

### 第3章 地震と活断層の力学的考察

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-05 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2297/2469">http://hdl.handle.net/2297/2469</a>

# 第3章

## 地震と活断層の力学的考察

金沢大学大学院自然科学研究科環境科学専攻  
矢富 盟祥  
email: yatomi@t.kanazawa-u.ac.jp

### 1. はじめに

1995年1月17日午前5時46分、神戸市を中心とする阪神、淡路島に大地震が発生し、死者5500余人、負傷者4万1千余人、また絶対の耐震性を誇っていた高速道路や新幹線の高架橋をはじめとする土木構造物も一瞬のうちに多数破壊し戦後最大規模の大惨事となった。この兵庫県南部地震は神戸市近傍の震源の浅い地殻内の「活断層」の伝播により生じたマグニチュード7.2都市直下型地震であった。この地震以降、活断層という言葉が地学者の専門用語から、一般的な汎用的用語として広まった。活断層とは、およそ12万年前の地質時代に繰り返し運動していて、今後もまた運動の可能性が大きい断層を示す。断層の運動とは、岩盤中の破断面に沿って、両側の岩盤が相対的にずれ動いて食い違う現象である。一方、地学者が行っていた地震の研究とは別に、それ以前より、主に工学の研究者が行っていた固体の強度や破壊現象を考究する破壊力学という専門分野では、断層に対応するものとして、変位の不連続面である亀裂ないしクラックの進展・伝播・停止の研究が盛んに行われていた。

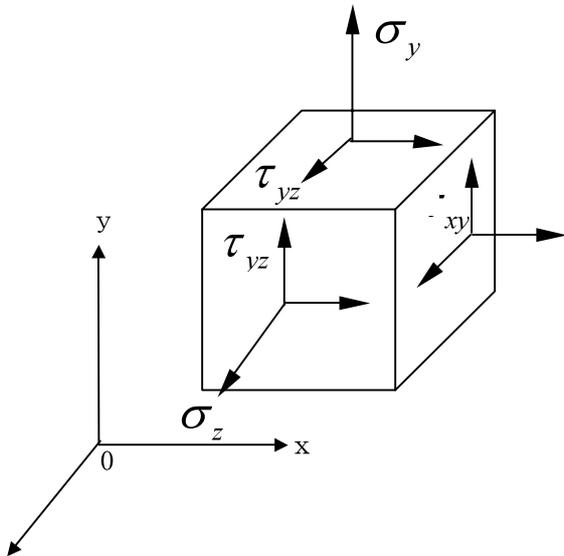


図1.3 次元応力

そこで、最近では、活断層を亀裂の運動と捉え、地震学の研究に破壊力学が積極的に取り入れられるようになった。そして、これまでの地震学の研究では、震源破壊のおおまかな機構やその定量的記述にすぎなかったものから、地震の発生条件、前兆現象の解明や地震予知に対する物理的解明などの研究が活発に行なわれるようになった。本章では、紙数の上の都合もあり、活断層は地殻の比較的浅い部分にあり、地殻が均質線形等方弾性体と仮定でき、活断層が高速で伝播する場合も準静的に成長進展すると仮定して述べる。しかし、そのように仮定したとしても、活断層の成長進展の問題は、それほど単純ではないことを概説する。

### 2. 連続体内の応力

物体に外力や強制変位(以後、単に境界条件とも言う)が加わるとその物体は変形し、内部に応力が発生する。応力とは単位面積当りの力である。その時、図1のようなxyz座標を考え、物体の任意の点を中心とし、座標軸に平行な面を持つ平行6面体を考える。この時、表面に垂直に作用する3個の応力成分を直応力、表面上に存在する6個の応力成分をせん断応力と呼ぶ。

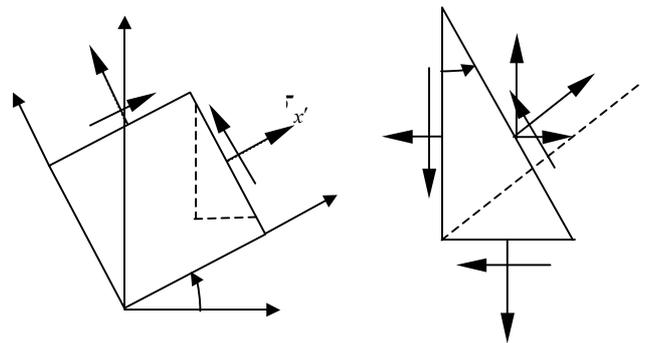


図2. 応力成分の座標変換

せん断応力は、この微小要素にモーメントの釣り

合い式(角運動量の法則)を考えると対称であることが証明でき. その独立な成分は3個となる. よって, 応力は一般に計6個の独立な成分をもつ. 図1の平行6面体の各面に作用する応力は, その面の外向き法線ベクトルが座標軸の正の方向と同じであれば, 例えば  $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{zx}$  の正の値は, それぞれ  $x, y, z$  座標軸の正の方向を向くベクトルを記す. 逆に, その面の外向き法線ベクトルが座標軸の正の方向と反対であれば,  $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{zx}$  の正の値は, それぞれ  $x, y, z$  座標軸と反対の方向を向くベクトルを記す. 他の応力も同じように考える. 通常, 直応力は, 正の値となる場合を引っ張り応力, 負の場合を圧縮応力という. 境界条件が変化しなければ物体内の任意点での応力は変わらないが, 考える座標が変われば, その応力の各成分は変わる. ここでは, 話しを簡単にするため2次元の場合において  $xy$  座標のみ回転した場合の応力成分の変換関係を求める.

図2は図1を  $z$  軸の正の方向から見た図である. 図2のように  $xy$  座標を  $\theta$  回転させた,  $x'y'$  座標を考える. 図2の平行6面体の一部分である点線で描いた直角3角柱を拡大したのが図3である. 図3の直角3角柱の表面  $A, B, C$  の一边を辺とする長方形の面積をそれぞれ,  $AC, AB, BC$  とし,  $AC$  に作用する  $x, y$  方向のそれぞれの応力成分を  $t_x, t_y$  とすると,  $x, y$  方向の釣り合い関係は次のようになる.

$$\begin{aligned} t_x AC &= \sigma_x AB + \tau_{xy} BC \\ t_y AC &= \sigma_y BC + \tau_{xy} AB \end{aligned} \quad (2.1)$$

なお, ベクトル  $\mathbf{t} = (t_x, t_y)$  を表面応力という. また, 本章では, 図中に1本の矢印で示した応力は, 全て考えられた面に矢印の大きさの等分布応力が作用しているとする. 上式は, 座標回転角度が  $\theta$  であるから次式のようになる.

$$t_x = \sigma_x \cos \theta + \tau_{xy} \sin \theta \quad (2.2)$$

$$t_y = \sigma_y \sin \theta + \tau_{xy} \cos \theta \quad (2.3)$$

また図3より次の関係があることが分かる.

$$\sigma_{x'} = t_x \cos \theta + t_y \sin \theta \quad (2.4)$$

$$\tau_{x'y'} = -t_x \sin \theta + t_y \cos \theta \quad (2.5)$$

式(2.1), 式(2.2)をそれぞれ, 式(2.3), 式(2.4)に代入すると次式のように応力成分の変換関係が得られる.

$$\sigma_{x'} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (2.6)$$

$$\tau_{x'y'} = (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (2.7)$$

また,  $\sigma_{y'}$  は, 上記6面体で考えた  $\theta$  方向の直角3角柱を,  $\theta + \pi/2$  の方向にとり, 上記と同様に考えればよいから, 式(2.5)の  $\theta$  を  $\theta + \pi/2$  とすれば次式のように得られる.

$$\sigma_{y'} = \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (2.8)$$

特別な場合として, 図4のように  $xy$  座標で正方形の辺上に,  $\tau_{xy} > 0, \sigma_x = \sigma_y = 0$  となる純せん断状態を考えた時, 上式より  $\theta = \pi/4$  とした  $x'y'$  座標では,  $\sigma_{x'} = -\sigma_{y'} = \tau_{xy}, \tau_{x'y'} = 0$  となる元のせん断応力と同じ大きさを持つ1軸引っ張り, 1軸圧縮状態となる. しかし, どちらも同じ応力状態である.

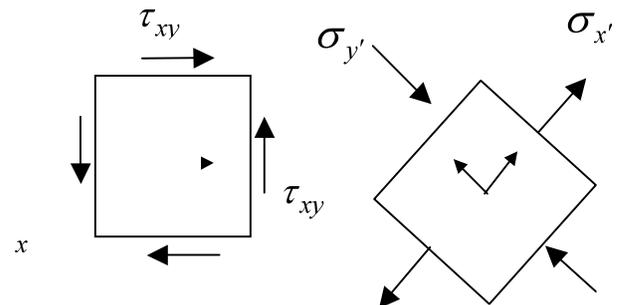


図4. 同じ応力状態 ( $\sigma_{x'} = -\sigma_{y'} = \tau_{xy}$ )

ここで, 式(2.4)の  $\tau_{x'y'} = 0$  なる座標回転角  $\theta$  は,

$$\tan 2\theta = 2\tau_{xy} / (\sigma_x - \sigma_y)$$

となる. この角度を持つ面は, 互いに直行する2個の面があり, その面上では, せん断応力はゼロであり, 直応力  $\sigma_{x'}, \sigma_{y'}$  しか存在しない. この時, この面を主面, 直応力を主応力と言う. 図1のような3次元応力状態では, 一般に3個の主面, 3個の主応力が存在する. この章では, 以後, 3次元圧縮応力状態を考える場合,  $x$  軸と  $y$  軸を含む面上に最大圧縮主応力  $\sigma_1$  と最小圧縮主応力  $\sigma_3$  が存在すると仮定し, その中間の値を持つ中間圧縮主応力  $\sigma_2$  は,  $z$  軸の方向にあると仮定する. すなわち,  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$  の関係にある. また図4でもそうしたが, 以後, 直応力が圧縮応力の場合, 直応力, せん断力ともに矢印の向きを逆にする.

