

土木構造物の維持管理計画における
ゲーム理論の適用に関する研究

喜 多 敏 春

平成26年1月

博士論文

土木構造物の維持管理計画における ゲーム理論の適用に関する研究

金沢大学大学院自然科学研究科
環境科学専攻
環境計画講座

学 籍 番 号 0823142407

氏 名 喜多 敏春

主任指導教員名 近田 康夫

目次

第1章 緒論	1
1.1 はじめに	1
1.2 現在の維持管理計画について	7
1.2.1 長寿命化計画	7
1.2.2 耐震補強計画	10
1.3 本研究の目的	11
1.3.1 維持管理（長寿命化）計画におけるゲーム理論の適用	11
1.3.2 耐震補強計画におけるゲーム理論の適用	11
1.4 既往研究	13
1.4.1 工学分野におけるゲーム理論の適用に関する主な既往研究	13
1.4.2 橋梁における維持管理計画に関する主な既往研究	13
1.4.3 維持管理における道路ネットワークを考慮した道路構造物の信頼性 に関する主な既往研究	17
1.5 本論文の構成	20
参考文献	21
第2章 ゲーム理論の概要	22
2.1 ゲーム理論の種類	22
2.2 非協力ゲーム理論について	23
2.2.1 囚人のジレンマゲーム（非定和ゲーム）	23
2.2.2 ナッシュ均衡	23
2.2.3 2人ゼロ和ゲーム（定和ゲーム）	27
2.2.4 2人ゼロ和ゲームにおけるマックスミニ戦略とミニマックス戦略	28
2.2.5 展開形ゲーム	30
2.2.6 非協力ゲームのまとめ	31
2.3 協力ゲーム理論について	32
2.3.1 ナッシュ交渉解	32
2.3.2 コア	35
2.3.3 仁	37
2.3.4 シャープレイ値	39
2.3.5 協力ゲーム理論のまとめ	41
参考文献	42

第3章	協力ゲーム理論（ナッシュ交渉解）と効用関数	43
3.1	利得と効用	43
3.2	効用理論と効用関数	43
3.2.1	効用理論	43
3.2.2	効用関数	44
3.2.3	効用関数とリスク回避度	44
3.2.4	多属性効用関数	46
	参考文献	49
第4章	橋梁維持管理計画（劣化補修計画）におけるゲーム理論の適用	50
4.1	はじめに	50
4.2	ナッシュ交渉解のモデル	52
4.3	効用関数の設定	54
4.4	ナッシュ交渉解による数値計算例	56
4.4.1	ナッシュ交渉解による計算フローチャート	56
4.4.2	補修対象橋梁の諸元	57
4.4.3	予算制約と本モデルのナッシュ交渉解	60
4.4.4	前倒しおよび先送りの範囲の設定	60
4.4.5	遺伝的アルゴリズム (GA) の遺伝子配列および計算手法	61
4.4.6	GA による計算例結果	66
4.4.7	総和の最大化とナッシュ積の最大化の特徴	69
4.5	効用関数の凹型および凸型による重要度づけ	70
4.5.1	効用関数の正一次変換	70
4.5.2	効用関数の凹型および凸型による重要度づけ	72
4.5.3	凹型効用関数による重要度づけによる計算例	73
4.5.4	凸型効用関数による重要度づけによる計算例	74
4.5.5	凹型効用関数による特殊な計算例	75
4.6	補修計画期間の終点側端部評価の提案	76
4.6.1	補修計画期間の終点側端部評価の方法	77
4.6.2	提案の方法による計算結果	77
4.7	まとめ	79
	参考文献	80
第5章	道路ネットワークを考慮した道路構造物耐震補強の優先順位設定へのゲーム理論の適用	81
5.1	はじめに	81
5.2	道路ネットワークモデルの設定	81
5.3	効用関数の設定	82
5.4	優先順位決定のための戦略の設定	84
5.4.1	戦略1（各構造物がプレイヤー）	84
5.4.2	戦略2（各リンクがプレイヤー）	84
5.4.3	戦略3（戦略1と戦略2の併用戦略）	85

5.5	各戦略の優先順位の計算結果	86
5.5.1	戦略1による優先順位の計算結果	87
5.5.2	戦略2による優先順位の計算結果	88
5.5.3	戦略3による優先順位の計算結果	89
5.6	多属性効用関数による構造物の優先順位の重み付け	90
5.6.1	多属性関数の設定	90
5.6.2	多属性関数に優先順位の計算結果	91
5.7	路線の交通量最大フローを同時に考慮した優先順位	92
5.7.1	最大フローを加えた優先順位の設定方法	93
5.7.2	最大フローを加えた優先順位の設定の計算方法	93
5.7.3	遺伝的アルゴリズム (GA) の遺伝子配列および計算手法	95
5.7.4	計算結果	98
5.8	まとめ	101
	参考文献	102
第6章	結論	103
6.1	本論文のまとめ	103
6.2	今後の課題と展望	104
	参考文献	106
	謝 辞	107

第1章 緒 論

1.1 はじめに

我が国では、戦後の高度経済成長期に社会資本（道路、橋梁、トンネル、河川、空港港湾等）の整備が大量に行われており、建設から50年以上経つものも多く、それらの公共施設の老朽化が安心して安全な社会の構築に対して大きな問題になっている。2012年12月の中央自動車道笹子トンネルの天井板崩落事故（9名死亡，重軽傷2名）や，米国の2007年8月ミネアポリス高速道路ミシシッピ川橋崩落事故（13名死亡，145名の負傷者）等の老朽化が原因の事故も顕在化し始めている。一方，少子高齢化等が一因で社会補償費の急激な増大により，国の財政が逼迫し，公共投資余力が年々減少してきている¹⁾。そのため，今後増大する社会資本の老朽化対策のための維持管理や更新を，効率的・効果的に行うことが重要になる。

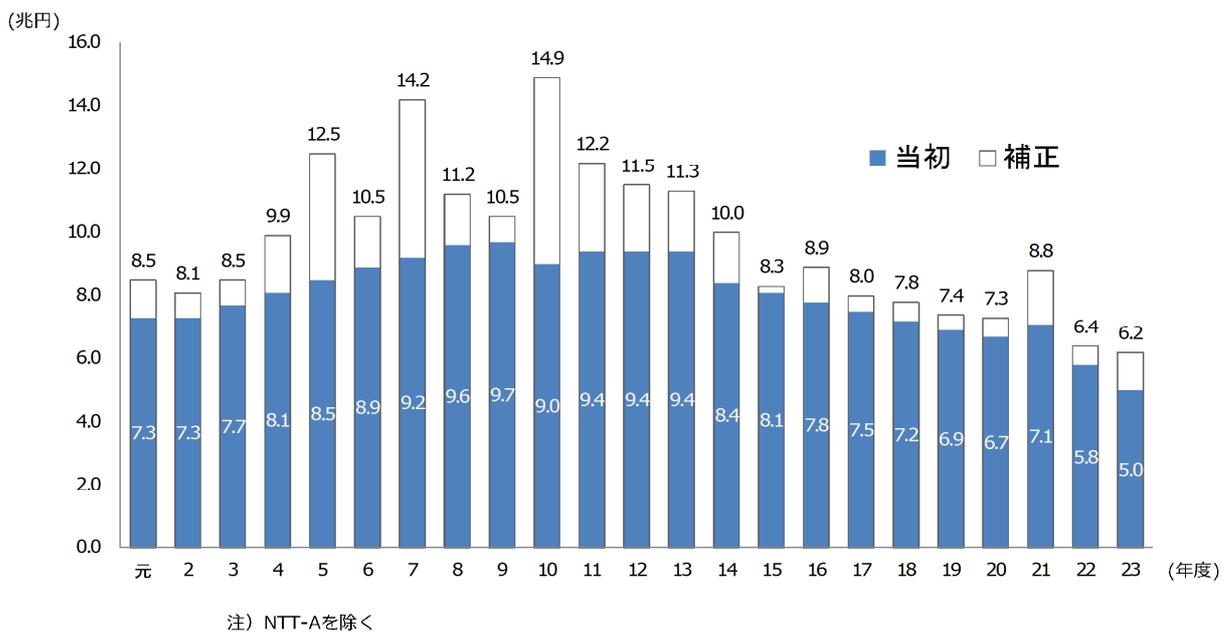


図-1.1 公共事業関係費の推移¹⁾

図-1.1 で示すように，国の公共事業関係費は平成10年度をピークに減少しつづけ，平成23年度では平成10年度の40%程度となっている。平成24年度の公共事業関係は当初予算（4.6兆円）に対し，国土強靱化の名のもとに多大な補正予算（3.2兆円）により，公共施設の老朽化対策に重点を置き始めた。しかし，国の借金が1000兆円を超え，財政が健全とは言えない状態が続いている。そのため，公共施設の老朽化対策は，予防保全を基

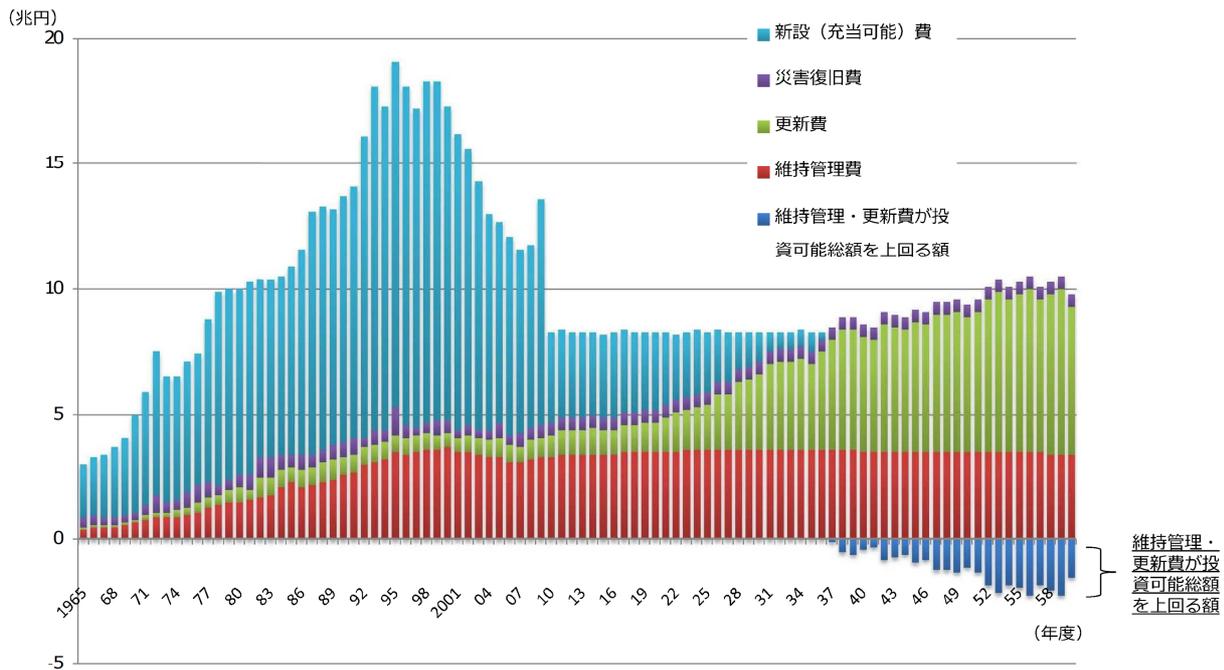


図-1.2 維持管理・更新費の推計（従来通りの維持管理・更新をした場合）³⁾

本とした計画的な維持管理を行い、公共施設の長寿命化を図ることで費用の最小化を目的とすることが重要となる。

図-1.2 に示すように、従来の維持管理・更新をつづけた場合には、2037 年頃から事業費が不足することになる。今後、すべての自治体が、さらなる効率的な予防保全による維持管理を確実に実施し、逐次行う点検により長寿命化計画の見直しを積極的に進め、年度毎に極端な予算の変動の少ない、より現実に即応（予算の平準化）した維持管理を進め、財源不足にならないような維持管理・更新計画とすることが必要となる。

長寿命化修繕計画に基づく修繕実施状況は、平成 25 年 4 月時点で要修繕橋梁 68,800 橋のうち 10,042 橋で実施済み（実施率 15%）にとどまっている。その内訳は、

都道府県・政令市：要修繕橋梁 31,840 橋のうち、修繕実施済橋梁 8,291 橋（26%）

市町村道：要修繕橋梁 36,960 橋のうち、修繕実施済橋梁 1,751 橋（5%）

であり、特に市町村道の実施率が低い²⁾。これは、市町村の財政が厳しことが理由であると考えられる。また、ライフサイクルコスト（Life cycle cost, 以後 LCC）が最小となる長寿命化修繕計画を立てた場合に年度毎の予算の変動幅が大きくなることが多く、計画を立てたとしても、予算の確保ができず、修繕の先送りが生じている可能性が高いと考えられる。市町村の厳しい財政状況に配慮した予算の平準化を考慮して、LCC が最小となる長寿命化修繕計画に最も近い最適な修繕の前倒しや先送り計画を立てることが現実には必要となっている。また、修繕と定期的な点検を繰り返しながら、厳しい財政状況に配慮した長寿命化修繕計画の PDCA（P：計画，D：実行，C：評価，A：改善）サイクルを回し、現実に即応した計画の見直しを確実行い、早期の修繕実施を目指すことも重要である。

表-1.1 日本付近で発生した主な被害地震（平成 18 年～平成 25 年）⁴⁾

発生年月日	規模	震央地名 地震名	人的被害	最大 震度	津波 m
平成 19 年 3 月 25 日	6.9	能登半島沖 平成 19 年能登半島地震	死 1 負 356	6 強	0.22
平成 19 年 7 月 16 日	6.8	新潟県上中越沖 平成 19 年新潟県中越沖地震	死 15 負 2,346	6 強	0.32
平成 20 年 6 月 14 日	7.2	岩手県内陸南部 平成 20 年岩手宮城内陸地震	死 17 不明 6 負 426	6 強	
平成 20 年 7 月 24 日	6.8	岩手県沿岸北部	死 1 負 211	6 弱	
平成 21 年 8 月 11 日	6.5	駿河湾	死 1 負 319	6 弱	0.36
平成 23 年 3 月 11 日	9.0	三陸沖 平成 23 年東北地方太平洋沖 地震	死 18,493 不明 2,683 負 6,217	7	9.3 以上
平成 23 年 3 月 12 日	6.7	長野県新潟県県境付近	死 3 負 57	6 強	
平成 23 年 3 月 15 日	6.4	静岡県東部	負 75	6 強	
平成 23 年 4 月 7 日	7.2	宮城県沖	死 4 負 296	6 強	
平成 23 年 4 月 11 日	7.0	福島県浜通り	死 4 負 10	6 弱	
平成 23 年 4 月 12 日	6.4	福島県中通り	負 1	6 弱	
平成 25 年 4 月 13 日	6.3	淡路島付近	負 35	6 弱	

規模はマグニチュードを示す。死は死者数，負は負傷者数を示す。

一方，土木構造物の大規模地震による維持管理も重要な課題である。表-1.1，図-1.3 に示すように，平成 18 年 1 月から平成 25 年 4 月までに，震度 6 弱以上の地震が 12 回も発生している。特に，平成 23 年 3 月 11 日の東北地方太平洋沖地震（以下，東日本大震災）はマグニチュード 9.0，震度 7 の最大規模の地震で，甚大な被害となった。

石川県内でも，平成 19 年 3 月 25 日に発生した能登半島地震では，緊急輸送道路である能登有料道路で，谷地形を埋めた高盛土区間の多くが崩壊し復旧に数ヶ月を要し，緊急物資の輸送に大きな支障となった。

東日本大震災でも，交通網が寸断され，人命救助・救援物資等の輸送や復旧作業のため，輸送路確保が最優先に行われた。ここでも，災害時の輸送路確保の重要性が再認識された。

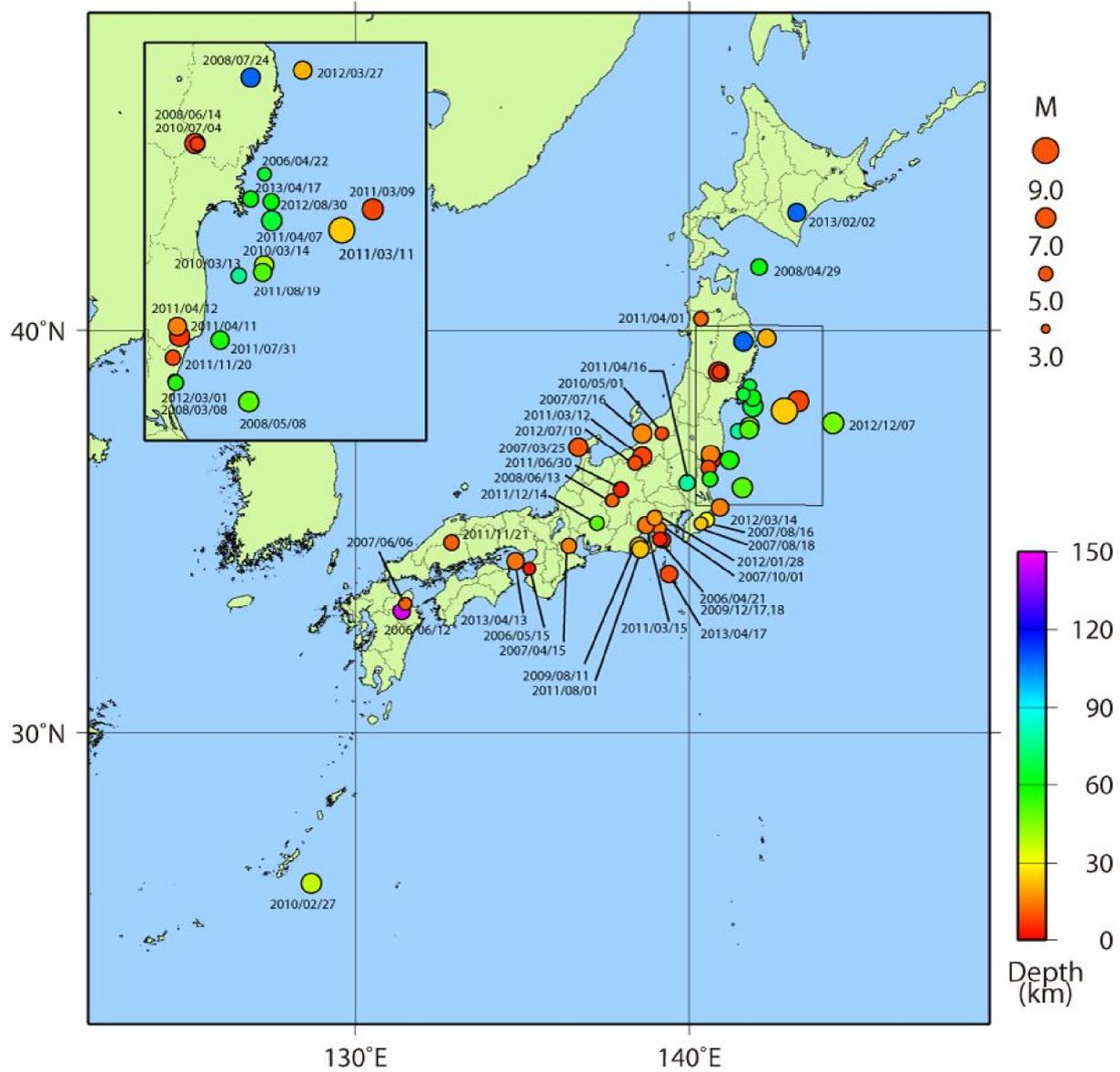


図-1.3 日本で発生した主な被害地震の震央分布（平成 18 年～平成 25 年 4 月）⁴⁾

また、震度6強以上の巨大地震である東海地震や東南海・南海地震は、いつ発生してもおかしくないとみられている。一方、内陸部の活断層による直下型地震の発生も懸念されている。石川県内においても森本富樫断層帯の30年以内の発生確率は0～6%・地震規模はM7.2、邑知潟断層帯の30年以内の発生確率は2%・地震規模はM7.6⁵⁾と推定されている(図-1.4を参照)。

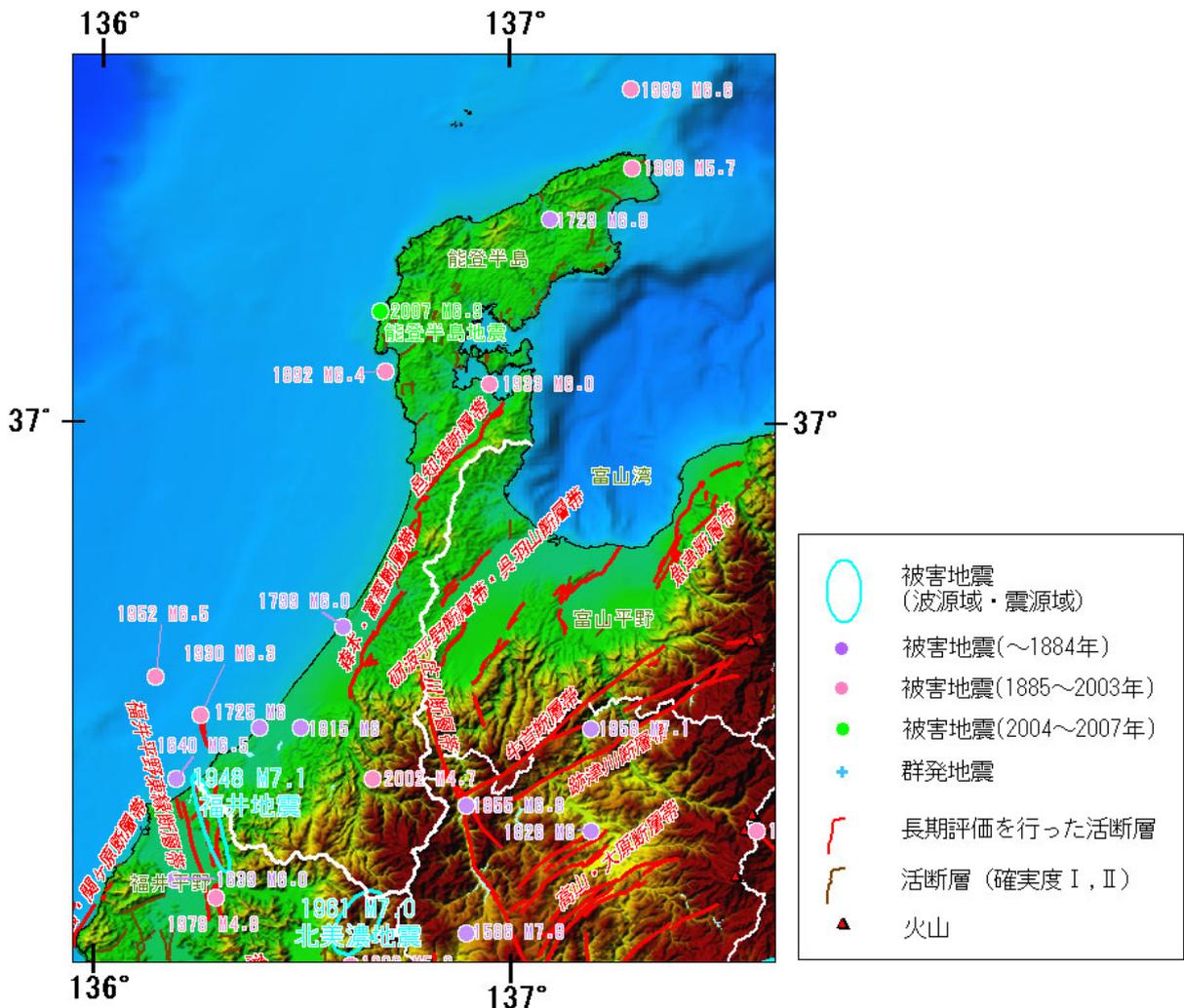


図-1.4 石川県とその周辺の主な被害地震と活断層⁵⁾

こう言った中、土木構造物の耐震性確保は急がれており、国土交通省の施策として平成17年度から平成19年度に「緊急輸送道路の橋梁耐震補強3箇年プログラム」⁶⁾を実施したが、昭和55年道路橋示方書よりも古い基準を適用した橋を対象とした耐震補強であり、柱部の段落し配筋部の補強と落橋防止システムの設置に止どまり東日本大震災のようなレベル2地震動(橋の供用期間中に発生する確率は低い、大きな強度をもつ地震動)⁷⁾対応の耐震補強となっていないものが多くある。特に、河川を横過する橋梁の橋脚柱基部の補強が上部工による上空制限下の水中施工となるため、施工が難しく費用がかかるため、耐震補強が後回しになっているのが現状である。また、兵庫県南部地震(以下、阪神淡路大震災:震度7)を踏まえた平成8年12月の道路橋示方書⁸⁾の改定からレベル2地震動に

対して必要な耐力を満たす規定が追加されたが、それ以前の、道路橋示方書ではレベル1地震動（橋の供用期間中に発生する確率が高い地震動）に対して必要な耐力を満たす規定であった（大正12年の関東地震（関東大震災：震度6）のような希に起こる大きな地震に対しても落橋などが生じないことを目標とする）¹³⁾。

比較的近い将来に、レベル2地震動クラスの大地震が想定されている中⁵⁾、人命救助と救援物資等の輸送や復旧作業のための輸送路を確保しておくため、国の財政状態が厳しい中、効率的・効果的に道路のネットワークを考慮した土木構造物（橋梁や高盛土など）全体を同じレベルの地震動に耐えられる補強を行っていかなくてはならない。

1.2 現在の維持管理計画について

1.2.1 長寿命化計画

現在計画されている長寿命化計画について、橋梁を例にしたの全体計画フローを、図-1.5に示す。

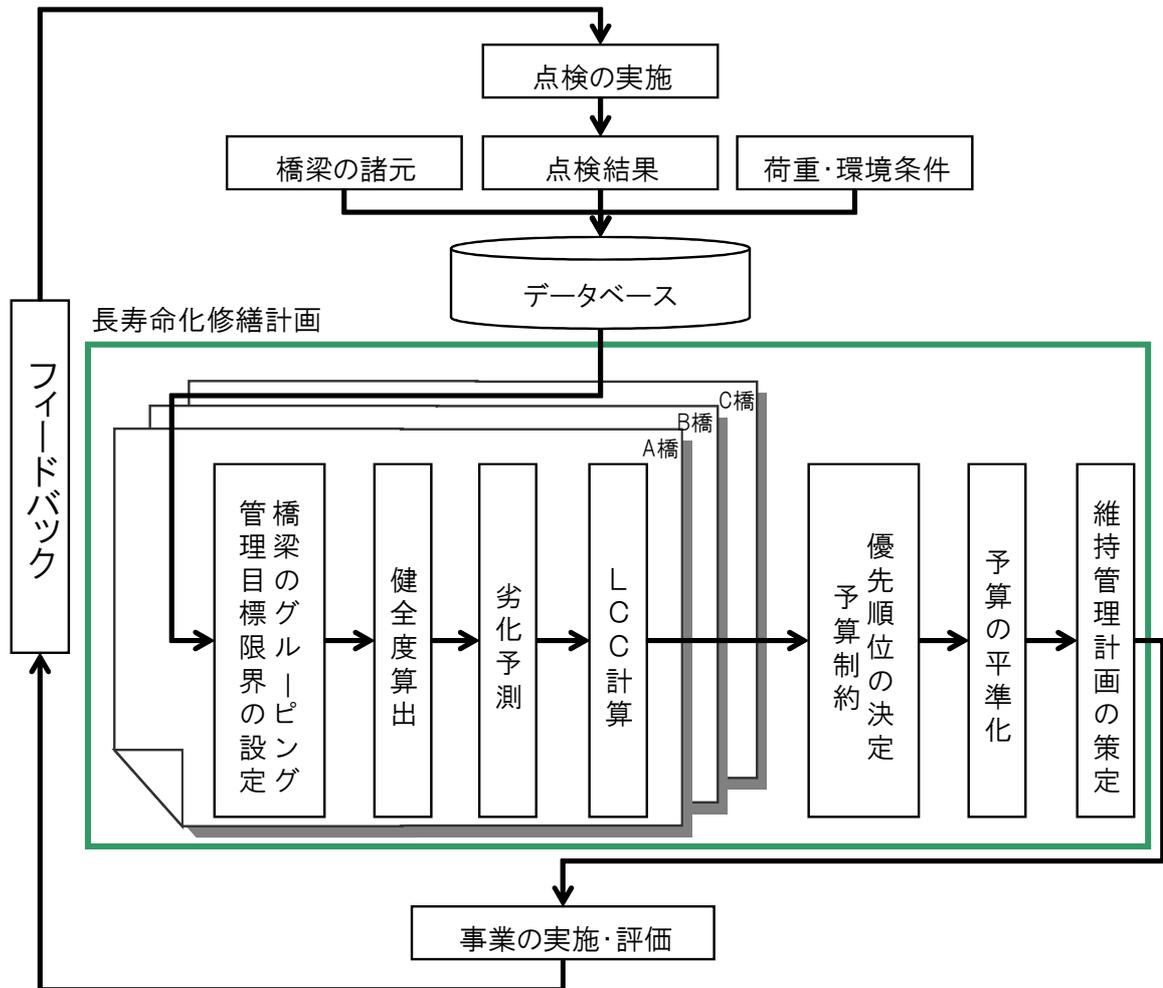


図-1.5 橋梁の維持管理計画フロー図⁽⁹⁾を加筆)

現在、土木構造物（橋梁など）は、図-1.6に示す予防保全を前提とした維持管理計画を行い、安全性を確保しつつ既設構造物の寿命を伸ばし、財政的な負担を低減するためにLCCが最小になるような長寿命化計画を立案し、それに基づいて補修を行っている。

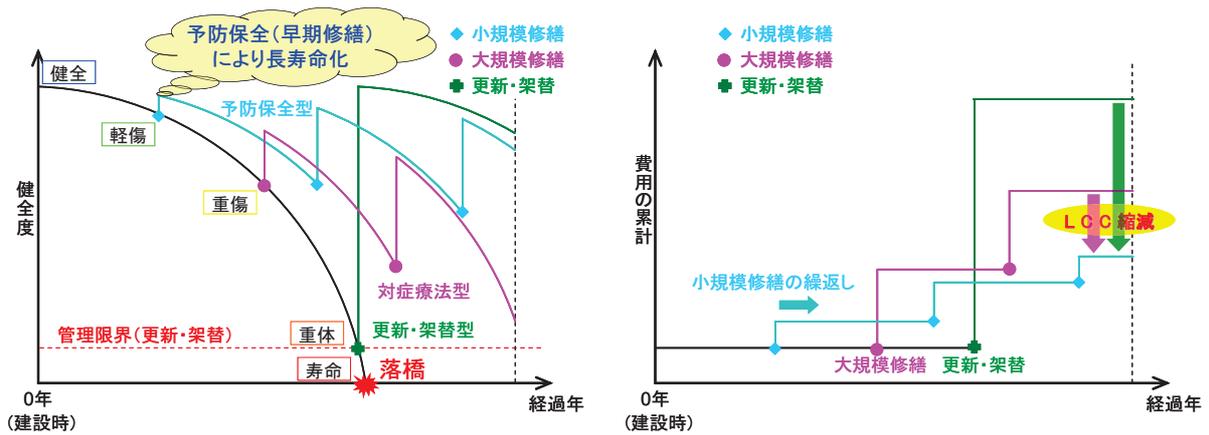


図-1.6 対症療法型維持管理と予防保全型維持管理のイメージ図¹⁰⁾

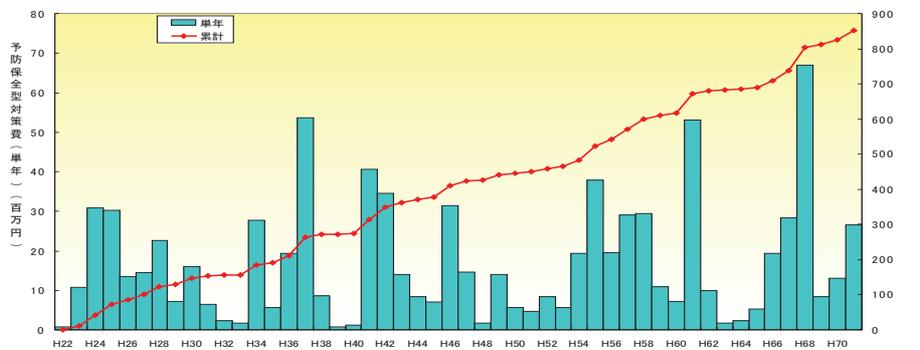


図-1.7 平準化前の補修予算イメージ図¹¹⁾

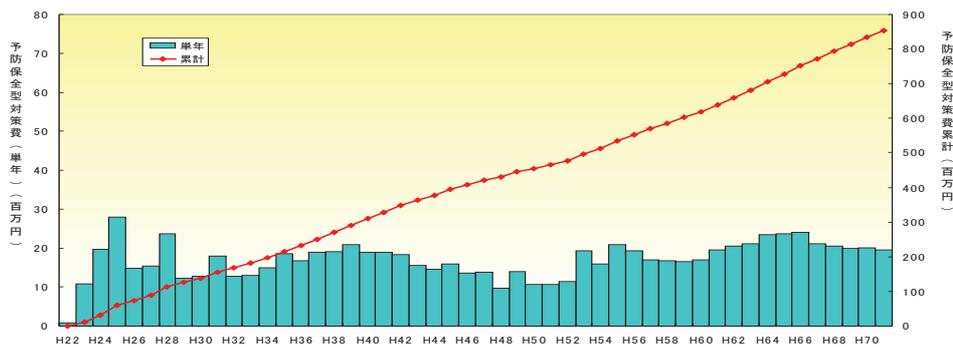


図-1.8 平準化後の補修予算イメージ図¹¹⁾

特に、市町村は財政が逼迫しているため、LCCが最小となる時期に補修が重なることにより、ある年度に大きな予算を確保することが難しいため、図-1.7、図-1.8に示すように、安全性を確保しつつ、補修の前倒しや先送りをし予算の平準化をせざるを得ない状況となっている。

