

正準形式に基づく2次元超重重力理論のBRST量子化とアノマリー

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-10-05 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/2297/16171

氏名	鈴木 忠雄
生年月日	
本籍	石川県
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第262号
学位授与の日付	平成10年9月30日
学位授与の要件	課程博士(学位規則第4条第1項)
学位授与の題目	正準形式に基づく2次元超重力理論のBRST量子化とアノマリー
論文審査委員	(主査) 青木 健一 (副査) 鈴木 恒雄, ミカエル・イルゲンフリッツ, 末松大二郎, 寺尾 治彦

学位論文要旨

In this thesis the author investigate the non-critical $N=1$ Neveu-Schwarz-Ramond (NSR) superstring as 2D supergravity coupled to superconformal matter. The relations between super-Virasoro anomaly and super-Weyl anomaly are examined within the framework of canonical formalism.

The original string action defined by quantum free field is not invariant under reparametrizations and local supersymmetries due to super-Virasoro anomaly but invariant under local Weyl rescalings and fermionic transformations. We see that the super-Virasoro anomaly can be canceled by introducing a counterterm to the string action, which is also invariant under the local Weyl and fermionic transformations by construction. It is, however, nonlocal in the 2D supergravity variables. We find that the covariant nonlocal super-Liouville action with appropriate coefficients exactly cancels the nonlocality and recover the super-Weyl anomaly as expected from the perturbative analysis. This leads to local but noncovariant super-Liouville action for the 2D supergravity, which can be interpreted as WZW term converting the super-Virasoro anomaly to the super-Weyl anomaly.

We also discuss the quantization of 2D supergravity based on the super-Liouville action within the framework of BRST formalism. The BRST invariance is argued in the superconformal gauge and in the light-cone gauge. Our approach naturally reproduces the gravitational scaling dimensions without using the functional measure ansatz in the superconformal gauge. In the case of light-cone gauge we see that the residual $O\text{Sp}(1,2)$ Kac-Moody (KM) symmetry and the Knizhnik-Polyakov-Zamolodchikov (KPZ) condition can be extracted as a result of BRST invariance.

本論文の目的は、非臨界次元 ($D \neq 10$) $N=1$ Neveu-Schwarz-Ramond (NSR) 超弦理論を D 個のボゾン場とフェルミオン場が 2 次元超重力場に結合した 2 次元超重力理論とみなし、正準形式における BRST 量子化を展開することである。ここではゲージによらない局所的な super-Liouville 作用を厳密に求める。局所的でしかもゲージが固定されていない 2 次元超重力場の有効作用が得られるので、この有効作用を出発点とし BRST 量子化を適用すれば、異なるゲージ間の系統的な解析が有効作用レベルで可能となる。ゲージを超共形ゲージに固定

すれば Distler, Hlousek, Kawai によって得られた有効作用や 2 次元量子超重力理論における中心荷に対する条件式, すなわち重力的な異常スケール次元を再現することができる. ここで得られる結果は, 汎関数積分測度から生じるヤコビアンが Liouville 作用の指数関数になるという仮定を用いておらず, したがって, ここでの手法はこの仮定の正準形式的な証明とみなすことができると思われる. 一方, ゲージを超対称光円錐ゲージに固定すれば Knizhnik, Polyakov, Zamolodchikov によって与えられた KPZ condition を正しく再現できる. そして古典論においてあからさまに現れない Kac-Moody (KM) 対称性が, BRST 不変性を量子論の系に要求したときに初めて出現することが明らかになる.

超弦理論は素粒子に働く重力相互作用をも含めた四つの相互作用の統一が可能と考えられている統一理論である. この理論から導かれる重力相互作用と他の三つのゲージ相互作用の統一, 紫外発散がないなどの重要な性質は, 世界面上の超共形対称性の存在によって保証されている. ここでいう超共形対称性とは局所的 Weyl 対称性とフェルミオンの対称性を指す. 局所的 Weyl 対称性とは, 弦が時空を伝播する際に作られる世界面の形を変えずに大きさを変える, すなわち距離のスケールを変える局所的 Weyl 変換に対する対称性であり, フェルミオンの対称性とは, 世界面上で定義される 2 次元重力場の超パートナーであるグラビティーンのみを無限小の Majorana 場だけずらす, 2 次元の超対称な場の理論特有の変換性である. 2 次元の場の量子論において, 一般に超共形対称性は super-Weyl アノマリーによって破れることが知られている. ここで super-Weyl アノマリーとは, 局所的 Weyl 対称性の破れを引き起こす Weyl アノマリーと, フェルミオンの対称性の破れを引き起こすアノマリーの両方のアノマリーを同時に考慮している.

この世界面上で定義される super-Weyl アノマリーの扱い方には二つの立場が考えられる.

