Finite element analysis of the E-integral and its applications

メタデータ	言語: jpn
	出版者:
	公開日: 2017-10-05
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者:
	メールアドレス:
	所属:
URL	http://hdl.handle.net/2297/16048

氏 名 橋 本 堅 一

生 年 月 日

本 籍 山口県

学 位 の 種 類 博士 (工学)

学位記番号 博乙第110号

学位授与の日付 平成7年9月26日

学位授与の要件 論文博士 (学位規則第4条第2項)

(Finite element analysis of the E-integral and its

applications)

論文審查委員 (主查) 矢 富 盟 祥

(副查) 川 村 満 紀,北 浦 勝

石 田 啓,茶 谷 明 義

学位論文要旨

This paper presents the availability of the finite element analysis of the E-integral. The E-integral gives the energy release rate at the onset of a crack kinking in a homogeneous or an inhomogeneous hyperelastic body and is path-independent even for the path containing dissimilar material interfaces, stationary crack tips, inclusions or voids :for such cases, the J-integral is not path-independent. First, the comparisons between the E-integral and other parameters in fracture mechanics are considered. Then, the finite element analyses are performed in the several elastic models. The energy release rates are computed in the model subjected to a combined loading, the model with a material interface, an inclusion or a void and in an anisotropic elastic model. Finally, an application of the E-integral in an elastic-plastic analysis is examined.

For all models, the path independeny of the E-integral is numerically confirmed with a high accuracy. Numerical results of the energy release rate agree well with the exact solution.

近年の先端材料の発展や数値解析技術の進歩に伴い、複雑な変形挙動を示す材料、構造物内のき裂をモデル形状や荷重などの境界条件に柔軟性をもつ有限要素法などを用いて解析することが、今後ますます重要になってくると考えられる.しかし、そのうち、き裂先端に介在物や空隙を有するような場合、き裂の干渉問題の複雑な場合などに対する報告は、非常に重要である問題にも関わらず、ほとんどみられない.また弾塑性解析においてもかなり多くの研究報告がみられるが、これについては多くの問題を残しており、特に、ひずみ増分理論での議論は非常に困難であるのが現状である.そういう現状を背景に、本論文では、き裂進展パラメータとして非

線形弾性体であってもエネルギ解放率を与え、表示式の性格上、有限変形理論の導入も容易であること、経路独立積分であるが、J積分などと異なり、対象とならないき裂先端や、介在物との界面などの不連続面を積分経路内に含んでいても、経路独立であること、さらにはき裂折れ曲がり瞬間時のエネルギ解放率を与えるなどの優位性をもつE積分の研究を行った。E積分のは理論的な応用は見られるが、解析的に、あるいは実験的には理論のはとらえ、最終的には有限要素解析にあった。最終的には有限要素解析でもかなり複雑な材料の解析が高精度で行われ、き裂進展パラメータの数値解析法として優れた手法であることを確認した。したがって本論文で扱ったE積分、さらにはE積分を用いた有限要素解析法は今後、重要なパラメータ、確立された手法として、その有用性が確認できた。

そのとき物体内では,第1種の Piola-Kirchhoff 応力S (s=S n;nは単位法線ベクトル),変位u,変位勾配 $H=\nabla u$,ひずみエネルギ密度wなどの場の量 $\varphi(X,\ell,\beta)$ がき裂を除いた基準系での位置Xで各 ℓ,α に対して定義される.物体が非均質な超弾性体とすると

$$S = \frac{\partial w(\boldsymbol{H}, \boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{H}} \tag{1}$$

である. 物体力のない準静的な場合を考えると, 平衡式

$$Div \mathbf{S} = \mathbf{o} \tag{2}$$

がき裂を除いた箇所で成立している.

ここでは、エネルギ解放率を、き裂進展中におけるき裂の一先端を囲む 基準系に固定された正則な閉領域A内のエネルギ変化率の不釣合い量:

$$E(\ell, \alpha) = \int_{\Gamma} \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} ds - \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{A} w da$$
 (3)

として定義する.ここでき裂が折れ曲がる瞬間時のエネルギ解放率の場合は, ℓ による偏微分は,右微分係数で定義される.E の値は領域Aがき裂先端を含む限りその形,大きさによらないことは明かである.式(3) を直接数値積分で評価すると,き裂先端周辺領域のwに関する面積分を必要とするため,精度や計算時間の点でも,また扱い易さの点でも不利である.した