また、橋梁は、平成24年度末において、市町村の補修の必要な橋梁のうち実際に補修されている橋梁は、15%にとどまっているのが現状である(表-1.2)。

表-1.2 長寿命化計画に基づく修繕状況実施状況（H24.5時点）¹²⁾

都道府県名	都道府県・政令市			市区町村			合計		
	①要修繕橋梁数	②修繕実施済橋梁数	②/①修繕実施率	①要修繕橋梁数	②修繕実施済橋梁数	②/①修繕実施率	①要修繕橋梁数	②修繕実施済橋梁数	②/①修繕実施率
北海道	2,876	400	13.9%	1,674	59	3.5%	4,550	459	10.1%
青森県	518	236	45.6%	573	22	3.8%	1,091	258	23.6%
岩手県	548	223	40.7%	1,276	26	2.0%	1,824	249	13.7%
宮城県	839	60	7.2%	150	19	12.7%	989	79	8.0%
秋田県	1,024	230	22.5%	1,007	50	5.0%	2,031	280	13.8%
山形県	816	542	66.4%	675	25	3.7%	1,491	567	38.0%
福島県	1,170	371	31.7%	1,172	26	2.2%	2,342	397	17.0%
茨城県	447	131	29.3%	331	3	0.9%	778	134	17.2%
栃木県	488	53	10.9%	804	22	2.7%	1,292	75	5.8%
群馬県	957	156	16.3%	1,424	16	1.1%	2,381	172	7.2%
埼玉県	373	119	31.9%	452	12	2.7%	825	131	15.9%
千葉県	684	131	19.2%	741	24	3.2%	1,425	155	10.9%
東京都	671	341	50.8%	1,002	60	6.0%	1,673	401	24.0%
神奈川県	953	121	12.7%	266	5	1.9%	1,219	126	10.3%
山梨県	716	420	58.7%	759	60	7.9%	1,475	480	32.5%
長野県	1,527	210	13.8%	1,217	95	7.8%	2,744	305	11.1%
新潟県	1,160	557	48.0%	949	21	2.2%	2,109	578	27.4%
富山県	260	64	24.6%	367	7	1.9%	627	71	11.3%
石川県	727	116	16.0%	865	90	10.4%	1,592	206	12.9%
岐阜県	600	373	62.2%	1,339	156	11.7%	1,939	529	27.3%
静岡県	261	113	43.3%	1,253	33	2.6%	1,514	146	9.6%
愛知県	1,126	191	17.0%	1,217	70	5.8%	2,343	261	11.1%
三重県	1,346	73	5.4%	1,151	19	1.7%	2,497	92	3.7%
福井県	816	146	17.9%	283	28	9.9%	1,099	174	15.8%
滋賀県	203	7	3.4%	431	4	0.9%	634	11	1.7%
京都府	445	76	17.1%	538	26	4.8%	983	102	10.4%
大阪府	721	297	41.2%	360	32	8.9%	1,081	329	30.4%
兵庫県	547	275	50.3%	1,064	52	4.9%	1,611	327	20.3%
奈良県	225	41	18.2%	522	12	2.3%	747	53	7.1%
和歌山県	172	75	43.6%	593	34	5.7%	765	109	14.2%
鳥取県	344	183	53.2%	471	32	6.8%	815	215	26.4%
島根県	758	239	31.5%	764	6	0.8%	1,522	245	16.1%
岡山県	335	152	45.4%	796	51	6.4%	1,131	203	17.9%
広島県	1,916	219	11.4%	1,888	32	1.7%	3,804	251	6.6%
山口県	373	46	12.3%	750	17	2.3%	1,123	63	5.6%
徳島県	260	138	53.1%	942	86	9.1%	1,202	224	18.6%
香川県	406	20	4.9%	557	14	2.5%	963	34	3.5%
愛媛県	304	98	32.2%	914	119	13.0%	1,218	217	17.8%
高知県	171	39	22.8%	709	6	0.8%	880	45	5.1%
福岡県	880	283	32.2%	382	12	3.1%	1,262	295	23.4%
佐賀県	366	83	22.7%	502	8	1.6%	868	91	10.5%
長崎県	163	107	65.6%	275	70	25.5%	438	177	40.4%
熊本県	875	174	19.9%	1,003	77	7.7%	1,878	251	13.4%
大分県	143	66	46.2%	874	21	2.4%	1,017	87	8.6%
宮崎県	418	93	22.2%	478	19	4.0%	896	112	12.5%
鹿児島県	567	175	30.9%	951	24	2.5%	1,518	199	13.1%
沖縄県	345	28	8.1%	249	49	19.7%	594	77	13.0%
合計	31,840	8,291	26%	36,960	1,751	5%	68,800	10,042	15%

【修繕実施済橋梁数】

現在運用中の長寿命化修繕計画に修繕等の予定を位置づけ、H25.4までに修繕等を完了または実施中の橋梁数

【要修繕橋梁数】

現在運用中の長寿命化修繕計画において、H25.4時点で修繕等を予定している（計画に位置づけている）橋梁数

○橋長15m以上の橋梁を対象として集計

○岩手県陸前高田市、福島県広野町、檜葉町、富岡町、川内村、大熊町、双葉町、浪江町、葛尾村、飯舘村は調査実施困難なため、要修繕橋梁数及び修繕実施橋梁数は対象から除く。

1.2.2 耐震補強計画

阪神淡路大震災までの最新の橋梁の耐震基準は、レベル1地震動まで耐えられる基準¹³⁾であった。阪神淡路大震災で橋梁の倒壊、落橋や大規模な損傷が多く見られたため、大規模地震に耐えられるように道路示方書が見直され、レベル2地震動⁸⁾まで耐えられる橋梁構造とすることになった。レベル2地震動には2つのタイプがあり、プレート境界型大規模地震のタイプIと内陸直下型大規模地震のタイプII両方の地震動を考慮した耐震設計が必要となった。さらに、プレート型境界型(タイプI)の地震であった東日本大震災では従来の基準の震度を大きく超えていたため、タイプIの基準水平震度を従来の2倍とした⁷⁾。

また、擁壁や盛土やボックスカルバートなどの中でも重要(復旧が困難なもの、2次災害の恐れがあるものなど)な道路構造物も、今まではレベル1地震動を対象に設計していたが、近年ようやくレベル2地震動まで耐えられる構造とすることになった¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾。

橋梁や高盛土などのレベル2地震動までの耐震補強は、まだまだ進んでおらず、特に、橋梁以外の道路構造物の耐震補強が遅れているのが現状である。今後、想定される大規模地震に耐えられるように、道路を構成する土木構造物の耐震補強と道路のネットワークを同時に考慮し、現在の耐震基準を満足するような、効率的・効果的な耐震補強計画が必要である。

1.3 本研究の目的

1.3.1 維持管理（長寿命化）計画におけるゲーム理論の適用

土木構造物（橋梁など）をLCCが最小となる補修時期に、予算の都合上（市町村などでは予算の極端な増加などの極端な変動に対応できないため）すべてを補修できない場合が生じる。そのため、補修時期の前倒しや先送りを行い予算を平準化することが必要となる。また、市町村などの各地方自治体が管理する対象橋梁群や補修を必要とする各橋梁を構成する構造部位は膨大な数となる。そのような条件の中、平準化された予算（決められた予算）の中で、当初のLCCが最小となる橋梁の補修時期からの前倒しや先送りが最小（最適）となる補修時期の組合せを見つける必要がある。その場合、ある橋梁の健全度が極端に下がるような大幅な補修の先送りをしたり、必要以上に前倒しをして橋梁群全体の健全度などの平均的な評価値は管理目標値を満足している可能性がある。

また、既往の論文では、平準化のための補修時期の組合せは、対象橋梁群全体についての目的関数で検討を行っており、個々の橋梁がバランスよく、前倒しや先送りが行われているかを検証していない。

よって、本研究では、個々の対象橋梁と対象橋梁群全体の健全度などの評価値を同時に考慮し、当初のLCCが最小となる補修時期の組合せに対し、前倒しや先送りが最小となる最適な補修時期の組合せ（個々の橋梁の当初の補修時期の組合せに最も近い）を求め手法として、個々の対象橋梁（対象構造部位）をプレイヤーと考え、お互いが協力しパレート最適解を求める経済学のゲーム理論であるナッシュ交渉解により、その最適な組合せを求める手法とその有効性を示すことを目的とする。

1.3.2 耐震補強計画におけるゲーム理論の適用

土木構造物（橋梁、高盛土など）は、緊急輸送道路を中心に耐震補強⁶⁾を行ってきたが、道路網全体のネットワークの信頼性や交通量の確保という観点で、論理的に耐震補強の優先順位を決めていないと考えられる。重要度の高い路線（緊急輸送道路）の耐震性の低い構造物を管理者の判断で順次耐震補強を行っているのが現状である。道路ネットワーク全体の信頼性がより高まるように優先順位をつけ合理的に耐震補強を行うことが必要である。

また、構造物の種類ごとに、耐震補強の優先順位をつけるのではなく、対象とする道路のネットワークの中にある土木構造物全体を対象として優先順位をつけ、道路ネットワークとしての信頼性を確保する必要がある。また、種々の土木構造物の中で、被災したときの復旧の難易度を考慮した重要度も優先順位を決定する上で必要となる。さらに、道路ネットワークを構成する路線の交通容量（最大フロー）についても優先順位を決定する上では重要な要素である。

既往の論文では、種々の土木構造物の耐震性能（レベル2地震動対応）と道路ネットワークの信頼性を同時に考慮した耐震補強の優先順位の設定した研究がない。

よって、本研究では、道路のネットワークを構成する路線、リンクや各構造物をプレイヤーと考え、各構造物の確保すべき耐震性能を効用関数で表現し、多属性効用関数により構造物の重要度を考慮し、交通容量（最大フロー）も考慮し、各プレイヤーが協力して最

適解を求めるゲーム理論（ナッシュ交渉解）を適用し，種々の戦略ごとに耐震補強の優先順位を決定する手法についての有効性を示すことを目的とする．

1.4 既往研究

土木構造物の維持管理計画や耐震補強計画にゲーム理論を適用した研究は、過去にはない。機械工学に関し適用研究があり、ゲーム理論の協力ゲーム理論のひとつであるナッシュ交渉解や、非協力ゲーム理論のゼロ和2人ゲームを適用したものがある。橋梁などの維持管理計画に関する研究や、予算の平準化の最適化に関する研究は多く発表されている。また、道路のネットワークの地震時の信頼性や、それに基づいた補修・補強の優先順位の最適化に関する研究も多く出されている。しかし、これらの研究は、維持管理計画の対象橋梁群全体だけの評価値の最大化を最適解としていたり、道路ネットワーク全体だけの地震時の信頼度の最大化を最適解としていることが多く、維持管理計画における個々の橋梁や道路ネットワークにおける各構造物、各路線や各リンクなど個々についての評価値の最大化も同時に評価していないものがほとんどである。

1.4.1 工学分野におけるゲーム理論の適用に関する主な既往研究

中本ら¹⁷⁾は、協力ゲーム理論のナッシュ交渉解を用い機械のフィードバック制御のひとつであるPID制御コントローラの比例ゲイン K_p 、積分ゲイン K_i 、微分ゲイン K_d をプレイヤーと考え各ゲインのナッシュ交渉解を求めPID制御コントローラの最適設計の研究を行っている。

また、佐藤ら¹⁸⁾は非協力ゲーム理論のゼロ和2人ゲームにより、鋼製フレーム構造の変位量を最小にすることをミニマックス定理により、ナッシュ均衡を求め、構造全体の重量が最小とするなどの最適設計の研究を行っている。

1.4.2 橋梁における維持管理計画に関する主な既往研究

近田ら¹⁹⁾は、43橋の137補修部位に対し重要度係数による橋梁群全体の評価値と足場工の供用を含めた補修予算を考慮した目的関数の最大化をGAにより求め、補修時期の最適化を試みている。

中村ら²⁰⁾は1橋を対象に、予定供用年数内において、主桁は10種類、床版は9種類の補修工法の組合せの中から経済性と品質（健全度）を目的関数として最適工法を選定を遺伝的アルゴリズム（GA）と免疫アルゴリズム（IA）により求め、最適化の検証を行っている。

古田ら²¹⁾は6部位10橋からなる橋梁群全体の性能（健全度）と維持管理費用最小化を目的関数とし、補修工法と補修時期の最適な組合せを100年間の維持管理期間についてGAにより求めることを試みている。

宮田ら²²⁾は4橋を対象に、塩害による劣化が次ステージに移行しない範囲で、予算制約の中、施工猶予を考慮して橋梁群全体のLCCが最小になる最適な補修時期を求めることを試みている。

近田ら²³⁾は204橋を対象に、劣化予測が確定的に与えられた場合を想定して、橋梁群全体を対象にした目的関数（年度費用の最大最小差と標準偏差）により、年度ごとの補修費用の均等化（平準化）を考慮したGAによる最適化を試みている。GAでの計算による平

準化のための目的関数は、式(1.1)であり、計算結果は、図-1.9と図-1.10に示す(204橋について各橋梁8項目の補修部位を対象とし、最も均等化の解が進んだ $\alpha = 0.3$ の場合が図-1.10である。)

$$Fa = \alpha \frac{\min GAP[1]}{GAP_{i,j}} + (1 - \alpha) \frac{\min StdDev[1]}{StdDev_{i,j}} \implies \max \quad (1.1)$$

i : 世代数

j : 個体番号

α : 係数

$\min GAP[1]$: 年度費用の最大最小の差額値

$GAP_{i,j}$: エリート個体 j の、最大最小の差額

$\min StdDev[1]$: 初期世代における、標準偏差の最小値

$StdDev_{i,j}$: エリート個体 j の、標準偏差の最小値

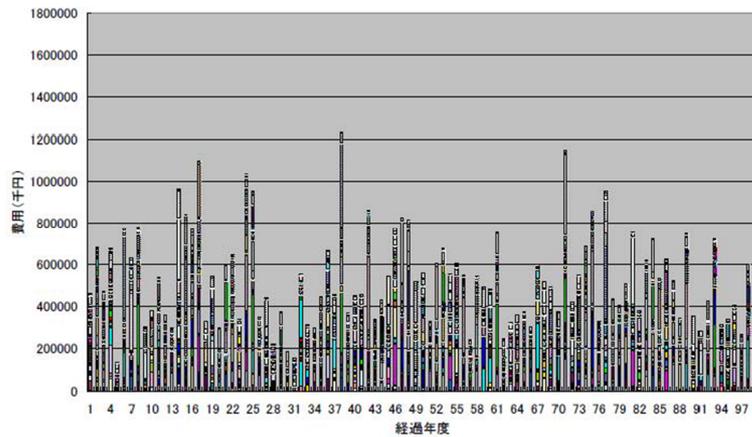


図-1.9 平準化前の補修計画²³⁾

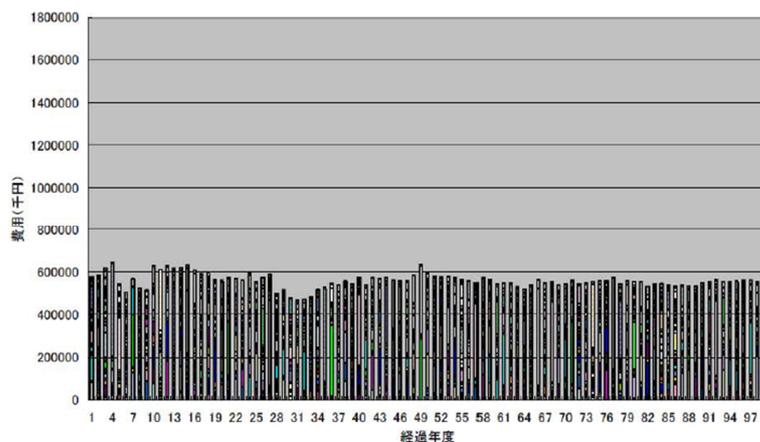


図-1.10 平準化後の補修計画²³⁾

木内ら²⁴⁾は300橋を対象として、補修予算と健全度を制約条件にし、50年間の供用期間における橋梁群全体のLCC最小化を式(1.2)、式(1.3)、式(1.4)、式(1.5)の目的関数と制約

条件により，予算の平準化を考慮した補修時期を求めることを試みている．ここでは，論文中の定式化 1 について示す（定式化 2 は劣化曲線をばらつきを確率論的にとりあつかい，補修レベルと点検間隔を設計変数としたものである．）

$$\text{目的関数：} OBJ = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{NB} \sum_{y=1}^{NY} C_{niy} \implies \min \quad (1.2)$$

NB ：対象となる橋梁数

NY ：ライフサイクル期間

C_{niy} ：試行 n 回目における橋梁 i において y 年度に発生する総費用

制約条件：

$$g(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{NB} C_{iy} - B_y \leq 0 \quad (y = 1 \sim NY) \quad (1.3)$$

$g(y)$ ： y 年度における予算の制約条件

B_y ： y 年度における年度予算

N ：シミュレーションにおける試行回数

$$g(NY + i) = P_i^{max} - P_a \leq 0 \quad (y = 1 \sim NB) \quad (1.4)$$

$g(NY + i)$ ：橋梁 i における健全度に関する制約条件

P_a ：健全度が 2 を下回る確率の制約値

P_i^{max} ：11 年目以降のライフサイクル期間において健全度が 2 を下回る確率の橋梁 i における全部材中の最大値（健全度 5 が最も健全な状態で，健全度が小さくなるほど劣化することを示しているが，ここでは，管理目標の健全度を 2 としている．）

設計変数：補修年度

$$V_{ijf} \quad (i = 1 \sim NB, j = 1 \sim NM, f = 1 \sim NF) \quad (1.5)$$

V_{ijf} ：橋梁 i 部材 j に対して f 回目の補修を行う年度

NY ：ライフサイクル期間で 1 部材あたりに行う最大の補修回数

計算結果の一部を図-1.11 に示す（対象橋梁 $NB = 10$ 橋， $B_y = 1$ 億円，健全度 2 を下回る確率の制約値は $P_a = 12\%$ としている）．

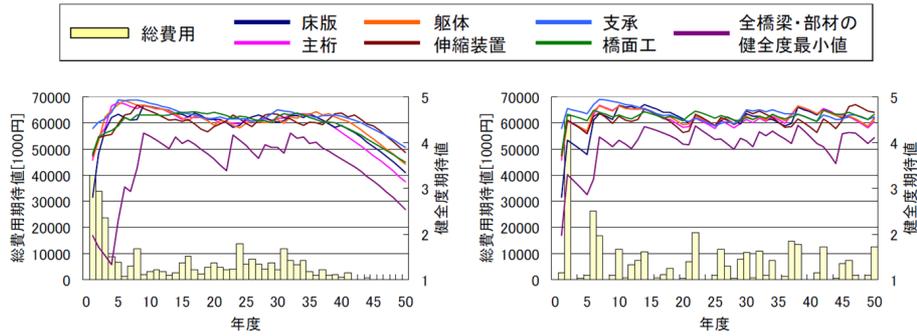


図-1.11 定式化 1 おける総費用期待値と健全度期待値の年度推移（左図），定式化 2（右図）²⁴⁾

以上の論文はすべて、1 橋の中の供用期間中の補修時期を考慮した補修最適工法や補修時期の選定や、橋梁群全体の補修費用の最小化や健全度の最大化を目的関数としている。個々の橋梁と橋梁群全体の評価値を同時に考慮した補修時期を選定していない。特に、近田らや木内らの論文は、本研究の目的のひとつである補修予算の平準化について研究しているが、橋梁群全体を対象にした目的関数になっており、個々の橋梁の補修時期のバランスを考えた目的関数になっていないと考えられる。

1.4.3 維持管理における道路ネットワークを考慮した道路構造物の信頼性に関する主な既往研究

関谷ら²⁵⁾は、簡単な基本的事例として災害時に0.2の確率で機能不全（非連結）となることを想定し、道路構造物の健全度指数を0.8を含むリンク1つと他の複数のリンクで構成されている道路ネットワークの健全度指数（確率0.8を仮定）を考慮したOD間の連結確率とその確率から確保できる交通容量、機能不全分を迂回路で確保した場合のOD間の最短経路旅行時間、機能不全分を迂回路で確保した場合のOD間の最短経路距離の4つの指標の考え方を示し、その考え方を基に少し複雑な仮定の道路ネットワークにおいて、モンテカルロシミュレーションを用いて算出し、限られた予算で補修を行うべき道路構造物の補修順位や一定以上の健全度指数を確保するために必要な補修費用などの結果の活用例を示している（図-1.12、表-1.3 図-1.13）。



図-1.12 道路ネットワークの設定図²⁵⁾

表-1.3 計算条件表²⁵⁾

I_C	OD間連結確率（OD間が1本以上の経路で連結されている確率） $1.0 \times 0.8 = 0.8$
I_Q	OD間交通容量（機能しているOD間経路の交通容量の和） 対象道路ネットワークの交通容量(2,000) \times 0.8 = 1,600 台/時
I_T	OD間最短経路旅行時間（機能しているOD間経路の最短旅行時間） 対象道路ネットワークの最短経路旅行時間(10) \times 0.8 + 迂回道路の旅行時間(40) \times 0.2 = 16
I_L	OD間最短経路距離（機能しているOD間経路の最短距離） 対象道路ネットワークの最短経路距離(10) \times 0.8 + 迂回道路の距離(20) \times 0.2 = 12km

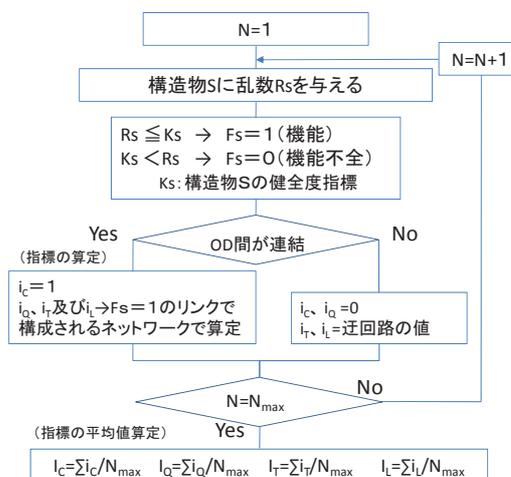


図-1.13 計算フロー図²⁵⁾

能島ら²⁶⁾²⁷⁾は、各リンクの交通量の最大フローを指標に、被災時の通行可能確率（想定）によるリンク信頼度と被災時の信頼度要求水準による被災時最大フローの関係から、仮想した道路ネットワークのシミュレーションにより、リンク信頼度改善優先順位や交通規制を必要とするリンクを示すことを試みている。検討フロー（図-1.14）と仮想的な道路ネットワーク（図-1.15）およびシミュレーション結果（リンク 10, 19 の重要度が高い）の一部を図-1.16 を示す。

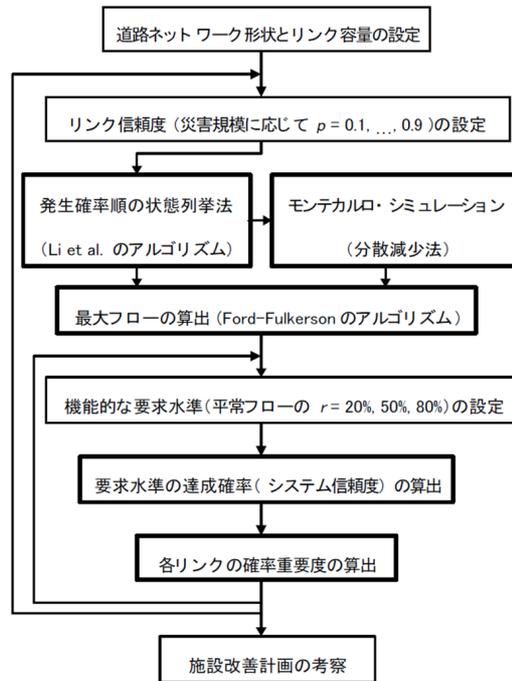


図-1.14 検討フロー²⁶⁾

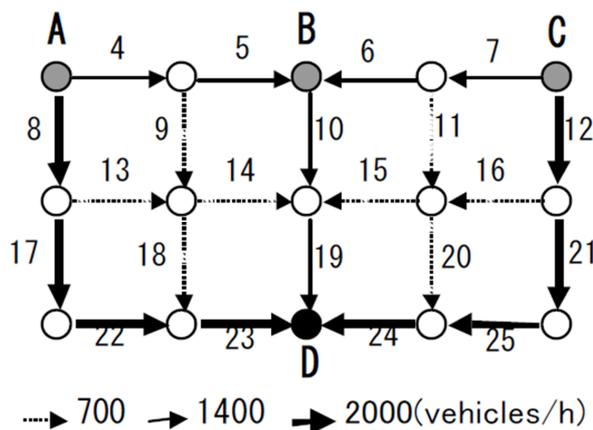


図-1.15 検討フロー²⁶⁾

確率重要度は、式 (1.6) により求めている。

$$I_i^B = \frac{\partial P}{\partial P_i} = P(1_i, p) - P(0_i, p) \quad (1.6)$$

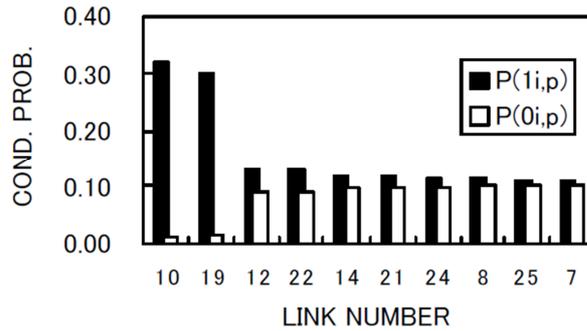


図-1.16 $p = 0.3, r = 20\%$ のシミュレーション結果²⁶⁾

大山ら²⁸⁾は、道路ネットワークの連結性の強さを定量的に評価するため、経路数え上げ法を用いた安定連結関数、期待安定連結関数を定義し、モンテカルロシミュレーション法により計算結果を示した。その中で、地震などによる破壊、損傷による通行不可能になったときの連結安定性の変化がどの程度になるか定量的に評価し、ネットワークの構造をどのようにすれば連結安定性を高めることが可能となるかを示している。構造物の信頼性やリンクの信頼性については考慮していない。

以上の論文は、地震時における構造物やリンクの健全性や信頼度を想定し道路ネットワークの信頼性を想定することや、経路が破壊し通行不可能になることを想定し、経路は連結経路の多いものが道路ネットワークとして安定しているとしている。個々の土木構造物の耐震性能を想定し、かつ、道路ネットワークの信頼性を考慮した道路構造物の耐震補強の優先順位を戦略的に設定したものではない。

1.5 本論文の構成

本論文は、緒論および結論を含めて6章から構成されている。

第1章 緒論

第2章 ゲーム理論の概要

第3章 協力ゲーム理論（ナッシュ交渉解）と効用関数

第4章 橋梁維持管理計画（劣化補修計画）におけるゲーム理論の適用

第5章 道路ネットワークを考慮した道路構造物耐震補強の優先順位設定
へのゲーム理論の適用

第6章 結論

本論文を構成する各章の要旨を以下にまとめる。

第1章では、本研究の背景と目的について述べ、関連する文献を整理し示し論文の構成をまとめた。

第2章では、経済学の理論であるゲーム理論全体の概要について示し、本研究で適用した協力ゲーム理論のひとつであるナッシュ交渉解のゲーム理論の中での位置づけを示した。

第3章では、本研究で適用した協力ゲーム理論のナッシュ交渉解の理論の公理を含めた適用性と、ナッシュ交渉解を使用するにあたり効用関数を適用する有効性について示した。

第4章では、橋梁維持管理計画（劣化補修計画）においてゲーム理論（ナッシュ交渉解）を適用し、予算の平準化により補修時期の前倒しや先送りとなる場合に、当初のLCCが最小になる最適な補修時期対して、最も効用が高い補修時期の組合せ（個々の橋梁の補修が当初の補修時期に最も近くなる組合せ）が橋梁群全体の効用も高くなること示す手法と、さらに各橋梁の重要度（優先度）をつける手法を示した。さらに、計画期間を50年間や100年間に設定した場合に、終点側端部の前倒し補修による工事費の増加や先送り補修による工事費の減少についての不整合の是正方法を提案した。

また、膨大な補修時期の組合せの中から最適解（準最適解）を求める手法のひとつである遺伝的アルゴリズム（GA）を援用するための遺伝子配列（2次元配列）と計算方法を示した。

第5章では、道路のネットワークを考慮した道路構造物の耐震補強の優先順位について、各構造物または各路線や各リンクをプレイヤーと考えた各戦略においてゲーム理論（ナッシュ交渉解）を適用し、個々の道路構造物の耐震性能を効用関数で表現し優先順位を設定する手法を示し、さらに、各構造物の重要度について多属性効用関数による適用性について示した。加えて、各路線の交通量の最大フローを考慮した場合の優先順位を設定する手法も示した。

ここでも、膨大な優先順位の組合せの中から最適解（準最適解）を遺伝的アルゴリズム（GA）により求めるための遺伝子配列（スケジューリング）と計算方法を示した。

第6章では、第2章から第5章において得られた研究成果を総括するとともに、今後に残された研究課題と将来への展望を示した。

参考文献

- 1) 財務省：日本の財政関係資料，2011.9.
- 2) 国土交通省ホームページ
http://www.mlit.go.jp/road/sisaku/yobohozen/yobo1_1.pdf
- 3) 国土交通省：平成 21 年度国土交通白書，2010.7.
- 4) 気象庁ホームページ
<http://www.seisvol.kishou.go.jp/eq/higai/higai1996-new.html#higai2006>
- 5) 地震調査研究推進本部ホームページ（算定基準日：2013 年 1 月 1 日）
http://www.jishin.go.jp/main/yosokuchizu/chubu/p17_ishikawa.htm
- 6) 国土交通省：平成 17 年 6 月 23 日事務連絡，緊急輸送道路の橋梁耐震補強 3 箇年プログラム
- 7) (社) 日本道路協会，道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，平成 24 年 3 月
- 8) (社) 日本道路協会，道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，平成 8 年 12 月
- 9) 町口敦志，阿曾克司，近田康夫，畠山邦夫，市町参加型橋梁マネジメントシステムの開発，土木学会第 64 回年次学術講演会，I-082，2009
- 10) 富山県土木部，富山県橋梁長寿命化修繕計画，平成 23 年 2 月，pp.1
- 11) 春日市都市整備部道路防災課，春日市橋梁長寿命化修繕計画，平成 23 年 3 月
- 12) 国土交通省ホームページ
http://www.mlit.go.jp/road/sisaku/yobohozen/yobo5_3.pdf
- 13) (社) 日本道路協会，道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，平成 2 年 2 月
- 14) (社) 日本道路協会，道路土工 - 擁壁工指針（平成 24 年度版），平成 24 年 7 月
- 15) (社) 日本道路協会，道路土工 - 盛土工指針（平成 22 年度版），平成 22 年 4 月
- 16) (社) 日本道路協会，道路土工 - カルバート工指針（平成 21 年度版），平成 22 年 3 月
- 17) 中本邦博，小西康夫，近藤克也，石垣博之，交渉ゲームを用いた PID コントローラの多目的設計，日本機械学会論文集（C 編），66-624，pp.128-134,1998.10.
- 18) 佐藤博，中桐滋，複数条件の下でのフレーム構造のゲーム理論による最適設計，日本機械学会論文集（A 編），63-612，pp.166-170,1997.8.
- 19) 近田康夫，西 雄一，廣瀬彰則，城戸隆良，スケジュールを考慮した G A 援用橋梁補修計画支援の試み，構造工学論文集，Vol46A，pp.371-378，2000.3.
- 20) 中村秀明，川村 圭，鬼丸浩幸，宮本文穂，遺伝的アルゴリズムおよび免疫アルゴリズムによる橋梁維持管理計画最適化の検証，構造工学論文集，Vol47A，pp.201-210，2001.3.
- 21) 古田 均，亀田学広，中原耕一郎，改良型遺伝的アルゴリズムによる複数橋梁の維持管理計画策定システムの実用化，土木学会論文集 A，Vol62，No.3，pp.656-668，2006.7.
- 22) 宮田将門，森田絵里，那須清吾，ライフサイクルコストおよび施工猶予を考慮した橋梁アセットマネジメントシステムの構築，土木計画学講演集，2008.
- 23) 近田康夫，阿曾克司，佐々木貴惟，城戸隆良，年次費用均等化を考慮した既存橋梁群の補修計画支援，構造工学論文集，Vol54A，pp.134-141，2008.3.
- 24) 木内順司，齋藤善之，杉本博之，点検結果のばらつきを考慮した橋梁の最適維持管理計画に関する研究，構造工学論文集，Vol57A，pp.155-168，2011.3.
- 25) 関谷裕孝，上坂克巳，小林正憲，道路ネットワークの連結信頼性を考慮した道路構造物の補修優先順位付け，第 28 回日本道路会議，論文番号 20001，2009.10.
- 26) 能島暢呂，ネットワーク信頼性解析に基づく道路網の地震防災戦略について，第 24 回地震工学研究発表会，pp.1293-1296，1997.7.
- 27) 能島暢呂，山中敏裕，道路ネットワークの地震時機能信頼性解析に基づく施設完全の重要度評価，第 10 回日本地震工学シンポジウム論文集，No.J-12，pp.3205-3210，1998.11.
- 28) 大山達雄，諸星穂積，経路数え上げによるネットワークシステムの連結性の定量的評価とわが国道路網への応用，都市の交通および施設配置に関する総合的研究平成 14 年度から平成 16 年度科学研究費補助金研究成果報告書，pp.279-285，2005.2. No.J-12，pp.3205-3210，1998.11.