一つは, 統一理論として超弦理論を扱う立場があげられる. すなわち理論は世界面上の超共形対称性を持ち, そのために時空の次元は 10 になる. この場合 super-Weyl アノマリーは厳密に消去される. 実際, 量子論において超弦が伝播する時空の次元が 10 次元の場合に限り, 超弦の変数からの super-Weyl アノマリーへの寄与とゴースト変数からの super-Weyl アノマリーへの寄与とが相殺し, super-Weyl アノマリーが消える. このようにして決まる特別な時空の次元を臨界次元という.

もう一つは, 非臨界次元 ($D \neq 10$) において世界面上で定義される 2 次元超重力場の一部の自由度 (共形モード) が super-Weyl アノマリーを通して力学的に振る舞うことを許し, super-Liouville 作用の量子論を考察する立場があげられる. この立場は統一理論としての超弦理論を考察するというよりは, むしろ量子重力そのものを理解しようとする. 本論文はこの後者の立場に立ち, 非臨界次元における $N=1$ NSR 超弦理論を, D 個のボゾン場とフェルミオン場が super-Weyl アノマリーを通して 2 次元超重力場に結合した異常ゲージ理論とみなした解析を正準形式の枠組みにおいて展開している.

非臨界次元における弦理論の特徴は, 古典論においては局所的 Weyl 対称性の存在によって理論から分離される世界面上の計量の共形モードが, 量子論においては Weyl アノマリーを通して力学的に振る舞うことがあげられる. Polyakov は共形モードが従う有効作用は Liouville 作用で与えられることを, 経路積分量子化により共形ゲージにおいて示した. Liouville 作用の共形モードは, 線素が共形モード自身に依存しているために, ゲージを固定しない共変的なままの量子化は困難であることが知られている. そこで, Knizhnik, Polyakov, Zamolodchikov (KPZ) は光円錐ゲージにおいて, Davit, Distler, Kawai (DDK) は共形ゲージにおいて Liouville 理論の解析を行った. その結果, どちらのゲージ条件を用いても重力的なスケール次元が得られ 2 次元量子超重力理論が厳密に解けることを示した. しかしこれらの解析は, 汎関数積分測度が局所的 Weyl 変換に対し不変ではないために, 汎関数積分測度から生じるヤコビアンが Liouville 作用の指数関数になるという仮定を用いている. この仮定は十分に妥当な仮定

であるが厳密な証明は与えられていない。

以上の解析は経路積分量子化に基づいており、そのため汎関数測度から生じる量子化の困難を避けることは原理的に不可能である。したがって汎関数測度を扱わないためには演算子形式による正準量子化を用いた解析が必要となる。そこで、藤原、五十嵐、久保、田部井は、正準形式において Virasoro アノマリーと Weyl アノマリーの関係に着目することにより、Virasoro アノマリーを Weyl アノマリーに転換するとみなせる、世界面上の WZW 項としての局所的なゲージによらない Liouville 作用を提出した。この作用は局所的であるために素朴に BRST 量子化を遂行することができる。そしてこの有効作用を出発点にとり、光円錐ゲージや共形ゲージにおいてそれまで得られていた結果を再現できることを示した。その結果、異なるゲージ間の理論の等価性を示すことができた。

本論文は、彼らによって展開された、正準形式を用いたボゾン弦に対する解析を、フェルミ弦、すなわち超弦理論へ拡張することが中心課題である。

この博士論文の構成は以下のようになっている。

まず始めに第 1 章は序論を述べる。ここでは素粒子の相互作用はゲージ理論によって記述されること、そしてゲージ理論の量子化や量子異常について概説する。次に超弦理論が得られるまでの発展をみるために具体的に素粒子間の四つの相互作用を記述するゲージ理論とそれらを統一する試みを簡単に述べ、その相互作用の一つである重力の量子論はどのようにして取り扱われてきたのかを述べる。そして量子重力を記述すると考えられている超弦理論について触れる。この章の最後には非臨界次元超弦理論についてのこれまでの研究について概説し、この博士論文の構成を述べる。

第 2 章では、古典論における弦理論と $N=1$ NSR 超弦理論を、それらが持つ世界面上の対称性を中心に紹介する。そこで、古典論においては南部-後藤の作用と Polyakov の作用が等しいこと、また世界面上の計量は力学的自由度を持たないことを述べる。

第 3 章では、Polyakov による弱場近似の方法を用いて 2 次元重力理論の経路積分量子化を行なう。ここで展開される手法を用いることにより、NSR 超弦理論を 2 次元超重力理論とみなした系において、弱場を用いた摂動論に基づくアノマリーの解析を行なうことができる。そして最低次ではあるが異常ゲージ理論の特徴でもある超重力場の有効作用の存在を示すことができる。