通常2次元問題とは、以上のように3個の応力成分  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  が  $xy$  座標の関数となる場合を示すが、

後に議論する破壊力学では、図5にあるように、 $z$  軸を亀裂面の先端とした時、 $xy$  座標面に直行する面外せん断応力成分  $\tau_{yz}, \tau_{zx}$  も  $xy$  座標の関数となる場合も扱う。この時、図2のように  $xy$  座標を  $\theta$  回転させた、 $x'y'$  座標での  $\tau_{y'z'}, \tau_{z'x'}$  との変換関係は次のようになる。

$$\tau_{y'z'} = \tau_{yz} \cos \theta - \tau_{zx} \sin \theta \quad (2.8)$$

$$\tau_{z'x'} = \tau_{yz} \sin \theta + \tau_{zx} \cos \theta \quad (2.9)$$

### 3. 破壊力学の基礎

1921年、グリフィスは実際のガラスの引っ張り強度が、結晶学的に考えられる理論上の強度に比べ数桁小さいことを説明するため、ガラス内に多数の微小内部亀裂の存在を仮定し、強度の低下を亀裂先端近傍の応力集中が原因であると提案した。また、後に詳述するエネルギー解放率を用いて完全脆性材料内の亀裂の不安定伝播の説明を行なった。この約20年後、アメリカ合衆国における種々の大型構造物の破壊原因解明のため、グリフィス理論が再び脚光を浴びるようになった。

破壊力学での亀裂面は、物体の境界や亀裂面上に力や強制変位が働いてない時は、連続体内の亀裂の幅は数学的にゼロの曲面、すなわち2次元問題では単なる曲線とみなされ、その両側の面の相対変位もゼロであると仮定される。

今、物体を線形弾性体と仮定し、図5のように、 $z$  軸に沿って亀裂面の先端があるとする。亀裂を含む物体境界に外力や強制変位が与えられた時、亀裂先端近傍の  $xy$  座標での応力成分の分布を極座標による点  $(r, \theta)$  で表現すると、一般に次のように漸近展開される。

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{n=-1}^{\infty} A_n (\sqrt{r/a})^n f_{ij,n}(\theta) \quad (3.1)$$

ここで、 $a$  は、亀裂長さを表わすパラメーター、 $A_n$  は、漸近展開  $n$  項目の係数であり、物体の形状や境界条件によって決まる。

応力成分の漸近展開の第1項目( $n=-1$ )は、亀裂先端からの距離  $r$  の  $-1/2$  のオーダーの特異性を持つ。これは、変位の漸近展開の第1項目をゼロと仮定した結果である。

第2項目( $n=0$ )は、 $r$  に無関係な項であり、本章のように亀裂面に摩擦などの表面力が存在する場合は、亀裂面の境界条件を満たすために必要な項である。第3項目以降は  $r$  をゼロにすれば、ゼロとなるので、亀裂先端近傍には影響の小さい項である。次に式(3.1)の応力成分の具体的な表現を記述するが、この章の後の話では、図1で示した  $xyz$  座標の応力成分ではなく、円柱座標  $r\theta z$  で表現された応力成分を使うので、ここでは図6のような円柱座標  $r\theta z$  による応力成分を記述する。 $xyz$  座標での応力成分の特異項の表現式は、破壊力学と題したほとんどの著書に記してあるので、ここでは割愛する。円柱座標  $r\theta z$  での応力成分は、前節で記述した  $x'y'z'$  座標の各応力成分の記号  $(x', y', z')$  を単にそれぞれ  $(r, \theta, z)$  に置き換え、右辺に既知の  $xyz$  座標での特異性を持つ応力成分を代入、または同じ事であるが下記の式(3.3)の右辺に代入すれば良い。

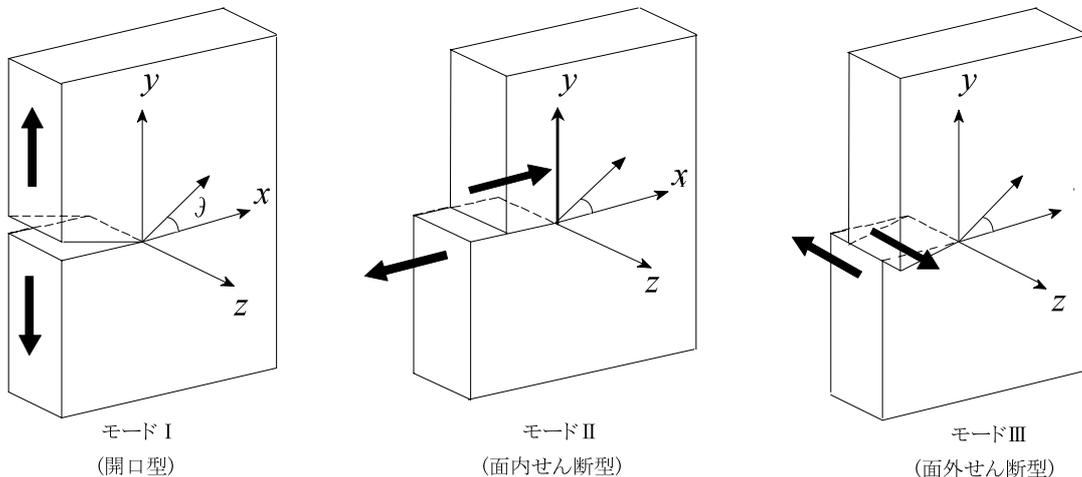


図5. 破壊の変形モード

距離  $r$  の  $-1/2$  のオーダーの特異性を持つ第1項は、

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \frac{5}{4}\cos(\theta/2) - \frac{1}{4}\cos(3\theta/2) \\ \frac{3}{4}\cos(\theta/2) + \frac{1}{4}\cos(3\theta/2) \\ \frac{1}{4}\sin(\theta/2) + \frac{1}{4}\sin(3\theta/2) \end{Bmatrix} \\ &+ \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\frac{5}{4}\sin(\theta/2) + \frac{3}{4}\sin(3\theta/2) \\ -\frac{3}{4}\sin(\theta/2) - \frac{3}{4}\sin(3\theta/2) \\ \frac{1}{4}\cos(\theta/2) + \frac{3}{4}\cos(3\theta/2) \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} \end{Bmatrix} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

となり、 $r$  に無関係な第2項は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \\ \tau_{yz} \cos \theta - \tau_{zx} \sin \theta \\ \tau_{yz} \sin \theta + \tau_{zx} \cos \theta \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

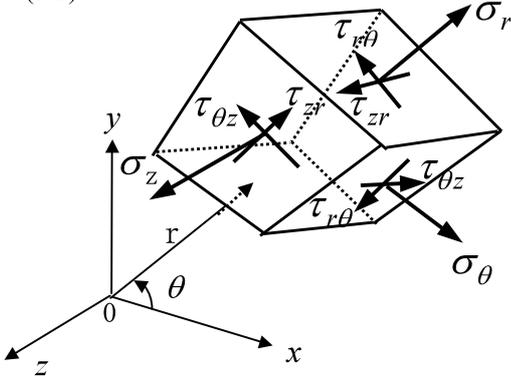


図6. 円柱座標系による応力成分

なお、2次元問題における  $\sigma_z$  は、物体外部から与えられた表面応力ベクトルの  $z$  成分と一致する。物体が  $z$  方向に非常に薄い場合で、 $xy$  座標面で  $\sigma_z = 0$  である場合を平面応力問題という。逆に、物体が  $z$  方向に非常に厚い場合で、 $z$  方向の変位や歪が無視できる場合を平面歪問題という。この時、物体が等方弾性体であれば、 $\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)$  の関係にある。

ここで、 $\nu$  は、ポアソン比と呼ばれる材料定数で、正方形断面の棒を一軸に引っ張った場合の引っ張り歪に対する断面方向に縮んだ歪の比に負号をつけたものである。通常の物体では、ポアソン比  $\nu$  は 0 から 0.5 の間の値を持つ。

式(3.2)中の  $K_I$ 、 $K_{II}$ 、 $K_{III}$  は、図5の破壊の基本的な3つの変形モードに対応するもので、亀裂先端

近傍の応力の特異性の大きさを表わしており、応力拡大係数とよばれる。モードIは、亀裂面に垂直方向に引っ張り応力が作用し、亀裂が開く場合で開口型ともよばれる。モードIIは、 $xy$  面内のせん断すべり変形で面内せん断型、モードIIIは、 $xy$  面に直行するせん断すべり変形で面外せん断型ともよばれる。

これらの応力拡大係数  $K$  は、物体や亀裂面の形状寸法、境界条件によって決まる。例えば、図5の物体を無限板と仮定し、その中央に  $x$  軸に沿って、長さ  $2a$  の亀裂が存在し、無限遠方に、 $\sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty, \tau_{yz}^\infty$  の荷重が作用しているとした場合、それぞれの場合の応力拡大係数は次式のようになる。

$$K_I = \sigma_y^\infty \sqrt{\pi a}, K_{II} = \tau_{xy}^\infty \sqrt{\pi a}, K_{III} = \tau_{yz}^\infty \sqrt{\pi a} \quad (3.4)$$

基本的な物体や亀裂面の形状寸法、種々の境界条件の場合における  $K$  値は、破壊力学や  $K$  値ハンドブックと題した著書に記載されている。

物体に作用する境界条件がある限界値に達した時、亀裂面がその面内に脆性破壊を生じ、その時の応力拡大係数の限界値を  $K_c$  とするとき、脆性破壊条件式は、

$$K \leq K_c \quad (3.5)$$

で与えられる。この  $K_c$  を破壊靱性値という。各モードによって、 $K_{Ic}, K_{IIc}, K_{IIIc}$  と記され、実験によって求められる。なお、ここでは、物体を線形弾性体と仮定したが、亀裂先端近傍のみ塑性変形が生じた、いわゆる小規模降伏の条件が満たされる場合もこの  $K$  値が使用される。