第2章 ゲーム理論の概要

2.1 ゲーム理論の種類

ゲーム理論は経済学の理論¹⁾⁻⁸⁾であるが、現在、ゲーム理論の応用範囲は広く、経営学、政治学、社会学、社会心理学などの社会科学、生物学や物理学などの自然科学、さらに工学、計算機科学、認知科学、システム科学、OR、哲学、論理学などきわめて広範囲にわたっている。

ゲーム理論は、大きく分けて、非協力ゲーム理論と協力ゲーム理論に分けることができる(図-2.1)。非協力ゲーム理論は、ゲームに参加するプレイヤー(意思決定者)が、全く協力せずに、各プレイヤーの合理性を基に利得の最大化を図るための理論である。また、行動決定(意思決定)が同時に行われる場合と行動決定者が時間をおいて行われる場合があり、行動決定の時間の違いによってもゲーム理論の考え方が違ってくることになる。

また、協力ゲーム理論は、ゲームに参加するすべてのプレイヤーがお互いに協力し、すべてのプレイヤーの利得の最大化を図るゲーム理論や、ゲームに参加するプレイヤーの一部がいろいろな組合せで協力し、協力した組合せごとに利得の最大化を図るゲーム理論である。

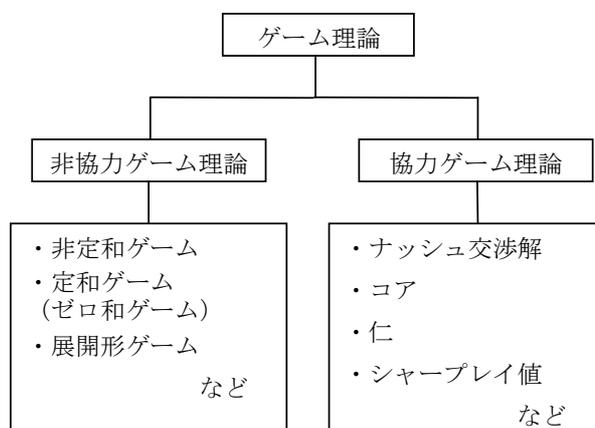


図-2.1 ゲーム理論説明図

近年では、「生物進化とゲーム理論」⁹⁾、「地球温暖化問題における効率・衡平・交渉」¹⁰⁾、「環境と公共財」¹¹⁾、「社会的ジレンマの解消 (Multiple Lake Game)」でのゲーム理論とマルチエージェントシステムによる検討¹²⁾やゲーム理論による予測を実験により確認する「実験ゲーム」¹⁵⁾など、幅広い分野でゲーム理論の研究が行われてきている。また、量子力学の概念を経済学や社会学に適用する「量子ゲーム理論」の可能性を予想する文献¹⁶⁾もある。

2.2 非協力ゲーム理論について

非協力ゲーム理論は n 人非協力ゲーム理論に拡張できる理論であるが、ここでは、説明を判りやすくするため、2人非協力ゲーム理論について説明する。

2.2.1 囚人のジレンマゲーム（非定和ゲーム）

非協力ゲームを最もよく表しているゲームのひとつとして囚人のジレンマのゲームがある。これは、表-2.1の利得表に示すように、最も利得の高い戦略（黙秘，黙秘）があるが、別々に取り調べられているための2人（A，B）は協力することはできず、相手がどのような行動をとるかはわからない。したがって、2人の容疑者はいずれも刑期をできるだけ短くすることを考えるため、A，Bはともに「自白する」は「黙秘する」を支配することになる。2人の合理的な行動はいずれも（自白，自白）の戦略を選択することになる。これは、協力できないことにより、パレート最適解となる戦略が選ばれないことになる。

表-2.1 囚人のジレンマの利得行列（刑期）¹⁾

		B	
		黙 秘	自 白
A	黙 秘	2年，2年	15年，1年
	自 白	1年，15年	10年，10年

2.2.2 ナッシュ均衡⁸⁾

2.2.2.1 混合戦略

各プレイヤーが利得行列の戦略をそのまま選ぶことを純粋戦略といい、プレイヤーの各純粋戦略を選ぶ確率を指定する行動を混合戦略という。混合戦略は純粋戦略上の確率分布で示される。その確率分布は、他のプレイヤーの混合戦略とは独立な確率分布である。混合戦略を式で示すと下式となる。

プレイヤー i の純粋戦略の集合を $S_i = \{s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^m\}$ とするとき、
 i の混合戦略 $p = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^m)$ の集合 P_i は、
 $P_i = \{p = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^m) \mid p_i^j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, m), p_i^1 + p_i^2 + \dots + p_i^m = 1\}$

2.2.2.2 期待利得

各プレイヤーが混合戦略をとったときの利得の期待値を期待利得という。プレイヤーは期待利得を最大化することを目標にして混合戦略を選択する。

期待利得 $E_i(p_1, p_2, \dots, p_n)$: プレイヤー i の混合戦略を $p_i \in P_i$ とするとき、プレイヤー i の期待利得 E_i は次式となる。

$$E_i(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{s_1 \in S_1} \dots \sum_{s_j \in S_j} \dots \sum_{s_n \in S_n} p_1(s_1) \dots p_j(s_j) \dots p_n(s_n) f_i(s_1, s_2, \dots, s_n)$$

ここで, $p_j(s_j)$ は, 混合戦略 p_j において純粋戦 s_j を選ぶ確率を示す.

2.2.2.3 最適反応戦略

他のすべてのプレイヤーの純粋戦略(または混合戦略)が与えられたとき, 自分の利得(または期待利得)を最大にする純粋戦略(または混合戦略)を最適反応戦略(最適戦略)という. 最適反応戦略について下式に示す.

純粋戦略 $s_i \in S_i$ が純粋戦略分の組 $(t_1, t_2, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n)$ に対して最適反応戦略である $\iff f_i(t_1, t_2, \dots, s_i, \dots, t_n) = \max_{t_i \in S_i} f_i(t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n)$

混合戦略 $q_i^* \in P_i$ が混合戦略の組 $(q_1, q_2, \dots, q_{i-1}, q_{i+1}, \dots, q_n)$ に対して最適反応戦略である $\iff E_i(q_1, q_2, \dots, q_i^*, \dots, q_n) = \max_{q_i \in P_i} E_i(q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n)$

2.2.2.4 ナッシュ均衡

すべてのプレイヤーの集合を N とし, 戦略の組において, その戦略が互いに他のプレイヤーの戦略の組に対して最適反応戦略となっているとき, その戦略の組みをナッシュ均衡という. ナッシュ均衡を構成する戦略をナッシュ均衡戦略という. 特に, どのプレイヤーも自分だけ戦略を変更すると自分の利得が厳密に減少するとき狭義ナッシュ均衡という.

ナッシュ均衡: 戦略の組 $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*)$ がナッシュ均衡 \iff すべての $i \in N$ について, すべての $s_i \in S_i$ に対し $f_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) \geq f_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$ が成り立つ.

狭義ナッシュ均衡: 戦略の組 $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*)$ が狭義ナッシュ均衡 \iff すべての $i \in N$ について, すべての $s_i \in S_i (s_i \neq s_i^*)$ に対し $f_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*) > f_i(s_1^*, s_2^*, \dots, s_i, \dots, s_n^*)$ が成り立つ.

2人ゲームにおける純粋戦略と混合戦略のナッシュ均衡の例として, 表-2.2 により示す.

表-2.2 2人ゲーム利得行列

		2	
		戦略 1	戦略 2
1	戦略 1	1, 5	4, 6
	戦略 2	2, 3	0, 2

プレイヤー 1 のプレイヤー 2 の戦略 1 に対する純粋戦略の最適反応戦略は, 利得 1 と利得 2 を比べ戦略 2, 戦略 2 に対する最適反応戦略は利得 4 と利得 0 を比べて戦略 1 である. プレイヤー 2 のプレイヤー 1 の戦略 1 に対する純粋戦略の最適反応戦略は, 利得 5 と利得 6 を比べ戦略 2, 戦略 2 に対する最適反応戦略は利得 3 と利得 2 を比べて戦略 1 であることが判る. 表-2.3 に示すとおり, 純粋戦略のナッシュ均衡は, (戦略 1, 戦略 2), (戦略 2, 戦略 1) である.

表-2.3 2人ゲーム利得行列

		2	
		戦略1	戦略2
1	戦略1	1, 5	4, 6
	戦略2	2, 3	0, 2

混合戦略のナッシュ均衡について以下に示す.

$p = (p_1, p_2) \in P_1, q = (q_1, q_2) \in P_2$ とする. プレイヤー1の期待利得は下式となる.

$$\begin{aligned} E_1(p, q) &= p_1(1 \cdot q_1 + 4 \cdot q_2) + p_2(2 \cdot q_1 + 0 \cdot q_2) \\ &= (4 - 5q_1)p_1 + 2q_1 \end{aligned}$$

である. よって, $4 - 5q_1 > 0$ すなわち, $\frac{4}{5} > q_1$ のとき, $p_1 = 1$ が最適反応である. 同様に, $4 - 5q_1 = 0$ すなわち, $\frac{4}{5} = q_1$ のとき, $1 \geq p_1 \geq 0$ が最適反応である. 同様に, $4 - 5q_1 < 0$ すなわち, $\frac{4}{5} < q_1$ のとき, $p_1 = 0$ が最適反応である. よって, プレイヤー1の最適反応は,

$$\begin{aligned} q_1 < \frac{4}{5} \text{ のとき } & p_1 = 1 \\ q_1 = \frac{4}{5} \text{ のとき } & 0 \leq p_1 \leq 1 \\ q_1 > \frac{4}{5} \text{ のとき } & p_1 = 0 \end{aligned}$$

である. また, プレイヤー2の期待利得は,

$$\begin{aligned} E_2(p, q) &= q_1(5p_1 + 3p_2) + q_2(6p_1 + 2p_2) \\ &= (-2p_1 + 1)q_1 + 4p_1 + 2 \end{aligned}$$

である. よって, プレイヤー2の最適反応は,

$$\begin{aligned} p_1 < \frac{1}{2} \text{ のとき } & q_1 = 1 \\ p_1 = \frac{1}{2} \text{ のとき } & 0 \leq q_1 \leq 1 \\ p_1 > \frac{1}{2} \text{ のとき } & q_1 = 0 \end{aligned}$$

両プレイヤーの最適反応戦略を図-2.2 に示す.

以上より, ナッシュ均衡は,

$$(p, q) = \begin{cases} ((0, 1), (1, 0)) \\ \left(\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \left(\frac{4}{5}, \frac{1}{5} \right) \right) \\ ((1, 0), (0, 1)) \end{cases}$$

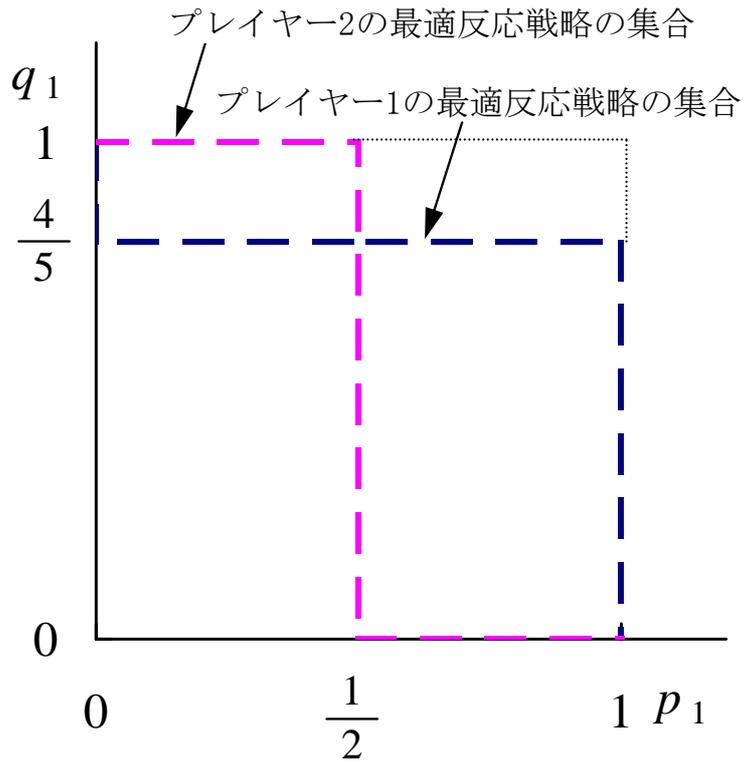


図-2.2 最適反応戦略（ナッシュ均衡）説明図

となる．この方法により，純粋戦略のナッシュ均衡も混合戦略のナッシュ均衡が求められている．純粋戦略のナッシュ均衡は狭義ナッシュ均衡であるが，混合戦略のナッシュ均衡は狭義ナッシュ均衡ではない．各ナッシュ均衡の各プレイヤーの利得は下式となる．

$$(E_1, E_2) = \begin{cases} (2, 3) \\ (\frac{8}{5}, 4) \\ (4, 6) \end{cases}$$

2.2.3 2人ゼロ和ゲーム（定和ゲーム）¹⁾⁸⁾

2人ゼロ和ゲームとは、表-2.4に示すように、2人のプレイヤーの利害が完全に対立しており、2人の利得の和がゼロになる戦略形ゲームをいう。ゼロ和ゲームでは、プレイヤーBにとっての最小の利得、最大の利得を、プレイヤーAで考えればプレイヤーAの最大の利得、最小の利得となる。また、2人のプレイヤーの利得がゼロなので、プレイヤーBの利得はプレイヤーAの符号を変えたものとなる。よって、表-2.4を表-2.5のようにプレイヤーAの利得をだけを書いておけば表現できる。

表-2.4 2人ゼロ和ゲームの利得表 1

A \ B	B	
	戦略 1	戦略 2
戦略 1	2, -2	-1, 1
戦略 2	0, 0	1, -1

表-2.5 2人ゼロ和ゲームの利得表 2

A \ B	B	
	戦略 1	戦略 2
戦略 1	2	-1
戦略 2	0	1

各プレイヤーの利得の合計が常にゼロとなるゼロ和ゲームは、常に各プレイヤーの利得の合計の和が一定となる定和ゲームの特殊形である。

2.2.4 2人ゼロ和ゲームにおけるマックスミニ戦略とミニマックス戦略⁸⁾

各プレイヤーの戦略に対し、そのときに起り得る自分にとって最悪の利得をその戦略の保証水準と呼ぶ。最大化プレイヤーにとって保証水準を最大化する戦略をマックスミニ戦略といい、そのときの利得をマックスミニ値という。

最小化プレイヤーにとって、自分の保証水準は相手の利得の最大値であり、保証水準を最大化することは相手の利得の最大化を最小化することである。そのような戦略をミニマックス戦略といい、そのときの相手の利得をミニマックス値という。

表-2.6 に示す戦略2がマックスミニ値とミニマックス値が等しいため、最適戦略となるこれはナッシュ均衡と一致する。

表-2.6 2人ゼロ和ゲームの利得行列³

		2			ミニ値
		戦略1	戦略2	戦略3	
1	戦略1	7	3	0	0
	戦略2	5	4	6	4
	戦略3	1	2	8	1
	マックス値	7	4	8	

表-2.6 に示すように、純粋戦略では最適戦略は得られている。純粋戦略で最適戦略が得られなくても混合戦略まで含めると最適戦略が得られる（ミニマックス値とマックスミニ値が一致する）ことをフォン・ノイマンがはじめてミニマックス定理として証明した。

表-2.7 では、純粋戦略においては最適戦略はないが、混合戦略の範囲で最適戦略（ナッシュ均衡）が求まる。

表-2.7 2人ゼロ和ゲームの利得表⁴

		2	
		戦略1	戦略2
1	戦略1	2	3
	戦略2	5	1

プレイヤー1が混合戦略 $p = (p_1, p_2)$ をとっているときのプレイヤー2の純粋戦略に対する期待利得は、戦略1を t_1 , 戦略2を t_2 とすると、

$$E(p, t_1) = 2p_1 + 5p_2 = -3p_1 + 5$$

$$E(p, t_2) = 3p_1 + p_2 = 2p_1 + 1$$

と求まる。これを図-2.3 に示すとおり、 $p_1 = \frac{4}{5}$ のときのマックスミニ値は $\frac{13}{5}$ となる。

またこのとき、プレイヤー2が混合戦略 $q = (q_1, q_2)$ をとっているときのプレイヤー1の純粋戦略に対するプレイヤー1の期待利得は、戦略1を s_1 , 戦略2を s_2 とすると、

$$E(s_1, q) = 2q_1 + 3p_2 = -q_1 + 3$$

$$E(s_2, q) = 5q_1 + q_2 = 4q_1 + 1$$

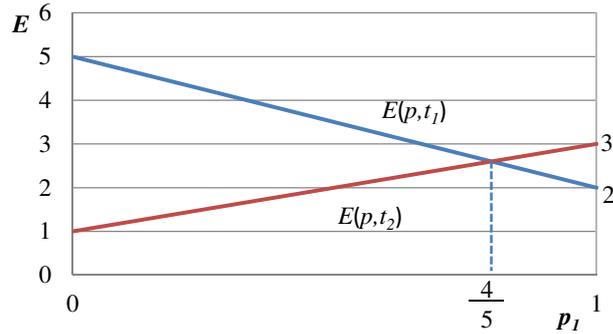


図-2.3 プレイヤー 1 の混合戦略 p_1 の説明図

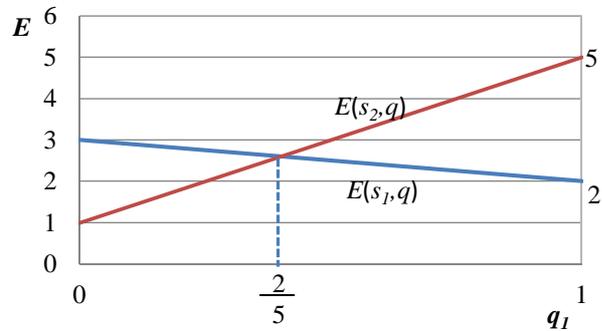


図-2.4 プレイヤー 2 の混合戦略 q_1 の説明図

となる。プレイヤー 2 の期待利得はこれらの逆符号である。プレイヤー 2 はプレイヤー 1 の最適反応を考慮して利得 E を最小化するため、図-2.4 に示すとおり、 $q_1 = \frac{2}{5}$ のときのミニマックス値は $\frac{13}{5}$ となる。

以上、混合戦略まで考えると、最適戦略は $(p, q) = ((\frac{4}{5}, \frac{1}{5}), (\frac{2}{5}, \frac{3}{5}))$ となる。これは、プレイヤー 1 が戦略 1 を $\frac{4}{5}$ の確率で選択し、戦略 2 を $\frac{1}{5}$ の確率で選択すると利得 $\frac{13}{5}$ を確保できることになる。プレイヤー 2 も同じ利得 $\frac{13}{5}$ になり、ナッシュ均衡であることが判る。

2.2.5 展開形ゲーム¹⁾

基本的な展開形ゲームについて図-2.5 示す．これは，行動決定が時間をおいて行われる場合のゲームである．

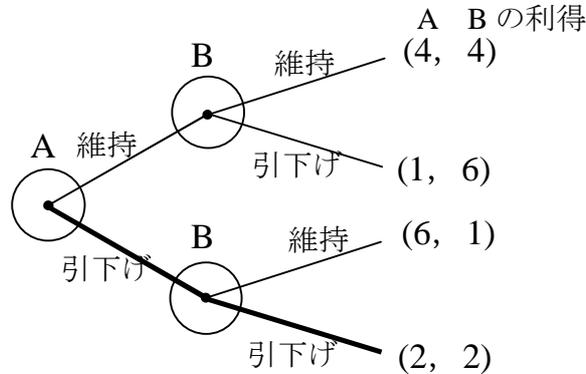


図-2.5 プレイヤー A が先導者の場合の展開形ゲーム

図-2.5 はゲームの木ともよばれ，プレイヤーは A 社と B 社である．まず最初に A 社が行動を決定した後に B 社が行動を決定する展開形ゲームである．このゲームのナッシュ均衡は（引下げ，引下げ）であり，利得は（2，2）である．A が維持を選べば B の最適反応戦略は引下げであり，A の利得は 1 となる．また，A が引下げを選べば B は維持を選べば B の利得が 1 となるため，B は引下げを選び利得 2 を確保する．よって，ナッシュ均衡は（引下げ，引下げ）で，利得は（2，2）となる．利得表を表-2.8 に示す．

表-2.8 展開ゲームの利得表

A \ B		B			
		維持-維持	維持-引下げ	引下げ-維持	引下げ-引下げ
A	維持	4, 4	4, 4	1, 6	1, 6
	引下げ	6, 1	2, 2	6, 1	2, 2

利得表の中の利得の赤字は，B に対する A の最適反応戦略の利得であり，青字は，A に対する B の最適反応戦略の利得である．よって，赤字と，青字の利得が同じとなる行列の位置の戦略がナッシュ均衡である．利得表からもナッシュ均衡は（引下げ，引下げ）で，利得は（2，2）であることが判る．

このゲームの場合も（維持，維持）の利得（4，4）とナッシュ均衡より高い利得の戦略の組合せがあるにもかかわらず，各プレイヤーが合理的な選択をした場合には，より小さい利得がナッシュ均衡となる．

2.2.6 非協力ゲームのまとめ

非協力ゲーム理論には、繰り返しゲーム⁴⁾やオークション理論¹⁰⁾やクルーナーの複占市場ゲームなどの応用理論があるが、いずれも市場原理が働く非協力関係における競争社会をゲーム理論で表現している。お互いに協力することにより得られるナッシュ均衡がパレート最適解となる利得になることがほとんどない。

2.3 協力ゲーム理論について¹⁴⁾

ナッシュ交渉解，コア，仁，シャプレー値の4種類の協力ゲーム理論のゲームの概要について示す．これらは，各プレイヤーが協力することにより得られる利得の配分を合理的に行うための理論である．

2.3.1 ナッシュ交渉解²⁾³⁾¹¹⁾

非協力ゲームの均衡点の定義をしたナッシュは，和の最大化のかわりに，積の最大化を考え，交渉領域の中で，各プレイヤーの基準点から利得の増分の積を最大化する点を妥協点とするナッシュ交渉解を提案した．これは， n 人交渉問題のプレイヤーの集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ におけるナッシュ積を求める．協力戦略をとった場合に実現すると期待される利得の集合を $U = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n)\}$ ，交渉が不成立の場合でも得られる利得の集合 $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ とすると，式(2.1)によりナッシュ積が得られる．

$$\prod_{i \in N} (x_i - d_i) = (x_1 - d_1) \times (x_2 - d_2) \times \dots \times (x_n - d_n) \quad (2.1)$$

任意の n 人交渉問題 (U, d) について，ナッシュ交渉解 (N, U, d) は，ナッシュ積を最大にする U の点 $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ である．すなわち，妥協点 u は，

$$(u_1 - d_1) \times (u_2 - d_2) \times \dots \times (u_n - d_n) = \max_{x \in U: x \geq d} (x_1 - d_1) \times (x_2 - d_2) \times \dots \times (x_n - d_n) \quad (2.2)$$

式(2.2)によって与えられ，ナッシュ交渉解は，式(2.3)で表される．

$$(N, U, d) = \text{maximize} \prod_{i \in N} (u_i - d_i) \quad u \in U, u - i \geq d_i \quad (2.3)$$

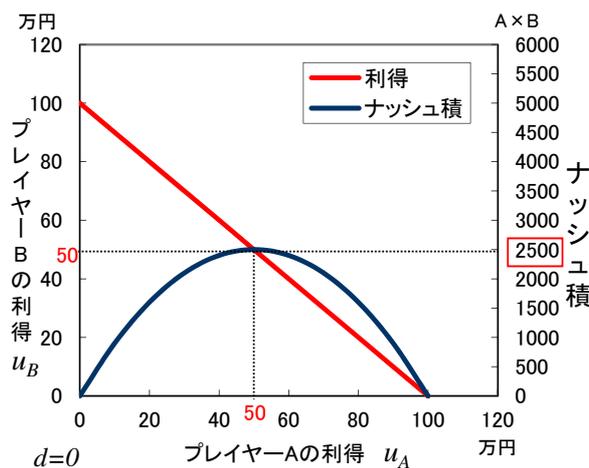


図-2.6 ナッシュ交渉解説明図

簡単な事例として図-2.6の100万円の分配について，プレイヤーAとBのナッシュ交渉解を示す．交渉不成立の利得 $d = 0$ とすると， $\text{maximize} \prod_{i \in N} (u_i - d_i) = 2500$ となり，

ナッシュ交渉解 $(u_A, u_B) = (50 \text{万円}, 50 \text{万円})$ となることが判る。図-2.6でも判るようにナッシュ交渉解は、唯一の妥結点でパレート最適解である。

ナッシュ交渉解には、満たすべき4つの公理がある。

- 公理1：(強)パレート最適性
- 公理2：対称性
- 公理3：利得の正1次変換からの独立性
- 公理4：無関係な結果からの独立性

公理1の「(強)パレート最適性」は、図-2.6に示すように、ナッシュ積が最大(2500)となる唯一の解(パレート最適解)となることを意味している。

公理2の「対称性」は、図-2.6のX軸(プレイヤーA)とY軸(プレイヤーB)を入れ替えても、ナッシュ交渉解は同じであることは明らかであることを意味している。

公理3の「利得の正1次変換からの独立性」は、プレイヤーBを90円/ドルとして正一次変換しても、図-2.7に示すように、ナッシュ交渉解は、プレイヤーAの利得は $u_A = 50$ 万円、プレイヤーBの利得は $u_B = 55.5556 \text{ドル} \times 90 \text{円} = 50 \text{万円}$ となり、同じになることを意味している。

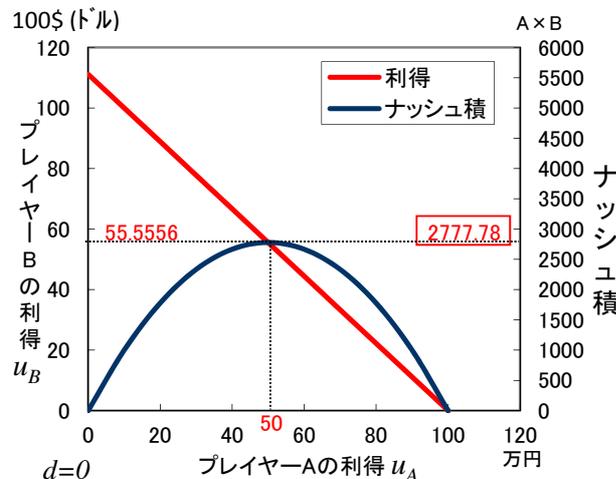


図-2.7 利得の正1次変換からの独立性の説明図

公理4の「無関係な結果からの独立性」は、図-2.8に示すように、 $u_A + u_B < 50 \text{万円}$ の分配の組合せも存在するが、それらを利得の組合せの集合から除いてもナッシュ交渉解は、同じであることを意味している。

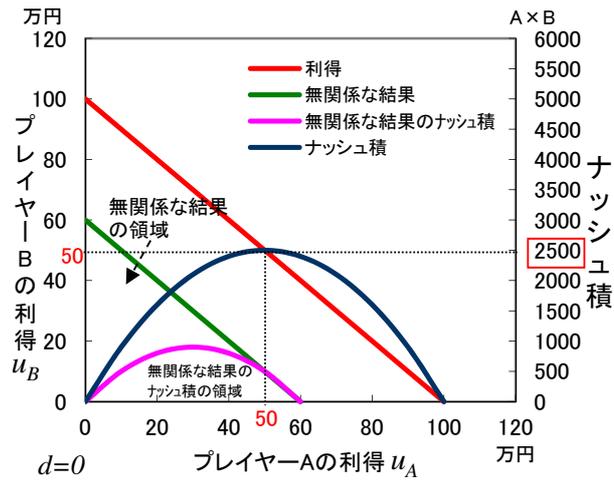


図-2.8 無関係な結果からの独立性の説明図

2.3.2 コア¹⁾

3人以上が協力するゲームにおいて、提携の組合せを考慮し、各プレイヤーが満足し納得する配分方法である。ここでは、下記の事例によりコアについて説明する。

A,B,Cの3つ自治体の集合 $N = \{A, B, C\}$ とし、各自治体で水道管を引く工事を行う。各自治体が単独で工事を行った場合の費用は、Aは7000万円 Bは5500万円 Cは6500万円かかる。ここで、提携 $\{A, B\}$ の場合の費用は1億1900万円となる。単独では1億2500万円(7000万円+5500万円)かかるが提携すれば600万円費用を低減できる。これを、特性関数により単位を100万円として表すと $v(\{A, B\}) = 6$ という特性関数となる。次に提携 $\{B, C\}$ の場合の費用は1億1200万円となる。単独では1億2000万円(5500万円+6500万円)かかるが提携すれば800万円費用を低減でき、特性関数は $v(\{B, C\}) = 8$ となる。提携 $\{A, C\}$ では、費用の低減はないものとし、特性関数は $v(\{A, C\}) = 0$ となる。また、提携 $\{A, B, C\}$ の場合の費用は1億7000万円となる。単独では1億9000万円かかるが提携すれば2000万円低減でき、特性関数は $v(\{A, B, C\}) = 20$ となる。また、単独では費用をできないため、 $\{A, \} = \{B, \} = \{C, \} = 0$ となる。以上をまとめると、

$$\begin{aligned} N = \{A, B, C\}, v(\{A, B, C\}) &= 20, v(\{A, B\}) = 6, \\ v(\{A, C\}) &= 0, v(\{B, C\}) = 8, \\ v(\{A\}) &= 0, v(\{B\}) = 0, v(\{C\}) = 0 \end{aligned}$$

となる。

すべての提携(ただし、全員提携は除く)に対して、その提携の特性関数の値以上の利得を与える配分を提携合理性を満たす配分といい、提携合理性を満たす配分をすべて集めたものをコアという。コアに属する配分を (x_A, x_B, x_C) とすると、まず、配分の条件から、

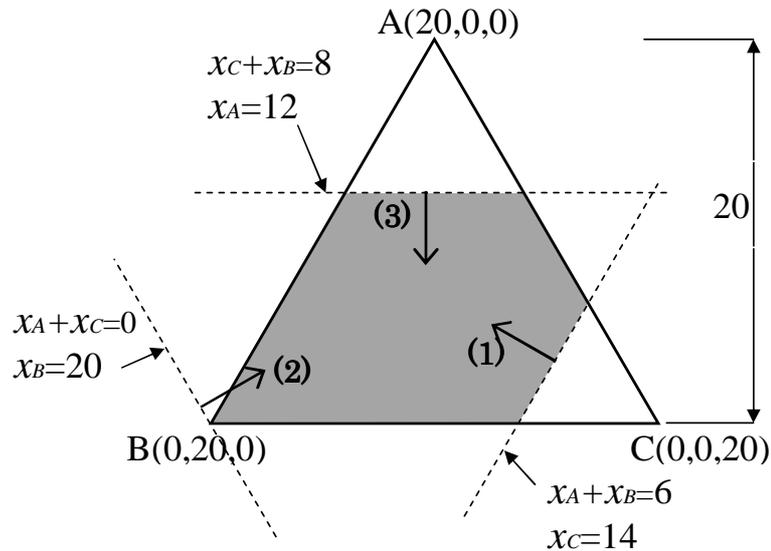


図-2.9 コア説明図

$x_A + x_B + x_C = 20, x_A \geq 0, x_B \geq 0, x_C \geq 0$
を満足さなければならない。さらに提携合理性から、

$x_A + x_B \geq 6, x_A + x_C \geq 0, x_B + x_C \geq 8, x_A \geq 0, x_B \geq 0, x_C \geq 0$
を満たすものでなければならない。

