観点別評価のための問題作りⅢ

―テスト問題を中心とした観点別評価の方法―

数学科 川谷内哲二・岡山 正歩・塩屋 千学・戸田 偉

(要約)本校では、3年前より観点別評価を試み、一昨年度より1年生の通知表に観点別評価を記載することになった。数学科では、現状を最大限に活かす形で、教員の極端な負担増にならないような観点別評価の方法として、評価問題による観点別評価に取り組んでいる。本校の実状を踏まえて、観点別に評価するための具体的な評価規準を作成し、その評価規準の到達度を測るための観点別評価のための問題を作成している。数学 $I \cdot A \cdot \Pi \cdot B$ における評価規準と評価問題を作成して、その評価問題によって観点別評価を実施した。本年度で、数学 $I \cdot A \cdot \Pi \cdot B$ (数列・ベクトル)のすべての領域の観点別問題を完成することができた。本稿では、テスト問題による観点別評価の実践とその問題点について報告する。

キーワード:観点別評価 評価問題 評価規準

1 はじめに

小・中学校においては、平成14年度から現行の学習指導要領が実施されている。平成12年12月に報告された教育課程審議会の答申「児童生徒の学習と教育課程の実施状況の評価のあり方について」を受けて、児童・生徒の評価が相対評価から絶対評価に変更され、また観点別評価の記載が義務付けられることになった。高等学校においては、従来から絶対評価であったが、この変更に伴ってこの点がより強調されるようになった。また、高等学校における観点別評価は、小・中学校のように通知票などへの記載は義務付けられていないが、観点別による評価を強く求められるようになった。

本校においては、このような評価方法の流れの中で、研究校であるという本校の特質もあって、観点別評価の実施に本格的に取り組むことになった。具体的には、平成15年度入学生から学年進行で観点別評価を実施して、学期ごとにA、B、Cの3段階で評価をして成績伝票に記載する。最初の1年目を試

行・準備期間として、平成16年度入学生より学年進行で通知票に観点別評価を記載することとなった。

観点別評価は、既に小学校や中学校で実施されていて、その大変さがいろいろなところで話題になっている。特に、「観点別評価に追われて授業中の指導が十分にできない」、「観点別評価のためにますます忙しくなり授業の準備が十分にできない」といった感想が多かった。高等学校においても将来的に観点別評価の記載が義務付けられれば、小学校や中学校と同じ問題を抱えることになる。

できるだけ教師の負担増にならないような観点別評価の方法を取り入れようと考えたとき,これまでの評価方法を最大限に活かすという点から考えても,テスト問題を中心とする観点別評価が適当ではないかと思われる。そこで重要になってくるのは,各観点を評価するための問題である。

本校数学科では、各観点を領域ごとにまとめて、 その観点に基づく評価問題を作成し、評価問題によ る観点別評価を実践することにし、本年度でこの取 り組みが3年目を迎える。ここでは、これまでの取り組みを踏まえ、テスト問題を中心とした観点別評価の実践について報告する。

2 これまでの取り組み

本校では、平成15年度入学生から観点別評価を試 み、平成16年度入学生から、学年進行で通知表への 記載を行うことになった。

本校数学科では、観点別評価を行うに当たって、 教員にかかる負担を考慮するとともに、これまでの 評価方法を活かすという面から、テスト問題を中心 とした観点別評価に取り組むことにした。

最初に、生徒の実情を踏まえ、学習指導要領の教 科の目標と内容に準拠した単元および内容のまとま りごとの評価規準を具体化した。この具体化には、 国立教育政策研究所から出された内容のまとまりご との評価規準及びその具体例を参考とした。

次に、本校の4名の教員の評価規準の統一を図るために、教科書の例題、問題、練習などの問題を4つの観点に分類した。4名の教員がそれぞれの判断で各問題を4つの観点に分類し、それを4名で協議するという形式で検討を進めた。「知識・理解」と「表現・処理」の分類で意見が分かれることもあったが、一番難しかったのは「関心・意欲・態度」と「数学的な見方・考え方」の観点の分類である。これまでの教師としての経験や教育観の違いから、

「表現・処理」と見るか「数学的な見方・考え方」と見るか。また、「知識・理解」と見るか、「関心・意欲・態度」と見るか、意見の分かれるところであった。一応、すべての問や問題、練習について検討し、1つの観点に絞りこんだ。実際のところ、1つの問題を1観点に絞り込むことに多少無理があり、1つの問題に複数の観点が含まれていると考えるべき問題があることも確かである。

評価問題の作成に当たっては、次の点に配慮して行った。

- ① 指導の過程や生徒の実態を考慮して作成する。
- ② 知識・理解や表現・処理は、基礎的・基本的な内容の定着の程度を図る問題で評価する。
- ③ 知識・理解は、定理や公式そのものを問う問題で評価する。
- ④ 評価問題は、学習の段階で変化する。
- ⑤ 関心・意欲・態度や見方や考え方は,具体的 な場面を設定して説明させたりする問題で評価 する。
- ⑥ 関心・意欲・態度や見方や考え方を評価する ときは、知識・理解や表現・処理の能力がなく ても取り組めるように配慮する。
- ⑦ 数学的な見方や考え方を見る問題は、難しい問題になりがちだから平易な問題で評価する。
- ⑧ 1つの問題で2つの観点を表すことがあるが、どちらかの観点に力点をおいた問題と考える。

平成16年度は、数学 I の「方程式と不等式」、数学 II の「いろいろな関数」、数学 A の「場合の数と確率」、数学 B の「数列」、平成17年度は、数学 I の「2 次関数」、数学 II の「微分・積分の考え」、数学 A の「平面図形、集合と論理」、数学 B の「ベクトル」の領域について、評価規準および評価問題を作成した。

3 本年度の取り組み

本年度は、昨年度までに行った数学 I・A・II・Bの領域以外の領域について、内容のまとまりごとに評価規準を具体化した(資料①)。本年度取り組んだ領域は、数学 I 「図形の計量」、数学 II 「式と証明、高次方程式」、「図形と方程式」の3領域である。

評価問題を作成するに当たり、昨年度までと同様 に、教科書の問題を4観点に分類してみた。昨年度 までは、全学年で啓林館の教科書を使用していた が、本年度の1年生から東京書籍の教科書を使用す ることになった。数学 I 「図形の計量」は東京書籍 の教科書から, 数学Ⅱ「式と証明, 高次方程式」,「図 形と方程式 | は啓林館の教科書から、4 観点のうち 「関心・意欲・態度」、「数学的な見方・考え方」を 評価する問題に分類される問題の一部を取り上げて みよう。

○関心・意欲・態度

数学Ⅱ「式と証明, 高次方程式」

問20 (p44) x-1, x-2, x+1, x+2 のうち,

 x^3-4x^2+x+6 の因数になっているものはどれか。 数学Ⅱ「図形と方程式」

問18 (p66) 次の直線のうち、互いに平行なもの、 互いに垂直なものをいえ。

- (r) x-2y=1
- $(4) \quad y = -x$
- (\dot{y}) 2x + 4y = 3
- $(x) \quad 3x y = 1$
- $(\pi) \quad x + 3y + 2 = 0$
- $(h) \quad x+y-2=0$