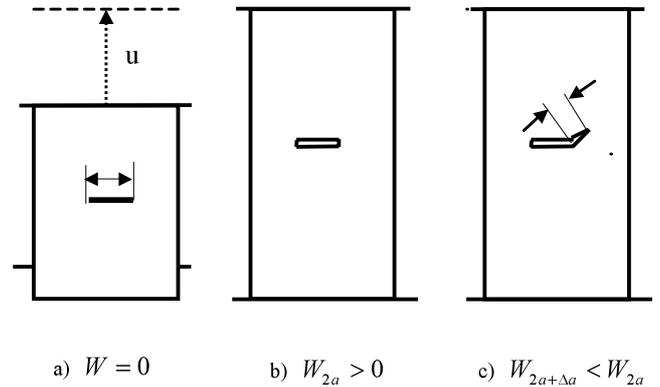


図7. エネルギー解放率の説明図

次にグリフィスが使用したエネルギー解放率について簡単に説明する。今、図7のa)のような平行6面体の中央に長さ  $2a$  の亀裂が水平に存在している弾性体を考える。このa)の状態は、物体は無変形状

態で、物体内部の歪エネルギーはゼロである。以後  $W$  は、単位厚さ当りの歪エネルギーを考える。この状態に図 7 の a) のように縦方向に強制変位  $u$  を、少しずつ大きく与えてゆく。その時、たまたま b) のように歪エネルギーが  $W_{2a}$  となった瞬間に、変位は一定で、亀裂が微小長さ  $\Delta a$  だけ折れ曲がって伸びたとする。この時、容易に分かるように図 c) の状態の歪エネルギー  $W_{2a+\Delta a}$  は、b) の状態の歪エネルギー  $W_{2a}$  より小さくなる。すなわち、b) の状態の歪エネルギーが、亀裂が  $\Delta a$  進展したことにより、 $W_{2a} - W_{2a+\Delta a}$  だけ解放されたことになる。この歪エネルギー解放量は、亀裂の折れ曲がりの角度によって異なること、また、この例の場合は、 $\Delta a$  が同じなら亀裂が直進する場合が最も大きいエネルギー解放量になることが容易に推察される。次に、縦方向の変位の代わりに、縦方向に分布荷重を少しずつ大きく与えた場合を考える。この時、物体が線形弾性体と仮定し、上記と同じように、b) の歪エネルギーが  $W_{2a}$  となった瞬間に、荷重一定で、亀裂が微小長さ  $\Delta a$  だけ折れ曲がって伸びたとする。この場合は、変位一定の場合と逆に、b) の時より縦方向の長さが大きくなり歪エネルギー  $W_{2a+\Delta a}$  は、b) の状態の歪エネルギー  $W_{2a}$  より大きくなる。すなわち、荷重一定の場合は、b) の状態の歪エネルギーが、亀裂が  $\Delta a$  進展したことにより、 $W_{2a+\Delta a} - W_{2a}$  だけ解放されたことになる。以上より、変位一定の場合は、

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{W_{2a} - W_{2a+\Delta a}}{\Delta a} \quad (3.6)$$

物体が線形弾性体で、荷重一定の場合は、

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{W_{2a+\Delta a} - W_{2a}}{\Delta a} \quad (3.7)$$

を亀裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率という。

物体が線形等方弾性体の場合、図 5 のそれぞれに対応する  $G$  を  $G_I, G_{II}, G_{III}$  とすると、亀裂面がその面内に進展する場合、すなわち、亀裂が折れ曲がらず進展する瞬間時には、 $K$  値と以下の関係にある。

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'} \quad G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad G_{III} = \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (3.8)$$

ここで、棒を 1 軸に引っ張った場合の引っ張り応力に対する断面方向に伸びた歪の比であるヤング係数と呼ばれる材料定数を  $E$  と記すと、

式(3.8)中の  $E'$  は、平面歪の場合は、 $E' = E/(1-\nu^2)$  であり、平面応力の場合は、 $E' = E$  である。また  $\mu = E/2(1+\nu)$  であり、せん断剛性とよばれる材料定数である。応力拡大係数  $K$  と同様、脆性破壊に対するエネルギー解放率の限界値を  $G_c$  とするとき、脆性破壊条件式は、各モードごとに、

$$G \leq G_c \quad (3.9)$$

で与えられる。この  $G_c$  も破壊靱性値という。グリフィスは、この  $G_c$  を新しく単位面積の表面(亀裂面上下で 2 つの表面)を作るのに必要な表面エネルギーと考えた。現在では、 $K$  値が汎用されているが、 $K$  値は、線形弾性体のみ限定されて定義されていることに注意したい。破壊の変形モードがひとつでなく、複合モードの場合で、亀裂面がその面内に進展する場合は、

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (3.10)$$

のように発生した各モードの和となる。しかし複合モードの場合、あるいは単一モードでも境界条件が特別な場合でない限り亀裂面はその面内に進展することはなく折れ曲がって進展する。亀裂が折れ曲がる瞬間時の応力拡大係数  $k_I, k_{II}, k_{III}$  は、亀裂が  $\Delta a$  だけ折れ曲がって進展した時、その方向に対応する各モードの応力拡大係数を求めた後、 $\Delta a$  を式 (3.6) や式 (3.7) のようにゼロにした極限をとることによって得られる。このようにして求めた各モードの応力拡大係数を亀裂折れ曲がり瞬間時の応力拡大係数といい、これを用いた式 (3.8) や式 (3.10) の  $G$  が亀裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率である。エネルギー解放率を求める公式は色々あるが、非線形弾性物体の場合にも有効で、任意形状の種々の境界条件の下での  $G$  値を求めることが出来る公式では、J.R.Rice による経路独立な  $J$  積分が著名である。しかし、この  $J$  積分は、基本的には、亀裂面がその面内に進展する瞬間時のみのエネルギー解放率しか求められない。

一方、任意方向折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率をも経路独立な積分で求めることが可能な  $E$  積分はその応用範囲が広いだけでなく、有限要素法などの数値計算によりエネルギー解放率を求める場合、亀裂が折れ曲がらず直進する場合でも  $J$  積分による  $G$  値より精度が良い。これらの詳細は、この著書の範囲を超えるので、圧縮荷重の場合も考察してある文献、矢富・鱸(1)を紹介しておく。

#### 4. 岩石の破壊と活断層

##### 4.1 岩石の破壊とクーロンの破壊基準

岩石の実験でよく観察される基本的な破壊形態は、図8のように3種類に分類される。図8のc)は、1軸引っ張り破壊である。ただし岩石を直接引っ張るのは難しいので、しばしば間接的な方法で実験される。一方、岩石円柱供試体を縦方向に1軸圧縮した場合、図8のb)のような、圧縮応力の方向に45°以下傾いたせん断破壊が見られる。この圧縮応力は、円柱供試体上下に鋼板を置いて圧縮されるが、その場合、岩石と鋼板の間の荷重を大きくすればするほど摩擦力が大きくなり、円柱供試体の上下面の水平方向の広がりを拘束し、純粋な1軸圧縮状態が保てなくなる。そこで、上下面の摩擦を可能な限り小さくすると、a)のような、縦割れ破壊(スプリッティングとも呼ぶ)が発生し、上下面に摩擦がありせん断破壊する場合より圧縮破壊強度が小さくなる。一方、b)のように、横方向にも圧縮応力(封圧)をある程度与えると、きまって1軸圧縮応力の方向に45°以下傾いたせん断破壊が見られる。

前節では、物体内に亀裂を考慮して、その亀裂の脆性破壊条件式を述べたが、それ以前1773年、クーロンは、岩石の破壊条件として、摩擦力の概念を導入した最も単純で、現在でも良く使用される巨視的な破壊基準を提案した。彼は、破壊面は、次式のように、ある面に作用するせん断応力 $\tau$ の大きさが、物体の結合力(その物質のせん断応力に対する固有強度) $S_0$ と摩擦応力、すなわち摩擦係数 $\mu$ と垂直圧縮応力 $\sigma$ の積の和に等しくなった面に発生すると仮定した。

$$|\tau| \leq S_0 + \mu\sigma \quad (4.1)$$

式(4.1)を変形すると、

$$S_0 \geq |\tau| - \mu\sigma \quad (4.2)$$

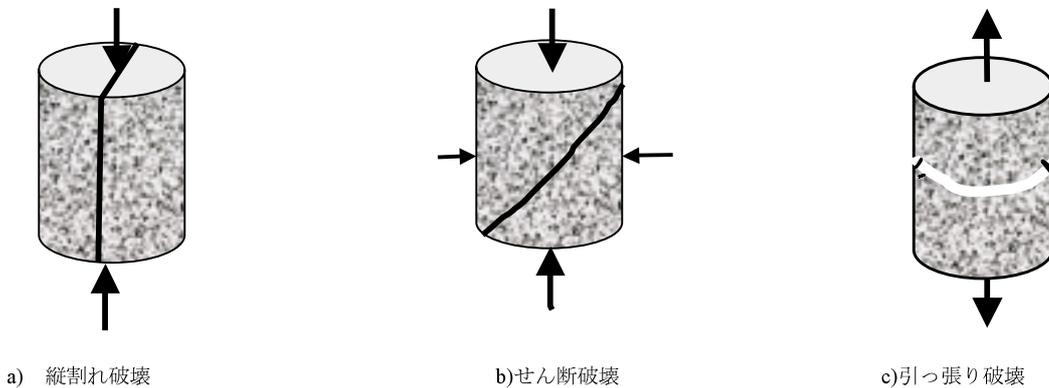


図8. 岩石の基本的な破壊形態

であるから、この右边が最大となり $S_0$ に達した面が破壊面となる。今、図9のように、最大主応力と破壊面とのなす角が $\gamma$ となる平行6面体を考え、3主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が、各面に垂直に作用している場合を考える。ただし、この項では、3主応力が、 $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ の関係にある圧縮応力のみでなく引っ張り応力になる場合も考慮する、この時、式(4.2)の右边最大値をとる面の法線ベクトルは、主応力 $\sigma_1$ と主応力 $\sigma_3$ を含む面内に、すなわち、中間主応力 $\sigma_2$ と垂直な面となるのがわかる。この証明は、3次元のモールの知識があると自明であるが、これを詳述するのは紙面数の都合上省略する。そこで、以後、x軸とy軸を含む面上に、主応力 $\sigma_1$ と $\sigma_3$ が存在すると仮定し、その中間の値を持つ中間主応力 $\sigma_2$ は、z軸の方向にあると仮定する。次に式(4.2)の右边の最大値をとる面を考えるために、式(2.5)、式(2.6)、式(2.7)において、 $\theta = -\gamma$ とし、 $(x', y')$ 軸を、 $(x, y)$ 軸とする。この時、 $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ は、それぞれ $(\sigma_1, \sigma_2, 0)$ 、また $(\sigma_{x'}, \sigma_{y'}, \tau_{x'y'})$ は、それぞれ、 $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ となるので、結局次式が得られる。