正三角形の図-2.9によりコアを図示する。 $x_A + x_B \geq 6, x_A + x_C \geq 0, x_B + x_C \geq 8$ は、それぞれ $x_A + x_B + x_C = 20$ を用いて、 $x_C \leq 14$ ((1) の領域)、 $x_B \leq 20$ ((2) の領域)、 $x_A \leq 12$ ((3) の領域) と同じことである。よって、コアは図-2.9の影をつけた領域として与えられる。

仮に、配分を $(A, B, C) = (15, 3, 2)$ にした場合、提携 $\{B, C\}$ が納得しないのは、 $v(\{B, C\}) = 8$ が得られるのに $3 + 2 = 5$ しか与えられないためであり、この差 $8 - 5 = 3$ を配分 $(A, B, C) = (15, 3, 2)$ に対する不満と呼ぶ。コアとは全員提携を除くすべての提携に不満を与えない配分の集まりであると、言い換えることができる。

また、コアは、配分の唯一の配分を与えるものではなく、ある領域をもった配分となるため、本事例のような場合は各自治体の費用分担額を決定するためには、役に立たないことになる。

2.3.3 仁¹⁾

コアは、どの提携にも不満を持たせないような、つまり最大の不満の量がゼロを超えないような配分の集まりである。仁は全員提携を除く各提携から出される最大不満を最小にするという考え方から導かれたもので、唯一の利得分配を与える協力ゲーム理論である。コアと同じ下記の事例で仁の配分を求める。

$$\begin{aligned} N = \{A, B, C\}, v(\{A, B, C\}) = 20, v(\{A, B\}) = 6, \\ v(\{A, C\}) = 0, v(\{B, C\}) = 8, \\ v(\{A\}) = 0, v(\{B\}) = 0, v(\{C\}) = 0 \end{aligned}$$

まず、最大の不満を最小にする。配分 $\{A, B, C\}$ に対する全員提携を除く各提携の不満の量は、

$$\begin{aligned} \text{提携 } \{A, B\} : v(\{A, B\}) - (x_A + x_B) &= 6 - (x_A + x_B) \\ \text{提携 } \{A, C\} : v(\{A, C\}) - (x_A + x_C) &= 0 - (x_A + x_C) = -(x_A + x_C) \\ \text{提携 } \{B, C\} : v(\{B, C\}) - (x_B + x_C) &= 8 - (x_B + x_C) \\ \text{提携 } \{A\} : v(\{A\}) - x_A &= 0 - x_A = -x_A \\ \text{提携 } \{B\} : v(\{B\}) - x_B &= 0 - x_B = -x_B \\ \text{提携 } \{C\} : v(\{C\}) - x_C &= 0 - x_C = -x_C \end{aligned}$$

である。いま、 $\{A, B, C\}$ における最大の不満の量を M とすると、各提携の不満は M 以下であるので、

$$\begin{aligned} 6 - (x_A + x_B) \leq M, -(x_A + x_C) \leq M, 8 - (x_B + x_C) \leq M \\ -x_A \leq M, -x_B \leq M, -x_C \leq M \end{aligned} \quad (2.4)$$

式 (2.4) で M を最小にする問題を解けばよいことになる。このような問題は「線形計画問題」を解けばよいが、ここでは、理解を容易にするため「線形計画問題」以外の方法で解くことにする。まず、全員提携に関する全体合理性の条件 $x_A + x_B + x_C = 20$ より、 $-(x_A + x_B) = -20 + x_C$, $-(x_A + x_C) = -20 + x_B$, $-(x_B + x_C) = -20 + x_A$ であるから式 (2.4) の 6 つの不等式は、式 (2.5) にまとめられる。

$$\begin{aligned} -M \leq x_A \leq 12 + M, -M \leq x_B \leq 20 + M, -M \leq x_C \leq 14 + M \\ -3M \leq x_A + x_B + x_C = 20 \leq 46 + 3M \end{aligned} \quad (2.5)$$

式 (2.5) を満たす、 x_A, x_B, x_C が存在する範囲で、最小となる M を求めると $M = -6$ となる。式 (2.5) に $M = -6$ を代入すると、式 (2.6) となる。

$$\begin{aligned} 6 \leq x_A \leq 6, 6 \leq x_B \leq 14, 6 \leq x_C \leq 8 \\ 18 \leq x_A + x_B + x_C = 20 \leq 28 \end{aligned} \quad (2.6)$$

式(2.6)より, M の最小値が-6であることが判る. これを達成する配分 $(x_A + x_B + x_C)$ は, 式(2.7)となる.

$$x_A = 6, 6 \leq x_B \leq 14, 6 \leq x_C \leq 8 \quad (2.7)$$

次に大きい不満を最小にする. $x_B + x_C = 14$ から $x_C = 14 - x_B$ とし変数を x_B 1つにする. $6 \leq x_C \leq 8$ であるから $6 \leq x_B \leq 8$ となる. 各提携の不满に $x_A = 6, x_C = 14 - x_B (6 \leq x_C \leq 8)$ を代入すると下式となる.

$$\text{提携 } \{A, B\} : v(\{A, B\}) - (x_A + x_B) = 6 - (6 + x_B) = -x_B$$

$$\text{提携 } \{A, C\} : v(\{A, C\}) - (x_A + x_C) = 0 - (6 + 14 - x_B) = -20 + x_B$$

$$\text{提携 } \{B, C\} : v(\{B, C\}) - (x_B + x_C) = 8 - (x_B + 14 - x_B) = -6$$

$$\text{提携 } \{A\} : v(\{A\}) - (x_A) = 0 - 6 = -6$$

$$\text{提携 } \{B\} : v(\{B\}) - (x_B) = 0 - (x_B) = -x_B$$

$$\text{提携 } \{C\} : v(\{C\}) - (x_C) = 0 - (14 - x_B) = -14 + x_B$$

不满の量が-6である提携 $\{B, C\}$ と $\{A\}$ を除いた, 4つの提携 $\{A, B\}, \{A, C\}, \{B\}, \{C\}$ の不满はすべて-6以下である. そこで, この4つの提携の不满の最大の量を M' とすると, 式(2.8)となる.

$$-x_B \leq M', -20 + x_B \leq M', -x_B \leq M', -14 + x_B \leq M' \quad (2.8)$$

この4つの不等式を満たす x_B の範囲は, 式(2.9)である.

$$-M' \leq x_B \leq 14 + M' \quad (2.9)$$

式(2.9)で判るように, M' の最小値は-7となり, $x_B = 7$ となる. また, $x_C = 14 - x_B$ より $x_C = 7$ である.

以上より, 仁による唯一の配分は, $(6, 7, 7)$ である. 仁おける A, B, C の利得は, それぞれ, 600万円, 700万円, 700万円となる. これらの利得の配分で単独での工事費より利得分安く工事ができることになる.

2.3.4 シャープレイ値¹⁾

シャープレイ値は、全員提携の形成において各プレイヤーがどれだけの貢献をしているかを考慮し、貢献度の度合いに基づいて各プレイヤーへの利得の配分を決定する協力ゲーム理論である。コアや仁と同じ事例でシャープレイ値を求める。

$$\begin{aligned}
 N = \{A, B, C\}, v(\{A, B, C\}) = 20, v(\{A, B\}) = 6, \\
 v(\{A, C\}) = 0, v(\{B, C\}) = 8, \\
 v(\{A\}) = 0, v(\{B\}) = 0, v(\{C\}) = 0
 \end{aligned}$$

各プレイヤーの貢献度の定義は、例えば、提携 $\{A, B\}$ は $v(\{A, B\}) = 6$ を得ることができる。この提携から A が抜けると、 B 1人からなる提携 $\{B\}$ になり、獲得できる量は $v(\{B\}) = 0$ となる。よって、 A が抜けることにより獲得できる量は、 $v(\{A, B\}) = 6$ から $v(\{B\}) = 0$ に減る。この差 $v(\{A, B\}) - v(\{B\}) = 6 - 0 = 6$ が提携 $\{A, B\}$ におけるプレイヤー A の貢献度となる。同様に、各提携における各プレイヤーの貢献度をまとめると、表-2.9 となる。

表-2.9 各提携における各プレイヤーの貢献度

	貢献度		
	プレイヤー A	プレイヤー B	プレイヤー C
提携 $\{A, B, C\}$	$20-8=12$	$20-0=20$	$20-6=14$
提携 $\{A, B\}$	$6-0=6$	$6-0=6$	-
提携 $\{A, C\}$	$0-0=0$	-	$0-0=0$
提携 $\{B, C\}$	-	$8-0=8$	$8-0=8$
提携 $\{A\}$	0	-	-
提携 $\{B\}$	-	0	-
提携 $\{C\}$	-	-	0

次に、全員提携における各プレイヤーの貢献度を求める。シャープレイ値では、1人ずつプレイヤーが加わっていく全員提携の形成を考える。

例として、最初にプレイヤー A がいて、そこに B が加わり、最後に C が加わる全員提携を考える。このような提携を、以下 $A \leftarrow B \leftarrow C$ と表す。この全員提携の形成において、 A の貢献度は $v(\{A\}) = 0$ である。次に B が加わって提携 $\{A, B\}$ ができたため、 B の貢献度は $v(\{A, B\}) - v(\{A\}) = 6 - 0 = 6$ 、最後に C が加わり提携 $\{A, B, C\}$ ができたため、 C の貢献度は、 $v(\{A, B, C\}) - v(\{A, B\}) = 20 - 6 = 14$ となる。よって、 $A \leftarrow B \leftarrow C$ の全員提携の形成においての A, B, C の貢献度はそれぞれ、 $0, 6, 14$ である。3人のプレイヤーの全員提携の順列は、 $3! = 6$ 通りある。表-2.10 に各全員提携の組合せにおける各プレイヤーの貢献度をまとめる。

最後に、すべての全員提携の形成が同じ確率で起こるとし、各プレイヤーの期待値をとる。この期待値を各プレイヤーのシャープレイ値といい、各プレイヤーのシャープレイ値を並べたベクトルのことを、単にシャープレイ値という。表-2.10 において、各提携形成がすべて同じ確率 $1/6$ で起こるとすると、プレイヤー A, B, C のシャープレイ値は、 $30/6 = 5$ 、 $54/6 = 9$ 、 $36/6 = 6$ となり、シャープレイ値は、 $(5, 9, 6)$ となる。

表-2.10 各提携における各プレイヤーの貢献度

	貢 献 度		
	プレイヤー A	プレイヤー B	プレイヤー C
$A \leftarrow B \leftarrow C$	0	$6-0=6$	$20-6=14$
$A \leftarrow C \leftarrow B$	0	$20-0=20$	$0-0=0$
$B \leftarrow A \leftarrow C$	$6-0=6$	0	$20-6=14$
$B \leftarrow C \leftarrow A$	$20-8=12$	0	$8-0=8$
$C \leftarrow A \leftarrow B$	$0-0=0$	$20-0=20$	0
$C \leftarrow B \leftarrow A$	$20-8=12$	$8-0=8$	0
計	30	54	36

シャープレイ値は、 $(6, 7, 7)$ に比べると B の負担が小さく、A, C の負担が大きくなる。

2.3.5 協力ゲーム理論のまとめ

コアは、配分の組合せに範囲があり唯一の配分の組合せが求まらない。仁とシャーププレイ値は、プレイヤーのうち何人かの提携を考慮した配分を求めるための協力ゲーム理論である。その他の協力ゲーム理論にカーネルがあるが、カーネルをより発展させたものが仁である。

各プレイヤー（橋梁など）を独立した存在と考え、各プレイヤーの提携を考慮しない協力ゲーム理論であるナッシュ交渉解が、土木構造物などをプレイヤーと考え、お互い協力し社会資本整備に関する優先順位の決定や予算の配分などに関し、パレート最適解となるため、最も適したゲーム理論であると考え、本研究に援用し援用結果を示す。

参考文献

- 1) 武藤滋夫：[経済学入門シリーズ] ゲーム理論入門，日本経済新聞出版社，2001.1.
- 2) 岡田 章：ゲーム理論，有斐閣，1996.12.
- 3) 鈴木光男：新ゲーム理論，勁草書房，1994.4.
- 4) 中山幹夫：はじめてのゲーム理論，有斐閣，1997.9.
- 5) モートン.D. デービス著，桐谷維・森克美訳：ゲームの理論入門，講談社，1973.9.
- 6) 渡辺隆裕：ゲーム理論，ナツメ社，2004.9.
- 7) 中山幹夫，武藤滋夫，船木由喜彦：ゲーム理論で解く，有斐閣，2000.11.
- 8) 船木由喜彦：演習ゲーム理論，新世社，2004.7.
- 9) 今井晴雄，岡田 章：ゲーム理論の新展開，勁草書房，2002.4.
- 10) 今井晴雄，岡田 章：ゲーム理論の応用，勁草書房，2005.5.
- 11) 中山幹夫：社会的ゲームの理論入門，勁草書房，2005.5.
- 12) 大内 東，山本雅人，川村秀憲：マルチエージェントシステムの基礎と応用，pp.16～52，コロナ社，2002.4.
- 13) 木下栄蔵：Q & A:入門意思決定論，pp.37～47，現代数学社，2004.10.
- 14) 中山幹夫，船木由喜彦，武藤滋夫：協力ゲーム理論，勁草書房，2008.7.
- 15) 池上高志，松田裕之：ゲーム理論のフロンティア，サンエンス社，2005.12.
- 16) トム. ジーグフリード著，富永 星訳：最も美しい数学ゲーム理論，文春文庫，2010.9.

第3章 協力ゲーム理論（ナッシュ交渉解）と効用関数

3.1 利得と効用

ゲーム理論では、各プレイヤーが合理的に行動（思考）し、各プレイヤーの利得の最大化を目指すため理論である。各プレイヤーの最大利得は、非協力ゲーム理論ではナッシュ均衡になる解となり、協力ゲーム理論のナッシュ交渉解ではパレート最適解となる。ゲーム理論での利得は、一般的には、金銭を対象としていることがほとんどである。

本研究では、利得を効用に置き換えて、各プレイヤーの効用についてナッシュ交渉解（パレート最適解）を求めることにより、土木構造物の維持管理計画問題に援用する。

3.2 効用理論と効用関数

3.2.1 効用理論¹⁾

代替案（比較して何を選ぶか）の望ましさの程度は、貨幣価値・時間要素・楽しさ・名声・社会的許容度などの属性のよって変わってくる。種々の属性で示された代替案の総合的な価値を測るための統一尺度としては「効用」の概念が導入される必要がある。効用は意思決定者（プレイヤー）真の価値を示す尺度として定義されている。効用理論は1人の意思決定者（プレイヤー）の関してあらゆる属性値の価値を計測でき、これを結合したり、また互いに比較することを無矛盾に行うことを可能にするものである。よって、すべての代替案についてその効用が与えられれば、最も高い効用をもたらす代替案を選択すればよい。

例えば、2つの事象間の選好性の程度を表すために以下のように示す。

$A > B$: A は B より選好される。

$A \sim B$: A と B は先行において無差別である。

$A \geq B$: 少なくとも A は B より選好される。

効用理論の基礎となる6つの公理がある¹⁾。

1. 順序性
2. 推移性
3. 連続性
4. 代替性
5. 単調性
6. 分解性

3.2.2 効用関数¹⁾

効用関数とは、選好の順序を定量化した関数であり、数学的にいえば、選好の度合の実数軸上への写像を示す関数といえる。この関数によって、選好性を数的に表すことができる。

ある事象の効用関数を $u(\cdot)$ と表すと選好性は効用関数により以下のように表すことができる。

もし $A \succ B$ ならば $u(A) > u(B)$

もし $A \sim B$ ならば $u(A) = u(B)$

もし $A \succeq B$ ならば $u(A) \geq u(B)$

3.2.3 効用関数とリスク回避度²⁾

意思決定者（プレイヤー）のリスクに対する態度がどのように定式化されるかを下記の事例により示す。

事例 リスクの下での意思決定

a, b の2つの選択肢に直面しているとする。

a : 確実に1万円もらえる。

b : 確率 $1/2$ で2万円もらえるか、確率 $1/2$ で何ももらえない。

あなたは、どちらを選ぶか。

貨幣額 x (万円) 効用関数を $u(x)$ とすると、選択対象 a に対する（期待）効用は $u(1)$ であり、選択対象 b に対する期待効用は、

$$u(2)/2 + u(0)/2$$

よって、図-3.1 のような効用関数では、

$$u(1) > u(2)/2 + u(0)/2$$

となり、 a が選択される。選択対象 a と b の期待金額は1万円と同じであるが、 a を選択するプレイヤーは b に含まれるリスクを回避することを好むといえる。よって、図-3.1 のような効用関数をもつプレイヤーをリスク回避的という。

逆に、図-3.2 のような効用関数 $u(x)$ に対して、

$$u(1) < u(2)/2 + u(0)/2$$

となり、 b が選択される。すなわち、プレイヤーは b に含まれるリスクを積極的に選好すると考え、このようなプレイヤーを、リスク選好型（愛好型）という。

図-3.3 のような効用関数 $u(x)$ に対しては、

$$u(1) = u(2)/2 + u(0)/2$$

となり、プレイヤーは a と b に関して無差別である。すなわち、プレイヤーは b に含まれるリスクに対して中立的と考えられ、このようなプレイヤーを、リスク中立的という。

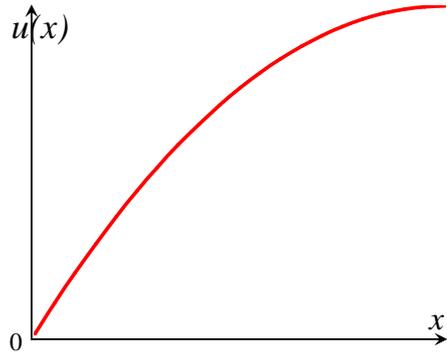


図-3.1 リスク回避的効用関数

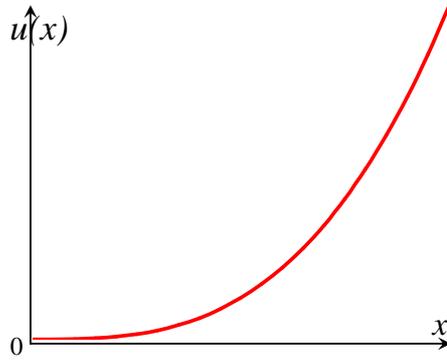


図-3.2 リスク選好的（愛好的）効用関数

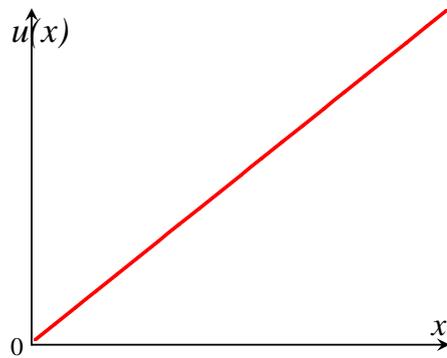


図-3.3 リスク中立的効用関数

3.2.4 多属性効用関数³⁾

結果 $x \in X$ が n の属性 X_1, X_2, \dots, X_n によって特長づけられるものとする。現実的には多目的評価における複数の評価項目がこれに相当する。この時の結果 x は順序対

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$$

で表すことができる。起りうるすべての結果の集合 X は、直積集合 $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ で表される。これを n 属性空間という。

n 属性空間は、 $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ 上に $u : X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \rightarrow R$ として定義される。

多属性効用関数の定理 (Keeney and Raiffa 1993) は、

「属性 X_1, X_2, \dots, X_n が相互に効用独立であるとき、加法形の多属性効用関数

$$u(x) = u(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n k_i u_i(x_i), \quad \text{if } \sum_{i=1}^n k_i = 1 \quad (3.1)$$

あるいは乗法形の多属性効用関数

$$ku(x) + 1 = \prod_{i=1}^n \{kk_i u_i(x_i) + 1\}, \quad \text{if } \sum_{i=1}^n k_i \neq 1 \quad (3.2)$$

が得られる。ただし、

- a) $u(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) = 0, u(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 1$
- b) $u_i(x_i := u(x_i | x_{i^c}^0), i^c = \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, n\})$
- c) $k_i = u(x_i^*, x_{i^c}^0)$
- d) k は $k+1 = \prod_{i=1}^n (kk_i)$ の解

であり、式 (3.1)、式 (3.2) が成り立つ。

また、式 (3.1) の加法形示す k_i は各属性の重みを表しているとも解釈できる。

多属性関数の事例を以下に示す。

属性 X_1 の図-3.4 と属性 X_2 の図-3.5 による多属性関数を、加法形の式 (3.1) で求め、図-3.6 に示す。ただし、 $k_1 = 0.5, k_2 = 0.5$ としている。

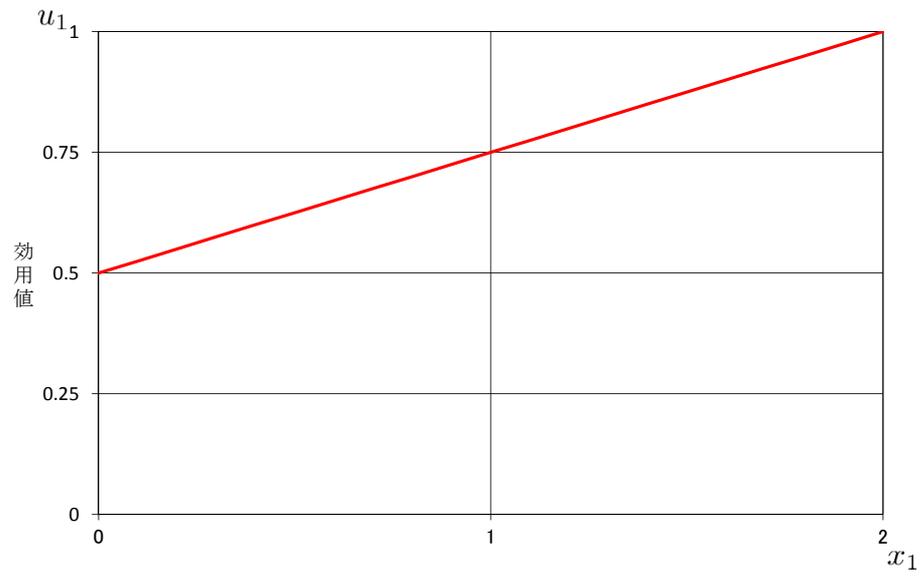


図-3.4 属性 X_1 の効用関数

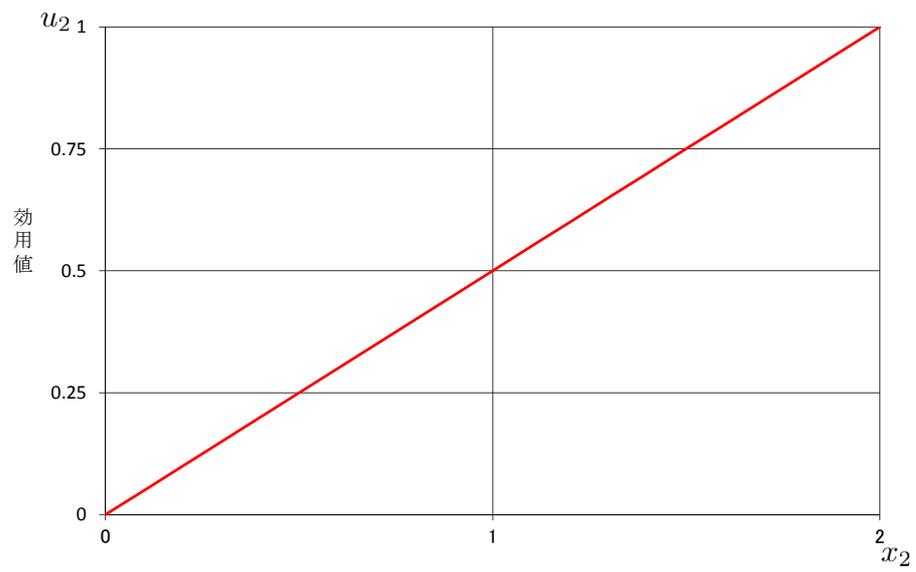


図-3.5 属性 X_2 の効用関数

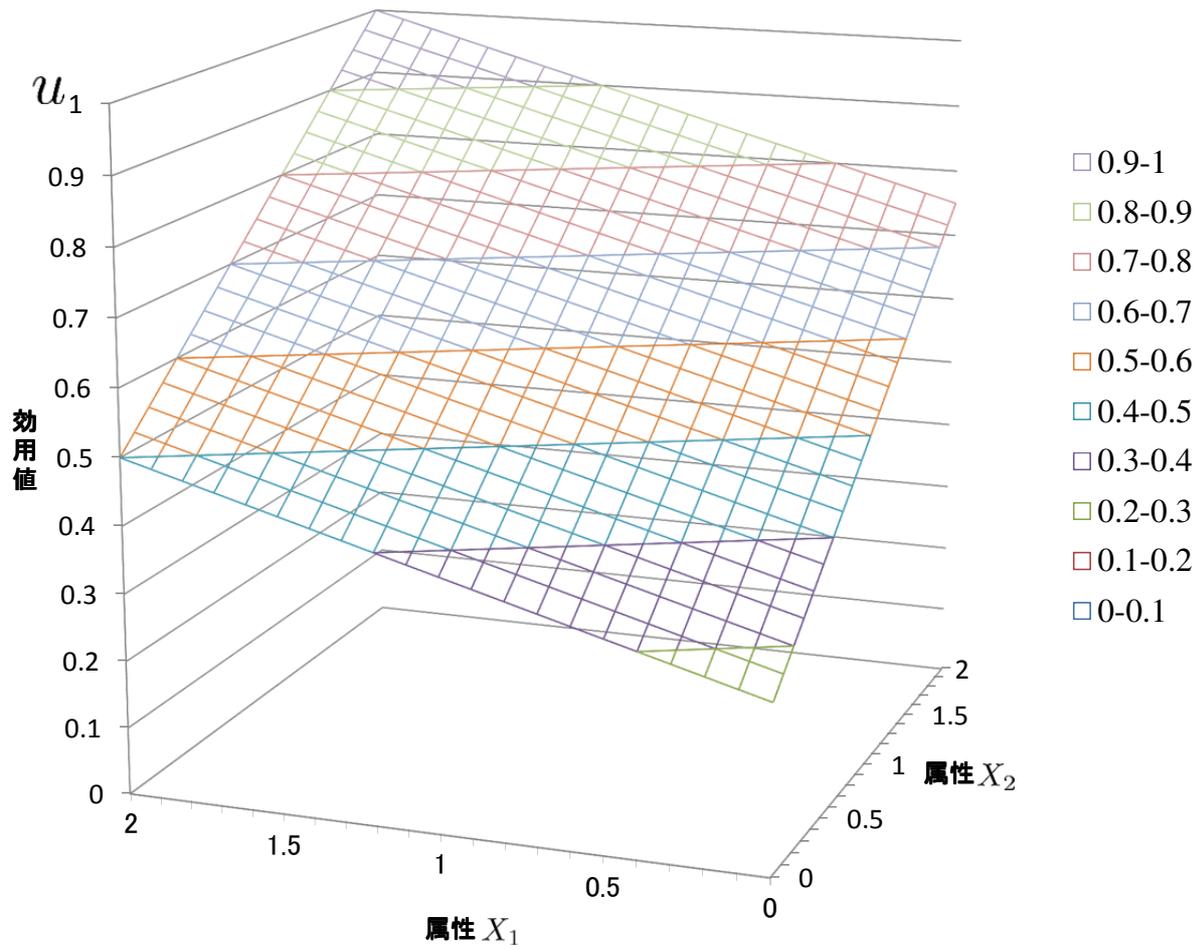


図-3.6 多属性効用関数(2属性)グラフ

参考文献

- 1) : Alfredo H-S.Ang, Wilson H.Tang 著, 伊藤學, 亀田博之, 黒田勝彦, 藤野陽三訳: 土木・建築のための確率・統計の応用, 丸善株式会社, 1988.1.
- 2) 岡田 章: ゲーム理論, pp.251-253, 有斐閣, 1996.12.
- 3) 田村坦之, 中村豊, 藤田眞一: 効用分析と数理と応用, コロナ社, 1997.11.

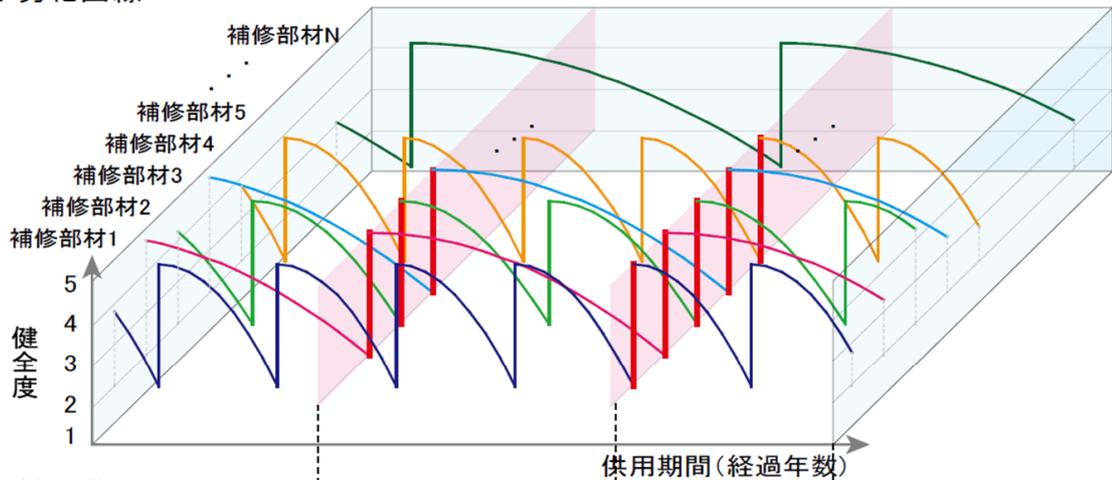
第4章 橋梁維持管理計画（劣化補修計画）におけるゲーム理論の適用¹⁾

4.1 はじめに

第1章で述べたとおり，戦後の高度経済成長期に道路整備と同時に大量の道路橋の整備が行われた．これらの橋梁が整備後50年を迎えはじめており，公共投資余力の減少の中，効率的・効果的な維持管理を行うことが急務となっている．こうした中，橋梁の長寿命化と，計画的で継続的な維持管理を目的とした橋梁アセットマネジメント手法（BAMS）の実用化が進んできている．

BAMSの構成要素の一つとして，限られた予算内での維持管理計画（予算の平準化）がある．まず，予算制約なしで，橋梁毎あるいは部材毎に重要度を考慮して管理水準（管理目標）を設定し，供用期間（経過年数）を通じてライフサイクルコスト（LCC）が最小である補修計画案を作成する．複数の橋梁の補修計画を重ね合わせた場合に，図-4.1に示すように，年度毎の総補修費が極端に変化する場合があるため，予算制約を設け，平準化を図る必要が生じ，何らかの最適化が求められる．予算の平準化を行う場合には，橋梁の健全度を確保しつつ，予算を超えている年度の補修工事の補修時期の最小限の前倒しや先送りを行い，各年度の予算内に補修費をおさめる必要がある．この場合に，どの橋梁を前倒しや先送りをするかを決める指標として，全対象橋梁の健全度やサービス水準の総和の最大化を評価関数（目的関数）としている事例が多く報告されている²⁾³⁾⁴⁾．この評価指標は，対象橋梁群全体としての健全度は評価しているが，与えられた条件下での個々の橋梁の健全度の最大化の再評価が行われないため，ある橋梁の健全度が必要以上に高い場合（一人勝ち）や必要以上に低い場合（一人負け）が生じる可能性がある．また，対象橋梁群の評価指標の総和が最大であっても，個々の橋梁の健全度は必ずしもバランスのよいものになっていない可能性もある．これより，制約条件の下での個々の橋梁の評価指標を最大化しつつ橋梁群全体としての評価指標の最大化という最適化問題を解く必要が生じる．最適化問題の解決手法の一つにゲーム理論の適用が考えられ，中でも協力ゲーム理論が最適制御問題に適用されている⁵⁾．本研究でも，上記の問題を解決するために，各橋梁を意思決定者（プレイヤー）と考え，経済学の理論であるゲーム理論（ナッシュ交渉解）を採用し，各プレイヤーがお互いに協力することによってバランスのとれた前倒しや先送り補修時期の組み合わせを求めるための検討を行った．また，重要度を考慮した優先度の決定方法についても提案した．

◆劣化曲線



◆補修費用

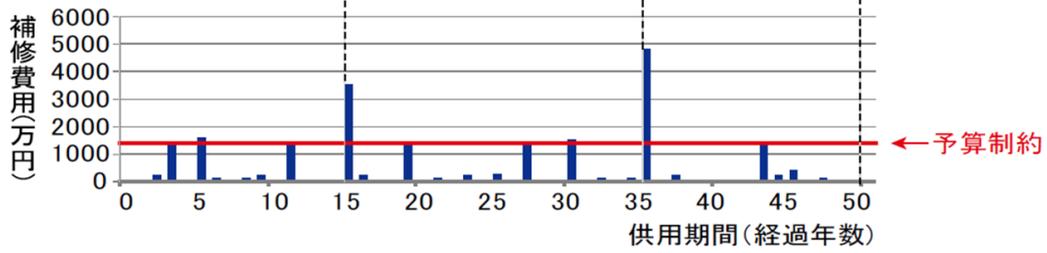


図-4.1 補修時期（劣化曲線）と年度補修費用の概念

4.2 ナッシュ交渉解のモデル

複数の意志決定者（プレイヤー）が存在し、それらが相互に協力してゲームを行い、全てのプレイヤーの利得（効用）がこれ以上同時に増加しないパレート最適となる解がナッシュ交渉解である。