○数学的な見方や考え方

数学 I 「図形と計量」

問題 7 (p121) sin36° = 0.588, cos36° = 0.809, tan36°=0.727を用いて、次の三角比の値を求め よ。

- (1) sin144°
- (2) cos144°
- (3)tan144°
- (4) sin126° (5) cos126°

数学Ⅱ「式と証明, 高次方程式」

練習 5 (p26) 例題 9 の結果 (|a+b|≤|a|+|b|) を用いて、次の不等式を証明せよ。

- $(1) |a+b+c| \leq |a| + |b| + |c|$
- (2) $|a| |b| \le |a-b|$

章末問題A7 (p50) x=2+i のとき, 次の問いに答 えよ。

- (1) $x^2-4x+5=0$ であることを示せ。
- (2) x^3-2x^2+3x+7 の値を求めよ。

数学Ⅱ「図形と方程式」

問題 7 (p72) 直線 (2k-1)x+(3k-2)y+k-2=0は、kの値にかかわらず定点を通る。その定点の 座標を求めよ。

問題 5 (p80) 2つの円 $x^2+y^2=r^2$,

 $(x-3)^2+(y-4)^2=9$ が共有点をもたないよう に、正の数rの値の範囲を定めよ。

数学科における評価の観点及びその趣旨では、関 心・意欲・態度は、「数学的活動を通して、数学の論 理や体系に関心をもつとともに、数学的な見方や考 え方のよさを認識し、それらを事象の考察に積極的 に活用しようとする」、数学的な見方や考え方は「数 学的活動を通して、数学的な見方や考え方を身に付 け、事象を数学的にとらえ、論理的に考えるととも に思考の過程を振り返り多面的・発展的に考える」 となっている。前述の教科書の問題からは充分には 読み取れないかもしれないが、関心・意欲・態度を 評価する問題としては、具体的な場面を設定して説 明させる問題、筋道を立てて地道に行うことによっ て解決できる問題, 答えが1つとは限らず解答者の 興味や関心によって異なる問題などと捉えている。 また、数学的な見方や考え方を評価する問題として は、知識によって左右されることが少なく、定式化 された処理で扱いにくい問題、思考力を問う問題な どと捉えている。ただ、先にも述べているように、 このように捉えると見方や考え方を評価する問題が 難しくなりがちであるが、易しい問題で出題するこ とが必要である。また、1つの問題が学習段階によ って評価する観点が異なり、何度も繰り返し学習す ることによって定式化される場合においても、学習 を積み重ねた場合は、表現・処理や知識・理解を評 価する問題となりうるが、学習の初期の段階では、 見方や考え方を評価する問題とみることができるこ とを忘れてはならない。表現・処理は、「事象を数学 的に考察し表現し処理する仕方や推論の方法を身に 付けよりよく問題を解決する」、知識・理解は、「数 学における基本的な概念, 原理・法則, 用語・記号 などを理解し知識を身に付けている」となっている。 表現・処理と知識・理解を評価する問題では,各領域の内容を学習し始めた時期では,知識のみで答えを導くことが容易な問題と,知識を身につけた上である程度の計算・処理が必要な問題で区別している。また,学習を進めていくことにより,処理や手順もある意味での知識と判断できる時期においては,最初は表現・処理を評価する問題であっても,のちには知識・理解を評価する問題となりうる。

ここで述べたようなことを踏まえ、また、それぞれの領域における評価規準に基づいて評価問題を作成した(資料②)。

4 成果と課題

(1) テスト問題の変遷

評価問題による観点別評価の研究に取り組み始めてから、徐々にテスト問題が変化してきた。このテスト問題による評価に取り組み始める前と後では、 当然であるが、この取り組みを始めてからも徐々に変化してきた。

この取り組みを開始する前の平成14年第2学年2 学期中間試験の第1間、取り組み始めた1年目の平 成16年第1学年2学期中間試験の第1間と第2間, 3年目にあたる本年度(平成18年度)の第1学年2 学期中間試験の第1間と第2間を資料③に掲載す る。平成16年度および18年度の第1問は、主に知 識・理解を評価する問題、第2問は表現・処理を評 価する問題である。平成14年度の第1問は、知識・ 理解および表現・処理を評価する問題と言えるが、 この段階ではそれらは明確に区別されていない。し かし、以前からテスト問題によって、4観点のすべて ではないが、知識・理解と表現・処理を中心に評価 できていたと言えるであろう。平成16年度と18年度 の問題を比較してみると、18年度の方が知識・理解 と表現・処理の区分がより明確になっている。実際 に、次に示す参考①の得点分布や平均点からも生徒 の実状に合った評価問題に変化してきていることが わかる。知識・理解と表現・処理の評価問題の作成 意図が問題に充分に反映されつつあり、この取り組 みの1つの成果と言えよう。

【参考①】

平成16年2学期 1年中間試験

1 平均48.1 (満点60点 得点率80%)

1	导点	0~9	10~19	20~29	30~39	40~49	50~59	60
	人数	0	1	3	18	35	63	6

2 (1)~(5) 平均26.9 (満点36点 得点率75%)

得点	0~5	6~11	12~17	18~23	24~29	30~35	36
人数	2	8	5	18	36	45	12

2 (6) 平均4.4 (満点 6 点 得点率73%)

得点	0	1	2	3	4	5	6
人数	22	0	1	21	1	0	81

平成18年2学期 1年中間試験

1 平均35.7 (満点40点 得点率89%)

得点	0~19	20~23	24~27	28~31	32~35	36~39	40
人数	0	0	5	14	35	32	33

2 平均49.0 (満点62点 得点率79%)

得点	0~21	22~29	30~37	38~45	46~53	54~61	62
人数	0	4	16	17	32	45	5

(2) 生徒アンケートから

一昨年度と本年度に、観点別評価に関するアンケートを同じ項目で実施した。その結果は、資料④の通りである。この調査を始めた58回生1年次と3年次、および60回生1年次を比較してみると、大きな変化は見られない。項目別について見てみると、

「(8)観点別に評価されたことで、自分の弱点が見えてきましたか」という設問に対して、2.3~2.6と 4 段階評価①~④のほぼ平均値にあたり、特に弱点克服に役立つような情報とはなっていない。「(9)観点別評価が、学習に役立っていますか」が2.0~2.1、「(0)観点別評価を、今後の学習に利用できると思いますか」が2.1~2.4と比較的低い。観点別評価が学習に活

かされてこそ意味がある。「観点別評価をどのよう に学習に活かしていくかが課題であり、今後の検討 が必要である」ということについては、一昨年から 言われてきていることである。現状では、観点別評 価を実施して通知することで精一杯で、それを次に つなげていくというところまで手が回っていない。 このテーマへの取り組みは、教師の負担ができるだ け少なくなるような観点別評価の方法を考えて始め たことであったが、それでも相当の負担となってい る。この観点別評価が、現段階では充分に機能して いないことが見えてくる。

生徒アンケートの自由記述欄では、「どう改善すればよいかわからない」(3名)、「具体的に説明してほしい。わかりやすく表記してほしい」(6名)などの記述があり、観点別評価が活かされていない表れであろう。また、「観点別にしなくてもよい。必要ない。役に立たない」(7名)、「気にしていない。」(4名)も、同じことであろう。

(3) 課題と今後

観点別評価を行うことは、はっきり言って教師の 負担はかなり大きい。テスト問題を中心として観点 別評価を行うにあたって、各観点に分類した問題の 得点を集計するだけでも大変である。これまでは, 全体の得点集計のみを行えばよかった。各観点を盛 り込んだテスト問題を作成して、各観点別に集計し なくても全体の得点集計で評価を行っても各観点を 考慮した評価になっている。それを各観点に分類し て集計を行う分が過重負担になっている。大雑把に 見積もっても集計にかかる時間は以前の2~3倍で あろう。これだけ手間をかける価値が果たしてある のだろうか。いくら忙しくてもそれが生徒のために なり、生徒に活かされるのであれば、その苦労は苦 にならないが、生徒のためにならない仕事は虚しい だけである。生徒に役立つ仕事がしたいというの が、すべての教師が持っている思いである。観点別 評価の活用方法についての検討が不十分であり、こ

の点にも問題はあるとは思うが、これだけの手間を かけて観点別に評価を通知する必要があるのだろう か。各観点を考慮した評価でなければならないこと は理解できる。知識・理解や表現・処理に偏った評 価を行うことは問題であると思う。だから、各観点 を考慮した評価を行う。各観点を考慮した総合評価 であってもいいのではないだろうか。観点別評価の 通知については高校では義務化されていない。今後 義務化されるかどうかはわからないが、本校では研 究校という使命のもと、先行研究を行い、通知表に 記載してきた。客観的な評価を行うために、観点別 に出題されたテスト問題の得点の集計結果や提出 物、課題への取り組み等を数値化して基準を設けて 評価してきた。観点「関心・意欲・態度」について は、テスト問題で評価することを心がけ、そのため の評価問題も作成したが、実際に評価問題で関心・ 意欲・態度を測るのは難しい。一番の理由は問題作 りが大変なことであり、その観点を測る適当な評価 問題が作成しにくい。ある程度は、テスト問題で評 価することは可能であるが、観点の性格から、すべ てをテスト問題で評価することは問題である。課題 への取り組み、ワークシートなどによる観察を加味 して総合的に評価するのが適当であろう。また、 予・復習の取り組み状況が基礎学力の定着が大きく 関わってくる。この取り組み状況を学習態度として 評価すると考えれば、基本的な問題の理解や処理を 問うような知識・理解の評価問題を, 関心・意欲・ 態度の評価問題として取り扱うことも可能である う。

この3年間,内容ごとの各観点の規準を作成して,それに基づいて評価問題を作成することに取り組んできた。このことはこれまでとは異なる視点での問題作成であり,問題そのものの工夫,また,答えの問い方の工夫が必要であり,一教師としては大変勉強になった。これまでは,知識・理解および表現・処理を評価する問題が中心であった。その中で

も、表現・処理に重点が置かれていたように思う。 また、見方や考え方を評価する問題であっても、難 しい問題が多く、全体的に試験が難しくなっていた ように感じる。今回の取り組みで、知識・理解と表 現・処理を明確に区別する習慣ができた。また、関 心・意欲・態度を測るような問題が作れないか、難 しくない問題で見方や考え方が評価できないか、問 題作成に当たって常にそのような意識が生まれ、教 材観が変化するとともに、教材に対する視野が広が ったように思われる。観点別評価を通知するかどう かについては、教員の負担と生徒の利用の仕方によ って決まるであろう。個人的には、観点別評価を通 知することに否定的な思いも多少持っている。しか し、各観点が明確になるようなテスト問題を作成 し、それをもとに各観点を考慮した評価を行うこと は教師にとって充分に意義があり、今後も各観点に 分類したテスト問題による評価は行っていきたい。 ただ、評価をどのような形で生徒に伝えていくかは これからの課題である。