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \gamma + \sigma_3 \sin^2 \gamma \\ \sigma_y = \sigma_1 \sin^2 \gamma + \sigma_3 \cos^2 \gamma \\ \tau_{xy} = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \gamma \cos \gamma \end{cases} \quad (4.3)$$

$\gamma$ が、 $0 < \gamma < \pi/2$ の時、 $\tau = \tau_{xy} < 0$ 、 $\tau = \tau_{xy} < 0$ であり、今 $\sigma = -\sigma_y > 0$ を仮定し、式(4.2)の等式に代入すると、

$$S_0 = -(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \gamma \cos \gamma + \mu(\sigma_1 \sin^2 \gamma + \sigma_3 \cos^2 \gamma) \quad (4.4)$$

となる。この $S_0$ が最大になるのは、次式が成り立つ時である。

$$\tan(2\gamma) = 1/\mu \quad (4.5)$$

この時、 $S_0$ は次式のようになる。

$$2S_0 = -\sigma_1(\sqrt{1+\mu^2} - \mu) + \sigma_3(\sqrt{1+\mu^2} + \mu) \quad (4.6)$$

式(4.6)で、 $\sigma_3 = 0$ の時、 $\sigma_1 = -C_0$  ( $C_0$ : 1軸圧縮強度)とおくと、 $S_0$ は次式で表わせる。

$$S_0 = (\sqrt{1+\mu^2} - \mu)C_0/2 \quad (4.7)$$

ここで、 $\sigma = -\sigma_y > 0$  となる必要がある。この条件は、式(4.3)、式(4.5)および式(4.6)より  $\sigma_1 < -C_0/2$  となる。この条件より、式(4.8)およびその条件式が有効であるためには、

$$T_0 < (\sqrt{1+\mu^2} - \mu)^2 C_0 / 2 \quad (4.10)$$

が成立している必要がある。また、 $\mu = \tan(\phi)$  とおき、式(4.5)に代入すると、  
 $\gamma = \pi/4 - \phi/2$  (4.11)

となる。ここで注意したいことは、式(4.1)以下、 $\mu$ を摩擦係数とよんだが、破壊強度に達する前には、破壊面は存在しないので、実際の摩擦係数ではない。そのため、この $\mu$ は内部摩擦係数、式(4.11)の $\phi$ は内部摩擦角とよばれる。通常、岩石に関する著書(2)には、式(4.8)では、 $C_0$ の代わりに、測定が難しい $S_0$ が使用されており、式(4.10)は記してない。岩石では、 $T_0$ は $C_0$ の約1/10であるから、式(4.10)は $\mu$ が1に近くなるほど厳しい条件となる。

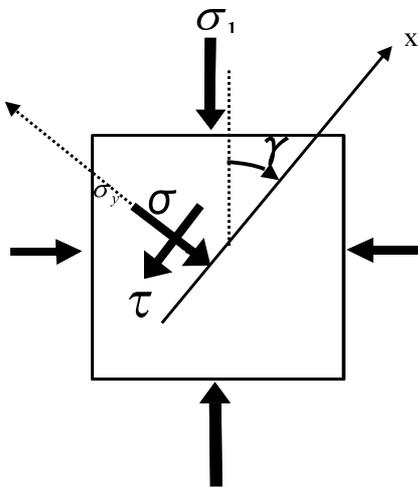


図9. クーロンの破壊モデル

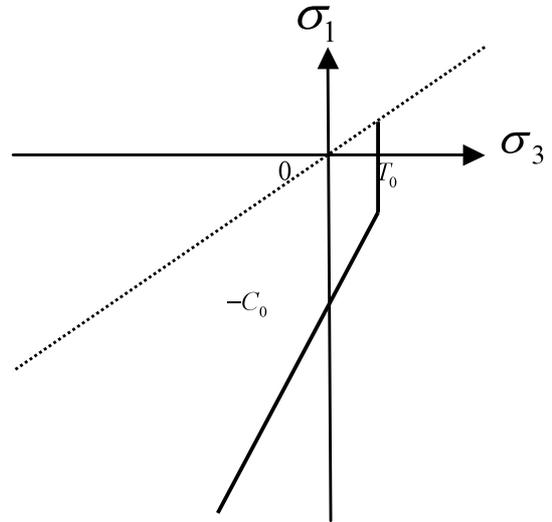


図10.  $\sigma_1, \sigma_3$  座標でのクーロンの破壊基準

図10のクーロンの破壊基準は、岩石実験より得られた破壊時の $\sigma_1, \sigma_3$ 関係と非常によく一致する。しかし、図8のb)のように、縦方向に圧縮応力 $\sigma_1$ が与えられた時、横方向にもある程度の圧縮応力 $\sigma_3$ が与えられた時のみ、せん断破壊が見られること、また、縦方向の圧縮応力 $\sigma_1$ に比べ、横方向の応力 $\sigma_3$ の絶対値が小さければ図8のa)のような、縦割れ破壊が発生することが説明できない。クーロンの破壊基準では、 $\sigma_3 < T_0$ である限り、 $\sigma_1 = -C_0$ の状態、すなわち1軸圧縮を含めた $\sigma_1, \sigma_3$ が式(4.8)の直線上にあれば、すべてせん断破壊することになる。

なお、以上の議論のうち、せん断破壊に関する議論は、図9で、 $xy$ 座標を時計回りに $\pi/2$ 回転しても全く同様となるから、せん断破壊面は、最大主応力と反時計回りに $\gamma$ の角度をなす共役な面にも存在し得る。

#### 4.2 活断層の変位様式と生成メカニズム

活断層の運動は、地殻の岩盤が力を受けて破壊面に沿ってずれ動いている現象である。断層運動の様式は、図11のように、上面を地表面とすると3種類に分類される(3)。この項では、破壊面をしばしば断層面とよぶ。図11のa)の正断層は、断層面の岩盤の片方が他の岩盤上をすべり落ちるように運動するもの、b)の逆断層は、断層面の上盤が下盤をのし上がる運動をするもの、c)の横ずれ断層は、断層面の左右の岩盤が水平にずれ運動をするものである。

前節で岩石の場合のクーロンの破壊基準を詳述したのは、岩石を岩盤にも適用できるとすれば、図11の活断層の変位様式、それぞれの様式における地殻の応力状態や断層面の角度を、その破壊基準によって簡単に説明できるからである。



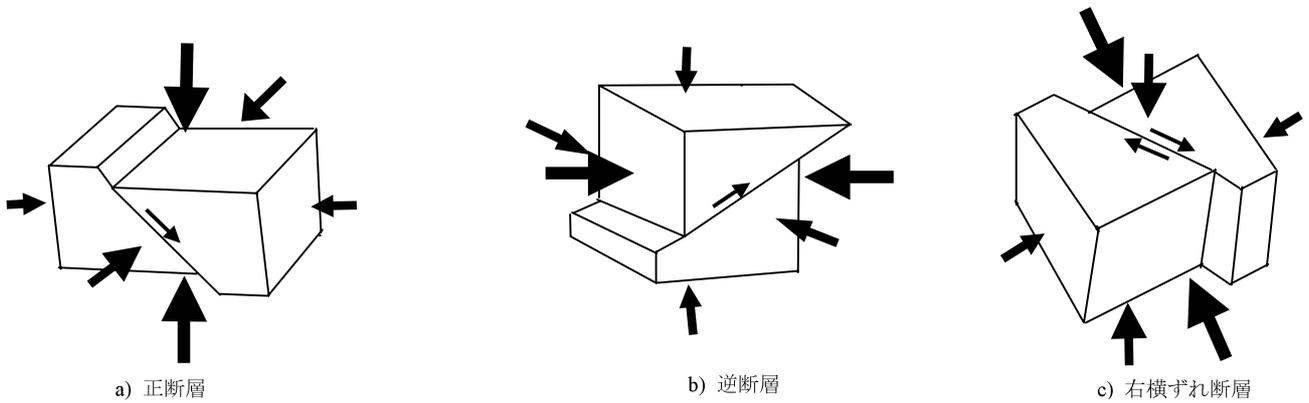


図 11. 活断層の変位様式

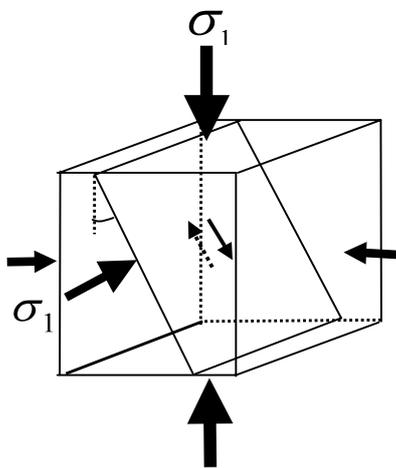
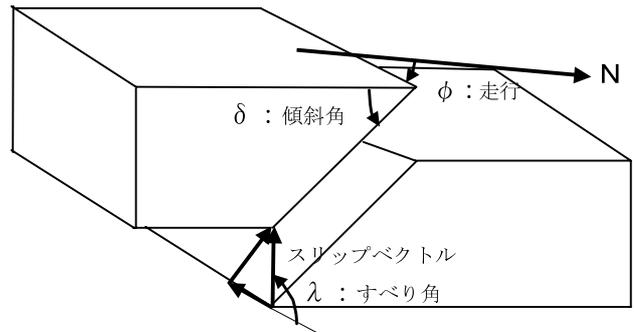