交渉問題は、ゲーム参加プレイヤーの集合を N 、 n 人のプレイヤーが合意のうえで共同戦略をとったときに期待される利得ベクトルの集合を U 、プレイヤー間の連携なしで得られる利得集合（交渉が不成立のときに得られる利得集合）を d とし、 (N, U, d) で表現される。ナッシュが提示した交渉解が満たすべき4つの公理を示す（公理の詳細内容は、第2章に示す。）

公理1（強）パレート最適性

公理2．対称性

公理3．正1次変換からの独立性

公理4．無関係な結果からの独立性

以上の公理を満たす交渉問題 (N, U, d) の解 u_i は式 (4.1)(再掲) で与えられる。

$$\text{maximize } \prod_{i=1}^n (u_i - d_i) \quad u \in U, u_i \geq d_i \quad (4.1)$$

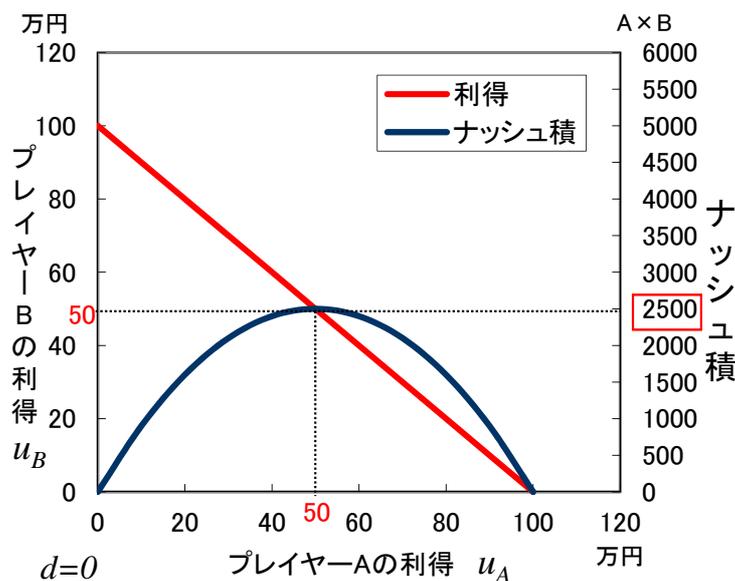


図-4.2 利得配分とナッシュ積（再掲）

式 (4.1) はナッシュ積とも呼ばれ、 u_i を性質の違う独立変数と考えれば多目的最適化問題の解になっている。以下に2人交渉問題の簡単な例を示す。A、Bの2人のプレイヤーが協力して得た100万円の利益の分配を考える。Aの利得 + Bの利得 = 100万円 で図-4.2の利得となる。また、交渉が決裂した場合の分配は $0(d=0)$ となる。

よって、 $(u_A - d_A) \times (u_B - d_B) = u_A \times u_B = 2500$ (図-4.2) となるナッシュ積の最大の $u_A = u_B = 50$ 万円がナッシュ交渉解である。線型計画法などでよく用いられる和の最大

化では、本例のような常に利得の和が一定（100万円）であるときに、ただ1つの妥協点を決めることができない。また、和の最大化は、意思決定主体が1人の場合か、すべてのプレイヤーが協力したとしても、1人負けや1人勝ちの犠牲的状态を許容し全体としての利得を最大にする場合のルールであり、独立の主体が複数いて、それぞれの自己の利益も最大化する場合の利益配分の問題には不適切である。

ナッシュ交渉解は、各プレイヤーの利得の最大化と集団全体の利益の最大化を同時に実現できる経済学の理論解である。

4.3 効用関数の設定

本研究では、効用値を各橋梁の利得とし、限られた予算内で補修の前倒しや先送りを行い、ナッシュ交渉解となる維持管理計画の組合せを求める。

一般的には、各橋梁や補修部材によって管理目標や劣化曲線やLCCが最小となる健全度（補修時期）は違ってくるが、ここでは、議論を単純化するため、各橋梁に劣化曲線が与えられており、LCCが最小となる健全度2で補修する場合が最適（管理目標は健全度2）であるとする。劣化曲線は健全度5が劣化していない状態であり、健全度が小さくなると劣化が進行していることを表している。この場合、補修時期の期待効用値を表す効用関数を図-4.3のように設定できる。健全度2で補修した場合に効用値が最も高くなり、健全度2以上で補修すれば効用は減少するので、ここでは、健全度5から単純増加の一次関数とした。また、管理目標値である健全度2を下まわると効用値が急激に減少するように設定した。

以上は、定性的には妥当な設定と考えられる。

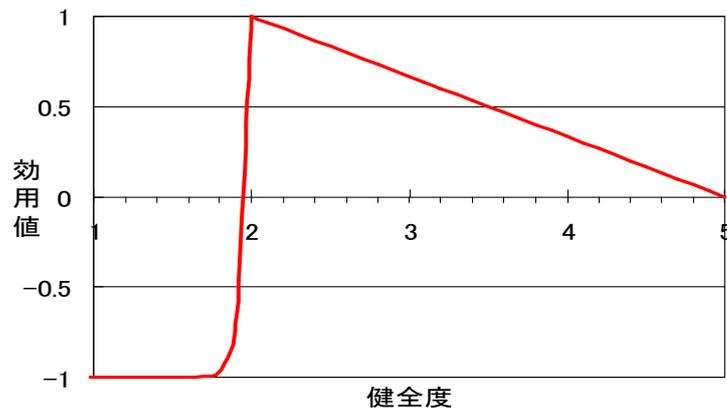


図-4.3 効用関数

50年間に補修計画の対象期間としたときの一般的な橋梁部材の健全度の推移イメージを図-4.4に示す。図-4.4の健全度を図-4.3の効用関数で変形したものが図-4.5の50年間の効用値関数となり、その積分が効用値となる。ある橋梁（または部材）に着目して、LCC最小で最適な補修スケジュールが組まれれば、それに対応する図-4.5の効用値を50年分積分した値は最大となり、補修スケジュールを前後にずらすことで積分した値は減少する。図中の○部に示すように、前倒し補修をすれば、効用値が減少することになる。

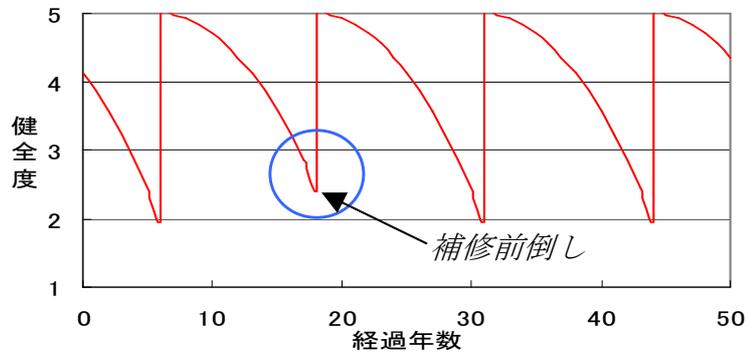


図-4.4 50年間の健全度

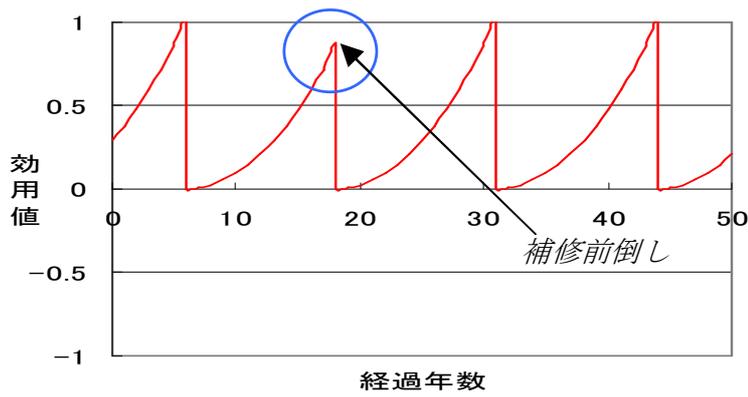


図-4.5 50年間の効用関数

4.4 ナッシュ交渉解による数値計算例

4.4.1 ナッシュ交渉解による計算フローチャート

図-4.6 に示す手順に従って以降の計算例を実施した。各補修工事の補修時期の組み合わせを求める計算は、遺伝的アルゴリズム (GA) により行った。

GA は、補修部材毎の前倒し年数または先送り年数を遺伝子配列とした2次元配列とし、エリート保存を行った。

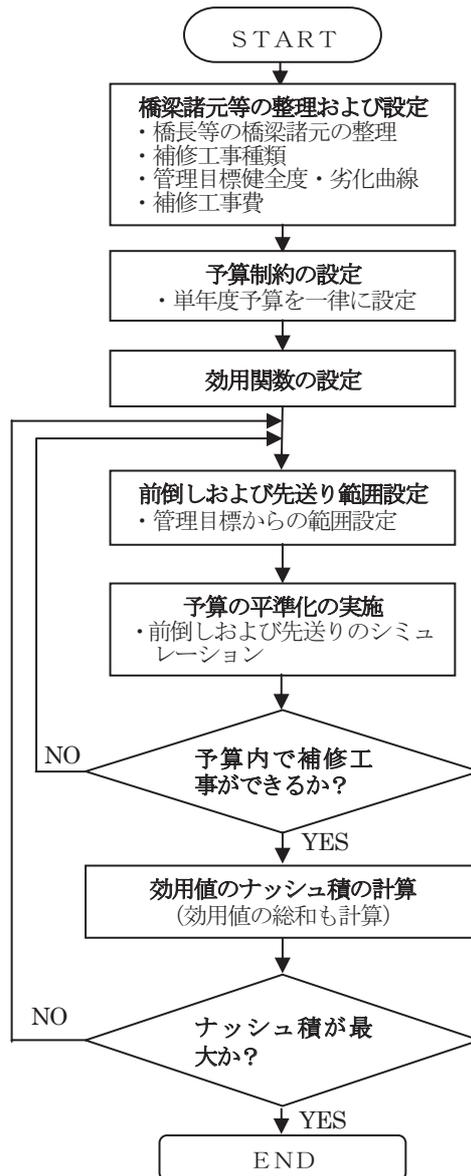


図-4.6 ナッシュ交渉解による計算フローチャート

4.4.2 補修対象橋梁の諸元

補修計画の対象期間を50年間、対象橋梁数を5橋、各橋梁の補修部材を2部材とした。表-4.2, 表-4.3に基づき、各橋梁の諸元(補修工法, 施工後年数, 補修周期, 工事費)を表-4.1に示す。ここでは、ナッシュ交渉解の適用性を遺伝的アルゴリズム(GA)により確かめるために、対象橋梁5橋で各橋梁の補修部材(補修工事)を2部材と少数の部材に限定した。さらに、補修周期は健全度5から管理目標健全度(健全度2)までの補修周期とし、一般的な100年間の補修計画対象期間ではなく50年間の補修対象期間とし、補修周期は一般的な補修周期の1/2とした。また、劣化曲線は2次曲線を採用した。

また、補修工法や補修数量、補修単価および補修周期は、『道路アセットマネジメントハンドブック』⁶⁾を参考に設定した。

表-4.1 各橋梁の諸元

橋梁名	補修工法	施工後年数(年)	補修周期(年)	工事費(万円)	
A	A-1	桁塗装工事	5	8	345
	A-2	床版疲労補修工事	5	20	1,322
B	B-1	桁塗装工事	5	10	283
	B-2	床版疲労補修工事	5	20	1,081
C	C-1	桁経年劣化補修工事	7	13	120
	C-2	桁中性化補修工事	20	25	1,322
D	D-1	桁経年劣化補修工事	5	13	120
	D-2	桁塩害補修工事	5	8	962
E	E-1	桁塗装工事	5	7	218
	E-2	床版疲労補修工事	5	20	829

表-4.2 各橋梁諸元

橋梁名・橋梁諸元		補修諸元・工事費	
A橋		A-1. 桁塗装工事	
		管理目標健全度	2
		補修周期	8年
橋種	非合成鈹桁	劣化曲線：5 - 0.0469X ²	
橋長	30 m	A-2. 床版疲労補修工事	
幅員	8 m	管理目標健全度	2
橋面積	240m ²	補修周期	20年
經過年数	5年	劣化曲線：5 - 0.0075X ²	
B橋		B-1. 桁塗装工事	
		管理目標健全度	2
		補修周期	10年
橋種	非合成鈹桁	劣化曲線：5 - 0.0300X ²	
橋長	28 m	B-2. 床版疲労補修工事	
幅員	7 m	管理目標健全度	2
橋面積	196m ²	補修周期	20年
經過年数	5年	劣化曲線：5 - 0.0075X ²	
C橋		C-1. 桁経年劣化補修工事	
		管理目標健全度	2
		補修周期	13年
橋種	P C T桁	劣化曲線：5 - 0.0178X ²	
橋長	30 m	C-2. 桁中性化補修工事	
幅員	8 m	管理目標健全度	2
橋面積	240m ²	補修周期	25年
經過年数	20年	劣化曲線：5 - 0.0048X ²	
D橋		D-1. 桁経年劣化補修工事	
		管理目標健全度	2
		補修周期	13年
橋種	P C T桁	劣化曲線：5 - 0.0178X ²	
橋長	30 m	D-2. 桁塩害補修工事	
幅員	8 m	管理目標健全度	2
橋面積	240m ²	補修周期	8年
經過年数	5年	劣化曲線：5 - 0.0469X ²	
E橋		E-1. 桁塗装工事	
		管理目標健全度	2
		補修周期	7年
橋種	非合成鈹桁	劣化曲線：5 - 0.0612X ²	
橋長	25 m	E-2. 床版疲労補修工事	
幅員	6 m	管理目標健全度	2
橋面積	150m ²	補修周期	20年
經過年数	5年	劣化曲線：5 - 0.0075X ²	

表-4.3 各橋梁の1工事当りの工事費

橋梁名	工事名	工種等	金額
A橋	A-1. 桁塗装工事	塗装単価(3種ケレン)	0.30万円/m ²
		足場単価(吊足場)	0.45万円/m ²
		橋面積当り塗装面積	3.1m ² /m ²
		塗装面積=3.1×橋面積	744m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	270m ²
		工事費	345万円
	A-2. 床版疲労補修工事	橋面積当り炭素繊維接着単価	5.0万円/m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	270m ²
工事費		1322万円	
B橋	B-1. 桁塗装工事	塗装単価(3種ケレン)	0.30万円/m ²
		足場単価(吊足場)	0.45万円/m ²
		橋面積当り塗装面積	3.1m ² /m ²
		塗装面積=3.1×橋面積	607.6m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	224m ²
		工事費	283万円
	B-2. 床版疲労補修工事	橋面積当り炭素繊維接着単価	5.0万円/m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	224m ²
工事費		1081万円	
C橋	C-1. 桁経年劣化補修工事	橋面積当り経年劣化補修単価	0.50万円/m ²
		工事費	120万円
	C-2. 桁中性化補修工事	橋面積当り桁補修単価 (2層炭素繊維接着)	5.0万円/m ²
		足場単価(吊足場)	0.45万円/m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	270m ²
工事費	1322万円		
D橋	D-1. 桁経年劣化補修工事	橋面積当り経年劣化補修単価	0.50万円/m ²
		工事費	120万円
	D-2. 桁塩害補修工事	橋面積当り桁表面塗装単価	3.5万円/m ²
		足場単価(吊足場)	0.45万円/m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	270m ²
工事費	962万円		
E橋	E-1. 桁塗装工事	塗装単価(3種ケレン)	0.30万円/m ²
		足場単価(吊足場)	0.45万円/m ²
		橋面積当り塗装面積	3.1m ² /m ²
		塗装面積=3.1×橋面積	465m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	175m ²
		工事費	218万円
	E-2. 床版疲労補修工事	橋面積当り炭素繊維接着単価	5.0万円/m ²
		足場面積=(幅員+1m)×橋長	175m ²
工事費		829万円	

4.4.3 予算制約と本モデルのナッシュ交渉解

各年度の予算を一律(1400万円)に設定し,その予算内に入るように補修時期の前倒しおよび先送りのシミュレーションを行い,各橋梁の補修部材の50年間の効用値 u_i のナッシュ積が最も大きい組み合わせをナッシュ交渉解とする.

また,交渉が決裂した場合には,全ての橋梁の補修を行わないと考えて利得(効用)を $d_i = 0$ とする.よって,ナッシュ交渉解 u_i は式(4.2)となる.

$$\text{maximize } \prod_{i=1}^n u_i \quad u \in U, u_i > 0 \quad (4.2)$$

4.4.4 前倒しおよび先送りの範囲の設定

前倒しの範囲は,管理目標値である健全度2から3未満とし,先送りは健全度2から1以上の範囲とする(図-4.7).これらの範囲では,工事費は変わらないとする.

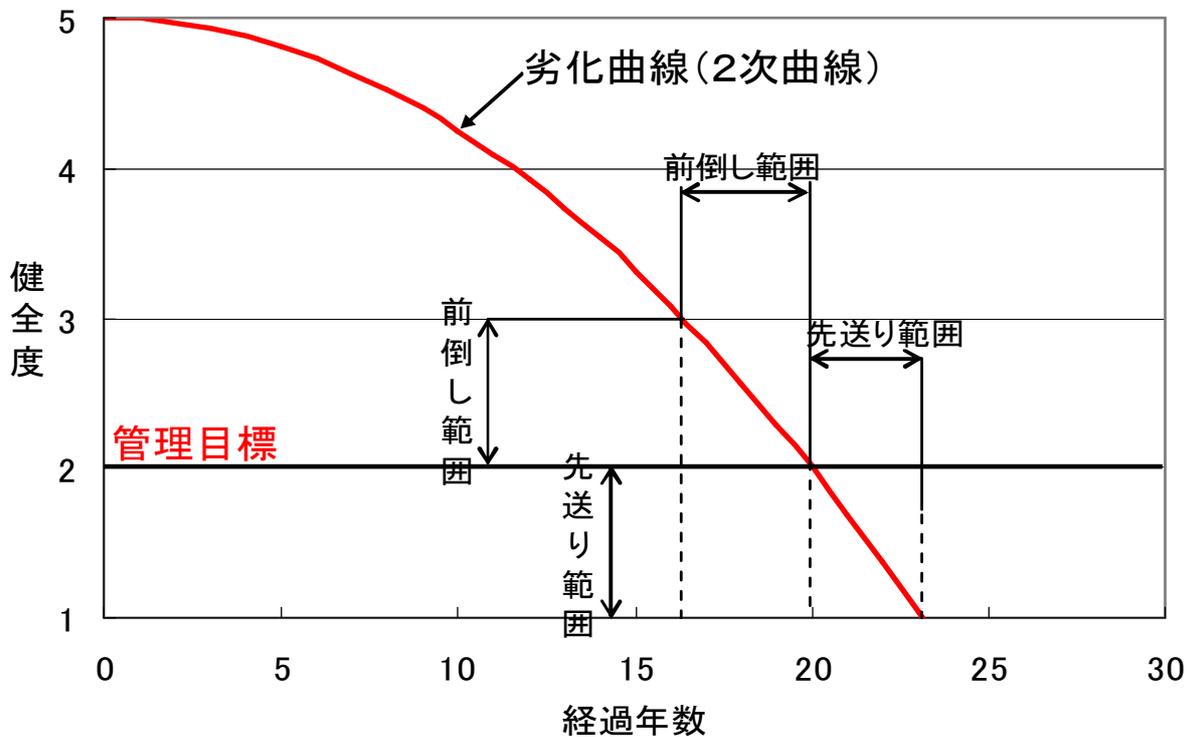


図-4.7 健全度と前倒しおよび先送り範囲

4.4.5 遺伝的アルゴリズム (GA) の遺伝子配列および計算手法

GA の計算のパラメーターは予備計算で試行錯誤的に行い表-4.4 に示す値に決定した . GA の計算フローチャートを図-4.8 に示す .

表-4.4 GA のパラメーター

個体総数	200 個体
淘汰・選択	ルーレット選択 (エリート保存)
交叉方法, 交叉確率	1 点交叉, 50%
突然変異確率	5%
計算世代	2000 世代

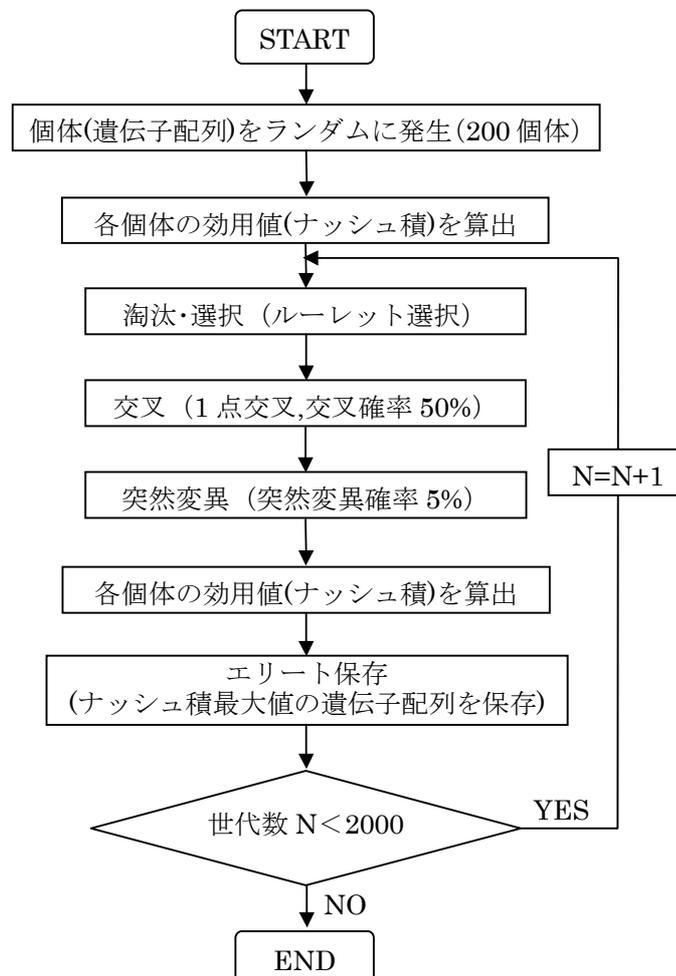


図-4.8 GA 計算フローチャート

4.4.5.1 遺伝子配列の発生

各工事の健全度3未満から健全度1以上の範囲における1年ごとの健全度に対し、健全度2（管理目標健全度）を0とし前倒しは健全度2からマイナスの年数とし、先送りはプラスの年数とする遺伝子を設定する（図-4.9）。

		補修時期範囲(健全度3未満から1以上)									補修周期
		前倒し			健全度2			先送り			
A-1工事	健全度				3.312	2.702	2.000	1.201	0.310		8
	遺伝子					-1	0	1			
A-2工事	健全度	3.080	2.833	2.570	2.293	2.000	1.693	1.370	1.033	0.680	20
	遺伝子		-3	-2	-1	0	1	2	3		
B-1工事	健全度				3.080	2.570	2.000	1.370	0.680		10
	遺伝子					-1	0	1			
B-2工事	健全度	3.080	2.833	2.570	2.293	2.000	1.693	1.370	1.033	0.680	20
	遺伝子		-3	-2	-1	0	1	2	3		
C-1工事	健全度				3.220	2.846	2.437	2.000	1.511	0.995	13
	遺伝子					-2	-1	0	1		
C-2工事	健全度	3.080	2.883	2.677	2.461	2.235	2.000	1.755	1.501	1.237	25
	遺伝子		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	
D-1工事	健全度				3.220	2.846	2.437	2.000	1.511	0.995	13
	遺伝子					-2	-1	0	1		
D-2工事	健全度				3.312	2.702	2.000	1.201	0.310		8
	遺伝子					-1	0	1			
E-1工事	健全度				3.470	2.797	2.001	1.083	0.043		7
	遺伝子					-1	0	1			
E-2工事	健全度	3.080	2.833	2.570	2.293	2.000	1.693	1.370	1.033	0.680	20
	遺伝子		-3	-2	-1	0	1	2	3		

図-4.9 補修時期範囲と遺伝子説明図

図-4.9の工事ごとにランダムに前倒しまたは先送りの遺伝子を発生させる。各工事の遺伝子は計画対象期間における最大補修回数を遺伝子数とする。A-1工事およびE-2工事の遺伝子の発生方法を例示し、工事ごとに遺伝子を発生させた1個体の遺伝子配列を図-4.10に示す。1個体の遺伝子配列は2次元となっている。

A-1工事 補修時期範囲(健全度3未満から1以上)

	前倒し	健全度2	先送り
健全度	2.702	2.000	1.201
遺伝子	-1	0	1

← 管理目標である健全度2を中心に-1から1までの乱数を発生させる。この場合-1の乱数の発生となる

工事名	1個体の遺伝子配列									最大補修回数	補修周期
A-1	-1	0	-1	-1	1	0	1			7	8
A-2	0	1	-3							3	20
B-1	0	-1	0	1	0	-1				6	10
B-2	-2	0	2							3	20
C-1	-1	-2	0	0	1					5	13
C-2	-4	0	3							3	25
D-1	-2	-1	0	-1	1					5	13
D-2	-1	0	0	1	0	1	0			7	8
E-1	-1	0	1	-1	-1	0	0	1	-1	9	7
E-2	0	-2	3							3	20

遺伝子	-3	-2	-1	0	1	2	3
健全度	2.833	2.570	2.293	2.000	1.693	1.370	1.033
	前倒し			健全度2			先送り

E-2工事 補修時期範囲(健全度3未満から1以上)

← 管理目標である健全度2を中心に-3から3までの乱数を発生させる。この場合-2の乱数となる

図-4.10 遺伝子配列説明図

4.4.5.2 ナッシュ積（ナッシュ交渉解）の算出

各個体ごとに式(4.2)により，図-4.11 に示すナッシュ積（ナッシュ交渉解）を求める．GA により求めるナッシュ積の最大値がナッシュ交渉解となる．

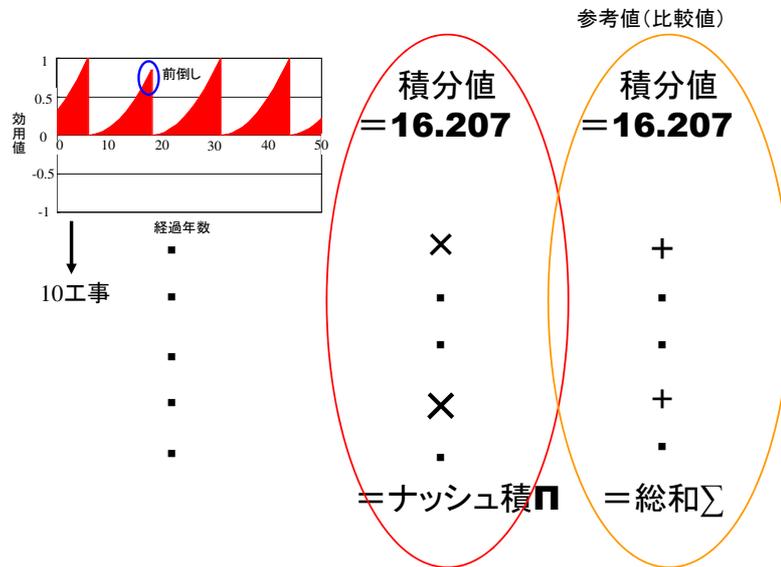


図-4.11 ナッシュ積説明図

4.4.5.3 淘汰・選択（ルーレット選択）

ルーレット選択は，個体の適応度（ナッシュ積）に応じた確率で次世代の個体を選択し淘汰される^{7),8)}．個体が n 個あり，ある個体の適応度 $f(A_i)$ （ナッシュ積）が確率 $P(A_i)$ で次世代に残される（式(4.3)）．ある個体の適応度（ナッシュ積）が大きほど次世代に残る確率が高くなる．ルーレット選択の概念について図-4.12 に示す．

$$P(A_i) = \frac{f(A_i)}{\sum_{i=1}^n f(A_i)} \quad (4.3)$$

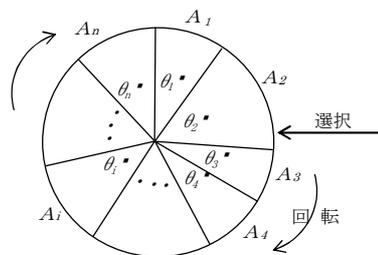


図-4.12 ルーレット選択説明図

4.4.5.4 交叉（1点交叉）

交叉は、図-4.13 に示すとおり、工事ごとに交叉位置（1点交叉）をランダムに決定している。交叉確率は50%としている。2つの個体間で交叉により、遺伝子配列を組み替えることにより、前世代の優れた部分形質を次世代に受け継ぎ、高い適応度の個体を残すことになる。

ランダムに交叉する位置を決める

工事名	個体Aの遺伝子配列							
A-1	-1	0	-1	-1	1	0	1	
A-2	0	1	-3					
B-1	0	-1	0	1	0	-1		
B-2	-2	0	2					
C-1	-1	-2	0	0	1			
C-2	-4	0	3					
D-1	-2	-1	0	-1	1			
D-2	-1	0	0	1	0	1	0	
E-1	-1	0	1	-1	-1	0	0	1
E-2	0	-2	3					

工事名	個体Bの遺伝子配列							
A-1	0	1	0	0	-1	-1	0	
A-2	-3	0	-2					
B-1	1	0	-1	-1	1	0		
B-2	-1	1	0					
C-1	-2	0	-1	1	0			
C-2	2	-3	-1					
D-1	-1	-2	1	0	-1			
D-2	0	1	-1	0	-1	0	-1	
E-1	0	-1	0	1	0	-1	-1	0
E-2	-3	-1	2					

交叉（個体A'と個体B'をつくるの交叉）
（交叉位置から後ろを入れ替え個体A'と個体B'となる）

交叉位置より
後ろの遺伝子
を入れ替える

交叉位置より
後ろの遺伝子
を入れ替える

工事名	個体A'の遺伝子配列							
A-1	-1	0	-1	0	-1	-1	0	
A-2	0	0	-2					
B-1	0	-1	0	1	0	-1		
B-2	-2	0	0					
C-1	-1	0	-1	1	0			
C-2	-4	0	-1					
D-1	-2	-2	1	0	-1			
D-2	-1	0	0	1	-1	0	-1	
E-1	-1	0	1	-1	-1	0	-1	0
E-2	0	-2	2					

工事名	個体B'の遺伝子配列							
A-1	0	1	0	-1	1	0	1	
A-2	-3	0	-2					
B-1	1	0	-1	-1	1	0		
B-2	-1	1	2					
C-1	-2	-2	0	0	1			
C-2	2	-3	3					
D-1	-1	-1	0	-1	1			
D-2	0	1	-1	0	0	1	0	
E-1	0	-1	0	1	0	-1	0	1
E-2	-3	-1	3					

図-4.13 交叉説明図

4.4.5.5 突然変異

突然変異は図-4.14 に示すように，遺伝子配列の特定の場所をランダムに選び，ここでは，5% の確率で変化させる操作である．これにより，突発的により評価値を持った個体があらわれることがある⁸⁾．

工事名	1個体の遺伝子配列								
A-1	-1	0	-1	-1	1	0	1		
A-2	0	1	-3						
B-1	0	-1	0	1	0	-1			
B-2	-2	0	2						
C-1	-1	-2	0	0	1				
C-2	-4	0	3						
D-1	-2	-1	0	-1	1				
D-2	-1	0	0	1	0	1	0		
E-1	-1	0	1	-1	-1	0	0	1	-1
E-2	0	-2	3						

突然変異 ↓

工事名	1個体の遺伝子配列								
A-1	-1	0	-1	-1	1	0	1		
A-2	0	1	-3						
B-1	0	-1	0	1	0	-1			
B-2	-2	0	2						
C-1	-1	-2	0	0	1				
C-2	-4	0	3						
D-1	-2	0	0	-1	1				
D-2	-1	0	0	1	0	1	0		
E-1	-1	0	1	-1	-1	0	0	1	-1
E-2	0	-2	3						

図-4.14 突然変異説明図

4.4.5.6 エリート保存

GA で求めた，200 個体の適応度（ナッシュ積）が最も大きい個体（遺伝子配列）をエリートとして，交叉や突然変異を起こさないで無条件で次世代に必ず保存し残す方法である．この方法を用いるとその時点で最も適応度の高い優秀な遺伝子配列が交叉や突然変異で壊される危険がない．しかし，エリート個体が急速に集団内に広がり，局所解に陥る危険性があるため計算回数を多くし，局所解に陥っていないことを確かめることが重要となる⁸⁾．

4.4.6 GA による計算例結果

予算制約を満足しつつ効用値のナッシュ積 (Π) および総和 (Σ) が最大になる遺伝的アルゴリズム (GA) で求めた 5 サンプルの結果を図-4.15 に示す。なお、図-4.15 の縦軸は、当初 (平準化前) の効用値に対する予算の平準化を行ったときの効用値の比で示している。