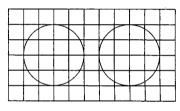
各観点別評価を通知することは学校の方針として継続しているので、これを変更することについては、数学科としての考えとは別である。生徒の一部がアンケートで回答しているように観点別評価に期待しているところもある。弱点克服に活用したいとも考えている。小学校・中学校で観点別に評価されてきたが、学習にどのようにフィードバックされているのか見えてこない。単に我々高校の教師で、小中学校のことを知らないというだけでなく、生徒も充分に理解されていない。高校において、本校では観点別評価を実施しているが、他校ではほとんど行われていない。観点別評価の生徒における利用価値と教師の負担、そのバランスの中でこれからの評価方法とその活用方法について、充分に検討していかなければならない。

5 おわりに

本校数学科での観点別評価のための問題作りは、これで3年目である。一応、数学 I II A B の全領域について、内容のまとまりごとの評価規準と、その規準に基づく評価問題を作成することができた。実際に授業を行っている時期と、問題を作成した時期が異なるため、作成した問題を定期テストなどに使用したものもあるが、そうでない問題が多い。すでに作成された評価問題を利用し、また改善を加えながら、これからも観点別評価のための問題作りを続けていきたい。先にも述べたが、観点別評価のための問題である。問題を作る楽しみと、その問題でテストを行ったときに、生徒から返ってくる解答に新しい発見と意外な結果を見ることも少なくない。次の問題は、一昨年1年生に出題した問題である。

問題 (1) 下の方眼紙の中に, A=135°である △ABCとD=60°である△DEFの例をそれぞれ 1

つずつ作りなさい。必要ならば, 方眼紙の中に書 き込まれた円を



利用し、できるだけ正確にかきなさい。

この問題は,関心・意欲・態度の観点を評価する問題として出題した。特に, $D=60^\circ$ である $\triangle DEF$ については,正三角形か直角三角形を描くであろうと予想していた。実際に,そのような解答が多数あったが, $2:1:\sqrt{3}$ の直角三角形を作ろうとして, $\tan D=\sqrt{3}$ でなければならないのに, $\tan D=2$ である三角形を描いている生徒が多数いた。予想される誤答ではあるが,その誤答数は予想より遥かに多く,強く印象に残っている。ここでわかるように,数学的な処理を正確に行うことが如何に難しいかということが伺える問題であったと言える。

この取り組みについての研究は、今年度で終了することになるが、観点別評価のための問題作りは今

後も継続して取り組んでいきたい。

(文責 川谷内)

引用文献

- ·数学 I 飯高 茂/松本幸夫 編 東京書籍
- · 高等学校 数学 II 山本芳彦 編 啓林館

参考文献

・観点別評価のための問題作り(数学科) 高校教育研究(金沢大学教育学部附属高等学校研 究紀要 第57号(2005))

・観点別評価のための問題作り(数学科) 高校教育研究(金沢大学教育学部附属高等学校研 究紀要 第56号(2004))

資料①

第1 教科目標、評価の観点及びその趣旨

1 教科目標

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用しようとする態度を育てる。

2 評価の観点及びその趣旨

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
数学的活動を通して,数学の論理や体系に関心をもつとともに,数学的な見方や考え方のよさを認識し,それらを事象の考察に積極的に活用しようとする。	数学的活動を通して,数学的な見方や考え方を身に付け,事象を数学的にとらえ,論理的に考えるとともに思考の過程を振り返り多面的・発展的に考える。	事象を数学的に考察し表 現し処理する仕方や推論 の方法を身に付けよりよ く問題を解決する。	数学における基本的な概念,原理・法則,用語・ 記号などを理解し知識を 身に付けている。

第2 必履修科目における内容ごとの評価規準

数学 I

1 目標

方程式と不等式,二次関数及び図形と計量について理解させ,基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り, それらを的確に活用する能力を伸ばすとともに,数学的な見方や考え方のよさを認識できるようにする。

2 評価の観点のその趣旨

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
数学的活動を通して、方	数学的活動を通して、方	方程式と不等式,二次関	方程式と不等式,二次関
程式と不等式、二次関数 及び図形と計量における	程式と不等式,二次関数 及び図形と計量における	数及び図形と計量におい て,事象を数学的に考察	数及び図形と計量におけ る基本的な概念,原理・
考え方に関心をもつとともに,数学的な見方や考	数学的な見方や考え方を 身に付け, 事象を数学的	し、表現し処理する仕方 や推論の方法を身に付	法則,用語・記号などを 理解し,基礎的な知識を
え方のよさを認識し、そ	にとらえ、論理的に考え	け、的確に問題を解決す	身に付けている。
れらを事象の考察に活用 しようとする。	るとともに思考の過程を 振り返り多面的・発展的	る。	
	に考える。		

3 学習指導要領の内容, 内容のまとまりごとの評価規準及びその具体例

(3) 図形と計量

【学習指導要領の内容】

直角三角形における三角比の意味、それを鈍角まで拡張する意義及び図形の計量の基本的な性質について 理解し、角の大きさなどを用いた計量の考えの有用性を認識するとともに、それらを具体的な事象の考察に 活用できるようにする。

ア 三角比

- (ア) 正弦, 余弦, 正接
- (イ) 三角比の相互関係

イ 三角比と図形

- (ア) 正弦定理, 余弦定理
- (イ) 図形の計量

【「(3) 図形と計量」の評価規準】

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
三角比や図形との関係に 関心を持ち、角の大きさ などを用いた図形の計量 の考えの有効性を認識す るとともに、平面図形や 空間図形の性質に関心を 持ち、正弦・余弦定理を 積極的に活用しようとす る。	角の大きさなどを用いた 図形の計量の見方や考え 方を身に付け、三角形の 基本的な性質や正弦定 理・余弦定理などを具体 的な事象の考察に活用で きる。	具体的な事象の数量関係 を三角比の記号を用いて 表現し、三角比の相互関 係や正弦定理・余弦定理 などを活用して的確に処 理することができる。	直角三角形の三角比、鈍 角への拡張、その他平面 及び空間図形における基 本的な概念,原理・法則, 用語・記号などを理解し, 基礎的な知識を身に付け ている。

【「(3) 図形と計量」の評価規準の具体例】

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
【三角比】			
・直角三角形における三	・いろいろな図形から三	・具体的な事象の数量関	・直角三角形における三
角比について関心をも	角比の値を考察すること	係を三角比を用いて表現	角比の意味と鈍角に拡張
ち、調べようとする。	ができる。	し, 調べることができ	する意義について理解
		る。	し、基礎的な知識を身に
			付けている。
・三角比の相互関係に関	・角の大きさなどを用い	・三角比の相互関係を的	・三角比の相互関係の各
心をもち,直角三角形を	た計量を行うために、三	確に表現することができ	式について理解し、基礎
利用して関係式を導き,	角比の相互関係を用いて	る。	的な知識を身に付けてい
具体的事象に活用しよう	考察することができる。		る。
とする。			
【三角比と図形】			
・正弦定理、余弦定理に	・正弦定理,余弦定理を	・三角形の問題に正弦定	・正弦定理、余弦定理に
関心をもち、図形の問題	用いて三角形の形状を多	理、余弦定理を活用して	ついて理解し、基礎的な
に活用しようとする。	面的に考察することがで	辺の長さや角の大きさな	知識を身に付けている。

・平面図形や空間図形の ・空間図形の問題を平面 ・図形の相似性を的確に ・平面図形や空間図形の性質に関心をもち、具体 の図形に一般化して考察 表現し、面積や体積を求 性質について理解し、基的な事象に活用しようと することができる。 ゆることができる。 礎的な知識を身に付けて		きる。	どを求めることができ	
する。	性質に関心をもち、具体 的な事象に活用しようと	の図形に一般化して考察	・図形の相似性を的確に 表現し,面積や体積を求	性質について理解し,基 礎的な知識を身に付けて

数学Ⅱ

1 目標

式と証明・高次方程式、図形と方程式、いろいろな関数及び微分・積分の考えについて理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばすとともに、それらを的確に活用する能力を伸ばすとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識できるようにする。

2 評価の観点及びその趣旨

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
数学的活動を通して,式 と証明・高次方程式,図 形と方程式,いろな 関数及び微分・積分の考 えにおける考え方や体系 に関心をもつとともに, 数学的な見方や考え方の よさを認識し,それらを 事象の考察に進んで活用 しようとする。	数学的活動を通して、式 と証明・高次方程式、図 形と方程式、いるな 関数及ける数学的な見方 や考えける数学的な見方 や考え学的に分え、論 理的に考えるとともも の過程を振り返り多 的・発展的に考える。	式と証明・高次方程式, 図形と方程式,いろいろ な関数及び微分・積分の 考えにおいて事象を数学 的に考察し,表現し処理 する仕方や推論の方法を 身に付け,よりよく問題 を解決する。	式と証明・高次方程式, 図形と方程式,いろいろ な関数及び微分・積分の 考えにおける,基本的な 概念,原理・法則,用語・ 記号などを理解し基礎的 な知識を身に付けてい る。