図 12. クーロン破壊基準によるせん断破壊面

図 12 のように、特にことわりが無い限り、3 主応力が、 $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < 0$  の関係にある圧縮応力状態の平行 6 面体を考える。この時、クーロンの破壊基準にしたがうと仮定すると、断層面の法線ベクトルは、最大圧縮主応力  $\sigma_1$  と最小圧縮主応力  $\sigma_3$  を含む面内に、すなわち、中間圧縮主応力  $\sigma_2$  と垂直になる。また断層面は、最大圧縮主応力  $\sigma_1$  にたいし  $\gamma = \pi/4 - \phi/2 (< 45^\circ)$  だけ傾く。この状態において、地表面が、図 12 の上面と考えたときが正断層、右の面のときが逆断層、手前の面のときが横ずれ断層である。また、それぞれに共役な断層面が存在する。特に、横ずれ断層の場合は、図 11 の c) のように、断層のずれ方向が  $\sigma_2$  をネジとみなした時、断層のずれが左回転方向にある場合を、左横ずれ断層、これと共役な断層面でみられるように、右回転方向にある場合を、右横ずれ断層という。断層に関する著書には、a) の正断層は、岩盤が引っ張られた時 ( $\sigma_3 > 0$ ) に形成されると記述されている場合が多い。

クーロンの破壊基準によれば、 $\sigma_3$  は、最小圧縮主応力であればせん断破壊が予想される。

また  $\sigma_3 < T_0$  ( $T_0$ : 1 軸引っ張り強度) さえ満足されれば、 $\sigma_3$  が引っ張り応力であってもせん断破壊が生じる。しかし、前述したように岩石実験では、最大圧縮主応力  $\sigma_1$  が存在する時、 $\sigma_3$  が引っ張り応力の場合には縦割れ破壊となるので、正断層は岩盤が引っ張られた時に形成されるというのは、実験と矛盾する。実際の活断層には、図 13 のように形状的には、逆断層や正断層が、ずれ断層と組み合わさっているような変位様式となる場合がしばしば見られる。この時、例えば図 13 は、右横ずれ逆断層と言われる。この例を使って、地震学でよく使われる活断層の幾何学的パラメータについて述べる。



地表面と断層面との交線である断層線の方角の真北からの角度を走行と呼ぶ。普通、北方向から時計まわりにとる。地表面から断層面の方向にとった断層面の傾斜を傾斜角と呼ぶ。

断層面のずれに関しては、その大きさと方向をベクトルで表わしたものをスリップベクトルと呼び、水平線からスリップベクトルの方向に反時計まわりにとった角度を、すべり角と呼ぶ。スリップベクトルの水平成分を横ずれ成分、それに直交する成分を縦ずれ成分と呼ぶ。

図 12 を利用して、活断層の様式を説明した時、分かりやすくするため、地表面が、平行 6 面体の表面と一致する場合だけを考えたが、地表面が平行 6 面体の表面に対し傾く場合は、活断層の変位様式における傾斜角も、 $\gamma = \pi/4 - \phi/2$  とは異なる。図 13 のような、逆断層や正断層が、ずれ断層と組み合わさっているような形状となるのは、地表面が図 12 の平行 6 面体のどの表面とも傾斜する場合、言い換えれば、3 主応力の全ての方向が、図 12 の状態から傾斜する場合に発生する。

以上が活断層の変位様式のクーロンの破壊基準を使った概要である。しかし、図 11 および図 13 でも、上面は地表面であると述べた。したがって、過去において地表面に何らかの理由による荷重が作用した履歴がなければ、上面の主応力(正確には表面応力)はゼロである。図 11 の b) での逆断層の場合は、上面は最小圧縮主応力であるから  $\sigma_3 = 0$  とおいてもさしつかえない。c) の横ずれ断層の場合は、 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ 、もしくは、 $\sigma_2 = 0$  かつ  $\sigma_3 > 0$  であれば、地表面の条件は満足される。しかし、この場合は、前記したように、岩石実験では、縦割れ破壊を予測する。a) の正断層は、上面の最大圧縮主応力  $\sigma_1$  を 0 とすると、他の主応力は、 $0 < \sigma_2 \leq \sigma_3$  なる引っ張り応力である。したがって、 $\sigma_3 = T_0$  の時、引っ張り破壊することになる。それでは何故、現実には(正確には、クーロンの破壊基準や実験で説明可能な逆断層の場合を除き、それでは、合理的な説明が出来ない)上記のような活断層、また地震時に地表に現れる地表地震断層も含めて断層の変位様式は、図 11 や図 13 のような形態になるのだろうか。

この問題の理論的解明の有力な手法のひとつが、前節 3 で述べた亀裂面の進展を考察する破壊力学である。すなわち、活断層は、初めから地表面に現れていたのではなく、地下深部の地殻内部に存在したと仮定する。

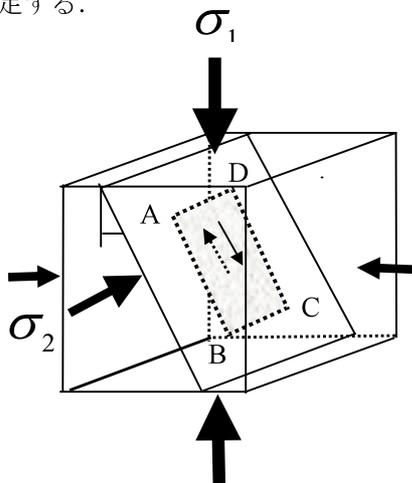


図 14. 地殻内部にある断層面の進

地殻内であれば必ず全応力成分が存在する。そこで、この応力がある限界値に達した時、地殻内部に存在していた微小亀裂面、すなわち、震源断層が成長、進展することにより地表面に断層として現れたと考える。地震とは震源断層の動的伝播現象であると考えられている。この地震により表面に現れるのが地表地震断層である。本章では、この地表地震断層も含めて、活断層として考察しているが、この地震に伴う断層面の伝播現象を考える場合は、正確には慣性力をも考慮した動的な破壊力学的考察が必要である。しかし、圧縮荷重下での亀裂面の、特に亀裂面の面外への形状変化(2 次元では折れ曲がり現象)も含めた場合は、動的な場合は勿論のこと、近似的に断層面がゆっくりと進展すると仮定した準静的な場合でもその研究はまだ少ない。特に、3 次元問題になると、亀裂面の面外への形状変化を決定する破壊基準が難解であることもあり、ほとんど研究は進んでいないのが実情である。そこで、本章では、動的破壊現象も準静的現象と仮定して考察する。この仮定は、断層面が動的な伝播になる直前までの現象の場合には、妥当な仮定である。3 節で述べた破壊力学の基礎の内容、また式 (3.5) や式 (3.8) の脆性破壊条件式は、亀裂面が、この動的な伝播になる直前までの現象の議論である。

この節でも話を簡単にするため図 14 のように、平行 6 面体のなかに、一辺が地表面と平行になる長方形 ABCD の活断層が地下深部に  $\gamma$  傾いて存在していたとする。したがって、仮にこの 6 面体に、図 14 のように 3 主応力が作用した結果、長方形 ABCD の活断層の辺 AD、辺 BC が斜面に沿って進展し、それぞれ平行 6 面体の上面、下面まで進展し、その結果、上盤の一部が斜面に沿ってすべり落ちたと仮定すれば、地表面を上面と考えた時が正断層、右の面と考えた時が逆断層となる。一方、3 主応力が作用した結果、長方形 ABCD の活断層の辺 AB、辺 CD が、斜面に沿って平行 6 面体の手前と裏面まで進展したと仮定すれば、地表面を手前の面と考えれば右横ずれ断層、裏面と考えれば左横ずれ断層となる。しかし、亀裂の破壊力学的観点から考察すれば、実際は上記のような簡単な現象にはならないことがすぐわかる。図 14 のような平行 6 面体に  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < 0$  なる 3 主応力が作用している時、長方形 ABCD の辺 DA、辺 BC である亀裂面先端の破壊モードは、図 5 のモード II の面内せん断型であり、辺 AB、辺 CD の亀裂面先端は、モード III の面外せん断型状態にある。モード II 状態にある亀裂面では、図 14 の亀裂面を手前方向から見た場合を図 15 とすると、亀裂面先端の点 AB から時計回り方向への折れ曲がり亀裂がよく観察される。これは、亀裂面がすべった結果、辺 DA、辺 BC の亀裂面先端近傍に、亀裂面内の方向とは異なる方向に大きな引っ張り応力が生じるため

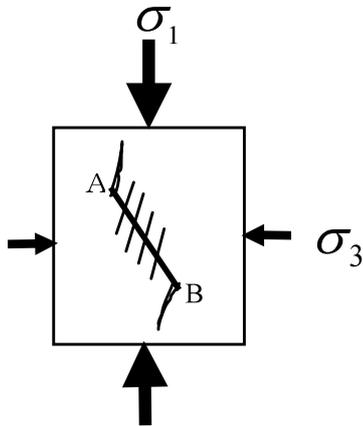


図 15. ウイング型亀裂とエシュロン亀裂

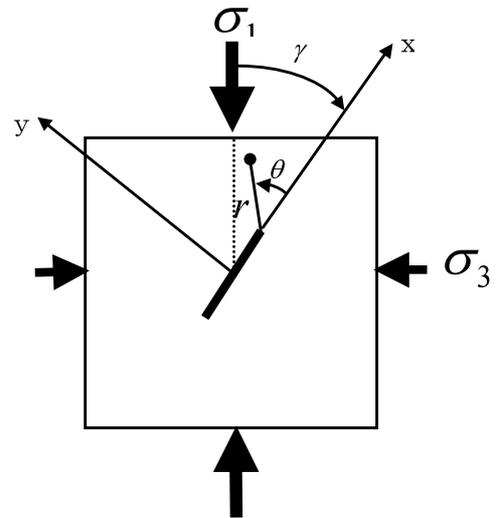


図 17. 面内せん断亀裂の進展方向

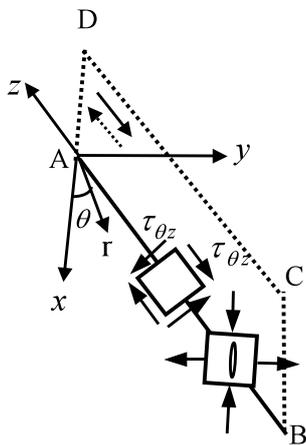


図 16. モードIII型亀裂により発生するエシュロン亀裂

である。亀裂面は、その角度でモード I の開口型の状態で折れ曲がって進展し、最終的には最大圧縮応力の方向に進展する。この折れ曲がり亀裂面をウイング型亀裂と呼ぶ。これに関しては後で詳述する。次にモード III の面外せん断型状態にある、辺 AB からなる亀裂面先端近傍の応力状態を図 16 に記す。A 点を原点とし、x 軸を辺 DA の延長線上に、y 軸を面 ABCD と垂直に、z 軸を辺 BA の延長線上にとる。これは、図 16 の座標 (x, z) を (z, -x) としたものであるから、式 (4.3) の  $\tau_{xy}$  が、 $\tau_{yz}$  に代わり、図 14 の平行 6 面体が無限に大きいと仮定すると、式 (3.4)<sub>3</sub> の応力拡大係数  $K_{III}$  は、AB の長さが  $2a$  であれば、 $K_{III} = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \gamma \cos \gamma \sqrt{\pi a}$  となる。これを式 (3.2)<sub>4,5</sub> に代入すると、 $\theta = 0$  で、 $\tau_{\theta z} = K_{III} / \sqrt{2\pi r}$ 、 $\tau_{\theta x} = 0$  となる。この応力状態は図 14、あるいは図 16 の左の正方形のような純粋せん断状態にある。したがって、図 16 の右の正方形の図のように、辺 AB から時計と反対回り方向に  $\pi/4$  傾いた方向の亀裂面 AB の近傍に、非常に大きな引っ張り応力が作用する。

