

Scaling laws and effective dimension in lattice SU(2) yang-mills theory with a compactified extra dimension

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-05 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/2297/16514

氏名	藤本祥二
生年月日	
本籍	石川県
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第519号
学位授与の日付	2002年9月30日
学位授与の要件	課程博士(学位規則第4条第1項)
学位授与の題目	余剰次元をコンパクト化したSU(2)格子ゲージ理論のスケールリングと有効次元
論文審査委員(主査)	久保 治輔(理学部・教授)
論文審査委員(副査)	鈴木 恒雄(自然科学研究科・教授) 末松大二郎(理学部・助教授) 青木 健一(理学部・教授) 寺尾 治彦(自然科学研究科・助教授)

学位論文要旨

Monte Carlo simulations are performed in a five-dimensional lattice $SU(2)$ Yang-Mills theory with a compactified extra dimension, and scaling laws are studied. Our simulations indicate that as the compactification radius R decreases, the confining phase spreads more and more to the weak coupling regime, and the effective dimension of the theory changes gradually from five to four. Our simulations also indicate that the limit $a_4 \rightarrow 0$ with R/a_4 kept fixed exists both in the confining and deconfining phases if R/a_4 is small enough, where a_4 is the lattice spacing in the four-dimensional direction. We argue that there exists a maximal radius, above which the color degrees of freedom are not confined. A rough estimate shows that the color degrees of freedom in the real QCD are confined if $1/R \gtrsim 0.7$ TeV. Comments on deconstructing extra dimensions are given.

現在の素粒子論は標準模型と呼ばれる理論で書かれていてこの模型は実験結果をよい精度で再現している。しかしなぜこの理論が自然を記述しているかという問いが今の素粒子論での重要な問題である。そしてまた最近では標準模型では説明できないニュートリノ振動などの実験結果もでて来ている。

このような意味で様々な実験レベルの低エネルギーで標準模型を再現する高エネルギーでの理論が考えられ研究されている。そのなかの1つに超弦理論と呼ばれるものがありそれは10次元で記述されているモデルであるが、高エネルギーから低エネルギーに移る間にどのように10次元の理論を4次元にして標準模型を導き出すかが問題である。ほかにもGUTと呼ばれる大統一理論もあるがこの理論にはゲージ階層性の問題や世代間の階層性の問題などまだ完全には解決できてないものがありこれらの問題を解決するために5次元以上の高次元理論が注目されている。

これらの観点から高次元理論の構築は非常に重要で面白い問題であるが、素粒子論で使われている場の理論では、高次元理論にはくりこみ可能性の問題という困難な問題がある。摂動論の計算では量子力学的な補正を計算するときに現れる発散を除去しないと定式化できず計算できないが、高次元理論はくりこみ不可能なのでこの問題が大変重要である。

しかし、摂動論でくりこみ不可能な理論でも非摂動計算でくりこみ可能な可能性がある。そのためこの論文では非摂動計算の代表である時空を離散的な格子で扱う格子理論を用いて高次元理論の解析を行っている。格子理論ではくりこみ可能性は連続極限が取れるかという問題と等価であり連続極限は2次相転移の所で取ることができる。

また高次元理論では4次元空間以外の空間である余剰次元をもの凄く小さな領域に押し込めるコン

コンパクト化の手法がよく取られコンパクト化の半径より大きなエネルギーレベルでは余剰次元が見えない低エネルギー有効理論を作り実験結果を再現させることが重要である。

これらの理論的、現象論的理由から高次元理論の相構造をコンパクト化した場合やしない場合で調べることは重要である。この論文で1次元を半径 R の円でコンパクト化した5次元 $SU(2)$ Yang-Mills 理論を格子ゲージ理論の数値解析を用いることによって調べた。特に十分に R の小さい領域も調べたいので非等方格子を使った。

コンパクト化した格子ゲージ理論ではコンパクト化半径 R カットオフスケール $\Lambda = 2\pi/a_4$ (a_4 は4次元部分空間の格子間隔) の物理定数を与えればそれぞれ別の物理理論を与えそれに応じたスケールリングのふるまいが考えられる。しかし Kaluza-Klein モードの粒子の数がスケールリングのふるまいを決める β -関数を決めると考えることが自然である。Kaluza-Klein モードの粒子の数は R と Λ の積で決まる量なので $RA = \text{一定}$ にコントロールしてシミュレーションを行うことが望ましい。そのためには非等方格子で5次元方向の格子の数 N_5 と非等方パラメーター γ の比 N_5/γ を一定にすることで RA を一定にすることができる。図1から RA を一定にしたときの物理量がおなじ結合定数 β の依存性を持つことが分かる。