3 学習指導要領の内容、内容のまとまりごとの評価規準及びその具体例

(2) 図形と方程式

【学習指導要領の内容】

座標や式を用いて直線や円などの基本的な平面図形の性質や関係を数学的に考察し処理するとともに、その有用性を認識し、いろいろな図形の考察に活用できるようにする。

ア 点と直線

- (ア) 点の座標
- (イ) 直線の方程式

イ 円

- (ア) 円の方程式
- (イ) 円と直線
- ※軌跡と領域……学習指導要領 [内容の取扱い] によると "②に関連して, 簡単な場合について軌跡及び 不等式の表す領域を扱うものとする。"

【「⑵図形と方程式」の評価規準】

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
・座標を用いて三角形や 四角形などの基本的な平 面図形の性質や関係を解 析幾何的な方法で理解で き,その有用性が認識で きる。	・平面図形とそれを表す 方程式の関係が理解でき る。また、いろいろな図 形の考察に活用する。 ・円と直線の位置関係が 2次方程式の解の判別に 帰着できることを考察す る。	・座標や式を用いて直線 やで式を用いて直線 を本の性質を数での表すの性質をとがである。 ・直線の方程式とがでいる。 ・直域を求めることができる。 ・直式を表す方とができる。 ・直が求める。 ・連立不等式の表すできる。 ・連立できる。	・図形と方程式の関係を 理解している。 ・図形を条件を満たす点 の集合として見ること や,不等式を満たす点の 集合が座標平面の一部分 を表すことなどを理解し ている。

【「(2)図形と方程式」の評価規準の具体例】

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
【点と直線】 (ア) 点の座標 ・直線上や平面上の点に ついて、座標を用いて 2 点間の距離や線分の内分 点、外分点を調べようと する。 ・座標を用いて、平面図 形の性質を調べようとす る。	・内分点、外分点の座標 を導き出す過程を考察す ることができる。	・2点間の距離や線分の 内分点,外分点の座標を 求めることができる。	・2点間の距離や線分の内分点、外分点について理解している。 ・三角形の重心について理解している。
(イ) 直線の方程式 ・直線の方程式に関心を ・直線の方程式に関心を もち、いろな条件で 定まるとする。 ・2直線の位置関係に ・2直線の ・2直線の平 でで表 や2直線の平 でで表 件、から を標を を標を を のの でで でで でで でで でで でで でで でで でで でで でで で で の で の で り と り と り と り と り に り と り に り と り に り と り に り と り に り と り に り と り に り と り と	・いろいろな発作で意と な名式を導きとが な名式を考えた。 も過程を考えた。 も過程を考えた。 を考察する。 を考察する。 ・2 を考察する。 ・2 を得なる。 ・4 を考察点とがで を考察点とがで を考察点とがの を考察点とがの を考察点とがの を表示して を を、また を、また を を、また を を、 を を、 を、 を、 を を を、 を を を を、 を を を を と を を を を	・いろいろな条件で定ま る直線の方程式を求める ことができる。 ・2直線の座標を 求めたり、ある直線に平 行な直線や垂直なするこ とができる。 ・点とができる。 ・点とができる。	・1点と傾きで定まる直線の方程式や2点を通る直線の方程式について理解している。 ・2直線の平行条件,垂直条件について理解している。 ・点と直線の距離の公式について理解している。
【円】 (ア) 円の方程式 ・円を表す方程式に関心 をもち、円の方程式を求	・円の方程式を導く過程 を考察することができ	・いろいろな条件で定ま る円の方程式を求めるこ	・円の方程式について理 解している。

めてみようとする。	る。また、円の方程式の 一般形を導き、円を表す 条件を考察することがで きる。	とができる。	・三角形の外接円, 外心 について理解している。
(イ) 円と直線 ・円と直線の位置関係に 関心をもち、調べてみよ うとする。また、円の接 線の方程式に関心をも ち、求めてみようとす る。	・円と直線の位置関係を 調べる過程を考察した り、円の接線の方程式を 導く過程を考察したりす ることができる。	・円と直線の位置関係を 調べることができる。 ・円の接線の方程式を求 めることができる。	・円の接線の方程式について理解している。
※ 軌跡と領域 ・条件を満たす点の集合 に関心をもち、座標を用 いて条件を満たす点の軌 跡を求めてみようとす る。 ・不等式を満たす点の集 合や、連立不等式の表す 領域に関心をもち、調べ ようとする。	・軌跡の方程式を導く過程を考察することができる。 ・不等式の表す領域を求める過程を考察することができる。	・条件を満たす点の軌跡 を求めることができる。 ・不等式の表す領域を図 示することができる。 ・連立不等式の表す領域 を図示することができ る。	・軌跡について理解している。 ・アポロニウスの円について理解している。 ・不等式の表す領域について理解している。

資料②

数学 I

(3) 図形と計量

ア 三角比

- (7) 正弦, 余弦, 正接
- ① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】直角三角形における三角比について関心をもち、調べようとする。

【見方や考え方】いろいろな図形から三角比の値を考察することができる。

【表現・処理】具体的な事象の数量関係を三角比を用いて表現し、調べることができる。

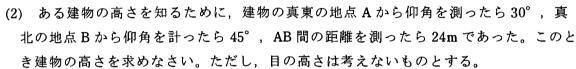
【知識・理解】直角三角形における三角比の意味と鈍角に拡張する意義について理解し、基礎的な知識 を身に付けている。

② 観点別評価問題のねらい

- I 直角三角形における三角比について関心をもち、調べようとしているか。
- Ⅱ いろいろな図形から三角比の値を考察することができるか。
- Ⅲ 具体的な事象の数量関係を三角比を用いて表現し、調べることができるか。
- IV 直角三角形における三角比の意味と鈍角に拡張する意義について理解し、基礎的な知識を身に付けているか。

③ 評価問題

- I (1) $\sin A = \frac{2}{3}$ を満たす直角三角形ABCを 1 つ書きなさい。
- Ⅱ (1) 右の 2 等辺三角形を利用して, sin36°の値を求めなさい。
 - (2) 図の直角三角形ABCにおいて、AB=cとおくとき、次の線分の長さをcとAの三角比を用いて表しなさい。
 - ① BC
- ② CD
- (3) DE
- Ⅲ (1) 正方形の対角線の長さが10であるとき、その正方形の一辺の長さを三角比を利用して求めなさい。



- IV $0^{\circ} \le \theta \le 180^{\circ}$ のとき、 $\sin \theta \le \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす角度 θ の範囲を求めなさい。
- (イ) 三角比の相互関係
- ① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】三角比の相互関係に関心をもち、直角三角形を利用して関係式を導き、具体的事象に活用しようとする。

【見方や考え方】角の大きさなどを用いた計量を行うために、三角比の相互関係を用いて 考察することができる。

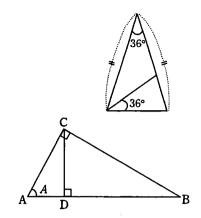
【表現・処理】三角比の相互関係を的確に表現することができる。

【知識・理解】三角比の相互関係の各式について理解し、基礎的な知識を身に付けている。

- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 三角比の相互関係に関心をもち、直角三角形を利用して関係式を導き、具体的事象に 活用しようとしているか。
 - Ⅲ 角の大きさなどを用いた計量を行うために、三角比の相互関係を用いて考察することができるか。
 - Ⅲ 三角比の相互関係を的確に表現することができるか。
 - IV 三角比の相互関係の各式について理解し、基礎的な知識を身に付けているか。

③評価問題

- I 等式 $\sin^2\!A + \cos^2\!A = 1$ および $\tan\!A = \frac{\sin\!A}{\cos\!A}$ が成り立つことをいろいろな方法で説明しなさい。
- Ⅲ 次の式を簡単にしなさい。
 - (1) $\sin 20^{\circ} \cos 70^{\circ} + \cos 20^{\circ} \sin 70^{\circ}$
 - (2) $(\cos 40^{\circ} \sin 50^{\circ})^2 + (\sin 130^{\circ} + \cos 140^{\circ})^2$
- IV $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ のうち1つが次のように与えられたとき、他の2つの値を求めなさ



(1)
$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

$$(2) \quad \cos\theta = \frac{2}{3}$$

(3)
$$\tan \theta = 3$$

イ 三角比と図形

- (7) 正弦定理, 余弦定理
- ① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】正弦定理・余弦定理に関心をもち、図形の問題に活用しようとする。 【見方や考え方】正弦定理、余弦定理を用いて三角形の形状を多面的に考察することがで きる。