効用値の総和は表-4.5 に示すように 5 サンプルともに効用値比率の差は 0.018 (0.990~0.972) の範囲におさまっている。また、Sample1 から Sample3 には、ほとんど差はみられない。このように、効用値の総和を評価関数 (目的関数) とした場合には、差がほとんどないため、どのサンプルも組合せ最適解とみなせる可能性がある。

しかし、図-4.15 から判るように、Sample1 から Sample3 の効用値の総和はほぼ同じでも、個々の橋梁の効用値にバラツキがあることが判る。これは、個々の橋梁の利得 (効用値) を考慮しておらず、対象橋梁群全体の利得 (効用値) を判断基準としているからである。

一方、効用値のナッシュ積 (Π) が評価関数 (目的関数) の場合は、効用値比率の差が 0.149 (0.902~0.753) の範囲となる。この 5 サンプルでは予算平準化後の補修時の最適な組合せであるナッシュ交渉解はナッシュ積の最大の Sample5 である。ナッシュ交渉解である Sample5 の場合は、図-4.15 に示すように効用値比率のバラツキが小さく、一人勝ちや一人負けの橋梁 (プレイヤー) がないバランスのよい結果となっている。これは、各橋梁の個々の利得 (効用値) の最大化が図られていると考えられる。また、効用値の総和が最大になっていることから判るように橋梁全体の利得 (効用値) の最大化を同時に実現していると考えられる。図-4.16 に Sample5 の各橋梁における補修時期を示す。

また、Sample5 が平準化後の予算制約 1,400 万円 以下に収まっていることを図-4.17 に示す。

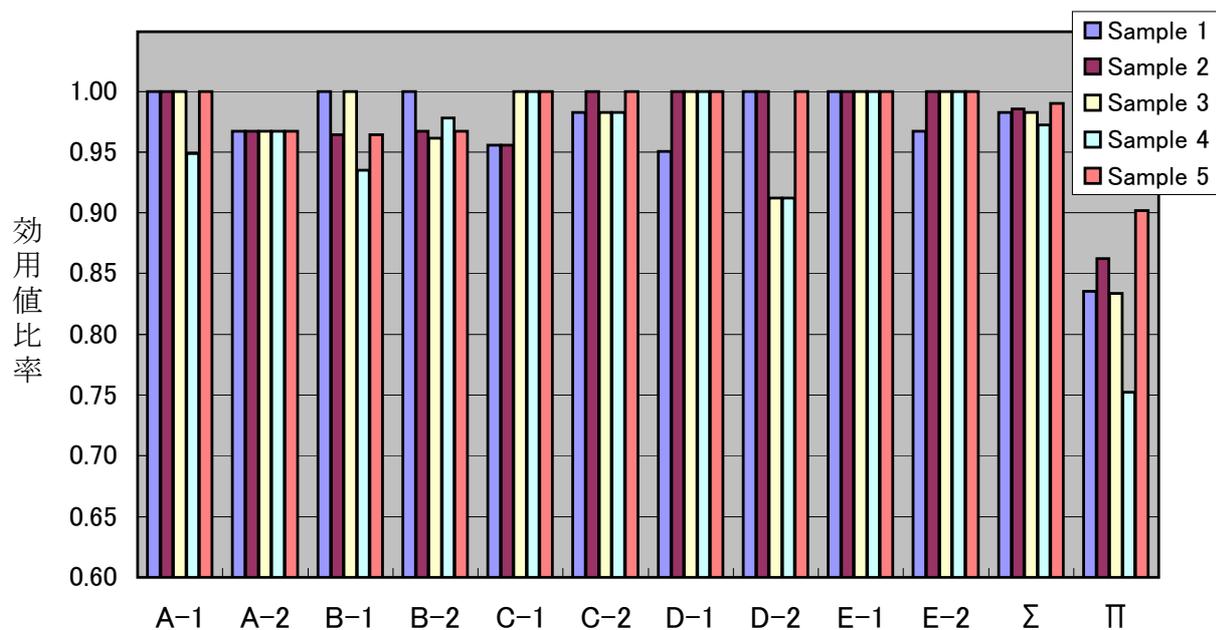
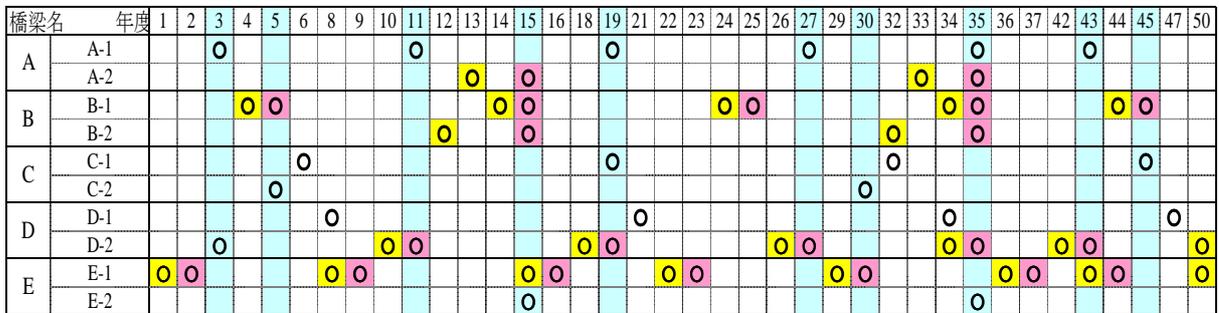


図-4.15 GA による数値計算結果

表-4.5 サンプル毎の効用値の総和とナッシュ積

名	効用値の総和		効用値のナッシュ積	
	Σ	比率	Π	比率
当初	166.732	1.000	1.654E+12	1.000
Sample1	163.796	0.982	1.382E+12	0.835
Sample2	164.336	0.986	1.426E+12	0.862
Sample3	163.791	0.982	1.379E+12	0.833
Sample4	162.106	0.972	1.245E+12	0.753
Sample5	165.082	0.990	1.492E+12	0.902



注) 補修工事のない年度は表示していない

- 凡例：
 ○ : 当初補修時期
 ○ : 前倒し後補修時期
 ○ : 前倒し前補修時期
 □ : 当初に補修の重なる年度

図-4.16 最適補修時期一覧図 (sample5)

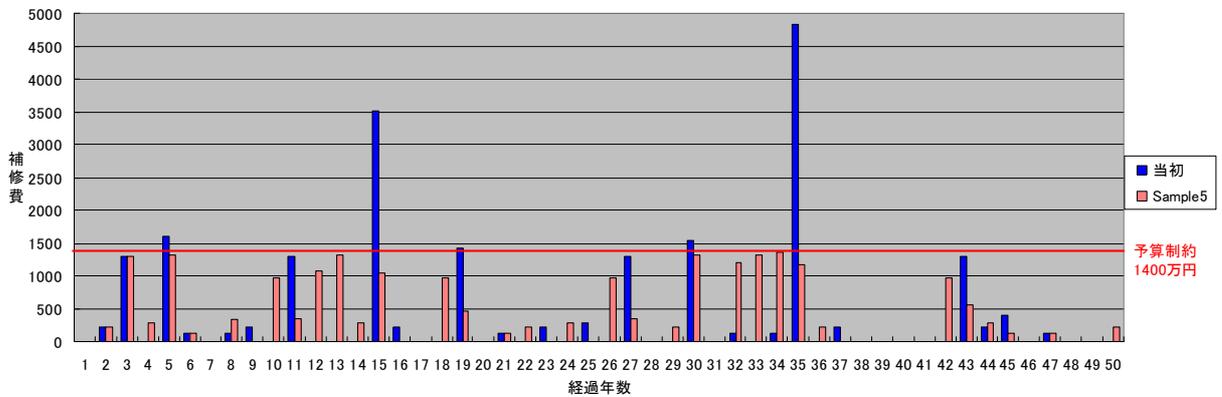


図-4.17 当初と Sample5 の予算平準化後の経年予算図

GA による Sample5 の進化状況を図-4.18 に示す．1,750 世代から 1,900 世代で突然変異が影響したと考えられる適応度（ナッシュ積）の進化が多くみられる．

参考に，世代数 10 倍の 20,000 世代まで計算した場合の進化状況を図-4.19 に示す．この場合は，8,000 世代前後に適応度（ナッシュ積）の進化がみられ同じ最大ナッシュ積となっている．局所解に陥る可能性があり，2,000 世代の計算の 10 倍程度かかる．

本研究では，2,000 世代までの計算で 20,000 世代の計算と同じナッシュ交渉解を求めることが確認できたため，2,000 世代の計算回数を多くし，最適解（準最適解）を求めることとした．

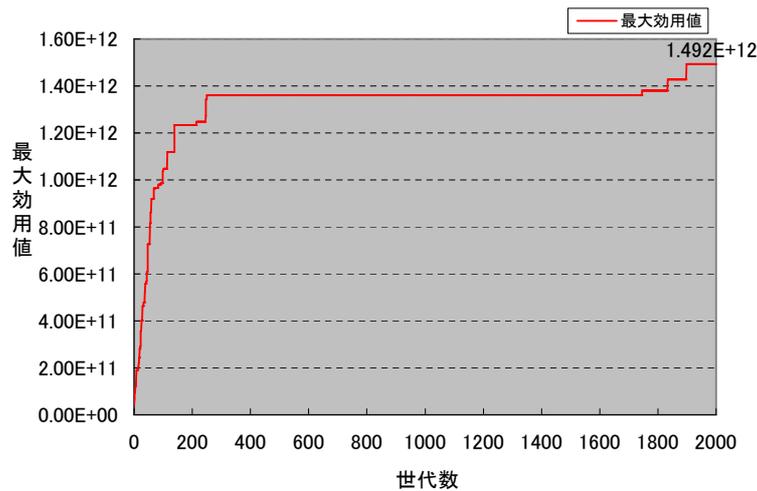


図-4.18 GA の 2,000 世代計算の進化状況

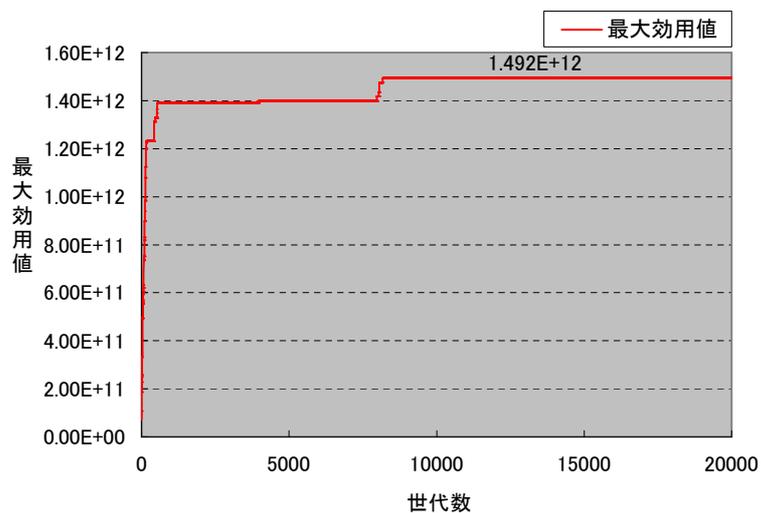


図-4.19 GA の 20,000 世代計算の進化状況

4.4.7 総和の最大化とナッシュ積の最大化の特徴

図-4.15の右端部を拡大して図-4.20に再掲する。効用値の総和より、ナッシュ積の方の感度が圧倒的に良い。これは、各橋梁の効用値が小さな変化であっても、ナッシュ積は橋梁数に応じた効用値のべき乗であるためであり、橋梁数が多くなると感度がさらに良くなる。

遺伝的アルゴリズム(GA)により、膨大な補修時期の組合せの中から組み合わせの最適解を求める場合には、総和を評価関数(目的関数)にすると、先に示した5サンプルとも最適解とする可能性がある。一方、ナッシュ積を評価関数(目的関数)にすれば、Sample5を最適解に選ぶ確率は高くなる。

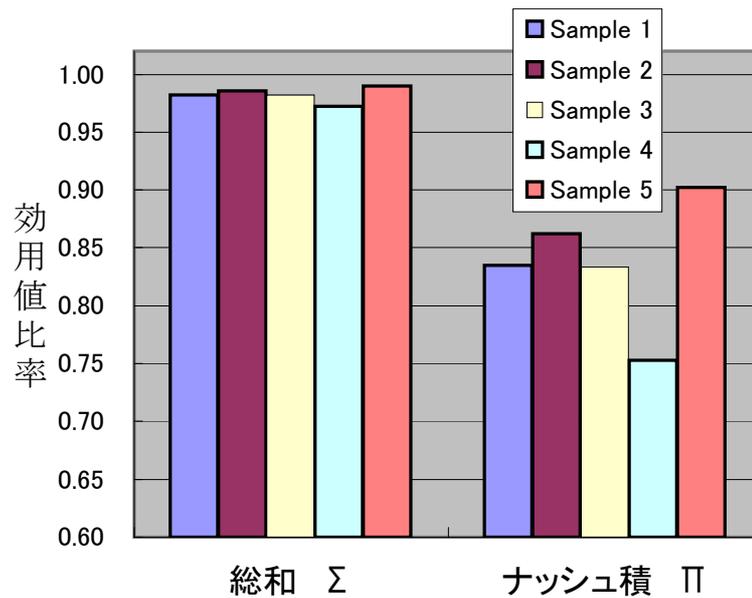


図-4.20 感度比較図

4.5 効用関数の凹型および凸型による重要度づけ

4.5.1 効用関数の正一次変換

図-4.21 に示すように効用関数の効用値を2倍するなど、橋梁毎や補修部材毎に重みをつける方法が考えられる。しかし、この方法は、ナッシュ交渉解の公理3の「正一次変換からの独立性」より、効用関数を正一次変換してもナッシュ交渉解は変わらない⁹⁾。

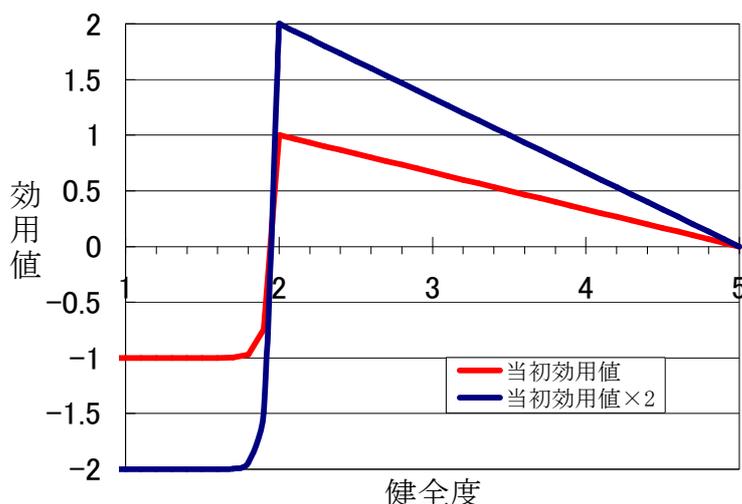


図-4.21 当初の効用関数と当初の2倍の効用関数

効用関数を単純に2倍（正一次変換）した場合の効用値の総和とナッシュ積の変化についての計算結果を示す。ここでは、別にスプレッドシート上で計算した Sample について効用関数を2倍した補修部材を含んだ3パターン⁹⁾の計算結果を示す。

また、効用関数を変更した3パターンの特徴を下記に示す。

- パターン1：前倒し有りの部材の効用関数を2倍
- パターン2：前倒し無しの部材の効用関数を2倍
- パターン3：パターン1とパターン2の混合

表-4.6 に効用関数の変更パターンの一覧表を示す。

表-4.7 に示すとおり、総和の比率は変化するが、ナッシュ積は、どの補修部材の効用関数を2倍しても前倒し後の効用値と当初の効用値との比率は0.819と全く変わっていない。これは、ナッシュ交渉解の公理3の効用の「正1次変換からの独立性」を証明していることになる。

表-4.6 別 Sample における効用関数の変更パターン

橋名	前倒しの有無	変更前効用関数倍数	効用関数の変更倍数		
			パターン 1	パターン 2	パターン 3
			前倒し部材の効用関数 2 倍	前倒し部材以外の効用関数 2 倍	パターン 1, 2 の混合
A 橋 1		1	1	2	2
A 橋 2	有	1	2	1	2
B 橋 1	有	1	2	1	2
B 橋 2	有	1	2	1	2
C 橋 1	有	1	2	1	1
C 橋 2	有	1	2	1	1
D 橋 1		1	1	2	1
D 橋 2		1	1	2	1
E 橋 1		1	1	2	2
E 橋 2	有	1	2	1	1

表-4.7 別 Sample における効用関数の変更計算結果

検討パターン	総和・ナッシュ積の区分	当初効用値 a	前倒し後効用値 b	比率 b / a
変更前	Σ (総和)	167.413	164.195	0.981
	Π (ナッシュ積)	1.722E+12	1.411E+12	0.819
パターン 1	Σ (総和)	265.983	259.546	0.976
	Π (ナッシュ積)	1.102E+14	9.030E+13	0.819
パターン 2	Σ (総和)	236.256	233.038	0.986
	Π (ナッシュ積)	2.756E+13	2.257E+13	0.819
パターン 3	Σ (総和)	250.676	245.623	0.980
	Π (ナッシュ積)	5.511E+13	4.515E+13	0.819

4.5.2 効用関数の凹型および凸型による重要度づけ

橋梁や補修部材の重要度を考慮するために、効用関数をスカラー倍することは効果が無いが、効用関数の形状を、下記に示す凹型や凸型にすることで、重要度の考慮が可能となる¹⁰⁾。

健全度2から5までの効用関数を凹型(図-4.22)にした場合は、健全度2以外の補修を選定した場合に効用値が大きく減少するため、健全度2のときの補修時期を選定することになる。この凹型の効用関数は、健全度2以外の補修時期を選定しないリスク回避型と考えられる。また、効用関数を凸型(図-4.23)にした場合は、健全度2から3までの効用値はほぼ同じであるため、補修時期が健全度2から3の範囲でどの時期でもよいことになる。この凸型の効用関数は、補修時期の範囲の自由度が高いリスク選好型と考えられる。

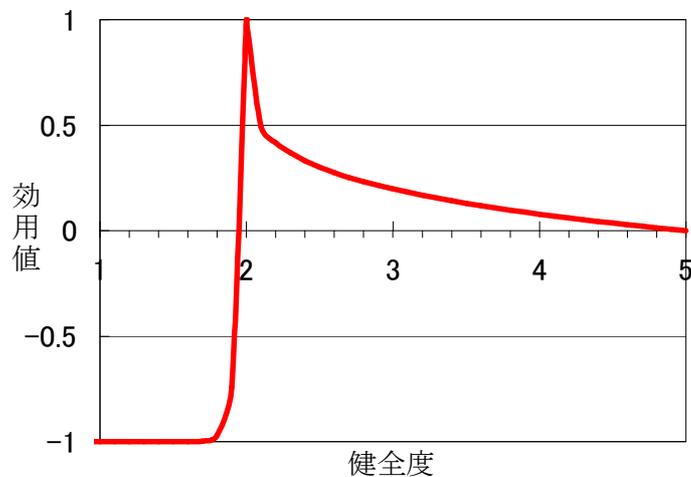


図-4.22 凹型効用関数

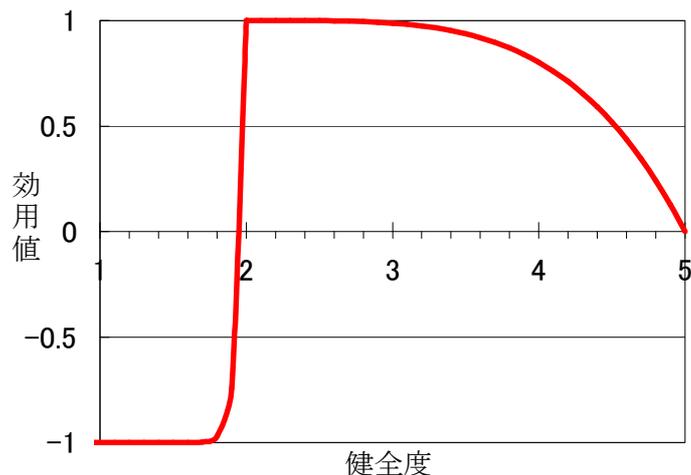


図-4.23 凸型効用関数

4.5.3 凹型効用関数による重要度づけのよる計算例

Sample5で補修時期が前倒しになっているB橋のB-1補修工事の効用関数を図-4.22の凹型効用関数とした場合の計算結果を、図-4.24、表-4.8に示す。

Sample5では、B-1補修工事は補修時期が前倒しになっていたが、補修時期の変更がなくなっている。これは、健全度2以外で補修することで効用値が大きく減少するためである。健全度2での補修時期を変更したくない補修部材の効用関数は、凹型にすればよいことが判る。この凹型の効用関数は、LCCが最小となる補修時期（健全度2）を守るようになるため、リスクを回避型の関数と言える。

橋梁名	年度	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	18	19	21	23	25	26	27	29	30	32	33	34	35	37	42	43	44	45	47	50		
A	A-1			○						○	○						○	○				○	○					○	○		○	○					○	
	A-2												○		○												○		○									
B	B-1				○										○						○								○							○		
	B-2											○		○											○			○										
C	C-1					○												○								○											○	
	C-2			○	○																			○	○													
D	D-1						○												○									○										○
	D-2		○								○								○																	○		
E	E-1	○							○							○										○										○		
	E-2														○	○													○	○								

注) 補修工事のない年度は表示していない

- 凡例： ○ : 当初補修時期
 ○ : 前倒し後補修時期
 ○ : 前倒し前補修時期
 □ : 当初に補修の重なる年度

図-4.24 B-1工事が凹型効用関数の補修時期一覧図

表-4.8 B-1工事が凹型交渉関数のナッシュ積

橋梁名	ナッシュ積 (当初) (1)	ナッシュ積 (前倒し後) (2)	比率 (2) / (1)	
A	A-1	17.137	17.137	1.000
	A-2	16.042	15.517	0.967
B	B-1	5.304	5.304	1.000
	B-2	16.042	15.517	0.967
C	C-1	16.904	16.904	1.000
	C-2	16.667	16.379	0.983
D	D-1	17.141	17.141	1.000
	D-2	17.137	17.137	1.000
E	E-1	16.954	16.954	1.000
	E-2	16.042	15.692	0.978
Σ	155.368	153.680	0.989	
Π	5.264E+11	4.735E+11	0.899	

4.5.4 凸型効用関数による重要度づけによる計算例

Sample5 で補修時期が変更になっていないE橋のE-2補修工事の効用関数を図-4.23の凸型効用関数とした場合の計算結果を、図-4.25、表-4.9示す。

Sample5 では、E-2補修工事は補修時期の変更がないが、補修時期が3年前倒しになっている。これは、健全度2から3の間では効用値がほとんど同じであるため、補修時期を前倒しても、50年間の効用値がほとんど減少しないためである。健全度2から3の範囲で前倒し補修することを許容する補修部材であれば、効用関数を凸型にすればよいことが判る。この凸型の効用関数は、補修時期の変更を許容する関数となるため、リスク選好型（リスク許容型）と言える。



図-4.25 E-2工事が凸型効用関数の補修時期一覧図

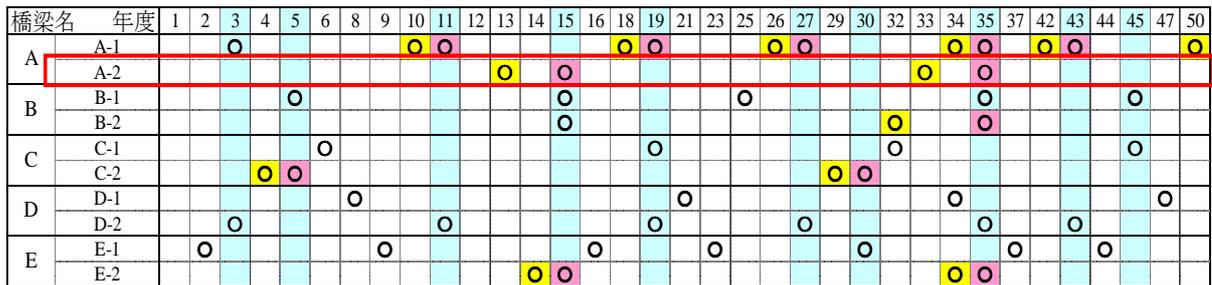
表-4.9 E-2工事が凸型交渉関数のナッシュ積

橋梁名		ナッシュ積 (当初) (1)	ナッシュ積 (前倒し後) (2)	比率 (2) / (1)
A	A-1	17.137	17.137	1.000
	A-2	16.042	15.517	0.967
B	B-1	16.668	16.668	1.000
	B-2	16.042	15.422	0.961
C	C-1	16.904	16.904	1.000
	C-2	16.667	16.158	0.969
D	D-1	17.141	17.141	1.000
	D-2	17.137	17.137	1.000
E	E-1	16.954	16.954	1.000
	E-2	30.265	30.229	0.999
Σ		180.955	179.266	0.991
Π		3.121E+12	2.810E+12	0.900

4.5.5 凹型効用関数による特殊な計算例

A 橋の A-2 補修工事の効用関数を図-4.22 の凹型効用関数とした場合の計算結果を，図-4.26，表-4.10 に示す．A-2 補修工事は，リスク回避型の凹型効用関数とした（スケジュールを変更しないようにした）にも関わらず，前倒し補修となり効用値が減少している．これは，A-2 補修工事がわずかに犠牲となり前倒し補修工事となることで，全体の効用値のナッシュ積が最大となり，全体の評価値が高くなるためである．

このことから，ナッシュ交渉解は，プレイヤーの協力により，一部のプレイヤーがわずかに犠牲となり，その他の個々のプレイヤーの効用値の最大化とプレイヤー全体の効用値の最大化を同時に図っている．



注) 補修工事のない年度は表示していない

凡例： ○ : 当初補修時期
 ○ : 前倒し後補修時期
 ○ : 前倒し前補修時期
 □ : 当初に補修の重なる年度

図-4.26 A-2 工事が凹型効用関数の補修時期一覧図

表-4.10 A-2 工事が凹交渉関数のナッシュ積

橋梁名	ナッシュ積 (当初) (1)	ナッシュ積 (前倒し後) (2)	比率 (2) / (1)	A-2 固定時の比率	
A	A-1	17.137	17.137	1.000	0.949
	A-2	4.851	4.411	0.909	1.000
B	B-1	16.668	16.668	1.000	0.964
	B-2	16.042	15.517	0.967	0.967
C	C-1	16.904	16.904	1.000	1.000
	C-2	16.667	16.379	0.983	0.983
D	D-1	17.141	17.141	1.000	1.000
	D-2	17.137	17.137	1.000	1.000
E	E-1	16.954	16.954	1.000	1.000
	E-2	16.042	15.692	0.978	0.967
Σ	155.541	153.938	0.990	0.982	
Π	5.003E+12	4.230E+12	0.845	0.841	

4.6 補修計画期間の終点側端部評価の提案

図-4.3は、管理目標の健全度2以下となった場合には、サービス水準が確保できていないと考え、効用が急激に減少する効用関数となっている。よって、前項までの計算例において先送りが生じていない。これは、計算期間を50年間に固定しているためでもある。設定された期間の補修計画を策定する場合、健全度などの評価関数（目的関数）を、補修計画策定期間（ここでは50年間）について単純に累計することが、一般的な方法である。しかし、この方法では、前倒しや先送り補修を行うことで、補修回数が増減し、補修計画期間の終点側端部において、経済性を含めた評価関数に急激な変化が生じ、補修期間全体を正当に評価していない可能性がある。

また、本研究においても、周期と補修計画期間との関係で、前倒しをしても50年間の効用値が減少しない場合がある。

図-4.27および図-4.28に示すとおり、A橋のA-1補修工事は1年前倒しをしても、50年間の効用値が当初と同じになる。これは、前倒した年度では効用値は減少するが、最終年（50年目）では、前倒しをしない当初の効用関数の51年目の効用値が追加されるためである。また、先送りした場合も同様の現象となる。

これらの問題を解決するため、補修計画期間の終点側端部評価の方法を提案する。

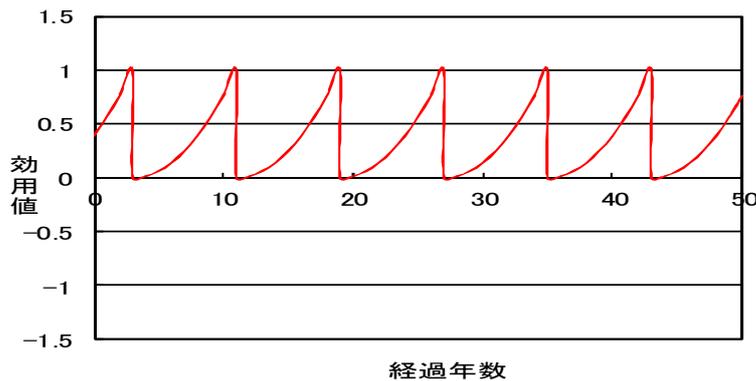


図-4.27 当初の効用関数（A-1補修工事）

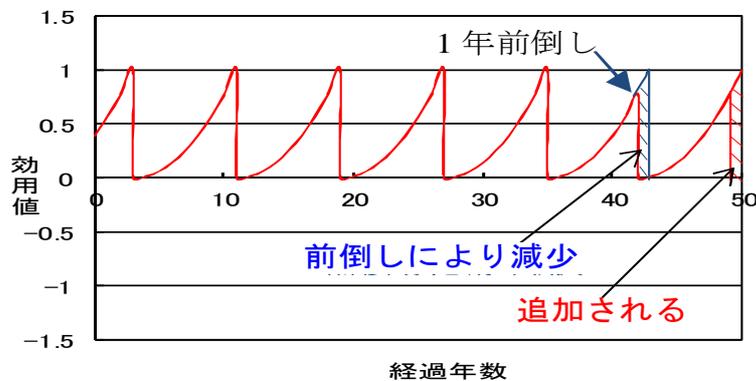


図-4.28 前倒し後の効用関数（A-1補修工事）

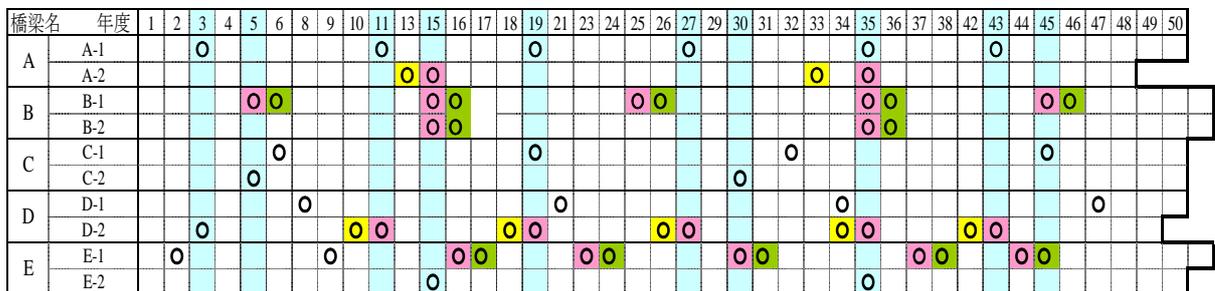
4.6.1 補修計画期間の終点側端部評価の方法

LCC 最小になる当初の補修計画に対し，前倒し補修が生じた場合は，補修計画期間から前倒し年数を減じた期間について効用値の積分を行う．また，先送り補修が生じた場合は，補修計画期間から先送り年数を加えた期間について効用値の積分を行う．この方法は，LCC が最小となる当初の補修計画に対して，前倒しや先送りの規模（年数）による効用を正當に評価できることになると同時に，補修計画期間の終点側端部の急激な評価関数の変化がなくなり，補修計画期間の効用を正當に評価できると考えられる．

4.6.2 提案の方法による計算結果

提案の方法により，効用関数を図-4.3 の一次関数としたときの計算結果（ナッシュ交渉解）を図-4.29，表-4.11 に示す．図-4.29 に示すとおり，前倒しとなった A-2 および D-2 補修工事については，補修計画期間 50 年より，それぞれ，前倒しになった年数である 2 年および 1 年分の効用値積分期間が短くなっている．また，先送りとなった B-1，B-2 および E-1 補修工事については，補修計画期間 50 年より，それぞれ，先送りになった 1 年分の効用値積分期間が長くなっている．

提案の方法では B-1，B-2 および E-1 補修工事が先送りとなった．この理由は，図-4.3 による効用関数では，1 年の前倒しによる効用値の減少と，1 年の先送りによる減少が，同程度となるためである．



注) 補修工事のない年度は表示していない

- 凡例： ○ : 当初補修時期
 ○ : 前倒し後補修時期
 ○ : 先送り後補修時期
 ○ : 前倒し・先送り前補修時期
 □ : 当初に補修の重なる年度

図-4.29 提案方法による補修時期一覧図

表-4.11 提案の方法によるナッシュ積

橋梁名		ナッシュ積 (当初) (1)	ナッシュ積 (前倒し・ 先送り後) (2)	比率 (2) / (1)
A	A-1	17.137	17.137	1.000
	A-2	16.042	14.235	0.887
B	B-1	16.668	15.848	0.951
	B-2	16.042	15.374	0.958
C	C-1	16.904	16.904	1.000
	C-2	16.667	16.667	1.000
D	D-1	17.141	17.141	1.000
	D-2	17.137	16.257	0.949
E	E-1	16.954	16.094	0.949
	E-2	16.042	16.042	1.000
Σ		166.732	161.698	0.970
Π		1.654E+12	1.205E+11	0.728