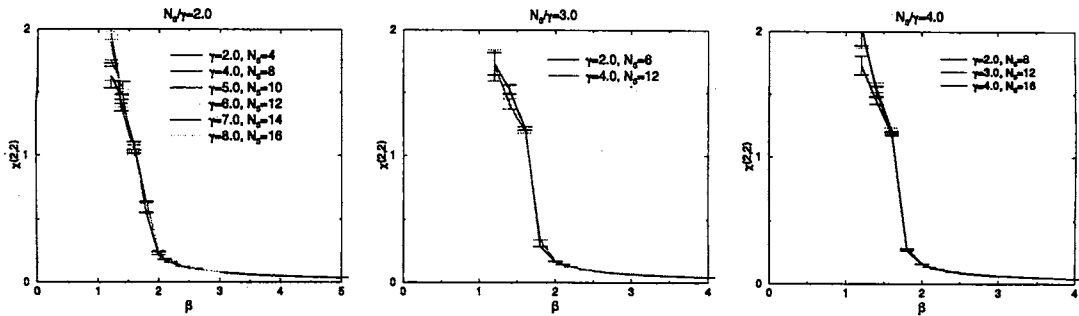


図1: N_5/γ 一定にした時の $\chi(2,2)$ の β 依存性。左から $N_5/\gamma = 2.0, 3.0, 4.0$ である。

このことを下に $12^4 \times 4$ の格子サイズで RA が一定の下でのシミュレーションを行った。得られた結果をまとめると次のようになる。

- (1) 4次元部分空間のスタティックポテンシャルやストリングテンションを見ることによってこの理論の4次元有効理論の相構造(閉じ込め相、クーロン相(非閉じ込め相)の構造)を明らかにした。
- (2) コンパクト化半径 R とカットオフスケール Λ の積 RA が大きい領域では閉じ込め非閉じ込めの相転移が1次相転移であるため連続極限を取ることができない。
- (3) RA を小さくしていくにつれて相転移の構造が変わっていき1次相転移からクロスオーバー相転移、2次相転移になっていき連続極限が取れることが期待できる。
- (4) 2次相転移になる RA では閉じ込め相でのストリングテンションの解析から β -関数を決めることができ、結合定数のスケール依存性を求めることができる。
- (5) 得られた β -関数は4次元的な形と5次元的な形の間のある有効次元と呼ばれる D_{eff} を持っている。そしてこの D_{eff} の値は RA の関数になっていることが分かり、 RA が $0 \rightarrow \infty$ で $4 \rightarrow 5$ へと移り変わっていく。

図2の左側のグラフから4次元部分空間のスケールの結合定数 β の依存性が分かり、 β -関数と2次相転移点を調べることができる。図2の左側のグラフの曲線は有効次元 D_{eff} を用いた β -関数から得られる

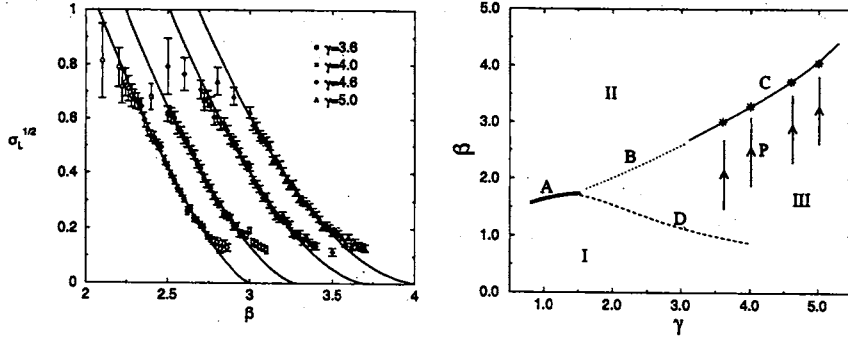


図 2: 左側が RA いろいろな値を取ったときのストリングテンションの β 依存性。このグラフから β -関数と 2 次相転移点を調べることができる。右側のグラフは β - γ 空間の相図。

$$\sqrt{\sigma_L} \sim a_4 \sim \left(\frac{2b}{16\pi^2 D_{\text{eff}} - 4} - \frac{\beta}{8\pi} \right)^{1/(D_{\text{eff}}-4)} \quad (1)$$

の式を用いて決めた線である。ここで $b = 22/3 - 2/3 = 20/3$ としている。この曲線の $a_4 = 0$ となるところが連続極限である。さらに RA が大きなところの 1 次相転移も調べて書いた相図が図 2 の右側の図である。この図の星印が今回の計算で特定した 2 次相転移点である。線 C が 4 次元部分空間での 2 次相転移を表す線である。2 重線 A は 1 次相転移点を表す。点線 B は今回の解析では調べていないがこの線のどこかで 1 次相転移、クロスオーバー相転移、2 次相転移と移って行くと思われる。領域 I は閉じ込め相、領域 II はクーロン相 (非閉じ込め相) である。領域 III は 4 次元部分空間は閉じ込め相で 5 次元方向は非閉じ込め相である。