したがって、図 16 のように、辺 AB から時計回りの方向に  $\pi/4$  傾いたモード I の開口亀裂面ができる。この開口亀裂面は、図 15 のように、ある一定の間隔を持って観察されるため、エシュロン(雁行)亀裂と呼ばれる。以上の議論から、図 14 のような平行 6 面体に  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < 0$  なる 3 主応力が作用している岩盤内に最も簡単な方向にある長方形 ABCD の活断層でも、結局その面内に進展しないことになる。ショルツら(4)は、上記のエシュロン亀裂の発生後、さらに荷重を大きくするとエシュロン亀裂が長方形 ABCD の活断層の面と平行な進展亀裂により連結され、せん断過程領域を形成し、最終的には狭い幅の破碎領域となってせん断破壊が生じると述べている。しかし、エシュロン亀裂やせん断領域(せん断帯とも呼ばれる)は、実際の断層にもしばしば見られるが、純粋なせん断破壊と思われるせん断亀裂やずれ断層も、岩石実験や地表面に数多く観察されている。

#### 4.3 面内せん断型の活断層進展の破壊力学的考察

図 14 のような平行 6 面体に  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < 0$  なる 3 主応力が作用している時、長方形 ABCD の辺 DA、辺 BC のモード II の面内せん断型状態にある亀裂面は、すべり方向とは異なる方向に引っ張り応力が生じ、その引っ張り応力のため面内方向とは異なるウイング型亀裂となり、面内方向には進展しないことを述べた。本項では、この現象を破壊力学を使用した解析的考察を行なう。そこで、図 14 の平行 6 面体は、亀裂面である長方形の大きさに比較し、はるかに大きいと仮定する。また亀裂面の上下の辺 DA、辺 BC は、左右の辺 AB、辺 CD に比べ比較的大きいと仮定する。この時、図 17 のような、 $\sigma_2$  と直交し、長方形 ABCD を縦方向に 2 等分した一辺が亀裂面の

長さより十分大きい正方形の横断面を考える。ただし、3節で記述した式をそのまま使う関係上、図17の亀裂面は、図14の場合と共役な亀裂面を採用する。

ここで亀裂右端を原点とした円柱座標 $(r, \theta, z)$ を、また亀裂の中心を原点とし、亀裂の方向に $x$ 軸をとった直交座標 $(x, y, z)$ を考える。 $z$ 軸は、紙面の裏から表方向を向いている。このように考える事によって、物体内の応力や歪が全て $z$ 軸と無関係で、点 $(r, \theta)$ の関数となる平面問題となる。岩盤(または岩石)は、線形等方弾性体と仮定し、ヤング係数 $E=68.6\text{GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.2$ とし、また最大圧縮応力 $\sigma_1$ と亀裂面とのなす角は $\gamma = \pi/5 (=36^\circ)$ と仮定する。一方、線形等方弾性体の場合、 $z$ 軸方向の直歪 $\varepsilon_z$ は、3個の直応力と次の関係がある。

$$E\varepsilon_z = \sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (4.12)$$

ここで、亀裂先端近傍の応力 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ は3節で記述したように、4節の式(4.3)に与えられた $\sigma_1, \sigma_3$ と $\nu$ を代入し、得られた $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ を、3節の式(3.2),式(3.3)に代入しその両式の和をとればよい。応力 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ も各点 $(r, \theta)$ で異なるから、一般に各点で主応力方向も、 $\sigma_1, \sigma_3$ とは異なる方向となる。

次に、ここでは、式(4.12)の左辺の直歪 $\varepsilon_z$ は、物体内の位置とは無関係な一定値と仮定する。亀裂先端近傍から十分離れたところでは、式(4.12)の直歪 $\varepsilon_z$ は、

$$E\varepsilon_z = \sigma_z - \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (4.13)$$

の関係にあるから、与えられた、 $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < 0$ の関係にある $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を上式に代入すれば求まる。通常では、この直歪 $\varepsilon_z$ が0と近似できる場合を2次元平面歪問題と言う。しかし、 $\varepsilon_z$ を0すると、式(4.13)より、 $\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3)$ が成り立つ必要がある。その場合、 $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < 0$ であるためには、主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ が、 $\nu/(1-\nu) > \sigma_3/\sigma_1$ を満たす場合に限定される。 $\nu=0.2$ とすると、 $\sigma_3/\sigma_1 < 0.25$ となる。これ以上大きな $\sigma_3/\sigma_1$ が与えられると、 $\sigma_2$ は、中間主応力でなく、最小主応力になってしまう。なお、このように一定値である直歪 $\varepsilon_z$ が存在した場合の応力成分 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ は、直歪をゼロとおいて求めた平面歪の場合の解と全く同じである。 $\sigma_z$ は、式(4.13)で求められた $\varepsilon_z$ を使って、式(4.12)より求まる。

3節では、亀裂の脆性的進展開始を決める脆性破壊条件式を説明したが、破壊力学における破壊基準には、亀裂が進展する瞬間にどの方向に進展するか

を決める条件も必要である。その条件はいくつか考えられているが、その内、特に代表的なものとして、

1. 最大引っ張り周応力基準
2. 最大エネルギー解放率基準

がある。1の最大引っ張り周応力基準は、3節で述べた亀裂先端近傍の応力を円柱座標で表わしたとき、 $\theta$ 方向の直応力 $\sigma_\theta$ を周応力と呼び、この応力が引っ張り応力で最大になる方向に亀裂が進展すると考える。またこの周応力がある限界値に達した時、脆性破壊が生じるとする。直感的に理解し易い条件であるため最もよく使われており、特に金属では、3節で述べた特異項に均一応力場を加えた $\sigma_\theta$ を使えば、実験と非常によく一致すると報告されている。しかしながら、特異項の応力は、全て亀裂先端では無限大となるため、周応力を含めた他の応力も、その応力値を決める亀裂先端からの距離 $r$ に依存する欠点がある。一方、2の最大エネルギー解放率基準は、亀裂は、物体に蓄えられた歪エネルギーが最も多く解放される方向に進むと考える。物理的にも納得し易い条件であり、3節の式(3.8)のように、エネルギー解放率は、距離 $r$ に無関係な量である長所を持っている。しかし、1の最大引っ張り周応力基準と異なり、圧縮荷重下での亀裂の折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を求める必要があり、それを理論的には勿論のこと、数値解析でも、精度良く求めるのが非常に困難であったことが広く用いられなかった理由である。本項では、亀裂の折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率が経路独立な積分で容易に、かつ精度良く求めることが可能なE積分を用いた有限要素法による解析結果を後述する(5)。

#### 1) 最大引っ張り周応力基準による亀裂の折れ曲がり方向

ここでは、図17の正方形の一辺の長さを無限大とし、3個の主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が、無限大遠方から作用しているとする。中間主応力 $\sigma_2$ は、 $z$ 軸方向からの圧縮応力である。また中央の亀裂は、長さを $2a = 4\text{cm}$ とした。この場合の応力拡大係数は、まず亀裂は圧縮状態にあり開口はゼロであるから、 $K_I = 0$ であり、面外せん断応力もないから $K_{III} = 0$ である。 $K_{II}$ は、3節の式(3.4)から類推でき、今の場合、亀裂面に摩擦力が生じているので、式(4.3)を使って、 $K_{II} = (\tau_{xy} - \mu \sigma_y) \sqrt{\pi a}$ となる。ただし、式(4.3)より、 $\tau_{xy} < 0$ 、 $\sigma_y < 0$ であり、 $\tau_{xy} - \mu \sigma_y > 0$ すなわち $K_{II} > 0$ の場合は、せん断力より摩擦力が大きくなった場合であるので、亀裂面は滑らず固着したままであり、 $K_{II} = 0$ となる。この $K_{II}$ を使用した3節の式(3.2),と式(3.3)の和を $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ とする。ここで、 $\mu$ は、クーロンの破壊基準で使用した見かけ