【表現・処理】三角形の問題に正弦定理,余弦定理を活用して辺の長さや角の大きさなど を求めることができる。

【知識・理解】正弦定理,余弦定理について理解し,基礎的な知識を身に付けている。

- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 正弦定理・余弦定理に関心をもち、図形の問題に活用しようとしているか。
 - Ⅱ 正弦定理,余弦定理を用いて,三角形の形状を多面的に考察することができるか。
 - Ⅲ 三角形の問題に正弦定理、余弦定理を活用して辺の長さや角の大きさなどを求めるこ とができるか。
 - IV 正弦定理、余弦定理について理解し、基礎的な知識を身に付けているか。

③評価問題

- I 正弦定理、余弦定理を用いて、一辺と両端の二つの角から三角形のすべての辺および 角を決定する問題を作りなさい。
- II \triangle ABC において、等式 $\sin B = 2\cos C \sin A$ が成り立つとき、この三角形はどのような形 状か。
- Ⅲ 次の△ABCにおいて、
 - (1) $B=45^{\circ}$, $AB=\sqrt{6}$, CA=2 のとき, C を求めなさい。
 - (2) $AB = \sqrt{5}$, BC = 3, $CA = \sqrt{2}$ のとき, C を求めなさい。
- IV (1) \triangle ABC において、次の式と等しいものを次の(7)~(ϕ)から選びなさい。

(7)
$$\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$$

(4)
$$\sin C(a\sin A + b\sin B)$$
 (7) $(b+c)\sin A$

(†)
$$(b+c)\sin A$$

- (2) 次の△ABCにおいて、辺BCの長さを求めるには、正弦定理、余弦定理のどちらを 用いて、どのように求めたらよいか。

 - (7) AB = 2, $AC = 1 + \sqrt{3}$, $A = 30^{\circ}$ (4) $AB = 2\sqrt{2}$, $B = 15^{\circ}$, $C = 135^{\circ}$
- (イ) 図形の計量
- ① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】平面図形や空間図形の性質に関心をもち、具体的な事象に活用しよ うとする。

【見方や考え方】空間図形の問題を平面の図形に一般化して考察することができる。

【表現・処理】図形の相似性を的確に表現し,面積や体積を求めることができる。

【知識・理解】平面図形や空間図形の性質について理解し、基礎的な知識を身に付けている。

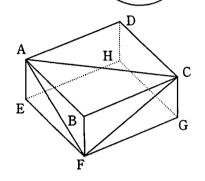
- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 平面図形や空間図形の性質に関心をもち、具体的な事象に活用しようとしているか。
 - Ⅱ 空間図形の問題を平面の図形に一般化して考察することができるか。
 - Ⅲ 図形の相似性を的確に表現し、面積や体積を求めることができるか。
 - IV 平面図形や空間図形の性質について理解し、基礎的な知識を身に付けているか。

③評価問題

- I 立方体を一つの平面で切ったときの切断面はどのような形ができるか。
- Ⅱ 一辺の長さが2の正四面体 ABCD の体積をどのように求めたらよいか。
- Ⅲ 図のように半径2の球に、高さ3の円錐が内接している。
 - (1) 球と円錐の体積の比を求めなさい。



IV 図のような直方体 ABCD-EFGH において AB=3, BC=4, BF=2 である。このとき、 \triangle AFC の面積 S を求めなさい。



数学Ⅱ

(1) 式と証明・高次方程式

【学習指導要領の内容】

式と証明についての理解を深め、方程式の解を発展的にとらえ、数の範囲を複素数まで拡張して二次方程式を解くことや、因数分解を利用して高次方程式を解くことができるようにする。

ア 式と証明

- (7) 整式の除法、分数式
- (イ) 等式と不等式の証明

イ 高次方程式

- (7) 複素数と二次方程式
- (イ) 高次方程式
- ① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】個々の具体的な問題を一般化して,それを解決しようとする。

【見方や考え方】問題解決のために、既習の学習事項をどのように活用するかを考えることが できる。

【表現・処理】問題解決のために、既習の基本事項を適用できる。

【知識・理解】問題解決のための基本事項を、その導き方や証明の方法を含めて理解している。

③ 評価問題

ア 式と証明

- (7) 整式の除法,分数式(整式の除法の応用)
 - I. (1) A, B, Q, R を正の整数(整式)とし, A=BQ+R とする。次を示しなさい。 「C が A, B の公約数である」 \iff 「C が B, R の公約数である」
 - (2) 次の計算式を利用して 276 と 529 の最大公約数が 23 である理由を述べなさい。 $529 = 276 \times 1 + 253, \ 276 = 253 \times 1 + 23, \ 253 = 23 \times 11$

- (3) (2)の方法を用いて x^5+x+1 と x^4+x^2+1 の最大公約数を求めなさい。
- II. 2つのxの整式について、その積が $2x^4-3x^3-x^2+3x-1$ で、最大公約数がx-1である。この2式と最小公倍数を求めなさい。
- III. 整式 P(x) を x-2 で割ると -5 余り, x^2+3x+2 で割ると 2x+1 余り, x^2+1 で割ると -5x-10 余る。
 - P(x) を x^2-x-2 , $(x^2+1)(x-2)$ で割ったときの余りを求めなさい。
- IV. (1) 次の定理を証明しなさい。「整式 P(x)が $x-\alpha$ で割り切れる $\iff P(\alpha)=0$ 」
 - (2) $x = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$ のとき、 $x^5-7x^4+8x^3-8x^2+9x-4$ の値を求めなさい。
- (イ) 等式と不等式の証明((相加平均)≥(相乗平均)≥(調和平均)とシュワルツの不等式)
 - I. (1) 次の2つの不等式から気づくことを述べなさい。

$$(a^2+b^2)(p^2+q^2) \ge (ap+bq)^2$$
, $(a^2+b^2+c^2)(p^2+q^2+r^2) \ge (ap+bq+cr)^2$

- (2) a,bを正の数とする。不等式 $\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab} \ge \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ から気づくことを述べなさい。
- (3) (1), (2)の不等式を参考にして、同様な等式・不等式の例をあげなさい。
- II. (1) a,bを正の数とする. $\left(a+\frac{1}{b}\right)\!\left(b+\frac{4}{a}\right)$ の最小値を次のようにして求めた。誤りを訂正しなさい。

(解答) 相加平均と相乗平均の関係から、
$$(与式) \ge 2\sqrt{\frac{a}{b}} 2\sqrt{\frac{4b}{a}} = 8$$

ゆえに、最小値は8である。

- (2) $x^2+y^2=5$ のとき、3x+4y の最大値・最小値とそのときの(x, y)を求めるにはどのような方法があるかを考えなさい。
- III. (1) 正の実数 a, b, c に対して不等式 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \ge \frac{9}{a+b+c}$ が成り立つことを証明しなさい。
 - (2) x+y+z=1 のとき, $x^2+y^2+z^2 \ge \frac{1}{3}$ が成り立つことを示しなさい。
- IV. (1) 関数 y=x のグラフと関数 $y=\frac{1}{x}$ のグラフを加えて、関数 $y=x+\frac{1}{x}$ のグラフをかきなさい。また、この関数のとる値の範囲を求めなさい。
 - (2) 次の不等式を証明しなさい。等号の成立するのはどのような場合かを述べなさい。

*
$$(a^2+b^2+c^2)(p^2+q^2+r^2) \ge (ap+bq+cr)^2$$

* $\frac{a+b+c}{3} \ge \sqrt[3]{abc} \ge \frac{3}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}$

イ 高次方程式

- (7) 複素数と二次方程式(2次方程式の解)
 - I. 虚数単位 i は $i = \sqrt{-1}$ で定義されるが、この定義をヒントにして \sqrt{i} という数が定義できるかについて考えなさい。できるとしたらどのように定義したらよいだろうか。
 - II. (1) 2次方程式 $9x^2+(54-m)x+(80+mk)=0$ がすべての実数 m に対して実数解を持つような整数 k の値を求めなさい。
 - (2) 2次方程式 $(1+i)x^2-(k-3i)x+3-ki=0$ が実数解をもつような整数 k の値とそのときの解を求めなさい。ただし、i は虚数単位とする。

- III. a, b, c, d を正の実数とする。2 次方程式 $x^2-(a+b)x+ab-cd=0$ の 2 つの解のうち少なくとも 1 つは正の数であることを次の 2 通りの方法を用いて示しなさい。
 - (1) 2次関数のグラフを用いる方法
- (2) 解と係数の関係を用いる方法
- IV. 「2次方程式 $x^2+2(a+1)x+a+7=0$ が異なる 2 つの正の解をもつような定数 a の値の範囲を求めなさい」という問題を次のように解答した。解答が正しくない理由を述べて反例をつくりなさい。

(解答) 2解を α , β とする。 α >0, β >0 $\Longleftrightarrow \alpha+\beta$ >0, $\alpha\beta$ >0 であるから, 解と係数の関係より、 $-(\alpha+1)$ >0. $\alpha+7$ >0 $\therefore -7<\alpha<-$