がってこの式を経路積分に変形することを考える。式(3)を経路積分に変形するとき、発散定理がうまく使えるような (ℓ,β) 空間での積分でひずみエネルギ密度wを定義する必要がある。すなわち

$$w(\ell,\alpha) = \int_0^\alpha S(\ell,\beta) \cdot \frac{\partial \boldsymbol{H}(\ell,\beta)}{\partial \beta} d\beta \tag{4}$$

ととればよいことがわかる.ここで記号が複雑になるのをさけるため $\varphi(X,\ell,\beta)$ を単に $\varphi(\ell,\beta)$ と記した.そのとき平衡式(2)および発散定理を使えば

$$\int_{A} w da = \int_{A} \int_{0}^{\alpha} \mathbf{S} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \beta} d\beta da = \int_{\Gamma} \int_{0}^{\alpha} \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \beta} d\beta ds$$

が成立し、これを式(3)に代入すると

$$E(\ell, \alpha) = \int_{\Gamma} \int_{0}^{\alpha} \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} - \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \ell} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \beta} \right) d\beta ds \tag{5}$$

が得られる.上式が非均質非線形物質にも適用可能な,経路独立なエネルギ解放率を求める積分公式でE 積分と言われる.E 積分は周知のJ 積分とは異なり、 Γ のように積分経路にき裂面を含まない場合でも,非均質物質中を進展するき裂,また疲労き裂等にしばしばみられる非直線的なき裂裂にても経路独立であることは式(3)の定義自体が領域A によらないこと,また式(5)を導く際,き裂の直線性は仮定していないことから明らかである.さらに,J 積分では,前述したように,原理的には主き裂と同方向にき裂が進展した瞬間時の場合のエネルギ解放率しか求まらないが,E 積分では,任意の方向に進展した瞬間時の場合でも経路独立な積分により求めることができる.したがってそのような,き裂折れ曲がり瞬間時における,数値解析において,最も誤差が大きくなる特異点近傍から離れて積分すればよく,数値解析上有利である.

有限要素には取扱いの最も容易な三角形一定ひずみ要素を用いた. E 積分による方法は全エネルギ法を経路独立積分に拡張した方法であるので全エネルギ法による適用の例から判断すると一定ひずみ要素でも比較的粗いメッシュの組み方で高い精度をもった結果が期待される. 線形弾性体の場合, E 積分の表示式は

$$E = \int_{\Gamma} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \ell} - \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \ell} \cdot \mathbf{u} \right) ds \tag{6}$$

で表される. 式(6)を数値解析のための2点差分式に書き直すと

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left\{ s_i(\ell) \cdot \frac{u_i(\ell + \Delta \ell) - u_i(\ell)}{\Delta \ell} - \frac{s_i(\ell + \Delta \ell) - s_i(\ell)}{\Delta \ell} \cdot u_i(\ell) \right\} \Delta s.$$
 (7)

ここで積分経路は要素辺に設定するため経路の積分点は要素中央となる. したがって各 ϕ 式において π は経路における要素辺の数, s_i は各要素辺にお ける表面応力ベクトル、 Δs は各要素辺の長さ、 u_i は各要素辺上における変位ベクトルになる。そして $\Delta \ell$ は基本モデル(解析しようとする対象となるモデル)とき裂進展モデルのき裂長さの差を表している。また (ℓ) および $(\ell + \Delta \ell)$ は、それぞれ基本モデルとき裂進展モデルの諸量を表している。したがって、2 点差分による方法では合計2 種類のモデルを扱うことになる。

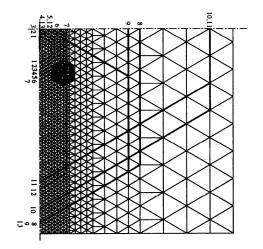
有限要素モデルは主に Fig.-1に示す無限板近似モデルを用いた. なお, この図には介在物を有する場合の経路誤差を検討するため, 介在物の位置(網掛け)と13本の積分経路も示している.

E 積分の経路独立性について検討するため、Fig.-1の一様引張無限板モデルの介在物を有する場合と存在しない場合を J 積分と比較して解析した。Fig.-2にその結果を示す。図中、横軸は経路番号 (Fig.-1参照)を示し、縦軸は無限板等方弾性体の厳密解で正規化している。この図より E 積分による結果は介在物がある場合 (\Box) もない場合 (\odot) もほとんど同じ値を示し、経路の独立性が十分保たれているといえる。これに対し、J 積分は介在物を含まない場合 (\Diamond)、き裂の右先端のみを含む経路 (経路 $1\sim6$ と 12,13)においては経路独立性が示され、エネルギ解放率にほぼ等しいが、両端を含む経路 (経路 $7\sim11$) では、その値はほとんどゼロとなっている。介在物を有すると (Δ)、界面が経路になる場合 (経路 4)、経路が介在物を貫く場合 (経路 5,6) に誤差が生じてくる。経路 7で現れる値は界面による誤差そのものである。