の内部摩擦係数とは異なり、岩石(または岩盤)の真の摩擦係数である。紙面数の都合上、図 18 では、 $r=0.0001\text{cm}$ 、 $\mu=0.6$  とし、境界条件である主応力は、最終的な  $\sigma_1$  を  $-1.0\text{ GPa}$  とし、その比  $\sigma_3/\sigma_1$  を、0 および 0.3 とした比例負荷で与えたものだけを記す。ただし、 $\sigma_2$  は、最終的に、 $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$  を満たすような中間圧縮主応力となるように与えられたと考えれば良い。圧縮荷重の場合では、亀裂面に摩擦が存在する場合は、たとえ物体が弾性体であっても、一般的には、最終的な物体内の応力や歪状態は、境界条件  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  を与える順序、すなわち、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  座標において、最終的な状態に達する場合までの荷重経路によって異なることに注意したい。以後最大引張り周応力基準による脆性破壊条件である周応力の限界値は、物体内で同じであると仮定して議論する。図 18 の a) より、周応力  $\sigma_\theta$  は、約  $\theta=70^\circ$  で最大引張りとなっている。したがって、この場合、最大引張り周応力基準によると、図 15 のように亀裂は亀裂面から約  $70^\circ$  折れ曲がり、ウイング型亀裂になることが予想される。b) では、式 (3.3) の均一場の応力が特異項に比較して無視できない状況にある。この場合、周応力  $\sigma_\theta$  は、約  $\theta=45^\circ$  で最大引張りとなっている。図 18 には記さなかったが、上記条件のまま、主応力比  $\sigma_3/\sigma_1$  を 0.6 とすると、せん断応力より摩擦力が大きくなり、亀裂面は滑らず固着したままであり、 $K_{II}=0$  となる。この場合、周応力  $\sigma_\theta$  は、圧縮応力になり、最大引張り周応力基準はもはや適用できなくなる。図 18 では、最終的な  $\sigma_1$  を  $-1.0\text{ GPa}$  としたが、各応力  $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$  の値は、主応力比が同じであれば、この  $\sigma_1$  の絶対値を大きくすれば、それらの値は全て大きくなるが、 $\theta$  に関する分布形状は変わらない。したがって、上記した特性は、最大圧縮主応力  $\sigma_1$  の大きさとは無関係である。岩石や岩盤には、初期状態から無数の多くの配向を持った微小亀裂が存在する。最大引張り周応力基準が有効であるとすれば、これらの多くの配向を持った微小亀裂のうち、最も大きな引張り周応力が発生している微小亀裂先端からウイング型亀裂が成長し、これが最大主応力方向に進展することにより、縦割れ亀裂となることが推定される。

さて、 $K_{II}=(\tau_{xy}-\mu\sigma_y)\sqrt{\pi a}$  であるから、微小亀裂の長さ  $2a$  が特定されると、 $K_{II}$  の絶対値が最大となるのは、クーロンの破壊条件と全く同じ条件である。したがって、摩擦係数を  $\mu=\tan(\phi)$  とおくと、 $\gamma=\pi/4-\phi/2$  の角度  $\gamma$  を持った亀裂が  $K_{II}$  の絶対値を最大とする。例えば、 $\mu=0, 0.3, 0.6$  の時、それぞれ、 $\gamma=45^\circ$ 、約  $36.7^\circ$ 、約  $29.5^\circ$  である。ただし、上記の場合  $K_{II} < 0$  であるためには、主応力比  $\sigma_3/\sigma_1$  は、それぞれ、1、約 0.54、約 0.32 以下である必要

がある。また引張り周応力最大は、特異項が支配的な場合のみを考えると、式 (3.2)<sub>3</sub> の  $\tau_{r\theta}=0$  の時であるから、主応力比や摩擦の大きさに関係なく、約  $\theta=70.53^\circ$  となる。以上のように最大引張り周応力基準によれば、1 軸圧縮の場合の縦割れ破壊はよく説明できる。しかし、主応力比が 0 よりある程度大きい場合でも縦割れ破壊となってしまう、側圧  $\sigma_3$  が存在する場合のせん断破壊は全く説明がつかない。クーロンの破壊基準に基づくせん断破壊という言葉は、実際それは物体内の微小亀裂の進展現象であるが、そのことを考慮しない経験的基準である。亀裂の進展現象として見た場合、それは単に  $K_{II}$  の絶対値が最大となる微小亀裂の角度  $\gamma$  を与える条件に過ぎず、周応力最大条件によれば、亀裂の進展形態は、せん断破壊ではなく縦割れ破壊であることになる。グリフィスは、図 10 のようなクーロンの  $\sigma_1, \sigma_3$  座標でのマクロな破壊基準を求める目的で、図 17 のような主応力状態の無限版内に扁平楕円状の亀裂を考え、楕円の周縁応力が最大値が材料の引張り強度に達した時に、破壊が生じると考え、図 10 の斜線部が 2 次曲線となる破壊条件を得た。その後、圧縮応力状態では、この楕円は容易に閉そくするとし、摩擦力を考慮した修正グリフィス理論が提案された。この理論で、楕円を閉そくさせ応力を無視すると、 $\sigma_1, \sigma_3$  座標でのマクロな破壊基準はクーロンの破壊条件と全く同一になる(2)。またこの時の周縁応力は、式 (3.2)<sub>2</sub> の  $\sigma_r$  の特異項に  $\theta=\pi$  を代入した式と等しく。その大きさは、周応力  $\sigma_\theta$  の最大値の約 173 倍である。周応力に限定せず引張り応力が最大になる方向に亀裂が進展すると仮定すると、 $\theta=\pi$  の時の  $\sigma_r$  に直交した方向、すなわち  $\pi/2$  折れ曲がって進展することになる。図 18 でも分かるように、 $\theta$  が約  $120^\circ$  以上になると  $\sigma_r$  の値は  $\sigma_\theta$  の最大値より大きくなっている。式(3.2)の特異項より主応力方向の最大引張り応力を求めると、折れ曲がり角度約  $\theta=70.53^\circ$  で  $\sigma_\theta$  が最大主応力になり、それより大きな角度  $\theta$  では、最大引張り主応力は単調に増加し、 $\theta=\pi$  で上記した  $\sigma_r$  が最大引張り主応力となっている。しかし、それらの最大引張り主応力に直交した方向に開口亀裂が生じたとすると、主応力方向が回転しているため、その亀裂は、元の亀裂先端から発生しない亀裂となる。最大引張り周応力基準は、周応力が最大と仮定したものであること、また折れ曲がり亀裂は、元の亀裂先端から発生することを暗に仮定したものである。一方、Nemat-Nasser & Horii(6)らは、1 軸圧縮の場合において、亀裂先端から微小長さの折れ曲がり亀裂の解析を行い、折れ曲がり亀裂のモード I の応力拡大係数最大方向に亀裂が折れ曲がるとした結果を報告している。この結果によれば、 $\gamma=36^\circ$  の時、亀裂長さに比較し折れ曲がり亀裂長さ

が非常に小さい場合，最大引張り周応力基準による結果と同じく，約  $0.4\pi (=72^\circ)$  でモード I の応力拡大係数が最大となっており，その角度以上では，応力拡大係数は， $\theta = \pi/2$  まで単調に小さくなっていく。

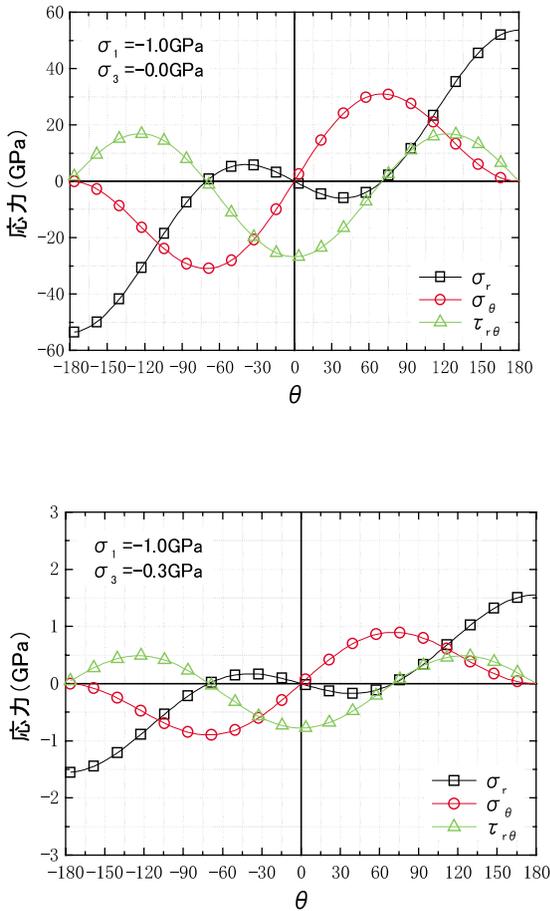


図 18. 亀裂先端近傍の応力分布

次項で述べる折れ曲がり進展時のエネルギー解放率も同様な傾向をもっている。この理由は， $\sigma_\theta$  の最大値より大きな引張り応力が存在しても，その折れ曲がり亀裂の方向  $\theta$  が，周応力最大の角度より大きい角度で折れ曲がる場合，最大圧縮応力  $\sigma_1$  との角度がより大きくなるため，最大圧縮応力  $\sigma_1$  により，その折れ曲がり亀裂の開口がより大きく抑制するためであると考える。

## 2) 最大エネルギー解放率基準による亀裂の折れ曲がり方向

折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率を経路独立な E 積分を使って，有限要素法による数値解析を行なった結果を述べる(5)。図 17 の正方形の一辺の長さを 8cm とし，中央の亀裂の長さを  $2a = 4\text{cm}$  とす

る。最大および最小圧縮主応力  $\sigma_1, \sigma_3$  は図 17 のように正方形の側面に直交し，中間主応力  $\sigma_2$  は，z 軸方向からの圧縮応力である。境界条件である主応力は，前項と同様，その比  $\sigma_3/\sigma_1$  を一定にした比例負荷で与え最終的な  $\sigma_1$  を  $-1.0\text{ GPa}$  としたものである。