4.7 まとめ

個々（各橋梁）の利得の最大化と全体（対象橋梁群全体）の利得の最大化を同時に図る手法を，ナッシュ交渉解を援用することで提示できたと考える．また，効用関数の形状を凹型（リスク回避型）や凸型（リスク選好型）とし，効用関数に重みをつけることにより，当初計画の適切な補修時期を守る橋梁や補修部材，または補修時期の変更を許容する橋梁や補修部材の重要度（優先順位）を設定する手法の提案ができたと考える．また，効用関数の形状を微妙に凹型や凸型に変えることにより，個々の橋梁の重要度の順位づけが可能となった．

さらに，LCCを考慮する補修計画期間を50年間や100年間などに設定した場合に，前倒しや先送り補修の影響（補修回数の増減によるLCCの急激な増減）による補修計画期間の終点側端部の評価関数の不整合を是正する方法を提案できた．

現在まで土木分野でゲーム理論の援用が進んでいない要因は，各プレイヤーの利得を正當に設定することが難しいためである．本研究では，利得を健全度に対応した効用関数に変換し，利得を金額ではなく，どの時期に補修したらその橋梁（プレイヤー）にとって効用が高いかを効用値で表現したことで，ゲーム理論の援用の一手法を提示できたと考える．

また，本研究では補修時期の先送りが選ばれにくい効用関数を設定したが管理目標を超えて補修の先送りを認める場合は，リスクを正當に評価した効用関数の設定が必要である．

参考文献

- 1) 喜多敏春, 近田康夫: 橋梁維持管理計画における費用均等化へのゲーム理論の適用, 構造工学論文集, Vol.58A, 2012.3
- 2) 中村秀明, 河村圭, 鬼丸浩幸, 宮本文穂: 遺伝的アルゴリズムおよび免疫アルゴリズムによる橋梁維持管理計画最適化の検証, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.201-210, 2001.3.
- 3) 古田均, 亀田学広, 中原耕一郎: 改良型遺伝的アルゴリズムによる複数橋梁の維持管理計画策定システムの実用化, 土木学会論文集 A, Vol.62/No3, pp.656-668, 2006.7.
- 4) 近田康夫, 西雄一, 廣瀬彰則, 城戸隆良: スケジュールを考慮した G A 援用橋梁補修計画支援の試み, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.371-378, 2000.3.
- 5) 中本邦博, 小西康夫, 近藤克哉, 石垣博行: 交渉ゲームを用いた PID コントローラの多目的最適設計, 日本機械学会論文集 (C 編), 64-626, pp.128-134, 1998.10.
- 6) 財団法人道路保全技術センター, 道路構造物保全研究会編: 道路アセットマネジメントハンドブック, 鹿島出版会, 2008.
- 7) 棟朝雅晴: 遺伝的アルゴリズム, 鹿島出版会, 2008.7.
- 8) 廣瀬彰則: 橋梁の計画・設計問題への人工生命秘術の応用に関する研究 (金沢大学, 博士論文), 2002.1.
- 9) 喜多敏春, 近田康夫: ゲーム理論 (ナッシュ交渉解) による橋梁維持管理計画の基礎的研究, 構造工学論文集, Vol.56A, 2010.3
- 10) 喜多敏春, 近田康夫: 橋梁維持管理計画における重要度を考慮したゲーム理論の適用, JCOS-SAR2011 論文集, A 論文, 2011.10

第5章 道路ネットワークを考慮した道路 構造物耐震補強の優先順位設定へ のゲーム理論の適用¹⁾

5.1 はじめに

東日本大震災の教訓から震災時の避難路や緊急輸送路の確保のため、重要な道路構造物（橋梁や高盛土等）のレベル2地震動に対する耐震補強が急務となっている。ほとんどの地方自治体では道路構造物の耐震補強は、耐震レベルの低いものから順次耐震補強を行っているのが現状であり、道路ネットワーク（道路網）の信頼性を考慮した耐震補強の優先順位にはなっていない。道路ネットワーク内の全道路構造物の補強期間中の地震の発生により、道路ネットワークが寸断されるリスクを低減するためには、道路構造物の耐震レベルと道路ネットワークの信頼性を同時に考慮した耐震補強の優先順位を設定する必要がある。道路構造物の耐震補強の優先順位設定方法の研究は多く、能島らは交通の最大フローより耐震補強の優先順位の設定を提案しており、²⁾³⁾大山らは路線数え上げによるネットワークの連結性により優先順位の設定を提案している⁴⁾。また、関谷らは連結確率より交通量などを指標として優先順位の設定を提案している⁵⁾。これらは、いずれも構造物の耐震レベルを設定しておらず、ネットワークの連結性を交通量などの指標により設定している。

本研究では、各道路構造物や道路リンク、道路ネットワークをプレイヤーと考え、経済学の理論であるゲーム理論（ナッシュ交渉解）を援用し、各プレイヤーが協力して、各道路構造物の耐震レベルの向上による利得（効用）と道路ネットワーク全体の利得（効用）が同時に最大になる優先順位を設定する方法（戦略）を検討する。具体的には、優先順位設定において、耐震化のレベル、多属性効用の考慮、さらに各路線の交通量の最大フローの考慮を検討する。

5.2 道路ネットワークモデルの設定

図-5.1 に示すような、ノード A からノード D で構成される仮想道路ネットワークで議論を進める。3つのリンクで構成され、リンク1では3路線、リンク2では2路線、リンク3では3路線を設定する。このネットワーク上で、橋梁と高盛土の2種類の道路構造物を対象に耐震補強の優先順位の設定を検討する。

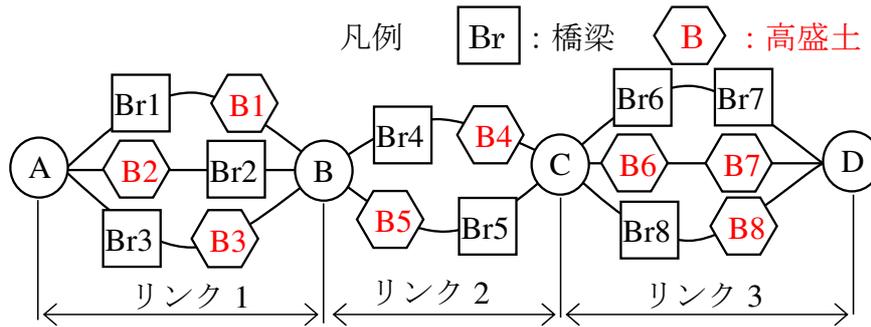


図-5.1 道路ネットワークモデル

5.3 効用関数の設定

第4章に示すナッシュ交渉解のモデルと考え方は同じである。利得（効用）を耐震レベルに置き換えて援用する。耐震レベルが高いほど効用が高い設定となる。図-5.2に橋梁耐震レベルに対する効用関数，図-5.3に高盛土耐震レベルに対する効用関数を示す。これは，レベル2地震動対応の耐震性能を確保する場合は効用を1とし，レベル1地震動対応の耐震性能確保では0.5と設定する。また，耐震設計を行っていない常時対応の道路構造物であっても，あるレベルの地震動に対する耐震性能はあると考え，効用値を0ではなく，従来の耐震指標（安全率）の設定等を考慮して，橋梁の常時対応の効用値を0.3，高盛土の常時対応の効用値を0.25と設定する。これらの効用関数を図-5.1の道路ネットワークの各構造物にあてはめて，現況の効用値を図-5.4のように設定する。また，構造物の種類毎の耐震補強費は，表-5.1のように設定する。

以上は，定性的には妥当な設定と考えられる。

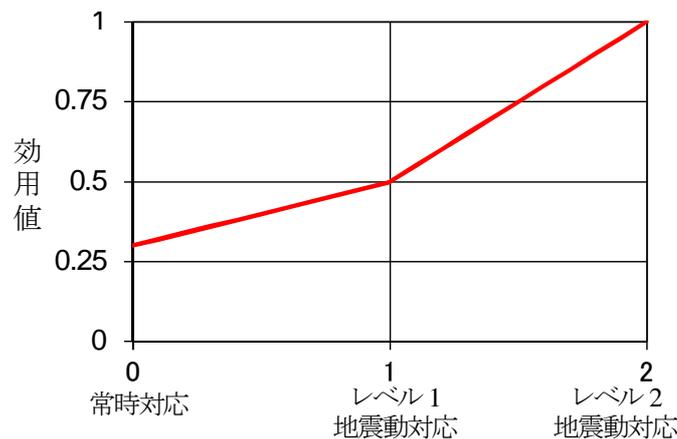


図-5.2 橋梁の耐震レベルに対する効用関数

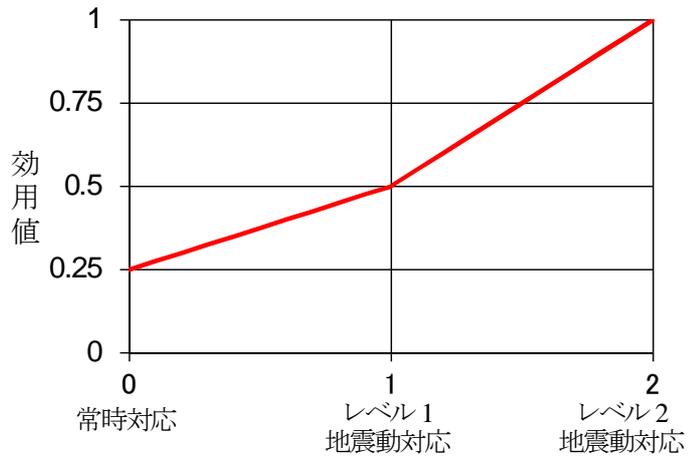


図-5.3 高盛土の橋梁の耐震レベルに対する効用関数

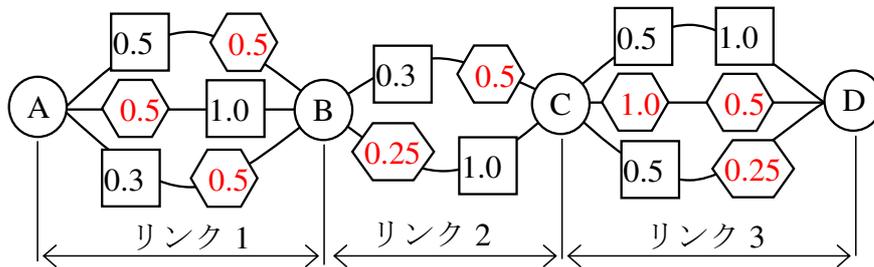


図-5.4 道路ネットワークの各構造物の効用値

表-5.1 構造物の種類毎の耐震補強費

補強種別	橋梁耐震補強費 (千円)	高盛土耐震補強費 (千円)
レベル1からレベル2地震対応	20,000	10,000
常時からレベル2地震対応	35,000	18,000

5.4 優先順位決定のための戦略の設定

本研究では、耐震補強の優先順位設定を行うための3つの戦略を検討する。

5.4.1 戦略1（各構造物がプレイヤー）

各構造物をプレイヤーと考え、耐震補強後の効用値のナッシュ積が最大になるナッシュ交渉解により優先順位を設定する。ただし、ナッシュ積が同じ場合は、ネットワークがレベル2地震動対応で繋がる道路構造物の耐震補強を優先する。

第4章と同様に式(5.1)において、交渉の不成立の場合には、すべての構造物(n)の耐震補強ができないと考えて交渉不成立の場合の各プレイヤーの利得(効用) $d_i = 0$ とし、ナッシュ交渉解は、式(5.2)となる。 u_i は、各構造物の耐震補強後の利得(効用)である。

$$\text{maximize } \prod_{i=1}^n (u_i - d_i) \quad u \in U, u_i \geq d_i \quad (5.1)$$

$$\text{maximize } \prod_{i=1}^n u_i \quad u \in U, u_i \geq 0 \quad (5.2)$$

5.4.2 戦略2（各リンクがプレイヤー）

各リンクをプレイヤーと考え、耐震補強後の全リンク(n)のナッシュ積が最大になるナッシュ交渉解により優先順位を設定する戦略である。式(5.5)によりナッシュ交渉解を求める。

各リンクの効用値 u_{ri} は、各路線効用 u_i より直列の信頼度 r_i をその路線の構造物数($m1$)により式(5.3)で求め、各路線が並列で繋がっているため各リンクの路線数($m2$)により式(5.4)で並列の信頼度とする。ネットワークがAからD間において、一つの路線がすべて繋がった時点で、それ以降の優先順位ではナッシュ積が1のまま変わらなくなるため、その繋がった路線を除いて各リンクの並列の信頼度(リンクの効用値) u_{ri} を求め優先順位の検討を進める。また、ナッシュ積が同じ場合は、耐震補強費の安いものを優先する。

$$r_i = \prod_{i=1}^{m1} u_i \quad (5.3)$$

$$u_{ri} = 1 - \prod_{i=1}^{m2} (1 - r_i) \quad (5.4)$$

$$\text{maximize } \prod_{i=1}^n u_{ri} \quad u_r \in U_r, u_{ri} \geq 0 \quad (5.5)$$

5.4.3 戦略3（戦略1と戦略2の併用戦略）

まず、戦略1により、構造物をプレイヤーと考え、耐震補強を行い、戦略1では優先順位が設定できなくなった（残った構造物がすべてレベル1地震動対応になった）時点で、戦略2により各リンクをプレイヤーと考え、耐震補強を行う併用戦略である。

5.5 各戦略の優先順位の計算結果

計算は、図-5.5 に示す計算フローによりスプレッドシート上で繰り返し計算を行う。

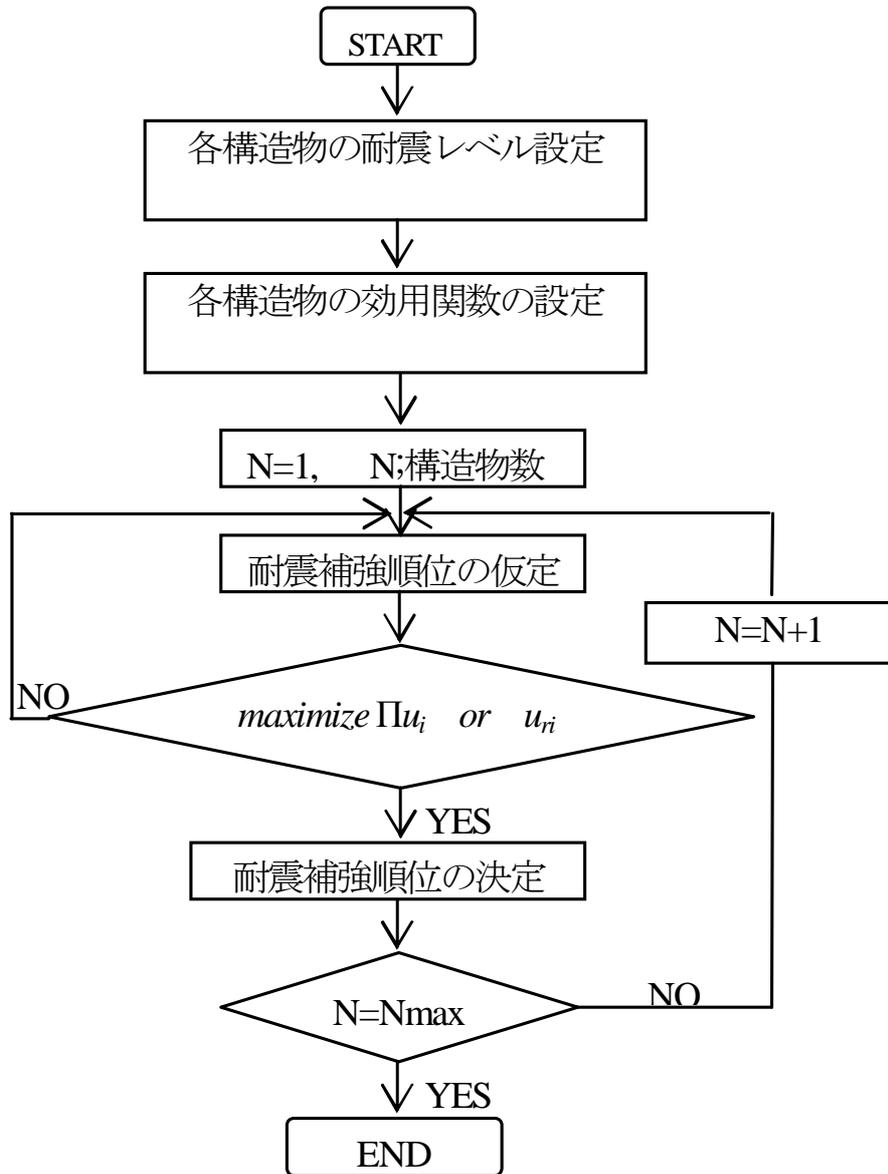


図-5.5 計算フロー

5.5.1 戦略1による優先順位の計算結果

戦略1の優先順位の計算結果を図-5.6と表-5.2に示す。

この戦略は、優先順位1から4までは耐震レベルの低い構造物を優先して耐震補強を行う。優先順位5以降は、ナッシュ交渉解が同じになり、優先順位も同じ5となる。この戦略では、すべての構造物の耐震補強の優先順位が決まらないことになる。しかし、道路ネットワークの全体の耐震レベルの底上げをする（レベル1地震動対応以上とする）戦略としては有効である。

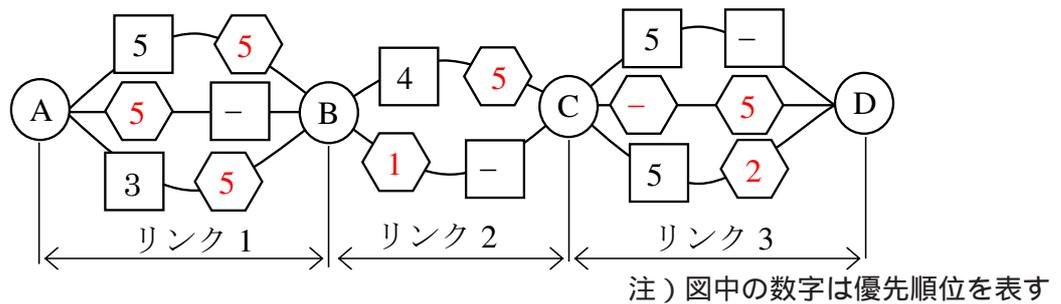


図-5.6 戦略1による優先順位の計算結果

表-5.2 戦略1による優先順位のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 $\prod u_i$	補強費(千円)
1	B5	0.25 1	8.789E-05	18,000
2	B8	0.25 1	3.516E-04	18,000
3	Br3	0.3 1	1.172E-03	35,000
4	Br4	0.3 1	3.905E-03	35,000
5	残り全部	0.5 (0.5) 1 (1)	7.813E-03	10,000(20,000)

5.5.2 戦略2による優先順位の計算結果

戦略2の優先順位の計算結果を図-5.7と表-5.3に示す。

この戦略は、道路のネットワークを繋ぐことを優先して耐震補強を行うことが判る。あるリンクを集中的に繋ぐのではなく、各リンクを公平に順次繋いでいることが判る。また、戦略2では、すべての構造物の優先順位を設定することができる（同順位は生じない）。

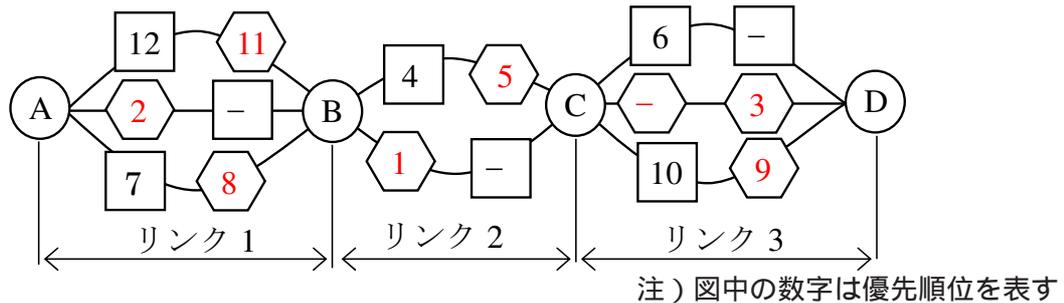


図-5.7 戦略2による優先順位の計算結果

表-5.3 戦略2による優先順位のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 $\prod u_{ri}$	補強費(千円)
1	B5	0.25 1	0.5322	18,000
2	B2	0.5 1	0.7813	10,000
3	B7	0.5 1	1.0000	10,000
4	Br4	0.3 1	0.1020	35,000
5	B4	0.5 1	0.2039	10,000
6	Br6	0.5 1	0.3625	20,000
7	Br3	0.3 1	0.6250	35,000
8	B3	0.5 1	1.0000	10,000
9	B8	0.25 1	0.1250	18,000
10	Br8	0.5 1	0.2500	20,000
11	B1	0.5 1	0.5000	10,000
12	Br1	0.5 1	1.0000	20,000
	合計			216,000

5.5.3 戦略3による優先順位の計算結果

戦略3の優先順位の計算結果を図-5.8と表-5.4に示す。

この戦略は、まず、戦略1により耐震レベルの低い構造物から耐震補強を行い（表-5.4の順位第4位まで）、残った構造物の耐震レベルが同じになった後に、戦略2により道路のネットワークを繋ぐことを優先して耐震補強を行うことが判る。

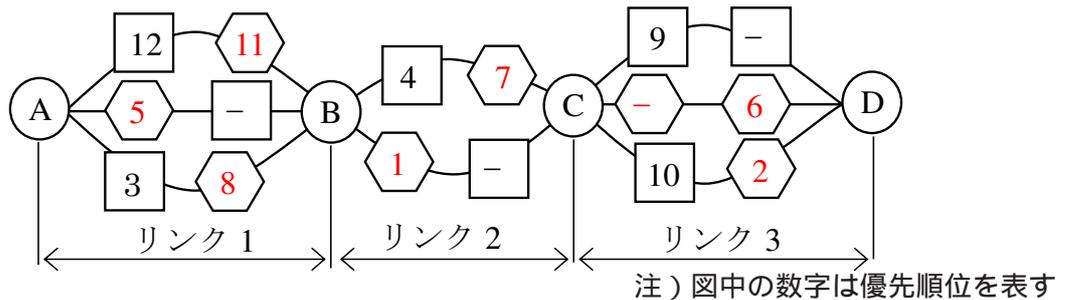


図-5.8 戦略3による優先順位の計算結果

表-5.4 戦略3による優先順位のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 $\prod u_i (\prod u_{ri})$	補強費 (千円)
1	B5	0.25 1	8.789E-5	18,000
2	B8	0.25 1	3.516E-4	18,000
3	Br3	0.3 1	1.172E-3	35,000
4	Br4	0.3 1	3.905E-3	35,000
5	B2	0.5 1	(0.8750)	10,000
6	B7	0.5 1	(1.0000)	10,000
7	B4	0.5 1	(0.4688)	10,000
8	B3	0.5 1	(0.7500)	10,000
9	Br6	0.5 1	(1.0000)	20,000
10	Br8	0.5 1	(0.2500)	20,000
11	B1	0.5 1	(0.5000)	10,000
12	Br1	0.5 1	(1.0000)	20,000
合計				216,000

5.6 多属性効用関数による構造物の優先順位の重み付け

リンクに存在する構造物を，そのリンクの属性として扱うことにより多属性効用理論を適用することを考える．すなわち，式(5.6)の多属性効用関数の係数 k_i は，その属性の重みを表している⁶⁾ことから，この性質を利用し，橋梁と高盛土を多属性と考え k_i により重み付けを行い，優先順位の検討を行う．

5.6.1 多属性関数の設定

橋梁の効用($u(x_1)$)，係数(k_1)と高盛土の効用($u(x_2)$)，係数(k_2)を多属性効用関数($u(x_1, x_2)$)とし，式(5.6)と図-5.9に示す加法形の多属性効用関数を設定する．

$$u(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^n k_i \cdot u(x_i) \quad \text{if } \sum_{i=1}^n k_i = 1 \quad (5.6)$$

$$k_1 = 0.6, k_2 = 0.4$$

被災時の復旧の難易度を考慮して橋梁の係数 $k_1 = 0.6$ ，高盛土の係数 $k_2 = 0.4$ と設定する．これは，橋梁の耐震補強の優先順位の重み付けを0.6とし，高盛土の重み付けを0.4にしていることになり，橋梁の優先度を上げたことになる．

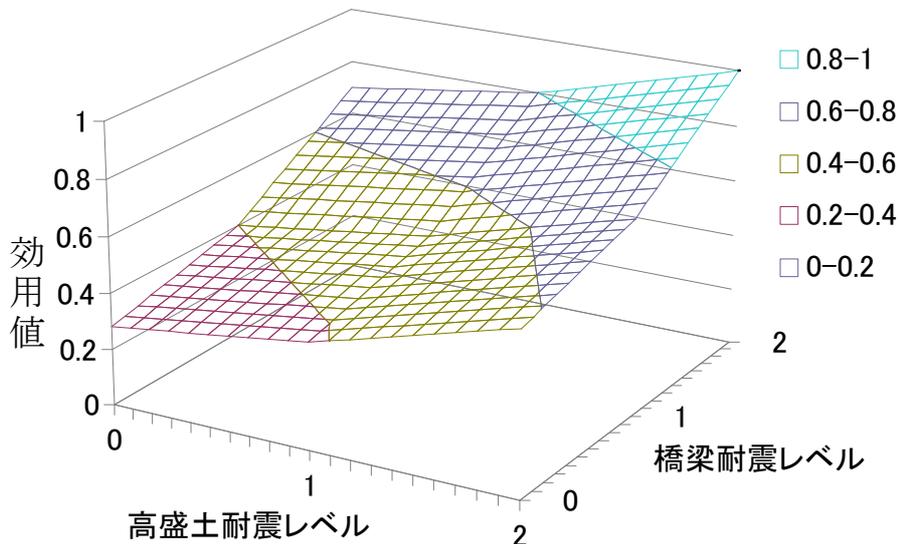


図-5.9 多属性効用関数

5.6.2 多属性関数に優先順位の計算結果

5.5.2で計算した戦略2（リンク毎の効用最大化）について，式(5.6)および図-5.9の多属性効用関数により各構造物の耐震補強の優先順位を求めた計算結果を図-5.10と表-5.5に示す．順位10から12では，橋梁の耐震補強順位が高くなっていることが判る．順位1から9までの順位は変わっていない．これは，この程度の重み付けの比率では，道路のリンク接続性を優先する度合いが強いためであると想定される．

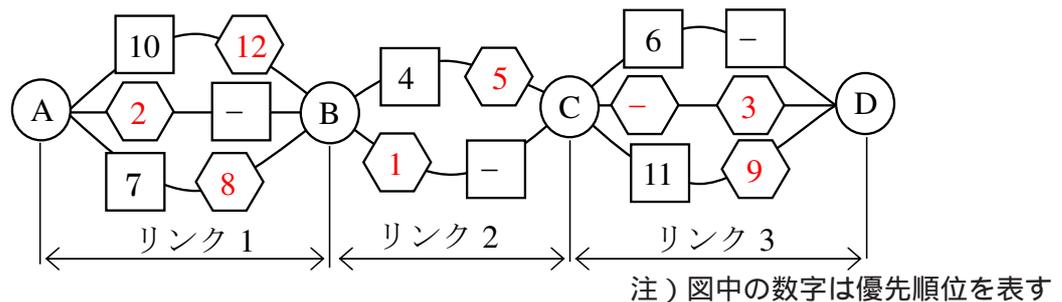


図-5.10 多属性効用関数による優先順位の計算結果

表-5.5 多属性効用関数による優先順位の積計算結果

順位	構造物	効用値の向上	ナッシュ積 $\prod u_{ri}$	補強費(千円)
1	B5	0.25 1	0.9028	18,000
2	B2	0.5 1	0.9625	10,000
3	B7	0.5 1	1.0000	10,000
4	Br4	0.3 1	0.4692	35,000
5	B4	0.5 1	0.5865	10,000
6	Br6	0.5 1	0.6900	20,000
7	Br3	0.3 1	0.9000	35,000
8	B3	0.5 1	1.0000	10,000
9	B8	0.25 1	0.3500	18,000
10	Br1	0.5 1	0.5600	20,000
11	Br8	0.5 1	0.8000	20,000
12	B1	0.5 1	1.0000	10,000
	合計			216,000

5.7 路線の交通量最大フローを同時に考慮した優先順位

5.6までは、交通量の大小を考慮せず、耐震補強の優先順位を検討した。ここでは、各路線に交通量の最大フローを考慮した耐震補強の優先順位の検討を行う。

5.7.0.1 各路線の交通量の最大フローの設定

交通量の最大フローを、図-5.11のように設定する。各リンクの最大フローの合計は、どのリンクも同じ4,500台/日とし、各路線の最大フローを1000から3000台/日と変化させた。また、4,500台/日を基準に正規化した値を、図-5.12に示す。

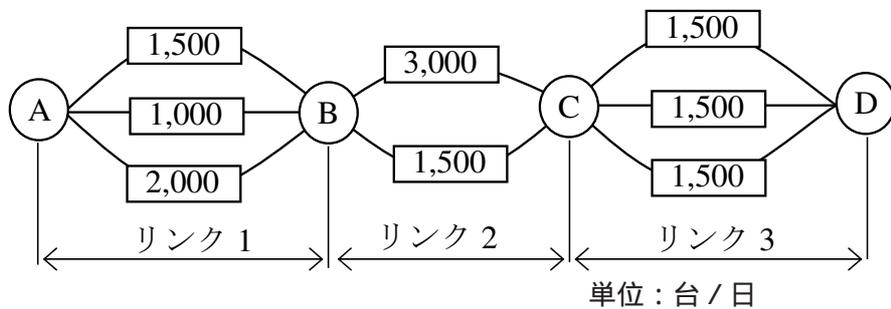


図-5.11 各路線の交通量の最大フロー

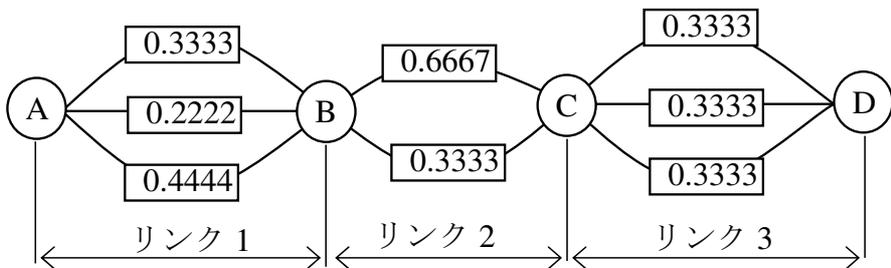


図-5.12 各路線の交通量の最大フローの正規化

5.7.1 最大フローを加えた優先順位の設定方法

各リンクをプレイヤーと考え、リンクの効用 u_{ri} の最大化をめざす戦略（戦略2）に、最大フローもプレイヤーと考え、その正規化した値を効用 u_f とし、式(5.7)によりナッシュ交渉解とする。

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \left(\prod_{i=1}^n u_{ri} \right) \cdot u_f & (5.7) \\ & u_r \in U_r, u_f \in U_f \\ & u_{ri} \geq 0, u_f \geq 0 \end{aligned}$$

路線内のすべての構造物の耐震レベルがレベル2地震動対応になった場合に各路線の最大フローを確保できると考える。また、各リンクの最大フローの値は、リンク内のレベル2地震動対応になった路線の和とする。道路ネットワーク全体の最大フローの値 u_f は、各リンクの最大フローのうち最小値とする。

5.7.2 最大フローを加えた優先順位の設定の計算方法

最大フローが加わり、計算が煩雑となるため、スケジューリング問題を解く遺伝的アルゴリズム（GA）により計算を行う。図-5.13 に計算フローを示す。

また、耐震補強の順位は、ナッシュ積の最大のものを順次選定し順位を決定している。これをGAで求めるために、図-5.14の累計の概念の示すように累計効用値（図-5.14での効用値の変化の占める面積）最大化をGAの目的関数とする。