解析の代表的な例として、載荷軸がき裂面に垂直な方向に対して θ_L = 0.3π の場合の混合モード下の解析を行った一例を ${\bf Fig.}$ - ${\bf 3}$ に示す。縦軸は前の例と同様、載荷軸がき裂面に垂直なき裂が直進する場合の理論解で除したもので、横軸はき裂面方向と折れ曲がりき裂のなす角度 θ_K である。図中 Wu と Hayashi and Nemat-Nasser が求めた最大エネルギ解放率の大きさと、その時のき裂の折れ曲がり方向(+) および直進する場合の理論解(×)を載せている。全体の曲線を表す傾向はWu の解析結果と非常によく似ており、最大エネルギ解放率およびその時の折れ曲がり角はWu や Hayashi,Nemat-Nasser の解析結果と,またき裂が直進する場合は、理論値とかなりの精度で一致している。

き裂先端の側方に周囲よりヤング係数の大きい介在物および空隙が存在する場合の解析結果をFig.-4に示す.ここでは介在物や空隙が存在することによりエネルギ解放率最大の角度が直進する方向からずれることがわかる.Fig.-4の最大値のずれを,エネルギ解放率最大クライテリオンの観点から言及すれば(ただし,表面エネルギまたは破壊靭性値が方向によらないと仮定する),介在物は避けるように,また空隙には誘導されるようにき裂が進展することになる.さらに介在物がき裂先端側方に存在することによりエネルギ解放率の最大値は大きくなり,き裂の進展が容易になることを示す.空隙についてはき裂進展を抑える効果があるといえる.

その他にも、複数の界面を有するモデル、異方弾性体モデルにE積分を適用して有用な結果が得られている。さらに弾塑性体の場合の解析も行い、E積分の優位性について検証した。



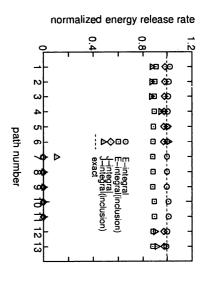
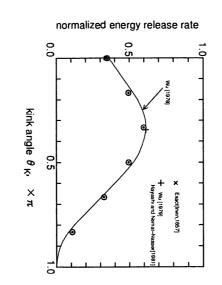


Fig. 1 Finite element meshes for the infinite model with an inclusion near a crack tip.

Fig. 2 Path error for a crack model with an inclusion near a crack tip.



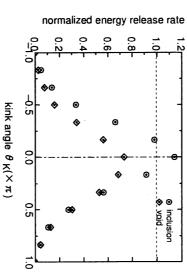


Fig. 3 Results of the energy release rate at the onset of the crack kinking under the combined loading conditions.

Fig. 4 Normalized energy release rate for the crack tip in which side has an inclusion or a void.

学位論文の審査結果の要旨

当該学位論文に関し、本人の英語を含めた学力検査を行い、平成7年8月9日の口頭発表の後、最終審査委員会を開催し協議の結果、以下のように判定した。

本論文は、非線形弾性体中を進展するき裂において任意方向折れ曲がり瞬間時のエネルギ解放率を 経路独立な積分で求めることができるE積分の有限要素解析とその応用に関して研究を行ったもので ある。

まず、E積分と他のき裂進展パラメータとの比較を行った後、E積分の概念にもとづいた破壊靱性評価について実験・考察を行いその有用性を示している。次に、E積分の有限要素解析による手法を新たに提案し、線形弾性体における、斜向荷重を受けるモデル、異種材粒界面を有するモデル、介在物および空隙を有するモデル、異方弾性体モデルの場合の任意の方向折れ曲がり瞬間時のエネルギ解放率を解析している。その結果、比較的簡単な有限要素解析でも、かなり複雑な状況での解析が容易にかつ高精度で行われ、E積分による方法は優れた方法であることを確認している。まだ、この時、き裂の折れ曲がり挙動やき裂進展に関する助長効果、抑制効果など興味ある知見を得ている。最後に弾塑性体の場合に適用して、周知のJ積分の簡便式が正確にはE積分の簡便式であることを例証している。

以上の研究成果は、E積分の概念、さらにはE積分を用いた有限要素解析法が今後、それぞれ破壊力学における重要なパラメータ、確立された手法として、幅広い応用が可能であることを明らかにした工学貴重な成果・意義を持つものであり、博士の学位に値するものと認める。