(6) クーロン相の解析からクーロンポテンシャルの結合定数を求め、その非摂動的な補正を見積もった。

次にクーロン相でのクーロンポテンシャルを調べることでクーロンポテンシャルの係数を調べることができる。クーロンポテンシャルの値 C_1 が次の式ようになれば

$$C_1 \sim \frac{g_5^2}{2\pi R} \left(1 + \alpha \frac{g_5^2}{2\pi R} \right)^{-1}, \quad \beta = \frac{4}{g_5^2} a_4 \quad (2)$$

クーロン相からでも閉じ込め相から決めた 2 次相転移点で $a_4 \rightarrow 0$ の連続極限を取ることができる。上の式の α の項が非摂動的な量子補正の項でもし量子補正が無ければ $\alpha = 0$ である。図 3 の左側の図が RA をいろいろ変えて測定したクーロンポテンシャルの係数の逆数である。 $\alpha \sim 5.0$ の補正が必要である。

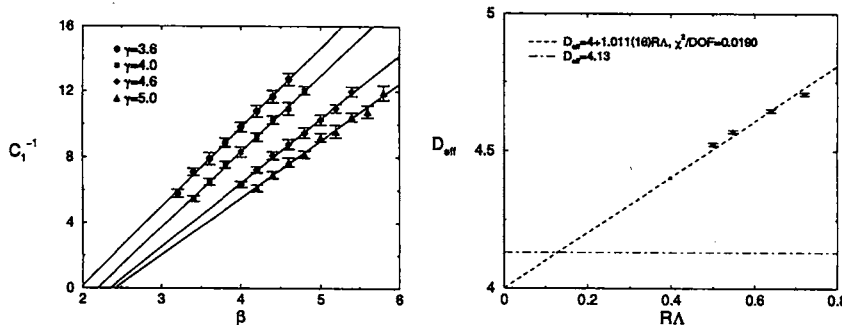


図 3: 左の図はクーロン相でのクーロンポテンシャルの係数の β 依存性をプロットしたもの。右の図は閉じ込め相での β -関数から決めた有効次元 D_{eff} の RA 依存性。

- (7) 現在の実験レベルのエネルギーでQCDは閉じ込め相である条件と、この論文で求めた β -関数と有効次元を用いてコンパクト化半径 R を見積もることができる。

式(1)と $g^2 = 8\pi/\beta$ の関係式から、閉じ込め相では $g^2 \lesssim (D_{\text{eff}} - 4)(16\pi^2/2b)$ が閉じ込めを起こす g^2 の値であることが分かる。実際のQCDでは $g^2(M_z) \simeq 0.12$ さらにSU(3)で考えると $b=7$ これらを使うと $D_{RM_z} \lesssim 4.13$ を得る。さらに図3の右の図を使って $R\Lambda \lesssim 0.13$ を得るが $\Lambda = M_z$ で考えるとこの条件は $1/R \lesssim \mathcal{O}(1)\text{TeV}$ である。この条件が低エネルギーでQCDのカラーの自由度が閉じ込めを起こしているための条件である。ただしここでの議論は理論的な仮定をいくつか使っているのでぜひ本論文をご覧になって頂きたい。

この論文では1次元を半径 R の円でコンパクト化した5次元SU(2) Yang-Mills理論を格子ゲージ理論の数値解析を用いて調べることによって上に書いた主に7つの面白い結果が得られている。高次元理論の非摂動的な解析は最近始まったばかりで得られた結果は更に詳しく検証しなければならないが、これらの結果をもとに高次元理論の非摂動的な解析が様々なモデルや解析方法で将来盛んに研究されるであろうことが期待される。

学位論文審査結果の要旨

藤本祥二君の学位論文について、上記5名の審査委員による査読の後、平成14年8月8日に口頭発表が行われた。同日に審査会を開き、以下の理由で彼の論文は博士(理学)の学位に値すると判定した。

一般には、4次元以上のゲージ理論はくりこみ不可能で、摂動論の計算がどれほど信用できるか分っていない。藤本君は、余分な次元(5次元目)が小さな円にコンパクト化されているSU(2)ゲージ理論を非摂動的に解析することに挑戦した。具体的には、理論を格子上で定式化し、Monte Carlo simulationを使って、スタティックなクォーク間のポテンシャルやストリングテンションを計算した。そして、円の半径が十分に小さいと、ポテンシャルやストリングテンションはスケーリング則を満たしていることを見出した。この結果は、スケーリング則が成り立っている領域では、この摂動論的にくりこみ不可能な理論が、非摂動的にはくりこみ可能な理論のように振る舞っていて、予言力のある理論であることを示している。また、半径を小さくしていくとスケーリング則が変化し、5次元の理論がしだいに4次元的に振る舞っていることを示している。これは世界で始めて得られた結果である。この結果は物理的直感とあっているが、無限自由度を含むしかも摂動論的にくりこみ不可能な理論が、実際にそのように振る舞っているという保証はない。この結果は高次元理論の今後の発展に大きな影響を与えるものであると期待できる。

以上の点から委員会は本論文が学位論文として値すると結論した。