また、ある順位でナッシュ積が同じになった場合は、耐震補強費（ C_j (千円)）の安い方を選定することとし、GAの目的関数に耐震補強費の累計の逆数を加えることで評価する。式(5.8)に目的関数を示す。

$$\text{maximize} \left\{ \sum_{j=1}^m \left(\prod_{i=1}^n u_{ri} \right) \cdot u_{fj} \cdot (m - j + 1) + 1 / \sum_{j=1}^m C_j \cdot (m - j + 1) \right\} \quad (5.8)$$

n : リンク数

m : 順位付け対象構造物数

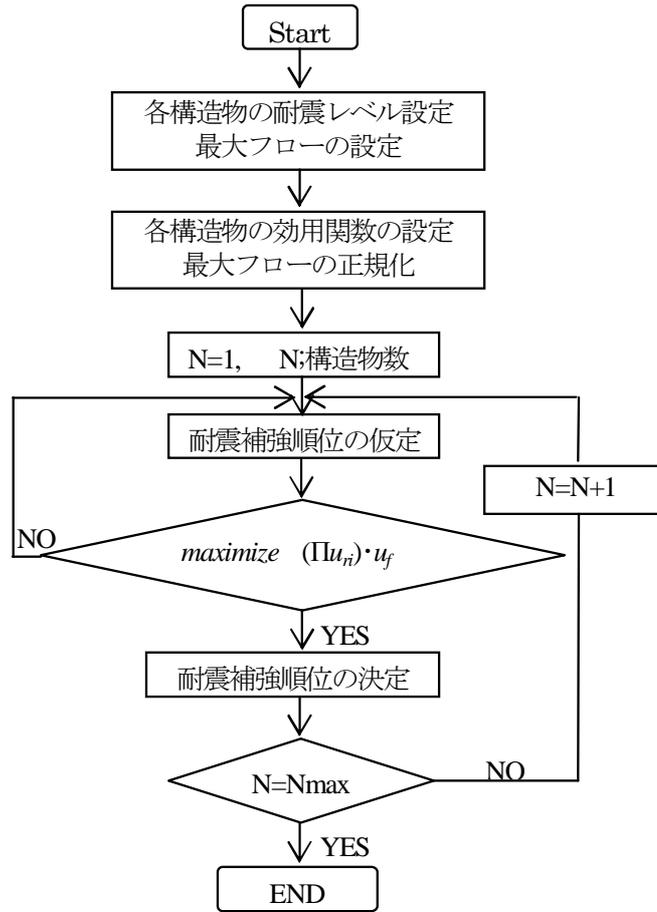


図-5.13 計算フロー

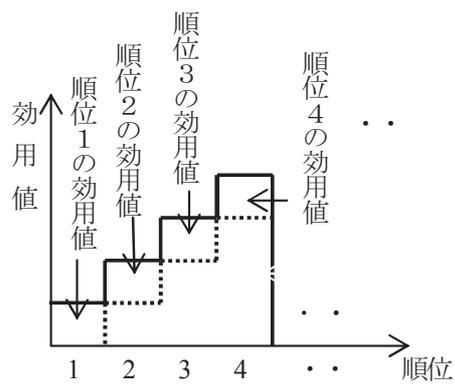


図-5.14 効用値の累計説明図

5.7.3 遺伝的アルゴリズム (GA) の遺伝子配列および計算手法

GA のパラメータは予備計算を試行錯誤的に行い表-5.6 に示す値に決定した。GA の計算フローチャートを図-5.15 に示す。また、ここでは、第 4 章の GA の手法とは違う遺伝子配列の方法と交叉および突然変異について示す。

表-5.6 GA のパラメーター

個体総数	100 個体
淘汰・選択	ルーレット選択 (エリート保存)
交叉方法, 交叉確率	1 点交叉, 50%
突然変異確率	5%
計算世代	200 世代

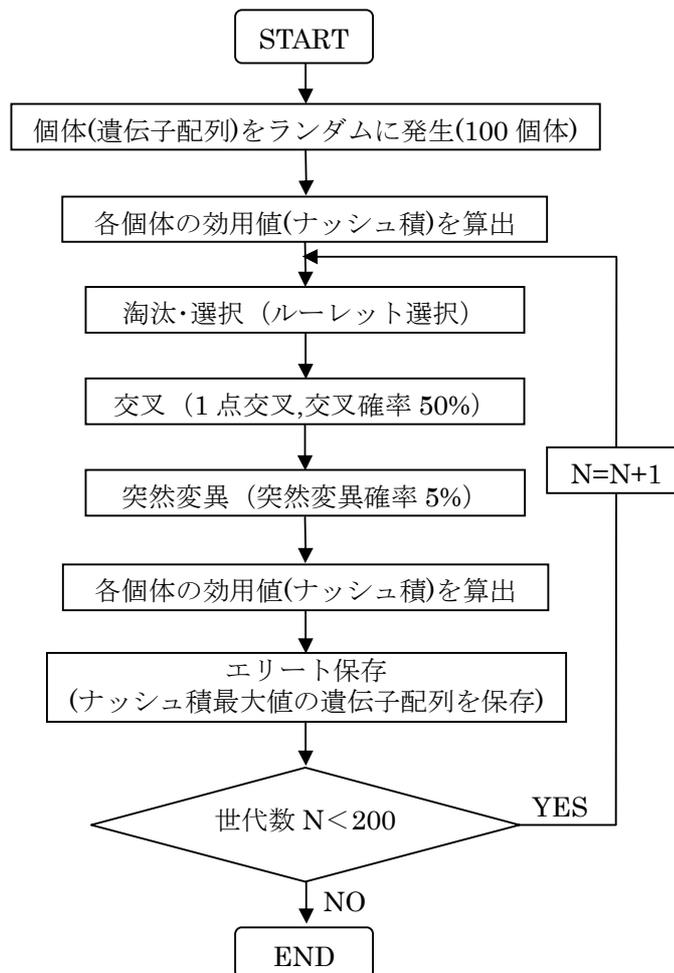


図-5.15 GA 計算フローチャート

5.7.3.1 遺伝子配列の発生

橋梁と高盛土の合計の12個の構造物数の耐震補強工事の優先順位をつけることになるため、遺伝的アルゴリズム(GA)の中のスケジュール問題を解くことになる。

1 固体の遺伝子配列を、ランダム(乱数により)に1から12までの構造物番号を左側から順番に発生させる(図-5.16)。固体1の遺伝子配列は、5 4 1 10 8 7 3 9 12 2 11 6の構造物の順番で工事するという意味である。

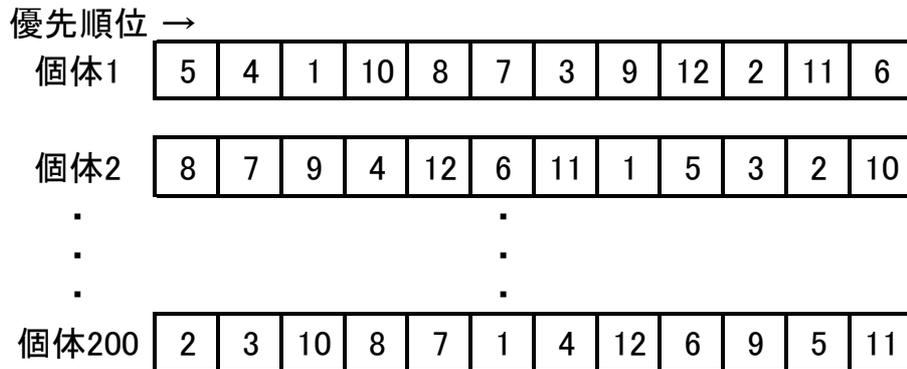


図-5.16 補修時期範囲と遺伝子説明図

5.7.3.2 交叉(1点交叉)

交叉位置をランダムに決め、交叉位置から左右どちら側を残すかもランダムに決める。ここでは個体1で交叉位置から左側を残し、個体2では右側を残す場合の説明をする。個体1の交叉位置左側を残した個体を個体1'とする。図-5.17のとおり、残った5,4,1,10,8以外の構造物番号を個体2左側から検索していき、見つかった順番に個体1'の*の位置に格納していく。次に、個体2の交叉位置右側を残した個体を個体2'とする。図-5.17のとおり、残った6,11,1,5,3,2,10以外の構造物番号を個体1の右側から検索していき、見つかった順番に個体2'の*の位置に格納していく。この交叉の結果が図-5.17となる。また、交叉をおこす確率をここでは50%としている

5.7.3.3 突然変異

図-5.18に示すとおり、1個体の中の遺伝子配列から、ランダムに2箇所を選び、入れ替える。ここでは、10と6と入れ替えている。突然変異をおこす確率は、ここでは5%としている。これにより、突発的により評価値を持った個体があらわれることがある。

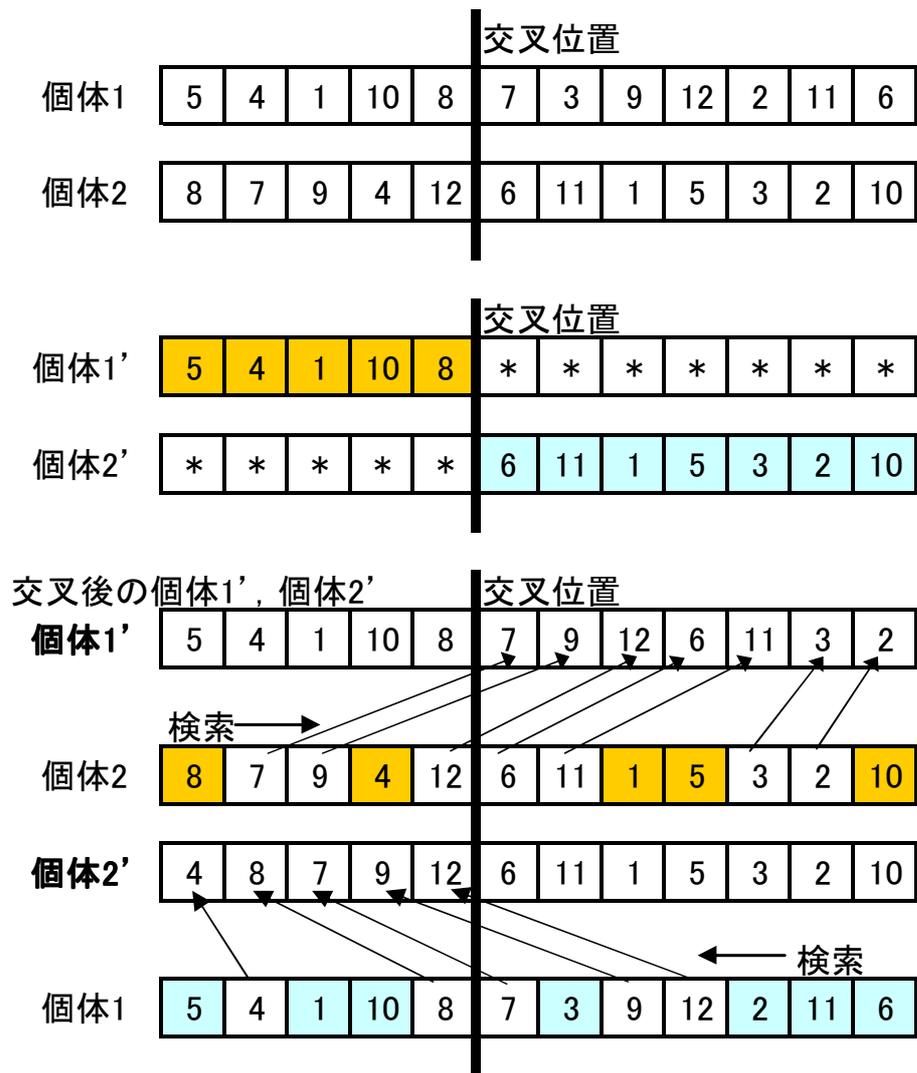


図-5.17 交叉説明図

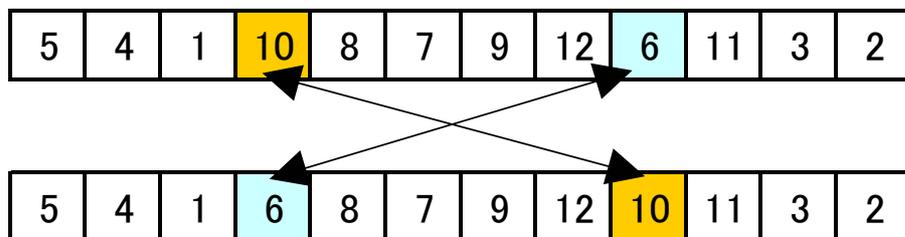


図-5.18 突然変異説明図

5.7.4 計算結果

5.5の戦略2について、図-5.12の最大フローの値（正規化した値）を加えた計算結果を図-5.19と表-5.7および表-5.8に示す。

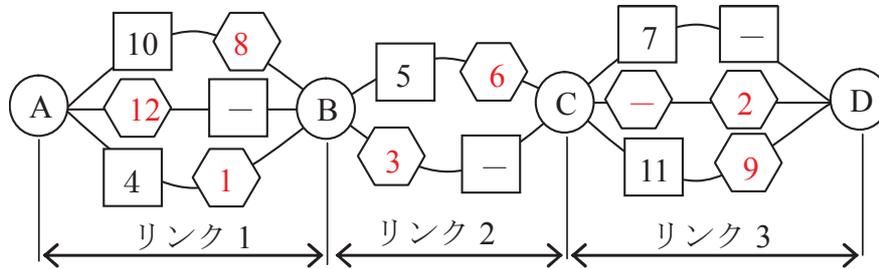


図-5.19 最大フローを考慮した場合の計算結果

最初に、道路のネットワークを、リンク2、リンク3、リンク1の順で繋いでいる。その後、最大フローの最も大きいリンク2の2路線目を繋ぎ、リンク3の1路線目を繋ぎ、リンク1の1路線目、リンク3の3路線目と繋ぎ、最後に、最大フローの値が最も小さい、リンク1の2路線目を繋いでいる。この計算結果からも、最大フローの大きい路線を優先し、交通量を確保しつつ、ネットワークを繋いでいることが判る。この例では、目的関数の最大値は、式(5.8)により

$$12.7335 + 1 / 142.7 = 12.7405$$

となった。

表-5.7 最大フローを考慮した場合のナッシュ積計算結果

順位	構造物	効用値の向上		ナッシュ積			累計
				$\prod u_{ri}$	u_f	$(\prod u_{ri}) \cdot u_f$	
1	B3	0.5	1	0.2087	0	0	0
2	B7	0.5	1	0.2673	0	0	0
3	B5	0.25	1	0.7375	0	0	0
4	Br3	0.3	1	1	0.3333	0.3333	0.3333
5	Br4	0.3	1	0.1758	0.3333	0.0586	0.3919
6	B4	0.5	1	0.3516	0.3333	0.1172	0.5091
7	Br6	0.5	1	0.6250	0.4444	0.2778	0.7869
8	B1	0.5	1	0.7500	0.4444	0.3333	1.1202
9	B8	0.25	1	0.7500	0.4444	0.3334	1.4536
10	Br1	0.5	1	1	0.6666	0.6666	2.1202
11	Br8	0.5	1	0.5000	0.7778	0.3889	2.5091
12	B2	0.5	1	1	1.0000	1.0000	3.5091
ナッシュ積の累計の合計							12.7335

表-5.8 最大フローを考慮した場合の耐震補強費の累計

順位	構造物	効用値の向上	耐震補強費（千円）	累計（千円）
1	B3	0.5 1	10,000	10,000
2	B7	0.5 1	10,000	20,000
3	B5	0.25 1	18,000	38,000
4	Br3	0.3 1	35,000	73,000
5	Br4	0.3 1	35,000	108,000
6	B4	0.5 1	10,000	118,000
7	Br6	0.5 1	20,000	138,000
8	B1	0.5 1	10,000	148,000
9	B8	0.25 1	18,000	166,000
10	Br1	0.5 1	20,000	186,000
11	Br8	0.5 1	20,000	206,000
12	B2	0.5 1	10,000	216,000
耐震補強費の累計の合計				1,427,000

図-5.20 に、GA の進化状況を示す。12! = 476,001,600 の組合せ数ぐらいの GA の計算では 30 世代の比較的早い段階で、解に近づくことが判る。

また、図-5.21 に、効用値のナッシュ積の累計を示す。これは、道路のネットワークが繋がると、最大フローの値が増えるため、優先順位が後になるほど累計値が急激に増加することが判る。

また、図-5.22 に耐震補強費の累計を示す。

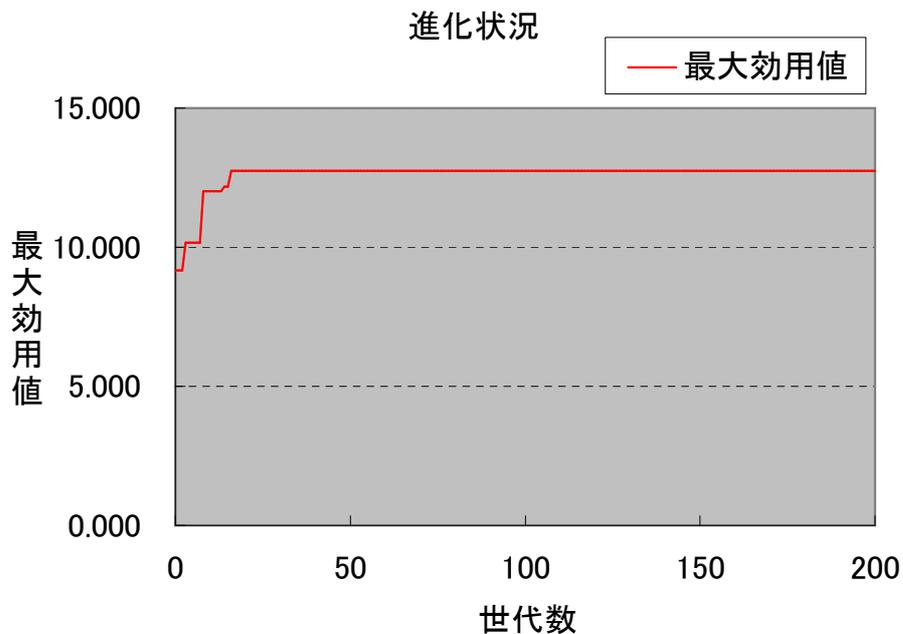


図-5.20 GA の進化状況

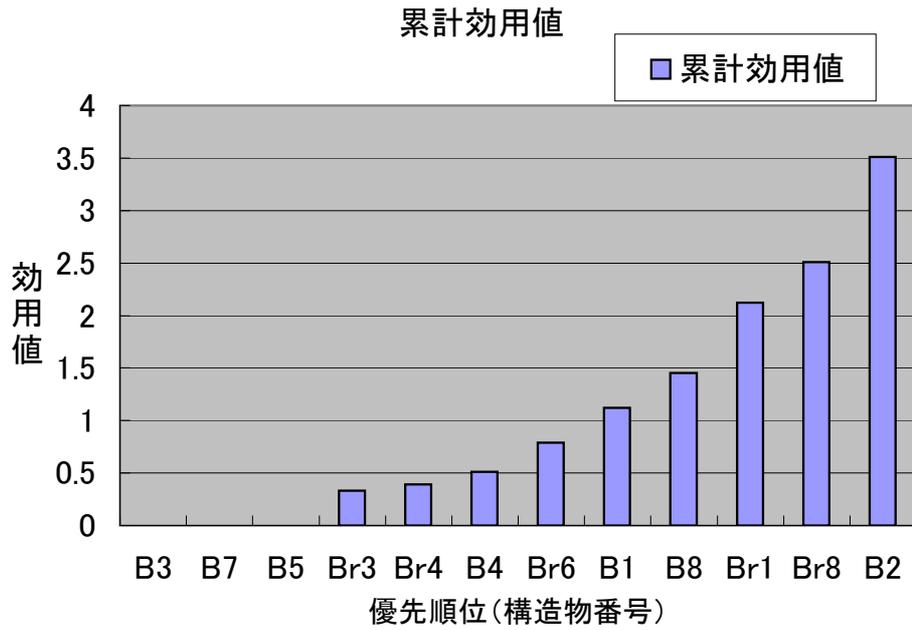


図-5.21 ナッシュ積(効用値)の累計

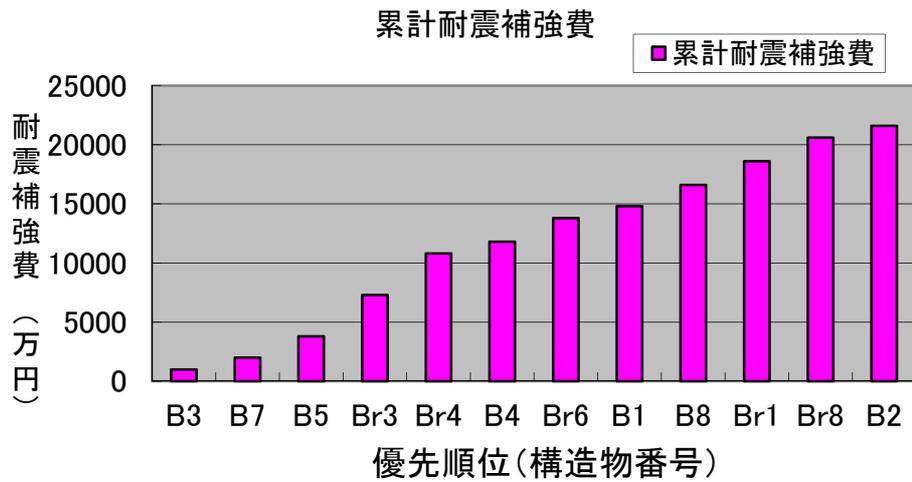


図-5.22 耐震補強費の累計

5.8 まとめ

本研究では、耐震レベルに応じた効用関数を設定することによりゲーム理論（ナッシュ交渉解）を援用し、耐震レベルの低い構造物から耐震補強する戦略（戦略1）や道路ネットワークを繋ぐことを優先する戦略（戦略2）やそれらの併用戦略（戦略3）など戦略ごとに耐震補強の優先順位を設定する方法を示すことができた。

また、多属性効用関数により、道路構造物ごとに重み付けをし、優先度を変更できることが示せた。さらに、最大フローを同時に考慮することで、交通量の違いによる耐震補強の優先順位の変化を検討することができた。最大フローの代わりに、緊急輸送路などの路線別の重要度の値を使うことにより、路線の重要度を考慮することもできることを示した。

現在まで土木分野でゲーム理論の援用が進んでいない要因は、各プレイヤーの利得を正当に設定することが難しいためである。本研究では、利得を耐震レベルの向上に対応した効用関数に変換し、利得を金額ではなく、どの構造物の耐震補強を優先したらその構造物（プレイヤー）や各リンク（プレイヤー）にとって効用が高いかを効用値で表現したことで、ゲーム理論の援用の一手法を提示できたと考える。

なお、本研究では、耐震レベルと効用の関係を定性的な傾向から設定したが、効用関数形状の合理的な設定には、より詳細な検討が必要となる。

参考文献

- 1) 喜多敏春, 近田康夫: 道路ネットワークを考慮した道路構造物耐震補強の優先順位設定におけるゲーム理論の適用, 構造工学論文集, Vol.59A, 2013.3
- 2) 能島暢呂: ネットワーク信頼性解析に基づく道路網の地震防災戦略について, 第24回地震工学研究発表会, pp.1293-1296, 1997.7.
- 3) 能島暢呂, 山中敏裕: 道路ネットワークの地震時機能信頼性解析に基づく施設改善の重要度評価, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, No.J-12, pp.3205-3210, 1998.11.
- 4) 大山達雄, 諸星穂積: 路線数え上げによるネットワークシステムの連結性の定量的評価とわが国道路網への応用, 都市の交通および施設配置に関する総合的研究平成14年度~平成16年度科学研究費補助金研究成果報告書, pp.279-285, 2005.2.
- 5) 関谷浩孝, 上坂克巳, 小林正憲: 道路ネットワークの連結信頼性を考慮した道路構造物の補修優先順位付け, 第28回日本道路会議, 論文番号20001, 2009.10.
- 6) 田村坦之, 中村豊, 藤田眞一: 効用分析の数理と応用, コロナ社, pp8-22, 1997.11.

第6章 結論

6.1 本論文のまとめ

本研究での適用例である第4章の「橋梁維持管理管理計画（劣化補修計画）におけるゲーム理論の適用」では、個々の橋梁をプレイヤーと考えゲーム理論（ナッシュ交渉解）を援用し、以下のことを示すことができた。

1. ナッシュ交渉解を援用することで、費用の平準化を行う場合に、個々の橋梁の効用値の最大化が図られる（当初のLCCが最小となる補修時期に対してバランスの良い補修時期が求められる）。同時に、橋梁群全体の効用値の最大化が図られる。
2. 効用関数の形状（凹型や凸型など）を変えることで補修の優先順位をつけることができる。
3. 評価期間の端部処理を行うことで初期計画との比較を正しく行える。

本研究での適用例である第5章の「道路ネットワークを考慮した道路構造物耐震補強の優先順位設定へのゲーム理論の適用」では、各構造物や路線や路線のリンクをプレイヤーと考えゲーム理論（ナッシュ交渉解）を援用し、以下のことを示すことができた。

1. 耐震レベルを効用値として設定し、ゲーム理論を適用した場合の耐震補強の優先順位について戦略的な決定方法を示すことができた。
2. 道路のネットワークを考慮した耐震補強の優先順位の設定方法を示すことができた。
3. 多属性効用関数により、各構造物の優先順位の重みをつける方法を示すことができた。
4. 各路線の交通量の最大フローも考慮した耐震補強の優先順位の設定方法を示すことができた。

また、本研究での適用例である第4章や第5章などのような公共事業を対象にゲーム理論を援用する場合は、非協力ゲームのような市場競争原理を表現するゲーム（非協力ゲームの解はナッシュ均衡であり、パレート最適ではない）ではなく、ナッシュ交渉解のような協力ゲームを援用する方が、与えられた予算（税金）をパレート最適解として配分できるため非常に効率がよい。よって、協力ゲーム理論のひとつであるナッシュ交渉解は、さまざまな公共事業の分野の効率的な予算配分決定や優先順位決定には有効な解析ツールとなると考える。

近年、笹子トンネル事故をはじめ、土木構造物の老朽化に伴う事故がみられるようになってきている。国の財政難から公共投資余力が減少する中、予防保全型の維持管理を行い、構造物の長寿命化を図り、LCCを最小化するような維持管理計画の施策が重要であ

る。また，予防保全による補修と点検を繰り返し，PDCA（Plan：計画，Do：実行，Check：評価・検証，Action：改善）サイクル（図-6.1）を回しながら，より良い維持管理を実行し続けることが重要であると考える。

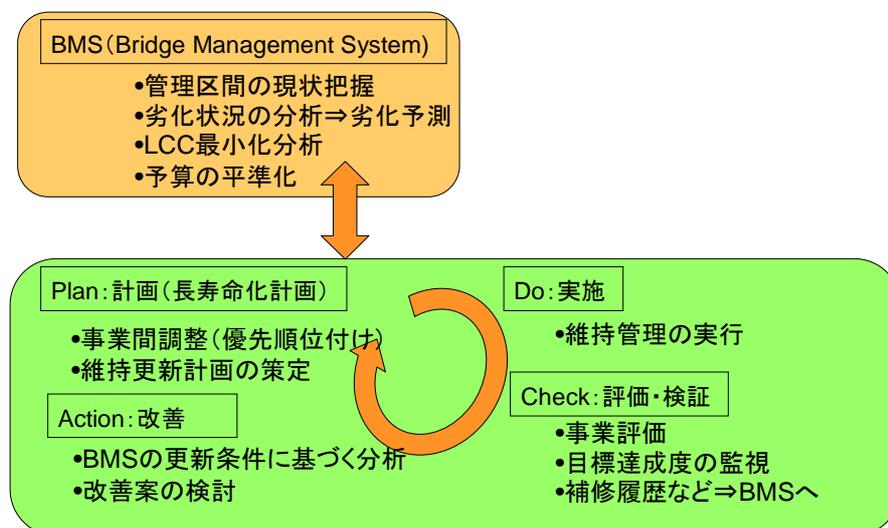


図-6.1 PDCA サイクル説明図

また，平成 23 年 3 月 11 日の東日本大震災のような大規模な地震時に，人命を守るための緊急輸送路の確保が重要である。道路を構成する道路構造物は，橋梁，盛土，切土，擁壁，トンネル，ボックスカルバートなどの多くの種類で構成されている。その中の，一つでもレベル 2 地震動で破壊したら，輸送機能が麻痺し，復旧に多大な費用と期間を要することになる。そのため，道路のネットワークの中の各種の構造物の耐震性能を同時に考慮した耐震補強の優先順位を設定する必要があると考える。

6.2 今後の課題と展望

本研究において，ゲーム理論を援用するために，利得を効用に置き換えて適用している。効用関数を定性的に設定しているが，社会情勢（経済環境，生活環境，自然環境など）や土木構造物の維持管理者の意思をもとに，定量的に効用関数を求める手法が必要であると考える。

ナッシュ交渉解は，対象となる構造物が多くなると，目的関数の [] の値が大きくなるため，対数に変換することや，効用の積分値を正規化することが必要であると考える。

また，第 4 章は，研究用の劣化曲線や補修費や補強費などは設定値で行ったものであり，判りやすくするため対象橋梁数も少なく設定したが，今後は，現実の劣化曲線や橋梁数に合わせた実証研究が必要であると考える。

第 5 章では，単純な道路ネットワークを対象に研究を行ったが，現実の複雑な道路ネットワークにも対応できるようにする必要があると考え¹⁾²⁾。その手法として，交通工学だけではなく機械工学や電気工学に関する信頼性工学の応用により，道路ネットワークの信頼性を検討することも有効であると考え³⁾⁴⁾。

また、各種構造物の現実の復旧の容易性などを考慮した重要度に合わせた多属性効用関数の設定が必要であると考える。

さらには、第4章は補修計画を、第5章では耐震補強計画に対してゲーム理論を援用したが、今後は、補修計画と耐震補強計画を同時に考慮し、土木構造物の補修・補強計画を立案することが必要であり、この場合もゲーム理論の援用が有効であると考える。

経済学のゲーム理論の協力ゲームの1つであるナッシュ交渉解は、アルゴリズムが単純であることや、限られた予算をパレート最適とする必要のある公共事業への援用には有効であると考えられる。また、利得や効用関数の設定が定性的や定量的に表現できれば、ナッシュ交渉解の援用範囲が広がると考える。

各縣市町村が協力して公共施設を建設し、コストの削減ができる場合の削減分（利益）の配分には、協力ゲームであるコア、仁、シャープレイ値を援用し、公平で論理的な配分とすることができると考える。また、特にシャープレイ値は、貢献度を尺度としているため、効用値を貢献度に置き換え、維持管理計画などの公共事業の計画に対し、貢献度の高いものから優先順位を設定することに適用できる可能性が高いと考える。

また、本論文は、道路構造物を事例としてゲーム理論の適用について述べているが、河川や港湾やライフラインなどの土木構造物にも適用できると考える。

参考文献

- 1) 高山純一，大野隆：連結性能から見た道路網の信頼性評価法，土木計画学研究・講演集 No.11，pp.251-258,1988.11.
- 2) 飯田恭敬：交通計画のための新パラダイム - 交通ネットワーク信頼性と OD 交通量逆推計 - ，技術書院，pp.55-66, 2008.3.
- 3) 大村平：信頼性工学のはなし，日科技連，2011.1.
- 4) 川崎義人：信頼性設計，日科技連，1985.3.

謝 辞

本研究を進めるにあたり多くの方々から御指導，御助言，励ましを頂きました．ここに，厚く御礼申し上げます．

特に，本研究の遂行にあたり，長期履修のため6年間にわたり，ほとんど毎週土曜日の朝に終始丁寧な御指導と御助言を賜りいただきました金沢大学理工学研究域環境デザイン学系近田康夫教授には心より厚く御礼申し上げます．建設コンサルタントとしての本業を持つ身のため，休みである毎週土曜日の朝にご指導いただくことの我儘をお許しいたき，最後まで，あたたかくお導き頂いたことに，重ねて心より感謝いたします．経済学のゲーム理論を理解し，援用の妥当性について，長期間にわたる議論を重ね，研究の方向性がでるまでは産みの苦しみでしたが，近田教授の適切な御助言により，乗り越えることができ，今振り返れば，非常に貴重な経験となりました．また，計算ツールとして使用した遺伝的アルゴリズム (GA) についても基本的な理論から理解し，それを研究に使用できるようになるまで御指導いただき，さらに，プログラム言語 C++ によるプログラミングについても御助言を頂きました．55 歳を過ぎた年齢で，新しいことを学ぶことの楽しさを教えて頂いたことにも感謝いたします．

広島工業大学工学部都市デザイン工学科 中村一平教授，金沢大学理工学研究域環境デザイン学系 高山純一教授，宮島昌克教授，金沢大学理工学研究域機械工学系 北山哲士准教授には，ご多忙の中，論文審査を引き受けて頂き，予備審査会においても貴重なご意見を頂きました．厚く御礼を申し上げます．

私が社会人でありながらも，本研究を最後まで遂行できたのは，黒木輝久代表取締役会長と黒木康生代表取締役社長をはじめ，株式会社日本海コンサルタントの多くの皆様の御理解によるものです．厚く御礼申し上げます．また，入学にあたり，当時の上司である竹村敏則取締役には快く承諾を頂き，心より感謝いたします．

本論文の校正をお手伝いして頂きました研究室の小川福嗣氏に感謝いたします．また，この論文は， \TeX により書きましたが，うまく図表が挿入できないときなどに，研究室の修士1年生の井上裕介君と修士2年生の鈴木慎也君に助けて頂きました．感謝いたします．

最後に，6年間の長きにわたり土曜日，日曜日の休みのほとんどは家のことができない生活を理解し、応援し，励まし続けてくれた妻 美紀子と娘たち（琴代，舞子）に心から感謝します．