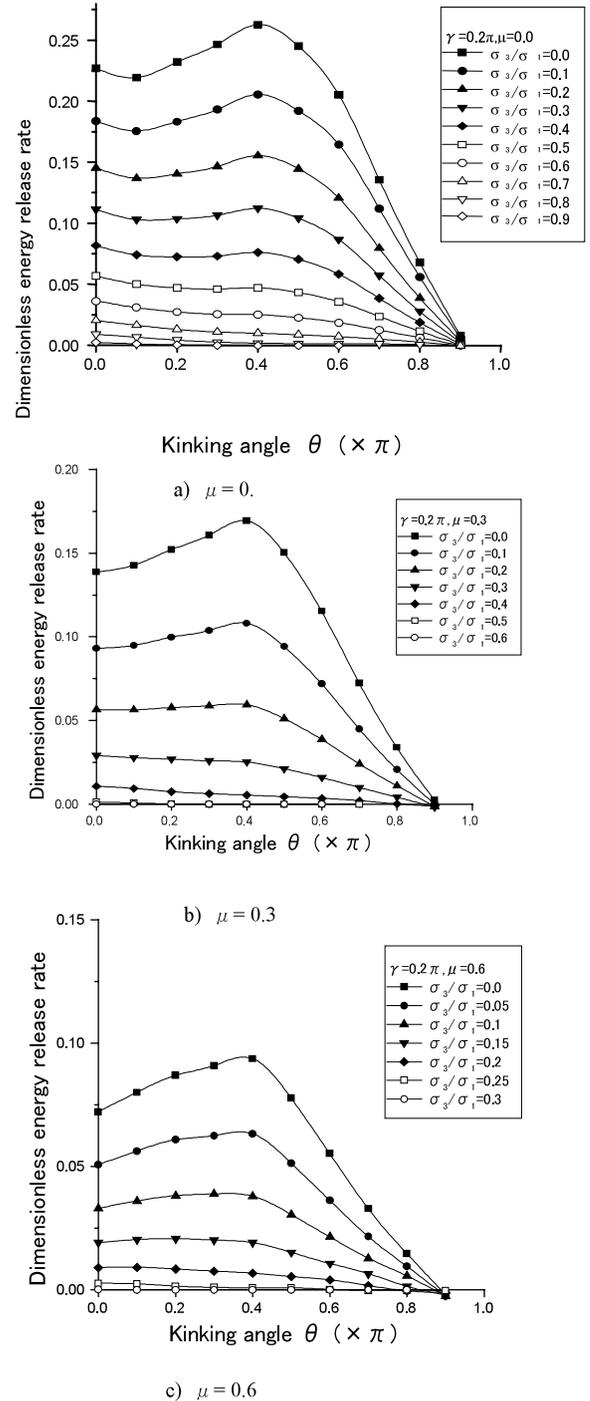


図 19. 無次元化されたエネルギー解放率と亀裂の折れ曲がり角度の関係

ここでは，この主応力比を適当な値ずつ変化させて計算した。図 19 の横軸は，折れ曲がり角度  $\theta$ ，縦軸

は、亀裂が折れ曲がる瞬間時のエネルギー解放率を、無限版中央に存在する長さ $2a$ の亀裂に垂直方向に、無限遠方より等分布引っ張り荷重 $\sigma_1$ を与えた場合の亀裂が直進する瞬間時のエネルギー解放率 $G_I=(1-\nu^2)\pi a\sigma_1^2/E$ で無次元化してある。図19のa)は、摩擦係数 $\mu=0$ の場合、b)は $\mu=0.3$ 、c)は、 $\mu=0.6$ の無次元化された折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率である。ここでも、最終的な $\sigma_1$ を $-1.0$  GPaとしたが、主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ が同じであれば、この $\sigma_1$ の絶対値を大きくすると折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の値はいくらでも大きくなるが、折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の折れ曲がり角度 $\theta$ に関する分布形状は変わらない。当然の事ではあるが、摩擦係数が大きくなると、また主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ が大きくなるほど(すなわち最終側圧が大きくなるほど)、亀裂面の滑り量が小さくなるから、無次元化された折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率は小さくなる。

前項で述べたように、摩擦係数 $\mu$ が、0, 0.3, 0.6の場合、主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ が、それぞれ、1, 約0.45, 約0.32以上になると、亀裂面は滑らず固着状態となるため、エネルギー解放率はゼロとなる。図20に、折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率が最大になる折れ曲がり角度と、主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ の関係を記した。

ここで、興味があるのは、どの摩擦係数においても、主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ が比較的小さい時は、折れ曲がり角 $\theta$ が、約 $0.4\pi(=72^\circ)$ で、折れ曲がり瞬間時のエネ

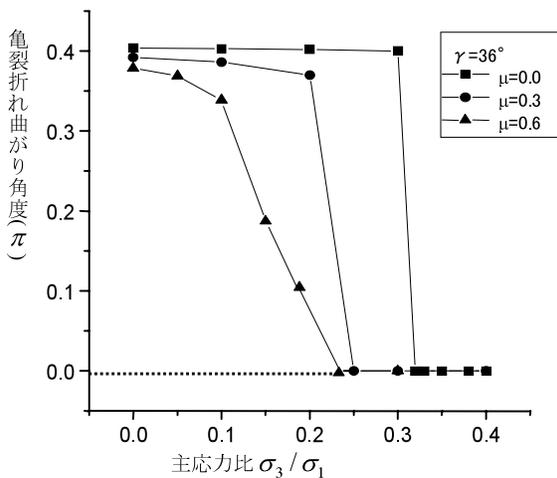


図20. エネルギー解放率による亀裂折れ曲がり角度と主応力比の関係

ルギー解放率は最大となっているが、ある程度、主応力比が大きくなると、急に折れ曲がり角 $\theta$ がゼロの時に最大値をとるようになることである。摩擦係数が、0と0.3の場合、特に突然的にそうなるのは、図19の曲線の最大値をとる主応力比より左の部分

が下に凸だからである。上記結果を、折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率と折れ曲がり角度 $\theta$ の観点から考察する。前項の結果から分かるように、比較的主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ が小さい時、すなわち側圧が小さい時は、周応力最大の方向、約 $\theta=72^\circ$ に非常に大きな引っ張り応力が存在している。したがって、この方向の引っ張り応力を解放する開口型の亀裂として進展する場合が最も歪エネルギー解放率が大きい。また、 $K_{II} < 0$ である場合、すなわち亀裂が滑る場合においては、元の亀裂方向 $\theta=0$ に非常に大きなせん断応力 $\tau_{r\theta}$ が存在する。したがって、このせん断応力を解放する $\theta=0$ の面内方向にせん断型の亀裂が進展する場合も比較的大きなエネルギー解放率となっているが、主応力比が小さい間は開口型の方が大きい。主応力比 $\sigma_3/\sigma_1$ が大きくなると、すなわち側圧 $\sigma_3$ が大きくなると、周応力最大方向の $K_{II}$ の絶対値が小さくなり亀裂面の滑り量が小さくなるだけでなく、側圧の影響で折れ曲がり亀裂の開口が抑えられてしまう。したがって、主応力比が大きくなると、亀裂の開口は小さくなり、開口型とせん断応力を解放するせん断型の場合と歪エネルギーの解放が同じ程度になる。さらに主応力比が大きくなると、亀裂の開口量がゼロとなるモードII型の面内せん断型のエネルギー解放率が最も大きくなる。

本結果で主応力比が大きくなると、すなわち側圧がある値以上になると、折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率は、せん断型が最大となることが分かった。しかし、この結果のみでは、せん断型の破壊の可能性が示せただけであり、実際それが存在するという結論は出来ない。エネルギー解放率最大方向基準によって、実際に亀裂がその方向に進展すると言えるのは、新しい単位面積の亀裂面を作るのに必要な表面エネルギー $G_C$ が、どんな複合モードによる破壊であってもその値が等しい時のみである。金属では、 $K_{IC}$ ないし $G_{IC}$ の測定法は確立されている。一方、岩石では、 $K_{IIC}, G_{IIC}$ でさえも実験方法によって大きく異なっている。ましてや $K_{IIIC}, G_{IIIC}$ にいたっては、室内実験に限っても、また実験と実際の断層からの測定によるものと比較した場合でも2桁以上も違う報告が数多い。その違いの主な理由は、室内実験でモードII状態にあったせん断亀裂を、その面内に進展させるのが難しいことにある。岩石においては、 $G_{IIC} \ll G_{IIIC}$ であることが予想できる。本解析において、側圧がある値以上になりエネルギー解放率がせん断型で最大となる時、摩擦がある場合は周応力最大の方向の折れ曲がり部分の亀裂は、ほとんど閉じてしまっている。すなわち、この両者の場合のエネルギー解放率の比 $G_{II}/G_I$ は非常に大きな値となっている。したがって、 $G_{IIC} \ll G_{IIIC}$ であっても、せん断破壊の存在が示唆できる。この存在を断言で

きるのは、岩石のモードⅠとモードⅡの複合モードの靱性破壊条件が精度良く実験によって確立されるまで待つほかはない。なお、本章では亀裂面がその面内に不安定伝播する $K, G$ の限界値を $K_c, G_c$ と定義したが、混合モードの場合も含め、亀裂面がその進展方向には関係なく、不安定伝播する $K, G$ の限界値を $K_c, G_c$ と定義される場合もある。工学的には、この値をもって脆性破壊条件と考えても有用ではあるが、亀裂進展方向に関しての議論が難しくなる。

## 5. おわりに

地震とは、地球内部の緩慢な運動により、地殻中の応力が蓄積され、これを解放するため、地殻内部の活断層が初期には準静的に運動していたものが、応力がある限界の達した時、急激に動的に伝播する現象である。したがって、この活断層を亀裂面とみなし、準静的進展かつ動的伝播をも考慮した破壊力学による、亀裂面の成長過程の研究は、地震の発生条件、前兆条件の解明や地震予知の物理的解明となる。

しかしながら、本章で議論したように、準静的進展に仮定したとしても、特に3次元問題となると、地殻内部にある断層面の成長過程の定量的解明はそれほど単純なことではない。2次元問題に限っても、「モードⅡ状態にあったせん断亀裂がその面内に成長可能か」という非常に基本的な問題さえも未解決問題である(4)。

この記事を書いている時、イランで大地震が起こり、3万人の死者がでたと報道された。完璧な地震予知は不可能であっても、可能な限り短期の地震発生予知の研究は急務である。

## 参考文献

- [1] 矢富盟祥, 鱸 洋一, “圧縮荷重下にある進展き裂のE積分によるエネルギー解放率の有限要素法解析”, 土木学会論文集, No.612, I-46, pp.251-263, 1999.
- [2] 例えば, J.C.Jaeger, N.G.W.Cook, “Fundamental of Rock Mechanics”, Methue Co.Ltd, 1969.
- [3] 島崎邦彦, 松田時彦, “地震と活断層”, 東京大学出版会, 1994.
- [4] C.H.ショルツ, “地震と断層の力学”, 柳谷 俊訳, 古今書院, 1993.
- [5] 鱸 洋一, 矢富盟祥, “圧縮荷重下におけるモードⅡ型き裂進展に関する力学的考察”, 応用力学論文集, Vol.3, pp.25-35, 2000.
- [6] S.Nemat-Nasser, H.Horii, “Compression-Induced Nonplanar Crack Extension With Application to Splitting, Exfoliation, And Rockburst”, Journal of Geophysical Research, Vol.87, pp. 6805-6821, 1982.