p-1が4で割って3余ることからの主張である。



以下に③の証明を記す。

【生徒の証明】整数x, y, z, 自然数nについて$n=x^2+y^2+z^2$と表せたとする。

x^2, y^2, z^2は法8で0，1，4のいずれかだから，

$x^2+y^2+z^2\equiv 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \bmod 8$

すなわち，$x^2+y^2+z^2\equiv 7 \mod 8$ とはならない。

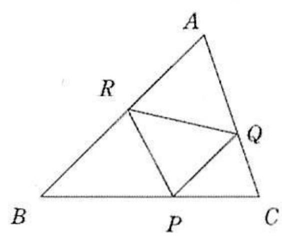
【証明終了】

出題のねらい

(1) は「2以外の素数で，平方数の和で表せる素数は，4で割って1余るものに限る」(フェルマー・オイラーの定理)，(2) は「全ての自然数は高々4個の平方数の和で表せる」(ラグランジェの定理) からの出題である。100以下という制限があるので，(1) (2) ともに1つずつ丁寧に計算し，具体的な事実の積み重ねから予想し，可能なら証明することを期待した。鳩の巣原理などを用いた初等的な証明も知られているが，生徒が導き出すのは難しく，教え込みになりそうだったので，後日紹介することにした。

③ (図形)

【問題】鋭角三角形ABCの辺BC, CA, AB上に3点P, Q, Rをとる。ただし，BC=a, CA=b, AB=cとする。



(1) Pを固定したとき，PQ+QR+RPが最小となるQ, Rの位置を求めなさい。

(2) PQ+QR+RPが最小となるP, Q, Rの位置を求めなさい。また，最小値をa, b, cを用いて表しなさい。

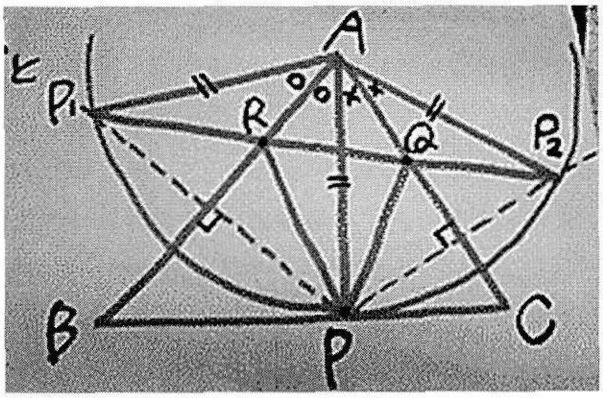
【生徒の解答】

(1) 点Pと直線AB, ACについて対称な点をそれぞれP_1, P_2とする。

PQ=P_2Q, RP=RP_1だから

PQ+QR+RP= P_2Q+QR+ RP_1 ≧ P_2P_1

最後の等号は，P_1P_2と辺AC, ABの共有点がそれぞれQ, Rのときに成立する。



(2) $\angle P_1AB=\angle PAB$, $\angle P_2AC=\angle PAC$より

$\angle P_1AP_2=2\angle A$

また，$AP_1=AP=AP_2$だから

$P_1P_2=2AP\sin A$

よって，APが最小のときP_1P_2も最小となる。

ゆえに，点Aから辺BCに下ろした垂線の足がPのとき，最小となる。

このとき，$AP=c\sin B$ より

$$P_1P_2=2c\sin A\sin B$$

$$=\frac{8}{abc}\cdot\frac{1}{2}bc\sin A\cdot\frac{1}{2}ca\sin B$$

$$=\frac{8S^2}{abc}$$ （△ABCの面積をSとした。）

ヘロンの公式から，$s=\dfrac{a+b+c}{2}$ として

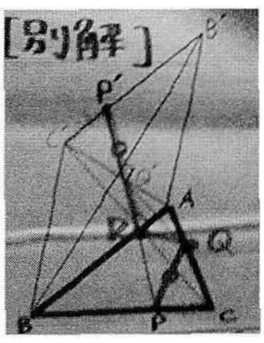
$$S^2=s(s-a)(s-b)(s-c)$$

$$=\frac{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}{16}$$

よって，PQ+PR+RPの最小値は

$$\frac{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}{2abc}$$

別解として，右図のように△ABCを2回折り返して(1)を解決した班もあった。



【生徒の研究】

① (2)のとき，Q，RもB，Cから対辺におろした垂線の足となる。

すなわち「AP⊥BC ⇒ BQ⊥CA，CR⊥AB」

△PQRを垂心三角形（ortic triangle）という。

② PQ+QR+RPの最小値Lが

外接円の半径をrとして

$L=\dfrac{2S}{r}$と表せることから，例えば

（i）$r=1$のときいくらでも小さくできる。

（ii）S=1のときr最大（正三角形）で最小。

出題のねらい

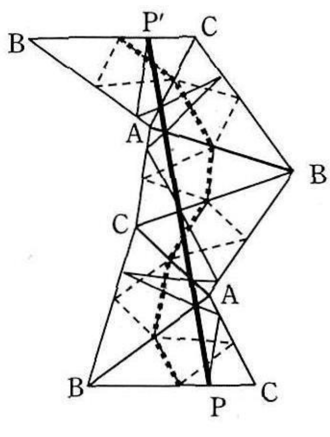
ファニャーノ（Fagnano）の問題と言われるもので，直線に関する対称移動（鏡映）が中心的な役割を演じる。