- (イ) 高次方程式(3次方程式と解と係数の関係)
 - I. 2次方程式の解と係数の関係を導く方法を参考にして、3次方程式・4次方程式の解と係数の関係を導きなさい。一般に、n次方程式の解と係数の関係はどのようになると予想されますか。
 - II. 実数 α , β , γ が $\alpha+\beta+\gamma=3$ を満たしているとし, $p=\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$, $q=\alpha\beta\gamma$ とおく。
 - (1) p=q+2のとき、 α , β , γ のうち少なくとも1つは1であることを示しなさい。
 - (2) p=3 のとき, α , β , γ はすべて 1 であることを示しなさい。
 - III. 実数を係数とする 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ がある。
 - (1) この方程式が $\alpha=p+qi$ を解にもつとき、 α と共役な複素数 $\overline{\alpha}=p-qi$ も解であることを示しなさい。
 - (2) この方程式が 3 つの解 $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, α , β をもち、それぞれの平方が方程式 $x^3+bx^2+ax+c=0$ の解であるとき、a, b, c の値を求めなさい。
 - IV. 3 次方程式 $x^3+3x^2-x+1=0$ の 3 つの解を α , β , γ とする。
 - (1) $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ の値を求めなさい。
 - (2) $\alpha+1$, $\beta+1$, $\gamma+1$ を解とする3次方程式を求めなさい。

数学Ⅱ

(2) 図形と方程式

ア 点と直線

- (7) 点の座標
 - ① 問題作成の意図

【関心・意欲・熊度】座標を用いて、平面図形の性質を調べようとする。

【見方や考え方】内分点、外分点の座標を導き出す過程を考察することができる。

【表現・処理】2点間の距離や線分の内分点,外分点,三角形の重心の座標を求めることができる。

【知識・理解】2点間の距離や線分の内分点,外分点,三角形の重心について理解している。

- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 座標を用いて、平面図形の性質を調べようとしているか。
 - Ⅱ 内分点、外分点の座標を導き出す過程を考察することができるか。
 - Ⅲ 2 点間の距離や線分の内分点,外分点,三角形の重心の座標を求めることができるか。

Ⅳ 2点間の距離や線分の内分点,外分点,三角形の重心について理解しているか。

③ 評価問題

- I BC=3, CA=4, AB=5 である \triangle ABC の重心を G, 内心を I とする。xy 平面に \triangle ABC を置くことによって、線分 GI の長さを求めたい。3 点 A. B. C の座標をどのようにとればよいか。
- II(1) $A(x_1)$, $B(x_2)$, m>0, n>0 とする。線分 AB を m:n の比に分ける点 P(x)とすると, $x=\frac{nx_1+mx_2}{m+n}$ となることを示しなさい。
 - (2) 3 点 A, B, C について、線分 AB を m:n (m>n>0) に外分する点が C であるとき、点 B は線分 AC を \boxed{P} : $\boxed{1}$ に $\boxed{0}$ 分する点である。
- Ⅲ(1) 点 P(5)が 2 点 A(a), B(17)を結ぶ線分 AB を 5:6 に内分するとき, a の値を求めなさい。
 - (2) \triangle ABC の辺 BC を 1:2 に内分する点を D とする。等式 $2AB^2 + AC^2 = 3(AD^2 + 2BD^2)$ が 成り立つことを、座標を用いて証明しなさい。
- IV(1) 数直線上の 2 点 A(a), B(-1)間の距離が 2 のとき, a の値を求めなさい。
 - (2) 3 頂点が A(-1, -1), B(5, -2), C(3, 3)である平行四辺形 ABCD について、対角線 AC と BD の交点の座標を求めなさい。
 - (3) 3 点 A(3, 6), B(-5, -1), C(8, -7)を頂点とする△ABC の重心 G の座標を求めなさい。

(イ) 直線の方程式

① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】直線の方程式や点と直線の距離を求めようとする。

【見方や考え方】直線の方程式や点と直線の距離を導き出す過程を考察することができる。

【表現・処理】いろいろな条件で定まる直線の方程式や点と直線の距離を求めることができる。

【知識・理解】直線の方程式,2直線の平行垂直条件,点と直線の距離の公式について理解している。

- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 直線の方程式や点と直線の距離を求めようとしているか。
 - Ⅱ 直線の方程式や点と直線の距離を導き出す過程を考察することができるか。
 - Ⅲ いろいろな条件で定まる直線の方程式や点と直線の距離を求めることができるか。
 - IV 直線の方程式、2 直線の平行垂直条件、点と直線の距離の公式について理解しているか。
- ③ 評価問題
 - I(1) 原点 O 中心半径rの円周上の動点 P と、円と共有点をもたない直線 l: ax+by+c=0 上の動点 Q との距離の最小値の求め方を説明しなさい。
 - (2) \triangle ABC の重心 G とする。A(0, 0), G(2, 4)のとき, 直線 BC となりうる直線の方程式を 3 つ挙げなさい。
 - II(1) 3 直線 x-y=-1, 3x+2y=12, kx-y=k-1 が三角形をつくらないような定数 k の値を求めなさい。
 - (2) \triangle ABC の 3 頂点からそれぞれの対辺におろした垂線は 1 点で交わることを座標を用いて証明しなさい。
 - (3) 2点 A(-1,3), B(2,8)に対して、直線 y=mx が線分 AB と共有点をもつような定数 m

の値の範囲を求めなさい。

- III(1) 3 直線 3x-y+7=0, x-2y-4k=0, x+y-k=0 が 1 点で交わるとき、定数 k の値を求めなさい。
 - (2) 直線 x+2y-10=0 に関して、点 A(1,2)と対称な点 B の座標を求めなさい。
- IV (1) 点 (x_1, y_1) と直線 l: ax+by+c=0 の距離 d は d=| ア | で与えられる。
 - (2) 直線 x-y+2+k(x-3)=0 は k の値にかかわらず定点 $\boxed{ 1}$ を通る。逆に、この方程式は点 $\boxed{ 1}$ を通る様々な直線を表せるが、直線 $\boxed{ 1}$ だけは表せない。

イ円

(7) 円の方程式

① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】円を表す方程式に関心をもち、円の方程式を求めてみようとする。

【見方や考え方】円の方程式を導く過程や、円を表す条件を考察することができる。

【表現・処理】いろいろな条件で定まる円の方程式を求めることができる。

【知識・理解】円の方程式や、三角形の外接円、外心について理解している。

- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 円を表す方程式に関心をもち、円の方程式を求めてみようとしているか。
 - Ⅱ 円の方程式を導く過程や、円を表す条件を考察することができるか。
 - Ⅲ いろいろな条件で定まる円の方程式を求めることができるか。
 - IV 円の方程式や、三角形の外接円、外心について理解しているか。

③評価問題

- I 2点 A(1,3), B(5,-1)を直径の両端とする円周上の点 P(x,y)とする。円の方程式を 2 通り以上の方法で求めなさい。
- II(1) 点(-1,7)を中心として、円 $(x-4)^2+(y+5)^2=25$ に接する円はいくつあるか。また、それらの方程式を求めなさい。
 - (2) 方程式 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ が点・円を表すための a, b, c の条件を、それぞれ求めなさい。
- III(1) 直線 y=2x-5 上に中心をもち、2 点(4,6), (-2,2)を通る円の方程式を求めなさい。
 - (2) 3点 A(-7,5), B(-3,7), C(0,-2)を通る円の方程式を求めなさい。
- $\mathbb{N}(1)$ 方程式 $x^2+y^2+2y=0$ は、中心 | ア | 半径 | イ | の円を表す。
 - (2) 2点 A(-1, 2), B(7, 4)を直径の両端とする円の方程式は │ ウ │ である。
 - (3) 3 点 A(-7, 5), B(-3, 7), C(0, -2)を通る円の方程式は $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$ である。この円を \triangle ABCの エ といい、中心 オ を \triangle ABCの カ という。

(イ) 円と直線

① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】円と円、円と直線の位置関係に関心をもち、調べてみようとする。 【見方や考え方】円と円、円と直線の位置関係や、円の接線の方程式を導く過程を考察することができる。

【表現・処理】円と円、円と直線の位置関係や、円の接線の方程式を導くことができる。

【知識・理解】円と円、円と直線の位置関係や、円の接線の方程式について理解している。

- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 円と円, 円と直線の位置関係に関心をもち, 調べてみようとしているか。
 - Ⅲ 円と円、円と直線の位置関係や、円の接線の方程式を導く過程を考察することができるか。
 - Ⅲ 円と円、円と直線の位置関係や、円の接線の方程式を導くことができるか。
 - Ⅳ 円と円、円と直線の位置関係や、円の接線の方程式について理解しているか。
- ③ 評価問題
 - I 半径 r_1 の円 C_1 , 半径 r_2 の円 C_2 の中心間の距離を d とする。 "三角形の成立条件" という言葉を使って、2 円が異なる 2 つの共有点をもつ条件を説明しなさい。
 - II(1) 円 $x^2+y^2=r^2$ 上の点 P(p,q)における接線の方程式は $px+qy=r^2$ であることを証明しなさい。
 - (2) 円 $x^2+y^2=r^2$ に円外の点 A(a,b)から 2 接線を引くとき、2 接点を結ぶ直線の方程式は $ax+by=r^2$ であることを証明しなさい。
 - $\mathbf{III}(1)$ 2円 $(x-3)^2+(y-4)^2=25$, $(x-9)^2+(y-2)^2=4$ の位置関係を調べなさい。
 - (2) $2 \prod (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$, $(x-9)^2 + (y-2)^2 = 4$ の共通弦の方程式を求めなさい。
 - IV(1) 円 $x^2+y^2=25$ 上の点(3,4)における接線の方程式は + である。