第 4 章では、NSR 超弦理論を 2 次元超重力理論とみなし、正準形式に基づいた古典論を展開する。ここでは局所対称性に対して拘束条件が現れる。そして物質場を素朴に正準量子化した結果、理論には super-Virasoro アノマリーが存在することを示す。このアノマリーは、経路積分量子化に基づく解析では知られておらず、演算子の正規順序の定義に由来する問題と考えることができる。その super-Virasoro アノマリーは正準エネルギー運動量テンソルと super カレントの共変的保存則に現れるアノマリーと関係することからアノマリー方程式としての super-Virasoro 拘束条件方程式が導かれることを述べる。アノマリー方程式が WZ 積分可能性条件を満足することを確かめた後に、super-Virasoro アノマリーを相殺する非局所的な相殺項を求める。この非局所的な相殺項は Polyakov によって得られた有効作用を超対称化した作用になっていることがわかる。

得られた相殺項の非局所的な部分を打ち消すために非局所的な super-Liouville 作用を第 5 章において導入する。そして super-Liouville 作用の非局所的な構造を抜き出し、それが、super-Virasoro アノマリーを相殺するため理論に導入した相殺項が持つ非局所的な項と厳密に打ち消しあうことを明らかにする。その結果、ゲージが固定されておらず、2 次元超重力場に対して局所的である 2 次元超重力理論の super-Liouville 作用を得ることができる。こうして得られる super-Liouville 作用は、ここで用いた手法を通して、super-Virasoro アノマリーを super-Weyl アノマリーに転換する一種の WZW 項の役割を果たすと思われる。

第 6 章では、得られた有効作用としての super-Liouville 作用を用いて 2 次元超弦理論の正準形式に基づいた BRST 量子化を議論する。ゲージは超共形ゲージと超対称光円錐ゲージに固定する。ここでは BRST 不変性を実現することが目標である。超共形ゲージにゲージを固定した解析では、Polyakov や Distler, Hlousek, Kawai による経路積分量子化に基づく解析から得られていた、中心荷に対する条件式、すなわち重力的な異常スケール次元をより自然に再現することができる。ここでは、ボゾン弦の場合には考慮する必要がなかった宇宙項を取り入れて BRST 量子化を行っている。ここで得られる結果は、汎関数積分測度から生じるヤコビアンが Liouville 作用の指数関数になるという仮定を用いておらず、よってここで解析は、この仮定の正準形式的な証明とみなすことができると思われる。一方、ゲージを超対称光円錐ゲージに固定すれば Knizhnik, Polyakov, Zamolodchikov によって与えられた KPZ condition を正しく再現できる。そして古典論においてあからさまに現れない Kac-Moody (KM) 対称性が、BRST 不変性を量子論の系に要求したときに初めて出現することが明らかになる。

最後の第 7 章は結論と議論を述べる。

本文の後には、謝辞を添えた。そして付録 A は知っておくと便利な公式を、付録 B は弱場近似において用いる式を、付録 C は正準量子化における正規順序積についてを付録 D は補助場を用いた off-shell での超対称性変換と off-Shell で成り立つ共変的 BRST 変換のまとめを、付録 E は宇宙項を含む場合と含まない場合の super-Virasoro 代数について詳しく、付録 F には超対称的光円錐ゲージにおけるゲージ固定の方法についての詳細を添付した。

学位論文審査結果の要旨

本論文は、2 次元超重力理論の量子化について、新しい定式化を提出したものである。重力を含む素粒子の統一理論の候補として、超弦理論がある。これは、弦的な広がりを持った対象を基本構成子とする理論であり、時空間に 2 次元的な広がりを持つ世界面で表現されている。時空間の次元が 10 以外の場合の超弦理論は、2 次元面上の重力と相互作用する場の理論、超重力理論とも見れる。従って、2 次元超重力理論の研究は、超弦理論の研究と重力理論の研究の接点として重要な位置をしめている。

しかし、この理論の量子化は困難であり、以前の研究では、ゲージ対称性に伴う適当なゲージ固定をまず行ったうえで、経路積分の積分測度に仮設を持ち込む事も含めて、解析が進められていた。本論文では、オペレータ形式による正準量子化によって理論を定義する作用を決める手法をとり、最終的に、ゲージ固定をしないままで作用を決定することに成功した。具体的には、素朴な古典的作用に基づく量子化をまず行くと、super-Virasoro 対称性に対する量子異常が現れることがわかる。そこで、この量子異常を解決するための項をうまく準備することができて、super-Weyl 対称性に対する量子異常に変換することに成功し、意味のある量子論を構成することができた。しかも、得られた作用はゲージ固定に依らない形式なので、任意のゲージ固定法に対応した量子化と解析が可能となった。実際、超共形ゲージおよび光円錐ゲージの場合の解析がされて、それまでの経路積分による研究で予想されていた結果、重力場の異常次元および KPZ 条件と呼ばれる量子化条件がそれぞれ再現され、以前の研究での仮定部分を本論文によって保証したことになる。

以上の研究は、当該テーマに関する認識を確実に進めたものであり、共同研究に基づいてはいるが、具体的な解析は本人によって遂行されている。また、本論文は素粒子論における本テーマの位置づけや関連事項についてのレビューを含み、申請者の高い学識も示している。従って本審査委員会は、本論文を学位論文として認定した。