三角比やヘロンの公式など，図形の単元の復習には適した教材であろうと思われる。

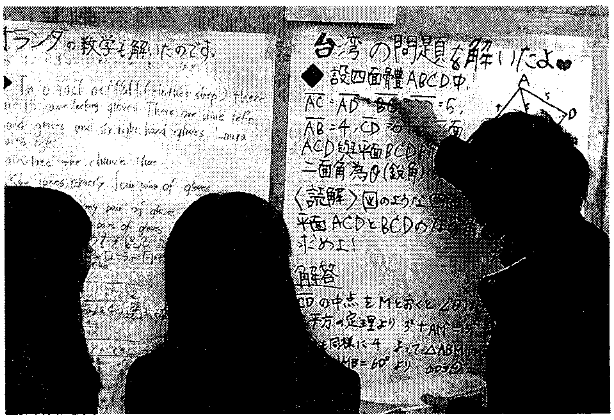
研究①は必ずしも明らかではない。4点が同一円周上にあるための条件などを用いて，丁寧に証明しなければならない。確認するためにも適当な教材と思われた。

なお，【生徒の解答】は，ハンガリーの数学者Fejerによる解といえる。

また，別解の三角形の折り返しを5回にすると，最初と最後のBCが平行になるため，研究①の証明にも使える。（下図）垂心三角形と別の折れ線を比べると，ドイツの数学者Hermann Schwarzの解になる。



[4]（台湾）
【問題】台湾現地学習において現地の数学の問題集や，参考書，書籍等に触れ，そこから得られたテーマについて考察しなさい。



【生徒の解いた問題】解答は省略する。

① 6辺の長さが与えられた四面体の２つの面のなす角を求める問題

② 三垂線の定理を用いた求値問題（２つの班）

③ 工場の作った帽子４色，衣３色，靴３色について，藍の帽子には必ず白の衣を合わせ，紅の帽子には灰色の靴は合わせないとき，何組のセットがあり得るか？

④ AB=3, $\angle A=60^\circ$ $AC=t$ の△ABCの外接円の半径Rと内接円の半径 r の比を求める問題

⑤ （オランダの問題）M&Hという衣料品店に左手袋９つ，右手袋６つが売られている。ローラが同時に８個を掴むとき，次の確率は？

(*a*) ４組セットができる

(*b*) １つもペアができない

(*c*) 少なくとも２組ペアができる

【生徒の感想・発見】

・日本では線分ABと書くが，台湾では$\overline{AB}$

・日本では右下に「，。」
台湾では真ん中に「、。」

・他国の問題解くの楽しい。

・日本の問題とあまり変わらない。

・オランダ人の友達に英訳してもらって，オランダの問題にも挑戦しました。(⑤)

4．おわりに

最後の３人一組での発表は，「学習内容の深化」という点からいえば，今一つかもしれない。折角各自のエキスパート課題を深めてきたのだから，同一テーマの他のクラスの発表を見て回れば，もっと内容を深めることができたに違いない。

しかし，「学習内容の深化」を多少後回しにしてでも，「他の皆もこんなに頑張っていたんだ！」という実感を得て欲しかった。そのためには，エキスパート課題でないものでの相互発表は是非ともやって欲しかった。

また，課題「台湾」も，数学Aの課題学習のテーマとして適当か？と言われれば，疑問符が付くだろう。今回の３班は奇跡的に（意図的に？）台湾やオランダの空間図形，場合の数，平面図形など「数学A」の内容を盛り込んだのでセーフかもしれないが，課題の提示が大雑把すぎたのは否めない。

しかし，当初の目的であった「みんな頑張っている！」事を実感する題材としては，国内だけでなく，修学旅行で訪れた台湾の学生達の取り組んでいる問題にも触れて欲しかった。想定を超えてオランダの問題にまで取り組んでくれたのだが。

最後に，[3]図形を選んだある生徒の感想を紹介してこの稿を閉じたいと思う。

「…訳の分からない解法を考えられるだけ書き出した。ずいぶんと遠回りをした。お風呂のとき，歯みがきのとき，バスのとき，少し頭を使わないボーッとする時間があるとすぐPQ＋QR＋RPが最小になるってどうやって証明できるんだろう??と頭の中でぐるぐる考えていた。同じ[3]を選んだ人と，どうやったらできるのか色々意見を交わした結果，やっと前ページの答えに落ち着いたのである。…私たちが学校で数学を学ぶのは，数学が私たちに感動と，

次へと進むやる気を促してくれるものであるから。
私はそう思った。」

〔参考文献〕

[1] ザ・ソーシャル・アニマル
—人間行動の社会心理学的研究—
E.アロンソン 著
古畑和孝 監訳　岡隆・亀田達也 共訳
サイエンス社

[2] 美しい不等式の世界
—数学オリンピックの問題を題材として—
佐藤淳郎 訳
朝倉書店

(メキシコの数学者Radmila Bulajich Manfrno, José Antonio Gómez Ortega, Rogelio Valdez Delgado著による "Inequalities—A Mathematical Olympiad Approach"《Birkhäuser社 2009年》の翻訳)

[3] Geometric and Analytic Number Theory
with 15 Figures
Edmund Hlawka, Johannes Schoiβengeier, Rudolf Taschner
Springer-Verlag