※ 軌跡と領域

① 問題作成の意図

【関心・意欲・態度】条件や不等式を満たす点の集合の表す領域に関心をもち、調べようとする。

【見方や考え方】軌跡の方程式や、不等式の表す領域を求める過程を考察することができる。 【表現・処理】条件を満たす点の軌跡を求めたり、不等式の表す領域を図示することができる。

【知識・理解】軌跡,アポロニウスの円,不等式の表す領域について理解している。

- ② 観点別評価問題のねらい
 - I 条件や不等式を満たす点の集合の表す領域に関心をもち、調べようとしているか。
 - Ⅱ 軌跡の方程式や、不等式の表す領域を求める過程を考察することができるか。
 - Ⅲ 条件を満たす点の軌跡を求めたり、不等式の表す領域を図示することができるか。
 - IV 軌跡、アポロニウスの円、不等式の表す領域について理解しているか。
- ③ 評価問題
 - I 正三角形 ABC の内部の AP²≤BP²+CP²を満たす点 P の領域を考えたい。A, B, C の 座標をどのように置いて考えればよいか。
 - II(1) t が実数値をとって変化するとき、直線 $tx+y+t^2=0$ が通り得る領域を図示しなさい。
 - (2) m の値が変化するとき、2 直線 mx-y+5m=0…①、x+my-5=0…②の交点 Pの 軌跡を求めなさい。

- (3) A(-1,0), B(1,0)とする。∠APB=60°を満たす動点 P の軌跡を求めなさい。 (P=A,B の場合も含めてよい。)
- Ⅲ(1) 3点 O(0,0), A(4,2), B(5,1)に対して, OP²+AP²=2BP²を満たす点 P の軌跡を求めなさい。
 - (2) 不等式 $x^2+y^2-6x+4y<3$ の表す領域を図示しなさい。
- Ⅳ(1) 2つの交わる定直線から等距離にある点の軌跡はどんな図形ですか。
 - (2) 2 定点 A, B に対し、AP: BP=m:n を満たす点 P の軌跡を考える。m=n のとき コ となり、m≠n のとき、 サ となる。 チ の図形を, シ という。
 - (3) y>x+2 の表す領域は、直線 y=x+2 の ス 側である。

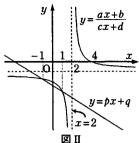
資料③

平成14年度 第2学期中間試験 2年	
1. 次の にあてはまる数、式を解答欄に記入しなさい。 (1) 次の値を計算すると、 ① $\sqrt[3]{-125} = \boxed{P}$ ② $27^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{2}} \div 27^{\frac{5}{6}} = \boxed{I}$ ② $3\sqrt{64} + \sqrt[3]{16} = 1$	(5) 次の数の大小を比較して、小さい順に並べると ① $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt[3]{5}$ 、 $\sqrt[3]{30}$ は $\boxed{2}$ 、② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$ 、 2^{-2} は \boxed{t}
③ $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{-16} - \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \boxed{0}$ ④ $(2^{\frac{1}{4}} - 2^{-\frac{1}{4}})(2^{\frac{1}{4}} + 2^{-\frac{1}{4}})(2^{\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}}) = \boxed{1}$ ⑤ $\log_4 64 = \boxed{1}$ ⑥ $\log_6 \boxed{1} = 3$ ⑦ $\frac{1}{2} \log_3 20 + \log_3 \frac{\sqrt{15}}{2} - \log_3 \frac{5}{9} = \boxed{+}$ ⑧ $5^{\log_6 3} = \boxed{1}$ ⑨ $(\log_2 3 + \log_8 3)(\log_3 4 + \log_9 8) = \boxed{1}$ である。 (2) $256 \mathcal{O} 4$ 乗根は、複素数の範囲で考えると □ である。 (3) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} + 1}$ の分母を有理化して整理すると	③ $\log_3 5$, $\log_4 5$, $\log_5 4$ は y となる。 (6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} = 9$ を満たす x は、 $x = \boxed{9}$ である。 (7) $\log_2 x \le 3$ を満たす x の値の範囲は \boxed{F} である。 (8) $a > 1$ で $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 5$ のとき, $a + a^{-1} = \boxed{y}$, $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} = \boxed{r}$ となる。 (9) 関数 $y = 3^x$ のグラフを y 軸に関して対称移動した曲線をグラフとする関数は、 $y = \boxed{F}$ である。また,関数 $y = 3^x$ のグラフを直線 $y = x$ に関して対称移動した曲線をグラフとする関数は、 $y = \boxed{r}$ である。 (10) 関数 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ (4 $\le x \le 32$) の値域は \boxed{r} である。
サ となる。 (4) 2 ^a =3のとき、log ₂₄ 18をaを用いて表すと、log ₂₄ 18= シ となる。 平成16年度 第 2 学期中間試験 1 年	(11) $\log_{10}2 = 0.3010$ とする。 2^{30} の桁数は $\boxed{\textbf{Z}}$ であり、 $\left(\frac{4}{5}\right)^{100}$ は小数第 $\boxed{\textbf{X}}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる。
1. 次の にあてはまる数,式を解答欄に記入しなさい。	 ① f(2)<0のとき, 2つの解α, β が存在する範囲は ユ である。 ② f(-1)<0かつf(5)>0のとき, 2つの解α, β が存在する範囲は ヨ である。 ③ D≥0, α/2 <0, f(0)>0のとき, 2つの解α, β が存在する
x^2+3 ② 関数 $y=-\sqrt{2x}$ の定義域は へ , 値域は ホ であり、関数 $y=\sqrt{5-3x}$ の定義域は マ , 値域は ここ である。 (12) 次の方程式を満たす整数 x , y の組を1組見つけなさい。ただし、存在しないときは、解答欄に「なし」と記入しなさい。 ① $3x+7y=5$ を満たす整数 x , y の組の 1 つは $(x,y)=$ ム , ② $6x+9y=21$ を満たす整数 x , y の組の 1 つは $(x,y)=$ メ , ③ $8x+12y=6$ を満たす整数 x , y の組の 1 つは $(x,y)=$ モ	範囲は
である。 (13) 放物線 $y=x^2-4x+3$ 上の点 $(0,3)$ における接線の方程式は、 $y=$ ヤ である。 (14) $f(x)=x^2-ax+b$ とし、 $f(x)=0$ の判別式を D とする。 $D\ge 0$ のとき、 $f(x)=0$ の2つの実数解を α 、 β ($\alpha\le \beta$)とする。次の条件を満たすとき、 2 つの実数解 α 、 β はそれぞれどのような範	ものである。 (17) 右の図 I は、関数 $y=\sqrt{ax+b}$

とき, f(x)=0の2つの実数解を α , β ($\alpha \le \beta$) とする。次の条 件を満たすとき、2つの実数解 α 、 β はそれぞれどのような範

囲に存在することになりますか。

(18) 右の図 II は、関数 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ と y = px + qのグラフである。このとき,方程式 $\frac{ax+b}{cx+d} = px + q$ の解は $x = \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix}$ 、不等式 $\frac{ax+b}{cx+d} > px + q$ の解は \int である。



(19) 方程式 (x-2)(y+3)=6を満た す整数x, yの組は、全部で「ハ」 組あって、そのうち、xの値が最小のものは、(x, y)= ヒ である。

- 2. 次の [にあてはまる数, 式を解答欄に記入しなさい。
- (2) 不等式 $x^2-4x+a>0$ (aを実数の定数) …… a について, ① a=-1のとき不等式 a0を解くと、解は a1 である。
 - ② 不等式のがすべての実数xについて成立するようなaの値の範囲は 「ウ」である。
- (3) 不等式x²-3x-4>0 ·····① を解くと、解は エ ,
 不等式x²-(a+2)x+2a<0 (aを実数の定数) ·····②を解くと、

平成18年度 第2学期中間試験 1年

- 1. 次の にあてはまる最も適当な数、式、用語を指定 の解答用紙の解答欄に記入しなさい。 [知識・理解]
- (1) 12人のグループで、3人の代表を選ぶとき、その選び方の 総数を記号Cを用いて表すと $\left[\frac{1}{2}\right]$ である。
- (2) 次の値を計算すると、

 $(a)_5 C_2 = \boxed{\overline{\tau}} \qquad (b) \quad {}_7 C_4 = \boxed{\mathsf{h}}$

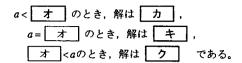
- (3) $_{15}C_{13}=_{15}C_{17}$ (ナ<13) と変形できる。
- (4) 正十角形の対角線は 二 本ある。

となる。ただし,【ホ】,【ミ】の順序は問わない。

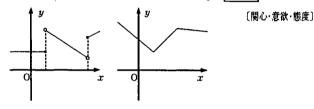
- (6) かき, りんご, みかんの3種類の果物を使って, 7個入りの果物の詰め合わせを作る。使わない果物があってもよい場合に, その詰め合わせの総数は, 記号Hを用いて

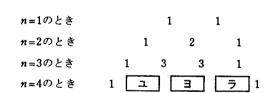
 「ム」」と表され, これを記号Cに書き直すと, ムーム

 「大」となる。
- (7) (a+b)*の展開式における係数について、 $n=1, 2, 3, 4, \cdots$ のそれぞれ場合を、次の図から得ることができる。



- (4) 2次方程式 x^2 -2ax+a+2=0 (aは実数の定数)が,異なる2つの実数解を持つようなaの値の範囲は っ であり,この2次方程式が正の解と負の解を1つずつ持つようなaの値の範囲は っ である。
- (6) 下図のように、グラフが途切れる(不連続となる)ような 関数の例を、数学で用いられる記号を使って表すと、 y= ソ がある。また、グラフが折れ線のように折れ曲 がっているような関数の例を作ると、y= タ がある。





このように、三角形状に(a+b)*の展開式における係数を 並べたものを リ の三角形という。

- (8) $(x+2y)^9$ の展開式における x^6y^3 の係数は \mathbb{L} である。
- (9) 同じ条件のもとで何回も繰り返し行うことができ、しかも、 どの結果が起こるかが偶然に決まるような実験や観測などを しといい、その結果として起こる事柄を しといい。

ある レ において、起こりうる結果の全体集合で表 される ロ を ワ といい、1個の要素だけからなる 部分集合で表される ロ を ヲ という。

また, ヲ を1つも含まないものも ロ と考え,これを ン という。

- 2. 次の にあてはまる値,式を指定の解答用紙の解答 欄に記入しなさい。〔表現・処理〕
- (2) 右の図のように、4本の平行線が他

の5本の平行線と交わっている。このとき、この図の中に平 行四辺形は全部で ウ 個ある。

(3) 円に内接する八角形ABCDEFGHがある。この八角形の8個 の頂点から3点を選び、それらを頂点とする三角形を作ると き、三角形は全部で エ 個できる。 このうち、もとの八角形と辺を1辺のみ 共有する三角形は オー 個できて、C もとの八角形と辺を共有しない三角形

(4) 9人を4人, 3人, 2人の3組に分ける方法は キ 通りあ り,9人を3人ずつA,B,Cの3つの組に分ける方法は **ク** 通りある。また、9人を3人ずつ、3つの組に分ける方法は ケー通りある。

(5) (1+x)*の展開式を利用すると, 等式 (a) $_{n}C_{0} + _{n}C_{1} + _{n}C_{2} + \cdots + _{n}C_{n-1} + _{n}C_{n} = \Box$ (b) $_{n}C_{0} - _{n}C_{1} + _{n}C_{2} - \cdots + (-1)^{n} _{n}C_{n} = \boxed{+}$ $(c)_n C_0 - \frac{{}_n C_1}{2} + \frac{{}_n C_2}{2^2} + \dots + (-1)^n \frac{{}_n C_n}{2^n} = \boxed{\Sigma}$ が導かれる。

- (6) 2個のさいころを同時に投げるとき、目の和が5となる確率 はスー、目の積が奇数となる確率はセーである。
- (7) a, b, c, d, e, fの6文字を1列に並べるとき, 両端が子音 となる確率は ソ である。
- (8) 10本のくじのなかに当たりくじが3本入っている。このく じをA, Bの2人がこの順に1本ずつ1回だけ引く。ただし、引 いたくじは元に戻さない。このとき、Aが当たりくじを引く 確率は ター、A、Bがともに当たりくじを引く確率は チ , Bが当たりくじを引く確率は ツ である。
- (9) $(a+b+c)^{10}$ の展開式において、 $(a+b+c)^{10} = \{(a+b)+c\}^{10}$ さらに、 $(a+b)^{\lfloor b \rfloor}$ の展開式における a^5b^3 の係数は + である。よって、 $a^5b^3c^2$ の係数は = となる。
- (10) x+y+z=9, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$ を満たす整数x, y, zの組 正の整数x, y, zの組(x, y, z)は、全部で 和ある

資料(4)

観点別評価に関するアンケート

はカー個できる。

- (1) 4つの観点のうち、「関心・意欲・態度」は何を評価されているか理解できていますか。
- (2) 4つの観点のうち、「数学的な見方や考え方」は何を評価されているか理解できていますか。理解していない①-②-②-④理解している
- (3) 4つの観点のうち、「表現・処理」は何を評価されているか理解できていますか。
- (4) 4つの観点のうち、「知識・理解」は何を評価されているか理解できていますか。
- (5) 各観点で分類されたテスト問題は、取り組みやすいですか。
- (6) 各観点に分類されたテスト問題から、各観点の趣旨が読み取れましたか。
- (7) A+, A, B, Cで評価された観点別評価は、納得できる評価(妥当な評価)でしたか。
- (8) 観点別に評価されたことで、自分の弱点が見えてきましたか。
- (9) 観点別評価が、学習に役立っていますか。
- (10) 観点別評価を、今後の学習に利用できると思いますか。
- (11) 観点別評価を, 今後も続けていくとしたら, このままの形式でよいと思いますか。 改善がきである①-②-③-④このままでよい

理解していない①-②-③-④理解している

理解していない①-②-③-④理解している

理解していない①-②-③-④理解している

取り組みにくい①-②-③-④取り組みやすい

能が読み取れなかった①-②-③-④能が読み取れた

納得できない①-②-③-④納得できる

見えてこない①-②-③-④見えてきた

役立っていない①-2-3-0役立っている

利用できない①-②-③-④利用できる

58回生3年(2学期中旬)

58回生1年(1学期末)

	1	2	3	4	平均
(1)	6%	30%	39%	25%	2.8
(2)	11%	44%	37%	7%	2. 4
(3)	11%	51%	30%	7%	2. 3
(4)	5%	21%	50%	25%	
(5)	9%	28%	47%	16%	
(6)	7%	4 2%	42%	9%	2.5
(7)	5%	13%	54%	28%	3. 0
(8)	14%	38%	34%	15%	2. 5
(9)	25%	45%	24%	7%	2. 1
(10)	15%	37%	39 _%	10%	2. 4
(11)	10%	21%	51%	18%	2. 8

(対象122名)

60回生1年(2学期中旬)

	①	2	3	4	平均
(1)	13%	16%	47%	24%	2.8
(2)	18%	42%	34%	6%	2. 3
(3)	15%	31%	45%	9%	2. 5
(4)	9%	18%	40%	33%	3. 0
(5)	3%	24%	44%	29%	3. 0
(6)	12%	42%	34%	12%	2. 5
(7)	4%	10%	35%	50%	3, 3
(8)	17%	29%	35%	18%	2. 6
(9)	24%	46%	20%	9%	2. 1
(10)	18%	37%	34%	11%	2. 4
(11)	12%	19%	42%	26%	2. 8
(対象110夕)					

(対象119名)

ţ	59回生2年(2学期中旬)						
		1	2	3	4	平均	
	(1)	19%	29%	41%	11%	2. 4	
	(2)	30%	39%	29%	3%	2. 0	
	(3)	23%	44%	30%	3%	2. 1	
	(4)	20%	19%	46%	15%	2. 6	
ı	(5)	10%	32%	50%	8%	2. 5	
	(6)	25%	40%	30%	5%	2. 1	
	(7)	5%	15%	51%	29%	3. 0	
	(8)	26%	30%	35%	10%	2. 3	
	(9)	36%	35%	23%	6%	2. 0	
	(10)	29%	35%	31%	5%	2. 1	
	(11)	17%	29%	40%	13%	2. 5	

(対象115名)

	1	2	3	4	平均		
(1)	17%	22%	40%	21%	2. 6		
(2)	12%	35%	39%		2. 5		
(3)	17%	24%	46%		2. 6		
(4)	9%	18%	41%	32%	3, 0		
(5)	5%	30%	51%	14%	2. 7		
(6)	4%	47%	36%	12%	2. 6		
(7)	4%	12%	51%	33%	3. 1		
(8)	23%	35%	35%	7%	2. 3		
(9)	33%	40%	24%	3%	2.0		
(10)	28%	36%	29%	7%	2. 1		
(11)	12%	23%	48%		2. 7		

(対象114名)